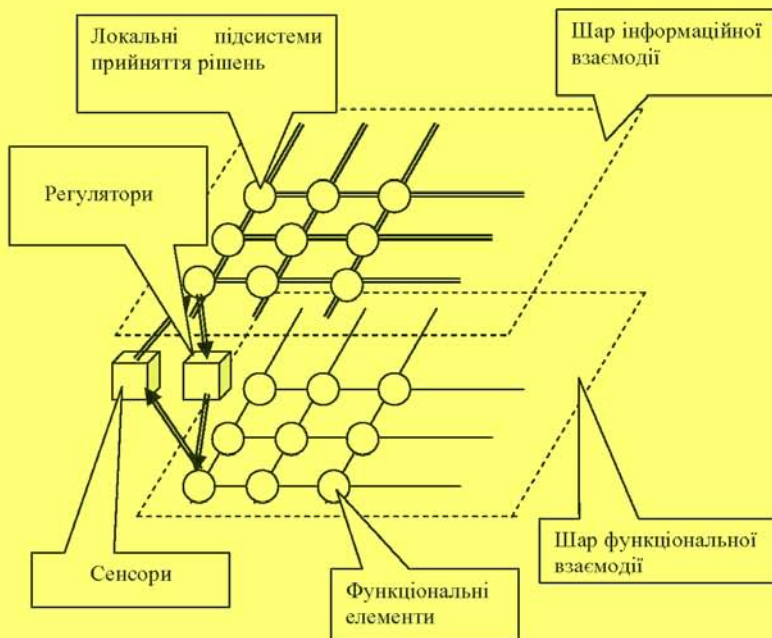


В. М. Дубовой, О. О. Ковалюк

МОДЕЛІ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УПРАВЛІННІ РОЗПОДІЛЕНИМИ ДИНАМІЧНИМИ СИСТЕМАМИ



Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

В. М. Дубовой, О. О. Ковалюк

**МОДЕЛІ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УПРАВЛІННІ
РОЗПОДІЛЕНИМИ ДИНАМІЧНИМИ
СИСТЕМАМИ**

Монографія

УНІВЕРСУМ – Вінниця

2008

УДК 681.5:519.876.2

Д 79

Рецензенти:

І. І. Хаймзон, доктор технічних наук, професор,
Р. Н. Кветний, доктор технічних наук, професор

Рекомендовано до видання Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 11 від 27.03.2008 р.)

Дубовой В. М., Ковалюк О. О.

Д 79 Моделі прийняття рішень в управлінні розподіленими динамічними системами. Монографія. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2008. – 185 с.

ISBN 978-966-641-251-8

В монографії розглядаються питання створення теоретичних основ моделювання та інформаційних технологій керування розподіленими динамічними системами в умовах комбінованої стохастичної та нечіткої невизначеності. Запропонована модель розподіленої динамічної системи та технологія оптимізації багатокрокової стратегії керування на її основі. Наведені приклади практичного застосування запропонованої інформаційної технології.

Робота розрахована на науковців, інженерно-технічних працівників, аспірантів та студентів, які займаються питаннями прийняття рішень в складних системах.

УДК 681.5:519.876.2

ISBN 978-966-641-251-8

© В. Дубовой, О.Ковалюк, 2008

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ.....	6
ВСТУП.....	7
1. АНАЛІЗ МЕТОДІВ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ.....	9
1.1. Основні поняття теорії прийняття рішень.....	9
1.1.1. Задачі прийняття рішень.....	11
1.1.2. Стратегії, алгоритми і критерії прийняття рішень	14
1.1.3. Метрика у просторі рішень.....	17
1.1.4. Багатокритеріальні задачі прийняття рішень.....	21
1.2. Прийняття рішень в умовах невизначеності.....	24
1.2.1. Статистичні методи прийняття рішень.....	27
1.2.2. Експертні методи прийняття рішень.....	34
1.3. Структура моделі прийняття рішень в управлінні розподіленими динамічними системами.....	41
2. УЗАГАЛЬНЕННЯ ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧІ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ КОМБІНОВАНОЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ.....	45
2.1. Системи в умовах комбінованої невизначеності.....	45
2.1.1. Порівняльний аналіз стохастичної та нечіткої невизначеності в системах підтримки прийняття рішень.....	46
2.1.2. Метод узагальнюючих функцій невизначеності...	50
2.1.3. Стан застосування методу узагальнюючих функцій до задач керування.....	53
2.2. Формулювання задачі прийняття рішення в умовах комбінованої невизначеності.....	54
2.2.1. Аксиоматична основа прийняття рішень в умовах комбінованої невизначеності.....	54
2.2.2. Критерії прийняття рішень в умовах комбінованої стохастичної та нечіткої невизначеності.....	56
2.2.3. Невизначеність вищих порядків.....	57
3. ДИНАМІКА СИСТЕМ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ.....	60

3.1. Дискретна модель динаміки.....	60
3.2. Стійкість розподілених систем.....	68
3.3. Характеристики рішень.....	71
3.3.1. Своєчасність.....	71
3.3.2. Вірогідність.....	73
3.4. Оптимізація багатокрокових стратегій.....	76
4. ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В РОЗПОДІЛЕНИХ СИСТЕМАХ.....	78
4.1. Функціональна і інформаційна архітектури.....	79
4.2. Залежність рішень в розподілених системах.....	87
4.3. Прийняття рішень в ієрархічних системах.....	90
4.4. Оптимізація розпаралелювання задач прийняття рішень.....	93
5. УДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДІВ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В РОЗПОДІЛЕНИХ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМАХ В УМОВАХ КОМБІНОВАНОЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ.....	101
5.1. Узагальнений алгоритм прийняття рішень в розподілених динамічних системах в умовах комбінованої невизначеності.....	101
5.2. Удосконалення процедур прийняття рішень.....	105
5.2.1. Оцінювання стану розподіленої динамічної системи.....	105
5.2.2. Прогнозування параметрів стану.....	111
5.2.3. Корекція баз даних.....	118
5.3. Пошукова оптимізація в умовах комбінованої невизначеності.....	120
6. ПРАКТИЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ ТЕХНОЛОГІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ПРИ КЕРУВАННІ РОЗПОДІЛЕНИМИ ДИНАМІЧНИМИ СИСТЕМАМИ.....	126
6.1. Структура системи підтримки прийняття рішень керування розподіленими динамічними системами.....	126
6.2. Прийняття рішень при керуванні транспортними потоками міста.....	130
6.2.1. Транспортні потоки як об'єкт керування.....	130

6.2.2. Визначення параметрів взаємного впливу підсистем розподіленої динамічної системи.....	138
6.2.3. Модель динаміки системи керування транспортними потоками.....	147
6.3. Прийняття рішень при керуванні елеваторами.....	155
6.3.1. Структурна схема системи управління елеватором.....	156
6.3.2. Модель прийняття рішення в управлінні елеватором.....	157
6.3.3. Алгоритм прийняття рішення в управлінні елеватором	163
6.4. Дослідження адекватності моделі та ефективності алгоритмів.....	166
ПІСЛЯМОВА.....	175
ЛІТЕРАТУРА.....	177

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ

НЛ	– Нечітка логіка
ПР	– Прийняття рішення
РДС	– Розподілена динамічна система
СМО	– Система масового обслуговування
СППР	– Система підтримки прийняття рішень
СУ	– Система управління
СУБД	– Система управління базою даних
ТЗ	– Транспортний засіб
ТМО	– Теорія масового обслуговування
ТСР	– Теорія статистичних рішень
УФН	– Узагальнююча функція невизначеності
$\beta(x)$	– Узагальнююча функція
U	– очікувана корисність
$G(X, d)$	– Функція втрат
$\mu(x)$	– Функція належностей
$f(x)$	– Щільність розподілу ймовірності
λ	– Інтенсивність вхідного потоку
$L(X)$	– Функція правдоподібності
γ	– Відношення правдоподібності
m	– Інтенсивність обслуговування заявки
d	– Рішення
$R(d, X)$	– Ризик від прийняття рішення d
Γ	– Граф системи
S	– Множина підсистем (вершин графа)
L	– Множина зв'язків підсистем (ребер графа)
R^*	– міра у просторі рішень
$M(X, d)$	– Модель системи
A	– Алгоритм прийняття рішень
F	– Вирішальна функція
X	– Вектор стану (умов прийняття рішень)
Y	– Вектор даних
Ω	– Область значень

ВСТУП

АСУ розподіленими системами – це системи управління об'єктами, які розташовані в різних, іноді досить віддалених місцях. Розподілені системи управління використовуються для управління процесами добування нафти і газу, системами кондиціонування приміщень, в галузі телекомунікації і зв'язку тощо. Можна виділити два головні типи розподілених систем: системи з розподіленими параметрами і системи із зосередженими параметрами. У цій роботі основна увага приділяється системам із зосередженими параметрами. Для таких систем характерна з одної сторони відносна самостійність кожної підсистеми розподіленої системи (окрема мета, критерії функціонування, ресурси тощо), а з іншої – наявність спільної мети системи в цілому. В процесі реалізації своїх функцій підсистеми взаємодіють одна з одною.

Розподілені системи поділяються на статичні і динамічні. Динамічні властивості розподілених систем визначаються як характеристиками окремих підсистем, так і характеристиками їх зв'язків. Якщо стан підсистеми залежить лише від її параметрів та зовнішніх впливів, то така підсистема є статичною. Якщо стан підсистеми залежить також від попередніх станів, то така підсистема є динамічною. Розподілена система може бути динамічною (РДС) навіть якщо вона складається із статичних підсистем. Якщо вплив на підсистему з боку інших підсистем залежить від їх попередніх станів через затримку у розповсюдженні впливу між підсистемами, то така динамічна система може мати динамічні властивості.

Процеси керування динамічними системами найглибше досліджені в рамках теорії автоматичного управління. Але задачі, які там розглядаються, переважно є окремим випадком теорії прийняття рішень.

В загальному випадку задачу прийняття рішень формують як задачу вибору найкращого в деякому сенсі рішення з множини допустимих рішень. На практиці розв'язання задачі прийняття рішень є досить складним, що обумовлено невизначеністю ситуації, в якій приймається рішення. Для оцінки наслідків від прийняття рішення

використовуються втрати, які може понести особа, яка приймає рішення, через відсутність повної інформації про ситуацію прийняття рішення. В залежності від ступеня невизначеності виділяють задачі прийняття рішень в умовах невизначеності, коли про ситуацію прийняття рішень невідомо нічого, крім можливої множини станів, і задачі прийняття рішень в умовах ризику, в яких відомі ймовірнісні характеристики впливів на об'єкт керування. Головний крок в процесі прийняття рішень полягає в перетворенні функції втрат у функцію ризику, яка є функцією двох аргументів: ситуації та рішення.

Принципова відмінність прийняття рішень в системах управління від задач розпізнавання сигналів або образів, з яких і народилася теорія прийняття рішень, є те що в останніх прийняття рішень є завершальним актом, і достовірність прийнятого рішення може служити характеристикою якості системи, в той час як у системах управління впливає на подальші процеси в системі і рішення необхідно оцінювати на основі аналізу результатів функціонування системи в цілому.

Крім того, в багатьох системах керування процес прийняття рішень відбувається циклічно. Прийняте на попередньому кроці рішення, може безпосередньо впливати на об'єм і якість інформації про стан об'єкта управління, яка використовується для прийняття рішення на наступному кроці.

Ефективність прийнятого рішення залежить від кількості та достовірності використаної інформації. Чим більший обсяг достовірних даних, тим вища ефективність прийнятого рішення. Проте в розподілених системах, що працюють в реальному масштабі часу, буває досить складно забезпечити високу достовірність всіх вхідних параметрів. Це пов'язано з неодноразовістю вимірювань в різних точках розподіленої системи, витратами часу на збір даних. В результаті процес прийняття рішення відбувається через деякий час після вимірювання, за який стан системи може відхилитися від вимірюваного значення.

Дослідження особливостей прийняття рішень при керуванні РДС в умовах невизначеності складає головну задачу монографії.

1. АНАЛІЗ МЕТОДІВ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

Роботи в теорії прийняття рішень ґрунтуються на різноманітних формулюваннях головної задачі. Формулювання задачі впливає на вибір методів її розв'язання і на рівень узагальнення результатів.

1.1. Основні поняття теорії прийняття рішень

Задача прийняття рішень є однією з найпоширеніших в багатьох галузях. Вона полягає у виборі одного рішення d_i з множини можливих рішень D на основі наявної інформації у вигляді вектора даних $\vec{x} \in X$. Рішення d_i в свою чергу характеризується вектором показників $d_i = [d_{i1}, \dots, d_{im}]$. Правило, яке встановлює відповідність $\vec{x} \rightarrow d_i$ називають *розв'язувальним правилом*. Якщо це правило формулюється у вигляді послідовності дій, які необхідні для встановлення відповідності, то його називають *розв'язувальним алгоритмом* $d = A(\vec{x})$. Якщо правило формалізоване у вигляді частково рекурсивної функції, то воно називається *розв'язувальною функцією* $d = F(\vec{x})$.

Нехай керована система описується набором змінних $(X, D) = (x_1, \dots, x_n; d_1, \dots, d_m)$ в багатовимірній різнотиповій області

$$\Omega = \Omega_X \times \Omega_D, \quad (1.1)$$

$$\text{де } \Omega_X = \prod_{j=1}^n \Omega_{X_j}, \quad \Omega_D = \prod_{j=1}^m \Omega_{D_j}.$$

Обидва набори змінних можуть бути довільних типів (кількісні, порядкові, номінальні). Нехай задано імовірнісний простір $\langle D, B, P \rangle$ де $P = P[D]$ – імовірнісна міра. Під розв'язувальною функцією F розуміється відповідність між набором значень змінних (x_1, x_2, \dots, x_n) і набором рішень (d_1, d_2, \dots, d_m) , тобто $F: X \rightarrow \Omega_D$.

Якість рішення оцінюється за допомогою функціонала якості $R(X, D)$. Якщо

$$F^*: \forall X \rightarrow R(X, D) = \inf_{F \in \Omega_F} R(X, F[X]) \quad (1.2.)$$

або

$$R(X, D) = \sup_{F \in \Omega_F} R(X, F[X]), \quad (1.3)$$

то F^* – оптимальна розв’язувальна функція в заданому класі.

Якість рішень визначається результатами функціонування об’єкта, керування яким здійснюється за допомогою цього рішення

$$R = M(X, D),$$

де M – модель об’єкта.

В залежності від особливостей і традицій конкретної галузі, в якій ставиться і розв’язується задача прийняття рішень, для основних понять теорії прийняття рішень використовується окрема специфічна термінологія:

- у теорії управління координати векторів множини X називають параметрами стану, рішення d_i називають управлінням, а розв’язувальне правило називають законом або алгоритмом управління;
- у теорії розпізнавання образів координати векторів множини X називають ознаками, рішення d_i називають образом, а розв’язувальне правило називають дискримінантною функцією або алгоритмом розпізнавання;
- у теорії контролю координати векторів множини X називають інформативними параметрами, рішення d_i називають зоною допуску, а розв’язувальне правило називають алгоритмом контролю;
- у теорії інтелектуальної поведінки координати векторів множини X називають ознаками ситуації, рішення d_i називають кроком, а розв’язувальне правило називають стратегією.

Прийняття рішення може здійснюватися в умовах повної або неповної визначеності вектора X .

Ситуація прийняття рішень на основі детермінованих даних характеризується повною визначеністю. На сьогоднішній день методи прийняття рішень в цих умовах розроблені досить детально і широко застосовуються на практиці. Серед них найчастіше використовуються методи оптимізації, дослідження операцій, графові моделі [2, 12, 45].

Вибір методу залежить від вигляду цільової функції, кількості змінних, наявності обмежень.

В багатьох випадках процедура прийняття рішень здійснюється на основі не повністю визначених даних, причому ця невизначеність може мати різну природу. Одним з головних підходів прийняття рішень в таких системах є системний аналіз.

Підсистема, яка реалізує розв'язувальний алгоритм, разом із засобами отримання необхідної інформації та налаштування (навчання) утворюють систему прийняття рішень.

1.1.1. Задачі прийняття рішень

Тип задачі прийняття рішення визначається в залежності від факторів [11, 23, 67]:

- мети прийняття рішень;
- складу СПР;
- структури СПР (сукупності інформаційних, управляючих, технологічних та інших зв'язків між підсистемами СПР);
- множини допустимих стратегій учасників СПР;
- цільових функцій підсистем СПР (критеріїв прийняття рішень);
- інформованості СПР на момент прийняття рішень;
- порядку функціонування: послідовності отримання інформації і вибору рішень підсистемами СПР.

В залежності від мети задачі прийняття рішень можна поділити на три групи:

1. Задачі впорядкування альтернатив.
2. Розподіл альтернатив за класами рішень.
3. Виділення найкращої альтернативи.

На практиці задачі останньої групи зустрічаються найчастіше, тому більшість методів прийняття рішень орієнтуються на розв'язання саме цих задач.

Найпростіша (*базова*) модель СПР включає один об'єкт управління і одну підсистему прийняття рішень, які приймають рішення однократно в умовах повної інформованості. Розширенням базової моделі є: динамічні СПР (в яких учасники приймають рішення

багаторазово – розширення на предмет управління "порядок функціонування") , багатoelementні СПР (в яких є кілька підсистем прийняття рішень одночасно і незалежно – розширення на предмет "склад"), багаторівневі СПР (системи, що мають тривірневу і більше ієрархічну структуру – розширення на предмет "структура"), СПР з невизначеністю (в яких учасники не повністю інформовані про суттєві параметри – розширення на предмет "інформованість"), СПР з обмеженої спільною діяльністю (в яких існують глобальні обмеження на вибір рішень – розширення на предмет управління "множина допустимих стратегій"), СПР з повідомленням інформації (в яких однією із дій агентів є повідомлення інформації один одному і/або центру – розширення на предмет управління "множина допустимих стратегій").

Таким чином, основою системи класифікації задач можуть також бути **розширення** базової моделі – наявність або ознаки:

- динаміки [68] (число і взаємозв'язок періодів функціонування, далекоглядність учасників СПР, режим управління);
- множини взаємопов'язаних агентів [22, 69];
- багаторівневості [22];
- розподіленого контролю [22, 70];
- невизначеності [66] (тип невизначеності – зовнішня, внутрішня, ігрова; вид невизначеності – інтервальна, імовірісна, нечітка; процедура усунення невизначеності, в тому числі, ігрової, тобто концепція розв'язання гри);
- обмежень спільної діяльності [63, 69];
- повідомлення інформації [44, 67, 77].

Наступною основою системи класифікації є **метод прийняття рішень**, за яким можна виділити методи, які базуються на ситуаційних оптимізаційних [10] і теоретико-ігрових моделях [22].

Для аналізу основних підходів до прийняття рішень представимо розв'язувальне правило у вигляді векторної розв'язувальної функції у загальному випадку у неявному вигляді

$$F(\vec{x}, \vec{d}) = 0, \quad (1.4)$$

яка може бути подана у вигляді системи рівнянь відносно параметрів

рішення d

$$f_j(\bar{x}, \bar{d}) = d_j, \quad j=1, \dots, n \quad (1.5)$$

Існуючі підходи до прийняття рішень відповідають основним методам знаходження розв'язків системи рівнянь (1.5). Ці методи можна розділити на дві великих групи:

- аналітичні або пошукові методи знаходження таких d_j , які перетворюють рівняння (1.4) на тотожність;
- знаходження таких d_j , які забезпечують екстремум функціоналу якості $R(\bar{x}, \bar{d})$ – методи оцінювання d_j .

Перша група методів відповідає ситуаційному, а друга група відповідає оптимізаційному підходу до прийняття рішень.

Різницю між ситуаційним і оптимізаційним підходами до прийняття рішень ілюструє рисунок 1.1. На рисунку M – модель системи, яка дозволяє прогнозувати результат прийняття рішення – значення функціоналу якості, A – алгоритм корекції рішення в процесі оптимізації. При ситуаційному підході рішення d одразу отримується з вхідних даних X . При оптимізаційному підході рішення d уточнюється та величина за допомогою алгоритму A .

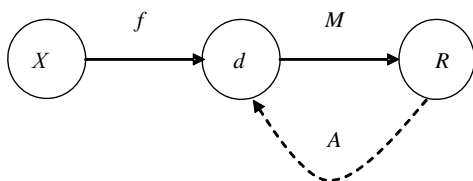


Рис. 1.1. Граф зв'язків основних понять теорії прийняття рішень

Методи, що базуються на теоретико-ігрових моделях, в свою чергу, поділяються на механізми, що використовують апарат: *некооперативних ігор* [23, 65, 77], *кооперативних ігор* [22], *ігор, що повторюються* [68], *ієрархічних ігор* [23, 65, 67] і *рефлексивних ігор* [71, 72].

Методи, що базуються на оптимізаційних моделях, в свою чергу, поділяються на механізми, що використовують апарат: теорії ймовірностей (теорія надійності, теорія масового обслуговування,

теорія статистичних рішень), теорії оптимізації – лінійне і нелінійне (а також стохастичне, цілочисельне, динамічне та ін.) програмування, оптимальне управління; дискретної математики – в основному, теорії графів (транспортна задача, задача про призначення, вибір найкоротшого шляху, календарно–мережеве планування і управління, задачі про розміщення, розподіл ресурсів на мережах та ін.)

Особливе місце серед методів прийняття рішень займають методи, побудовані на використанні аксіом корисності рішень, які використовуються у випадку значної складності обчислень або неповноти інформації [14, 42, 50]. Ця група методів передбачає перевірку відповідності альтернатив певним аксіомам, що дозволяють визначити оптимальне рішення. Проте існуючі аксіоматичні системи дозволяють розв'язувати задачі з невизначеністю тільки певного виду, що обмежує застосування цих систем.

1.1.2. Стратегії, алгоритми і критерії прийняття рішень

Прийняття рішень передбачає наявність певної мети, на досягнення якої направлене рішення. Існування проблеми прийняття рішення свідчить про те, що не всі рішення з множини D забезпечують досягнення мети. Виконаємо розбиття множини D на три підмножини [82]

$$D = D^+ \cup D^0 \cup D^- \quad (1.6)$$

де D^+ – “хороші рішення”, тобто такі, що наближають до мети. Очевидно, оптимальне рішення $d_{opt} \in D^+$; D^- – “погані рішення”, тобто такі, що віддаляють від до мети; D^0 – “нейтральні рішення”, тобто такі, що не впливають на досягнення мети.

Схематично розбиття (1.6) показане на рис. 1.2.

Задача прийняття рішення передбачає обов'язкове існування критерію R прийняття рішення. При оптимізаційному підході це критерій пошуку d_{opt} , при ситуаційному підході це критерій розбиття множини D .

В залежності від області застосування зміст критерію прийняття рішення і спосіб його визначення може суттєво відрізнятись.

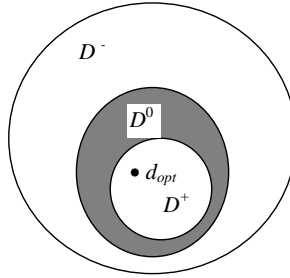


Рис. 1.2. Діаграма розбиття простору рішень

В задачах управління критерій визначається через відповідність вектора стану керованого об'єкта Y заданому значенню Y_0 . Таким чином, вектор параметрів X , від якого залежать рішення, складається з трьох підмножин $X = \{Y, Y_0, Z\}$, де Z – зовнішні фактори (впливи на систему управління).

Прийняття рішень в задачах управління може здійснюватися як разова процедура (або така, яка виконується досить рідко), або як масова процедура (або така, яка виконується постійно). Відповідно критерії прийняття рішень можуть визначатися або на основі окремих значень (Y, Y_0), або на основі їх статистичних характеристик. У останньому випадку прийняте рішення може бути не оптимальним для окремої пари (Y, Y_0), але оптимальним у середньому.

Однокрокові і багатокрокові стратегії

У багатьох випадках прийняття рішення у певній системі не є однократною дією, а виконується періодично, кожен раз з урахуванням нових умов і обставин. Умови прийняття рішень в системі залежать від процесів, які в ній відбуваються, а вони в свою чергу залежать від рішень, які приймалися на попередніх етапах. Узагальнена модель прийняття послідовності рішень як процесу в часі складається з системи розв'язувальних функцій і моделі залежності поточних станів системи від попередніх рішень і станів

$$F_j(\vec{x}, \vec{d}, t) = d_j(t), \quad j=1, \dots, n$$

$$M_i(\vec{x}, \vec{d}, t - \tau) = x_i(t), \quad i=1, \dots, m; \quad \tau \in [0, t]. \quad (1.7)$$

При оптимізаційному підході до прийняття рішень послідовність рішень планується так, щоб забезпечити екстремум всього процесу в цілому, навіть якщо окремий крок процесу не є оптимальним. Правило прийняття послідовності рішень у часі $D(t+\tau)$ називають багатокроковою стратегією.

При ситуаційному підході прийняття чергового рішення здійснюється лише на основі вектора станів. Така стратегія є однокроковою.

Стратегії прийняття колективних рішень в розподілених системах

Керування РДС може здійснюватися централізовано (однією підсистемою прийняття рішень) і децентралізовано (колективом підсистем).

Алгоритми прийняття колективного рішення поділяються на два класи. По-перше, *протоколи прийняття єдиного рішення*, в яких всі підсистеми прийняття рішень є справними і повинні або всі прийняти, або всі відхилити.

В умовах відсутності надійних комунікацій (з обмеженим часом затримки) не може бути алгоритму досягнення єдиного рішення. Обґрунтування цього висновку звичайно здійснюють на прикладі відомої проблеми двох армій [46].

Тепер припустимо, що комунікації надійні, а процесори ні.

По-друге, *протоколи прийняття узгоджених рішень* на основі даних, отриманих один від одного.

Класичний приклад *протоколу прийняття узгоджених рішень* – задача Візантійських генералів [46].

Доведено, що в системі з m неправильно працюючими підсистемами прийняття рішень можна досягти узгодженості тільки при наявності $2m + 1$ правильно працюючих підсистем.

Також доведено, що в розподіленій системі з асинхронними підсистемами прийняття рішень і необмеженими комунікаційними затримками неможливо досягнути узгодженості навіть при одній непрацюючій.

1.1.3. Метрика у просторі рішень

Критерії прийняття рішення в процесі управління передбачають необхідність оцінювання якості рішення на основі характеристик близькості результату управління до поставленої мети. Для здійснення такого оцінювання введемо метрику у просторі рішень. Введення метрики ґрунтується на аксіоматичній системі теорії прийняття рішень.

Теорія очікуваної корисності [61], запропонована Нейманом і Моргенштерном, є аксіоматичною основою більшості методів прийняття рішень. Вона визначає необхідні умови існування функції перетворення абстрактної корисності у число.

Під абстрактною корисністю розуміють уявну міру цінності різних наслідків від прийняття рішення. Корисність описує характеристики системи індивідуальних переваг особи, яка приймає рішення. В теорії очікуваної корисності робиться припущення, що індивід може порівнювати як наслідки прийняття рішення і їх комбінації, задані з певною ймовірністю, так і корисності, що їм відповідають.

Передбачається, що на системі абстрактних корисностей U величин u_1, u_2, u_3, \dots задане відношення переваги $u_1 \succ u_2$ (u_1 краще u_2) і для будь-якого числа $\alpha \in (0,1)$ визначена операція комбінування

$$(\alpha \otimes u_1) \oplus [(1 - \alpha) \otimes u_2] \sim u_3. \quad (1.8)$$

Операція (1.8) характеризує можливість вираження корисності альтернативи за допомогою інших корисностей, що відповідають альтернативам з ймовірностями реалізації α та $1 - \alpha$.

Аксіоми очікуваної корисності Неймана–Моргенштерна наведено у табл. 1.1.

На основі аналізу розглянутих аксіом можна зробити такі висновки:

1. Система індивідуальних переваг індивіда є повною (аксіома 1).
2. Для абстрактних корисностей є справедливою транзитивність у віддані переваг (аксіома 2).
3. Альтернатива, яка має більшу корисність, буде її зберігати навіть з деякою ймовірністю (аксіоми 3, 4).

4. Вплив альтернативи з найбільшою корисністю можна знівелювати, приписавши цій альтернативі достатньо малу ймовірність (аксіоми 5, 6).
5. Не має значення в якому порядку розташовані корисності в комбінації та за скільки прийомів отримано цю комбінацію (аксіоми 7, 8).
6. Аксіоми 4 і 6 є двоїстими до аксіом 3 і 5 відповідно.

Таблиця 1.1

Аксіоми очікуваної корисності Неймана – Моргенштерна

Аксіоми лінійного впорядкування	
Аксіома 1.	Для будь-яких u, v має місце одне і тільки одне відношення: $u \sim v, u \succ v, u \prec v$.
Аксіома 2.	Якщо $u \succ v$ і $v \succ w$, то $u \succ w$.
Аксіоми впорядкування і комбінування	
Аксіома 3.	Якщо $u \prec v$, то $u \prec (\alpha \otimes u) \oplus [(1 - \alpha) \otimes v], \alpha \in (0,1)$.
Аксіома 4.	Якщо $u \succ v$, то $u \succ (\alpha \otimes u) \oplus [(1 - \alpha) \otimes v], \alpha \in (0,1)$.
Аксіома 5.	Якщо $u \prec w \prec v$, то існує таке значення $\alpha \in (0,1)$, для якого виконується нерівність $(\alpha \otimes u) \oplus [(1 - \alpha) \otimes v] \prec w$.
Аксіома 6.	Якщо $u \succ w \succ v$, то існує таке значення $\alpha \in (0,1)$, для якого виконується нерівність $(\alpha \otimes u) \oplus [(1 - \alpha) \otimes v] \succ w$.
Алгебраїчні правила комбінування	
Аксіома 7.	$(\alpha \otimes u) \oplus [(1 - \alpha) \otimes v] \sim [(1 - \alpha) \otimes v] \oplus (\alpha \otimes u)$
Аксіома 8.	$\alpha[(\lambda \otimes u) \oplus [(1 - \lambda) \otimes v]] \oplus [(1 - \alpha) \otimes v] \sim (\gamma \otimes u) \oplus [(1 - \gamma) \otimes v]$, де $\alpha, \lambda, \gamma \in (0,1); \gamma = \alpha\lambda$.

Наведена система аксіом є необхідною умовою існування хоча б однієї функції, яка переводить абстрактну корисність у число. Ця функція дозволяє перейти від операцій $u \succ v$ та $\alpha u \oplus (1 - \alpha)v$ для корисностей до відповідних операцій над числами [47]. В роботі [61] показано, що виконання аксіом передбачає існування нескінченної

кількості функцій перетворення корисностей у числові значення, пов'язані між собою співвідношенням

$$\rho' = \varphi(\rho) = \omega_0 \cdot \rho + \omega_1, \quad (1.9)$$

де ρ', ρ – числові значення корисностей; ω_0, ω_1 – коефіцієнти, причому $\omega_0 > 0$.

Якщо вибрати дві будь-які корисності u^* і v^* , для яких $u^* \prec v^*$, то зв'язок між двома функціями корисності $\varphi(\rho)$ і $\varphi'(\rho)$ буде виражатись співвідношенням

$$\varphi'(\rho) = \frac{\alpha'_0}{\alpha_0} \cdot \varphi(\rho) + \frac{\alpha_0 \alpha'_1 - \alpha_1 \alpha'_0}{\alpha_0}, \quad (1.10)$$

де $\alpha_0 = \varphi(v^*) - \varphi(u^*) > 0$, $\alpha_1 = \varphi(u^*)$; $\alpha'_0 = \varphi'(v^*) - \varphi'(u^*) > 0$, $\alpha'_1 = \varphi'(u^*)$.

Таким чином, корисність можна вважати числом з точністю до лінійного перетворення.

Можливість подання корисності у числовому вигляді дозволяє розглядати простір рішень як топологічний, нормований і метричний.

Простір рішень D є топологічним, оскільки множина T її підмножин є топологією на D , для якої виконуються умови:

- 1) все D і пуста множина належать T ;
- 2) об'єднання довільного сімейства множин, що належать T , належить T ;
- 3) перетин двох множин, що належать T , належить T .

Топології мають специфічні властивості, які називаються аксіомами сепарабельності:

Аксіома $T0$ (аксіома Колмогорова). Для будь-яких двох точок, що не збігаються, хоча б одна з них має окіл, що не містить іншу.

Аксіома $T1$. Для будь-яких двох точок, що не збігаються, кожна з них має окіл, що не містить іншу точку.

Аксіома $T2$ (аксіома Хаусдорфа). Для будь-яких двох точок, що не збігаються, у кожній з них можна вибрати по околу таким чином, щоб ці околи не перетинались.

Ґрунтуючись на сепарабельності топології визначимо поняття ε -околу.

Означення. ε -околом рішення $d_0 \in D^*$ (де D^* – одна з підмножин D^+, D^0, D^-) є підмножина $D^\varepsilon \subset D^*$, така що для всякого рішення $d_i \in D^\varepsilon$ виконується умова $|R(d_i) - R(d_0)| < \varepsilon$.

Оскільки у багатокроковій стратегії прийняття рішень при керуванні динамічною системою кожне рішення залежить від деякої кількості попередніх рішень, а також від поточного і попередніх станів керованої системи, то для побудови відповідної моделі визначимо операції перетворень на просторах рішень D і станів Y . Система перетворень складається з чотирьох основних операторів – двох основних і двох обернених

$$\begin{aligned} D &\xrightarrow{K_d} R \\ Y &\xrightarrow{K_y} R \\ R &\xrightarrow{K_y^{-1}} Y \\ R &\xrightarrow{K_d^{-1}} D \end{aligned} \quad (1.11)$$

Визначимо також на просторах D і Y операцію додавання у розумінні

$$\begin{aligned} d &= d_1 + d_2 \leftrightarrow d = K_d^{-1}[K_d(d_1) + K_d(d_2)] \\ y &= y_1 + y_2 \leftrightarrow y = K_y^{-1}[K_y(y_1) + K_y(y_2)]. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Простір D є нормованим простором, оскільки кожному $d \in D$ поставлено у відповідність невід'ємне число $R = \|d\|$ (норма d) таке, що виконуються такі аксіоми:

- 1) умова невід'ємності норми: $\|d\| > 0$; $\|d\| = 0$ в тому і лише в тому випадку, коли $d = 0$;
- 2) умова однорідності норми: $\|\alpha \cdot d\| = |\alpha| \cdot \|d\|$;
- 3) нерівність трикутника: $\|d + d\| = \|d\| + \|d\|$.

Таким чином, норма в просторі D – це визначена повсюди на D функція корисності з невід'ємними значеннями і з аксіомами 1–3.

Множина D є метричним простором, якщо кожній парі його елементів d_1 і d_2 поставлено у відповідність дійсне число $\rho(d_1, d_2)$, що задовольняє аксіоми 1 – 3. Функція $\rho(d_1, d_2)$ називається метрикою (відстанню) метричного простору.

Існує клас неметризованих задач прийняття рішень. Це задачі, в

яких не виконуються або аксіоми очікуваної корисності, або аксіоми топології або аксіоми метрики. Насамперед, сюди належать такі задачі, в яких корисність або втрати альтернативних рішень не можуть бути порівнянні. Прикладом таких задач є прийняття рішень в ситуації, коли окремі рішення можуть призводити до катастрофічних наслідків, пов'язаних, наприклад із загрозою життю людей.

Важливим прикладом задач, які важко піддаються метризації, є керування технічною системою, результат якого характеризується точністю та швидкістю. Якщо альтернативні рішення впливають на кожен з критеріїв окремо, то знайти задовільну метрику досить важко.

1.1.4. Багатокритеріальні задачі

В теорії прийняття рішень значна увага приділяється задачам прийняття рішень при багатьох критеріях, оскільки саме ці задачі досить часто доводиться вирішувати на практиці. Для розв'язання цих задач успішно використовуються метод аналізу ієрархій, методи ранжування багатокритеріальних альтернатив (ELECTRE), аксіоматичні методи [36, 42, 78].

Основними аксіоматичними методами знаходження оптимальних рішень при багатьох критеріях є:

1. Аксіоми арбітражної рівноваги Неша.
2. Аксіоми Ерроу–Гурвиця.
3. Багатокритеріальна теорія корисності (MAUT)

Аксіоми арбітражної рівноваги Неша

Система аксіом арбітражної рівноваги Неша визначає необхідні умови існування та властивості оптимальних рішень. При використанні цієї групи аксіом модель прийняття рішення описується набором величин

$$\langle D, \{R_i\}, R^* \rangle, \quad (1.13)$$

де D – множина альтернатив; $\{R_i\}$ – множина цільових функцій; R^* – початкові значення цільових функцій.

Якщо позначити через $R^0 = (R_1^0, \dots, R_n^0)$ оптимальні значення цільових функцій, то аксіоми оптимальності можна сформулювати

таким чином:

Аксіома 1 (лінійне перетворення). Нехай $L' = (L'_1, \dots, L'_n)$ – будь-яке лінійне додатне перетворення функції R . Тоді для моделі $\langle D, \{L'_i R_i\}, L' R^* \rangle$ оптимальним рішенням є $L' R^0$.

Ця аксіома передбачає незалежність оптимального рішення від вибору чисельного значення корисності.

Аксіома 2 (Оптимальність за Паретто). Оптимальне рішення R^0 повинно задовольняти такі вимоги:

- $R_i^0 \geq R_i^*$ для всіх $i \in N$;
- $R^0 = R(d)$ для деяких $d \in D$;
- не повинно бути такого $d \in D$, для якого $R^0 \leq R(d)$.

Аксіома 3 (незалежність від неіснуючих альтернатив). Нехай $\langle D, \{R_i\}, R^* \rangle$ і $\langle D', \{R_i\}, R^* \rangle$ – дві моделі прийняття рішень, причому $D \supset D'$. Якщо R^0 оптимальне в першій моделі і $R^0 = R(d)$ для деяких $D \subset D'$, то R^0 буде оптимальним і для другої моделі.

Аксіома 4 (симетрія). Якщо модель симетрична $(R_i^* = R_j^*)$ для всіх $i, j \in N$ і для будь-яких перестановок π множини N і $d \in D$, існує такий $\tilde{d} \in D$, що $(R_i(D)) = (R_{\pi}(\tilde{d}))$, то $R_i^0 = R_j^0$ для всіх $i, j \in N$.

Рішення R^0 задовольняє аксіоми 1–4 тоді і тільки тоді, коли $R^0 = R(x^0)$ і

$$\prod_{i=1}^n (R_i(d^0) - R_i^*) = \max_{d \in D} \prod_{i=1}^n (R_i(d) - R_i^*). \quad (1.14)$$

Аксіоми Ерроу–Гурвиця

Ця система аксіом використовується, коли особа, яка приймає рішення, не знає, за яким із заданих на D критеріїв R_i оцінюються альтернативи. Модель прийняття рішення має вигляд

$$\langle D, \Omega, \{R_{\omega}(d)\} \rangle, \quad (1.15)$$

де Ω – множина цільових функцій $R_{\omega}(d)$ на множині альтернатив D .

Якщо позначити через D^0 множину оптимальних рішень, то

аксіоми можуть бути записані таким чином.

Аксіома 1. Якщо $D_1 \subset D_2$ і $D_1 \cap D_2^0 \neq \emptyset$, то $D_1^0 = D_1 \cap D_2^0$.

Ця аксіома аналогічна аксіомі Неша про незалежність від неіснуючих альтернатив.

Аксіома 2. Множини оптимальних альтернатив для ізоморфних моделей однакові.

Аксіома 3. Множина оптимальних альтернатив не зміниться від видалення цільових функцій, що повторюються.

Аксіома 4. Якщо $d \in D^0$, $d' \in D$ і $R_\omega(d) \leq R_\omega(d')$ для всіх $\omega \in \Omega$, то $d' \in D^0$.

Відповідно до цієї аксіоми, якщо альтернатива не гірше за всіма критеріями, ніж оптимальна, то вона теж є оптимальною.

Оптимальне рішення, яке визначається аксіомами 1–4, є множиною альтернатив, причому таких множин може бути кілька.

Наведені аксіоматичні системи дозволяють приймати рішення на основі кількох критеріїв. Такі системи містять ряд аналогічних аксіом. Зокрема аксіомам 2, 3 Неша відповідають відповідно аксіоми 4, 1 Ерроу–Гурвиця. Відзначимо, що перша аксіома Неша є результатом виконання аксіом Неймана–Моргенштерна і визначає незалежність оптимального рішення від лінійного додатного перетворення цільової функції.

Багатокритеріальна теорія корисності

Багатокритеріальна теорія корисності була розроблена американськими вченими Кіні і Райфа [42].

Алгоритм прийняття рішення за цією теорією має вигляд:

1. Визначити перелік критеріїв, за якими будуть оцінюватися рішення.
2. Побудувати функції корисностей за кожним критерієм.
3. Побудувати залежність між оцінками альтернатив за окремим критерієм та загальною оцінкою альтернатив з використанням вагових коефіцієнтів важливості критеріїв.
4. Оцінити альтернативи та вибрати найкращу.

Результатом оцінки альтернатив є представлення загальної

корисності у вигляді зваженої суми оцінок альтернатив за кожним із критеріїв

$$U(d) = \sum_{i=1}^n c_i U_i(d), \quad (1.16)$$

де $U(d)$ – загальна корисність альтернативи; c_i – вагові коефіцієнти важливості i -го критерію; $U_i(d)$ – корисність альтернативи за i -м критерієм.

Перевагами багатокритеріальної теорії корисності є можливість оцінити будь-яку кількісну альтернативу, в тому числі невідому заздалегідь. Основний недолік теорії полягає у суб'єктивізмі експертів при оцінюванні альтернатив.

1.2. Прийняття рішень в умовах невизначеності

Найпоширенішими типами задач прийняття рішень є задачі з неповною інформацією – задачі прийняття рішень в умовах невизначеності. Відсутність конкретних даних про умови прийняття рішень може частково компенсуватися статистичними даними (наприклад, оцінкою математичного сподівання невідомого параметра) або експертною оцінкою.

Розширена класифікація методів прийняття рішень в умовах невизначеності показана на рис. 1.3.

Ступінь неповноти інформації про ситуацію прийняття рішень може характеризуватися різними показниками. Уявляється доцільним використання ентропійного показника невизначеності, який є достатньо загальним як для статистичних, так і для експертних оцінок [41]. Максимальне значення невизначеності характеризується апіорною ентропією H_{anp} , яка відповідає інтервальним оцінкам усіх умов прийняття рішення

$$H_{anp} = \sum_i \int_{y_{i\min}}^{y_{i\max}} \frac{1}{y_{i\max} - y_{i\min}} \log \frac{1}{y_{i\max} - y_{i\min}} d y_i = \sum_i \log(y_{i\max} - y_{i\min}).$$

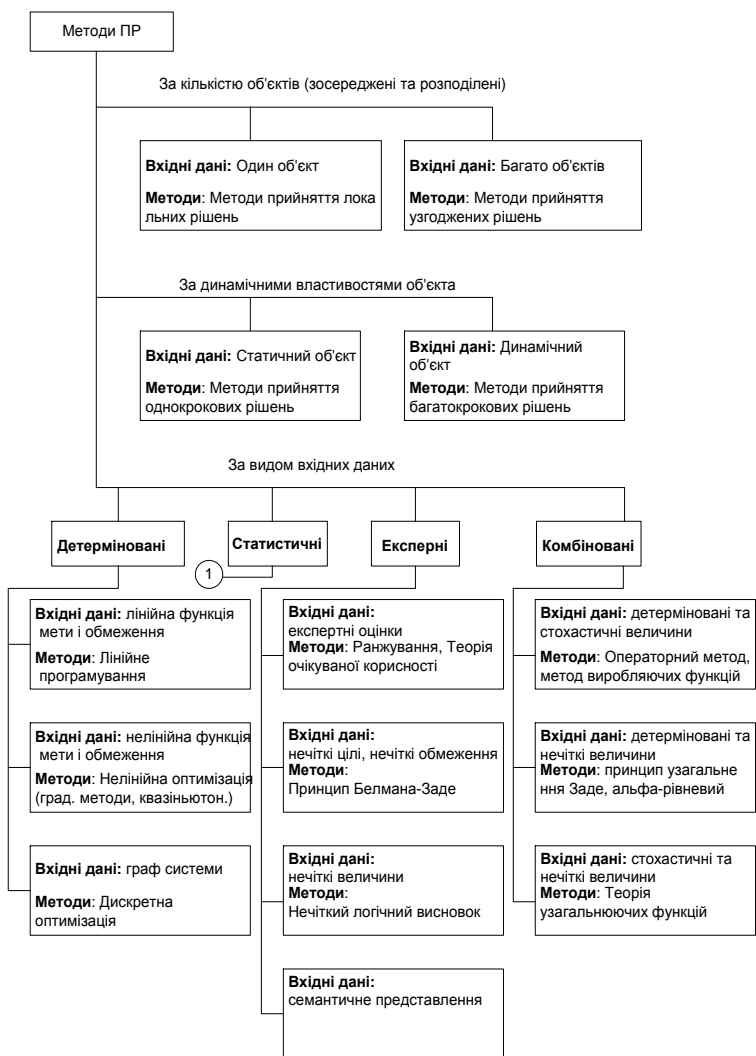


Рис. 1.3. Класифікація методів прийняття рішень

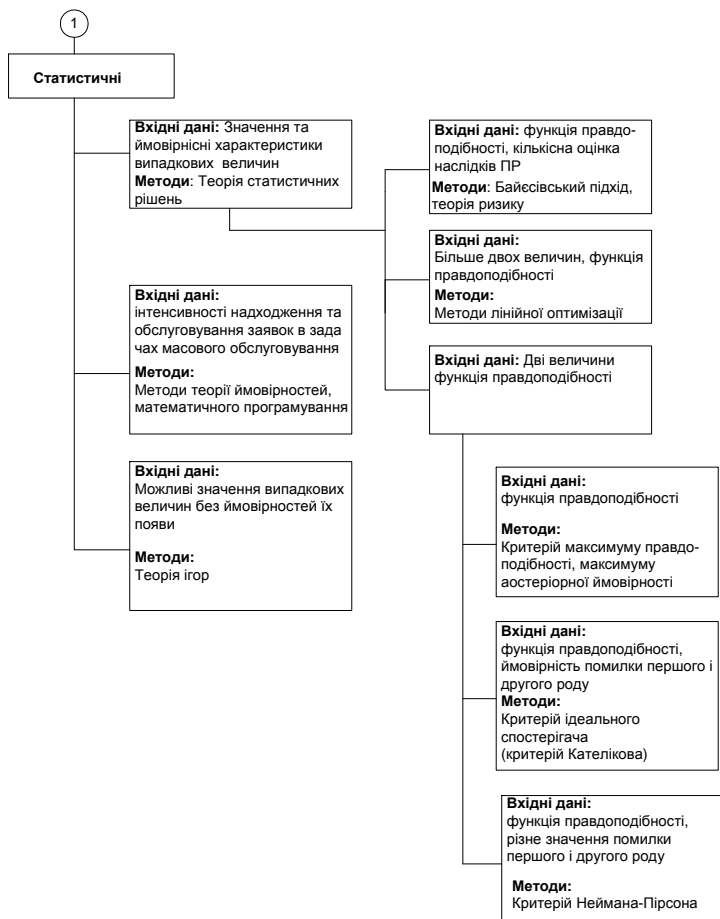


Рис. 1.3. Класифікація методів прийняття рішень (продовження)

В результаті отримання інформації I_y про умови прийняття рішення ентропія скорочується до залишкового значення H_{anc} , яке й визначає ступінь невизначеності умов прийняття рішення.

1.2.1. Статистичні методи прийняття рішень

За характером інформації, на основі якої приймається рішення, задачі прийняття рішень на основі статистичних даних можна розділити на групи:

1. Задачі прийняття рішень, в яких існує інформація про втрати від прийняття рішення на основі вхідних даних, але відсутні ймовірності появи цих даних;
2. Задачі прийняття рішень, в яких відомі як імовірнісні характеристики факторів, так і втрати від прийняття рішень;
3. Задачі прийняття рішень, в яких задані ймовірності появи вхідних факторів, але відсутня інформація про втрати від прийняття рішення;
4. Задачі прийняття рішень, в яких використовуються дані про ймовірності появи альтернатив.

Результатом розв'язання задач першої групи стало створення теорії ігор [16, 24, 75], яка дозволяє визначити оптимальне рішення на основі мінімізації можливих втрат. Для розв'язання задач другої групи зазвичай використовується небайєсівська теорія статистичних рішень [25, 37, 81]. Метод розв'язання задач третьої групи базується на використанні байєсівського підходу до прийняття рішень. Задачі четвертої групи можна розв'язати за допомогою аксіом очікуваної корисності.

Розглянемо модель прийняття рішення в умовах ризику, яка враховує два фактори і описується такими елементами:

$$\{X, K, D, G\},$$

де X – множина значень параметра x . Значення цього фактора піддаються спостереженню в процесі прийняття рішення; K – множина значень параметра k , який залишається невідомим в ході прийняття рішення; D – множина рішень; $G: K \times D$ – функція втрат, штраф, який сплачується при виборі рішення $d \in D$ в умовах значення k .

Аксіоми прийняття рішень в умовах стохастичної невизначеності

В переважній більшості задач процес прийняття рішення

відбувається за відсутності повної інформації про корисність альтернатив. В таких випадках можуть використовуватися статистичні дані про реалізацію альтернатив, зокрема закон розподілу ймовірностей появи альтернатив. В роботі [14] наведено один із способів прийняття рішень в умовах ризику, що базується на системі аксіом, близькій до системи Неймана – Моргенштерна.

Нехай Z – множина розподілів ймовірностей на множині альтернатив, а $Z_1, Z_2, Z_3 \in Z$ – розподіли, які можна представити у вигляді лотереї

$$Lot = (p_1 d_1, p_2 d_2, \dots, p_n d_n), \quad (1.17)$$

де p_1, p_2, \dots, p_n – імовірності здійснення альтернатив ($\sum_{i=1}^n p_i = 1$);

d_1, d_2, \dots, d_n – рішення, що можуть бути прийняті.

Якщо кожному розподілу приписати числове значення очікуваної корисності $U(Z_1), U(Z_2), U(Z_3)$, для яких виконується нерівність $P \leq Q$ при $U(P) \leq U(Q)$, то для цих розподілів ймовірностей справедливі аксіоми „слабкого порядку” і транзитивності та аксіоми, що виключають аномалії у відданні переваги.

Аксіома 1. Для розподілів $Z_1, Z_2, Z_3 \in Z$ мають місце такі відношення:

$$U(Z_1) > U(Z_2), U(Z_1) < U(Z_2), U(Z_1) = U(Z_2).$$

Аксіома 2. Якщо $U(Z_1) > U(Z_2)$, $U(Z_2) > U(Z_3)$, то $U(Z_1) > U(Z_3)$.

Аксіома 3. Якщо $U(Z_3) > U(Z_2) > U(Z_1)$ і $0 < q, p < 1$, то

$$pU(Z_1) + (1-p)U(Z_3) < U(Z_2) < qU(Z_1) + (1-q)U(Z_3).$$

Аксіома 3 є однією із форм запису “архімедової” аксіоми, що забороняє використання альтернатив, які занадто переважають решту.

Аксіома 4. Якщо $U(Z_1) > U(Z_2) > U(Z_3)$ і $0 < \alpha < 1$, то

$$\alpha U(Z_1) + (1-\alpha)U(Z_3) = U(Z_2)$$

Порівняльний аналіз аксіоматичних систем прийняття рішень на основі очікуваної корисності наведено у табл. 1.2.

З табл. 1.2 видно, що аксіома 4 системи прийняття рішень в

умовах ризику не має прямого аналогу в системі Неймана–Моргенштерна. Таке твердження збігається з вимогою до системи абстрактних корисностей, яка необхідна для справедливості цієї системи. На основі аналізу аксіом Неймана–Моргенштерна та аксіом прийняття рішень в умовах ризику можна зробити висновок, що ці аксіоматичні системи не містять суперечностей, а відрізняються лише за рахунок різного формулювання аксіом.

Таблиця 1.2

**Аксіоматичні системи прийняття рішень на основі
очікуваної корисності**

Аксіоми Неймана–Моргенштерна	Аксіоми прийняття рішень в умовах ризику
Аксіоми впорядкування корисностей	
Аксіома 1.	Аксіома 1.
Аксіома 2.	Аксіома 2.
Аксіома 3. Аксіома 4.	—
Аксіоми комбінування корисностей	
Аксіома 5. Аксіома 6.	Аксіома 3.
—	Аксіома 4.
Аксіома 7. Аксіома 8.	—

1.2.1.1. Критерії прийняття рішень в теорії ігор

Розглянемо критерії прийняття рішень на прикладі гри з двома гравцями, відомої як гра з природою [34]. Гра з природою описує ситуацію прийняття рішень в умовах невизначеності, коли стратегії одного з гравців невідомі.

Нехай гравець 1 (особа, що приймає рішення) має m можливих рішень d_1, d_2, \dots, d_m , а в гравця 2 (природи) є n можливих станів k_1, k_2, \dots, k_n . Тоді умови гри з природою задаються матрицею виграшів

$$A = \begin{pmatrix} & k_1 & k_2 & \dots & k_n \\ d_1 & a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ d_2 & a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_m & a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}. \quad (1.18)$$

Матриця виграшів, або платіжна матриця характеризується верхньою і нижньою ціною гри. Нижня ціна гри

$$\alpha = \max_i \min_j a_{ij}. \quad (1.19)$$

Верхня ціна гри знаходиться з формули:

$$\gamma = \min_j \max_i a_{ij}. \quad (1.20)$$

Для гри з природою модель системи прийняття рішення показана на рис. 1.4.

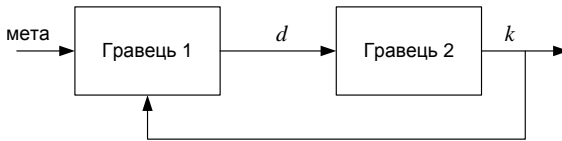


Рис. 1.4. Модель системи прийняття рішення

Розглянемо основні критерії прийняття рішень, які використовуються для вибору оптимальної стратегії гравця [75].

Критерій Вальда

У відповідності з цим критерієм вибирається та стратегія, яка гарантує виграш, що збігається з нижньою ціною гри.

$$R = \max_i \min_j a_{ij}, \quad (1.21)$$

Вибране в такий спосіб рішення цілком виключає ризик. Це означає, що особа, яка приймає рішення не може зіштовхнутися з гіршим результатом, ніж той, на який вона орієнтується. Застосування цього критерію може бути виправдано, якщо ситуація, в якій приймається рішення, характеризується такими обставинами:

- про ймовірність появи стану y_j нічого не відомо;
- необхідно враховувати появою стану y_j ;

- реалізується мала кількість рішень;
- не допускається ризик.

Критерій Гурвиця

Відповідно до цього критерію вибирається така стратегія, яка є проміжною між крайнім песимізмом та оптимізмом.

$$R = \max_j [\rho \cdot \min_i a_{ij} + (1 - \rho) \cdot \max_i a_{ij}], \quad (1.22)$$

де ρ — коефіцієнт песимізму, що вибирається з інтервалу $[0; 1]$.

При $\rho = 1$ критерій Гурвиця перетворюється в критерій Вальда (песиміста), а при $\rho = 0$ — у критерій максимуму. Чим гірші наслідки помилкових рішень, тим ρ ближче до 1.

Критерій Гурвиця висуває до ситуації, у якій приймається рішення, такі вимоги:

- про імовірність появи стану u_j нічого не відомо;
- необхідно враховувати появою стану u_j ;
- реалізується лише мала кількість рішень;
- допускається деякий ризик.

Критерій Севіджа

Відповідно до критерію Севіджа в якості оптимальної вибирається така стратегія, при якій величина ризику приймає найменше значення в найбільш не вигідній ситуації:

$$R = \min_i \max_j (\max_j a_{ij} - a_{ij}). \quad (1.23)$$

Тут величину R можна трактувати як максимальний додатковий вииграш, що досягається, якщо в стані u_j замість варіанта u_i вибрати інший, оптимальний для цього зовнішнього стану, варіант.

Байєсівська модель прийняття рішень

Якщо задані ймовірності спільної появи x та k : $p_{xk}(x, k)$, то математичне сподівання функції втрат буде характеризувати ризик прийняття рішення

$$R = M\{G(x, k, d)\} = \sum_{x \in X} \sum_{k \in K} \sum_{d \in D} G(x, k, d) f(d|x) p_{XK}(x, k), \quad (1.24)$$

де $f(d|x)$ – умовна щільність прийняття рішення d при певному значенні x , що визначає розв’язувальне правило.

Величина (1.24) називається середнім ризиком [81]. Мінімізація середнього ризику проводиться шляхом вибору такого вигляду розв’язувального правила $f(d|x)$, який би мінімізував вираз (1.9).

Крім середнього ризику на практиці часто використовують інші види ризику, які відрізняються способом усереднення втрат. Одним із них є байєсівський ризик, що розраховується за формулою

$$R(q) = \sum_{x \in X} \sum_{k \in K} p_{XK}(x, k) G(k, q(x)). \quad (1.25)$$

Байєсівський ризик є очікуваним значенням втрат від прийняття рішення d , що відповідає заданому значенню x , тобто є оцінкою наслідків прийняття даного рішення d при заданому значенні x . Апостеріорний ризик є функцією рішення d і відрізняється цим від середнього ризику, який є функціоналом розв’язувального правила, а не самого рішення.

Розрахунок байєсівського ризику у випадку задач більшої розмірності зводиться до зміни форми запису інтегралів, що визначають математичні сподівання.

В теорії прийняття рішень з використанням байєсівського підходу існують різні думки щодо використання рандомізації в моделі прийняття рішень. В роботі [92] доведена теорема, відповідно до якої рандомізована стратегія не може бути кращою, ніж детермінована. Запишемо цю теорему відповідно до умов комбінованої невизначеності

Теорема. Нехай X, K, D – скінченні множини, $p_{XK} : X \times K \rightarrow R$ – закон розподілу, $G : K \times D \rightarrow R$ – штрафна функція. Нехай $q_r : D \times X \rightarrow R$ – рандомізована стратегія, ризик якої

$$R_{rand} = \sum_{x \in X} \sum_{k \in K} p_{XK}(x, k) \sum_{d \in D} q_r(d/x) G(k, d).$$

В такому випадку існує детермінована стратегія $q : X \rightarrow D$, ризик якої

$$R_{\text{det}} = \sum_{x \in X} \sum_{k \in K} p_{XK}(x, k) W(k, q(x))$$

не більший, ніж R_{rand} .

Критерії прийняття рішень в небайєсівських задачах

Незважаючи на універсальність та відносну простоту байєсівського підходу, існує ряд задач прийняття статистичних рішень, які неможливо розв'язати таким способом. Цей факт обумовлений відсутністю інформації про можливі втрати від прийняття рішень або ймовірності спільної появи факторів, що враховуються в процесі прийняття рішення. Використання байєсівського підходу також неможливе у випадках, коли значення функції втрат вимірюються в різних системах одиниць.

Серед задач теорії рішень, які виходять за рамки байєсівського підходу через зазначені вище причини, найбільший практичний інтерес мають задача Неймана–Пірсона та мінімаксна задача [41, 92].

Задача Неймана–Пірсона

Ця задача є класичною задачею теорії статистичних рішень. Суть задачі полягає у прийнятті рішення на користь однієї з двох гіпотез, стосовно стану об'єкта. Передбачається, що помилки прийняття рішень мають різне за важливістю значення. При цьому вимагається, щоб помилка неправильного рішення не перевищувала наперед задану величину

$$\begin{cases} \sum_{x \in X_2} p_{X/K}(x/d_1) \rightarrow \min \\ \sum_{x \in X_1} p_{X/K}(x/d_2) \leq \varepsilon \\ X_1 \cap X_2 = \emptyset, X_1 \cup X_2 \end{cases} \quad (1.26)$$

Для наведеної задачі Критерій Неймана–Пірсона можна сформулювати таким чином: найкращим є рішення, при якому мінімізуються помилки другого роду при заданій припустимій помилці першого роду.

$$P_2 = \int_{v_0} p_{X/K}(x/d_1) dx = \min \quad (1.27)$$

$$\text{при} \quad P_1 = \int_{v_1} p_{X/K}(x/d_2) dx = \varepsilon, \quad (1.28)$$

де ε – наперед задана величина.

Мінімаксна задача

Мінімаксна задача полягає у мінімізації максимальних втрат від прийняття рішення

$$\begin{cases} \max_{k \in K} P(k) \rightarrow \min \\ P(k) = \sum_{x \notin X(k)} p_{X/K}(x/k), \end{cases} \quad (1.29)$$

де $P(k) = \sum_{x \notin X(k)} p_{X/K}(x/k)$ – умовна ймовірність неправильного

рішення за умови, що об'єкт знаходиться в стані k .

Мінімаксний критерій оснований на припущенні про існування екстремуму виду $\min \max(p(x, k))$.

Розглянуті критерії прийняття рішень справедливі у випадку двох вхідних параметрів. В [92] показано, що прийняття рішень в небайєсівських задачах з більшою кількістю змінних може відбуватися з використанням теорем подвійності лінійного програмування.

1.2.2. Експертні методи прийняття рішень

Використання нечітких даних пов'язане з системами, де неможливо отримати точну інформацію або має місце певна неясність. Нечіткі дані представляються у вигляді функцій належності. Прийняття рішень на основі нечіткої інформації передбачає залучення експертів. Їх досвід застосовується при побудові систем, оснований на нечіткій логіці [9, 52]. Використання експертів лягло в основу методів експертного оцінювання альтернатив. За допомогою цих методів можна отримати якісні або кількісні оцінки рішень.

Переважає більшість методів прийняття рішень оснований на аксіомах раціональної поведінки, запропонованих Нейманом і Моргенштерном. Проте подальші дослідження в цьому напрямку показали, що в ряді випадків особа, яка приймає рішення, може

порушувати ці аксіоми [98, 99], що найчастіше проявляється у суб'єктивному визначенні ймовірностей появи альтернатив та бажанні виключити альтернативи, пов'язані з ризиком. Серед основних причини нераціональної поведінки було названо відсутність повної інформації про ситуацію прийняття рішення та можливе навчання людини в процесі прийняття рішення.

Одним із шляхів врахування нераціональності людини у процесі прийняття рішень є використання теорії перспектив [99]. Ця теорія дозволяє врахувати такі аспекти поведінки особи, що приймає рішення:

1. Тенденцію присвоювати велику вагу детермінованим результатам.
2. Тенденцію зміни вподобань при переході від виграшу до втрат.
3. Тенденцію спрощення вибору шляхом виключення спільних компонентів альтернатив.

Основна відмінність теорії перспектив від теорії раціональної поведінки полягає у використанні не ймовірності появи альтернативи, а деякої функції Π від цієї ймовірності. Ця функція має такі властивості:

1. $\Pi(0) = 0, \Pi(1) = 1$.
2. $\Pi(p) + \Pi(1 - p) < 1$.
3. При малих ймовірностях $\Pi(p) > p$.
4. $\frac{\Pi(p)}{\Pi(q)}$ ближче до одиниці при менших ймовірностях.

Використання теорії перспектив дозволяє виключити аномалії у віддані переваг людиною в процесі прийняття рішення. Ця теорія може бути використана в процесі формування бази знань для прийняття рішень в автоматизованих і автоматичних системах прийняття рішень.

На практиці в більшості випадків неможливо уникнути проблеми врахування неясної або неточної інформації про відомості, явища чи події [8, 35, 52, 74]. У реальних ситуаціях прийняття рішень ця неясність досить часто пов'язана з неповною визначеністю мети, обмежень, критеріїв. В таких випадках доцільно застосовувати теорію

нечітких множин [62, 74], що дала схему вирішення проблем, в яких суб'єктивні твердження або оцінка відіграють важливу роль при врахуванні факторів неясності або невизначеності. Теорія нечітких множин дозволяє моделювати плавну, поступову зміну властивостей, а також невідомі функціональні залежності, виражені у вигляді якісних зв'язків [57, 83]. Нечіткі алгоритми, що допускають використання нечітких інструкцій, дозволяють описувати наближені міркування і тому є корисним інструментом для наближеного аналізу систем і процесів прийняття рішень, які занадто складні для застосування загальноприйнятих кількісних методів. Важливим поняттям, що відноситься до теорії нечітких множин, є нечітка ентропія, що служить інтегральною характеристикою розмитості нечіткої множини. Зміна ентропії є основним інформаційним показником у моделях прийняття рішень.

Сьогодні теорія нечітких множин знаходить все більше використання на практиці. В області техніки теорія нечітких алгоритмів стимулює розвиток гнучких автоматизованих виробництв, зокрема роботів, здатних виконувати окремі інтелектуальні дії, що властиві людині.

Поштовхом до широкого використання нечіткої логіки стало доведення Б.Коско у 1994р. теореми про нечітку апроксимацію (FAT Fuzzy Approximation Theorem) [101]. Згідно з цією теоремою будь-яка математична система може бути апроксимована системою на нечіткій логіці. Крім того використання нечіткої логіки в поєднанні із штучними нейронними мережами, еволюційними алгоритмами та іншими методами штучного інтелекту дозволяє покращити результати вибору рішень за рахунок настроювання параметрів моделі прийняття рішення.

Для використання нечіткої інформації в процесі прийняття рішень її необхідно формалізувати. В роботі [62] запропоновано формалізацію нечіткості інформації за такими ознаками:

1. За способом представлення нечіткої суб'єктивної оцінки величини.
2. За виглядом області значення функції належності.
3. За виглядом області визначення функції належності.

4. За типом відповідності між областю значень і областю визначення функції належності (однозначний, багатозначний).
5. За ознакою однорідності або неоднорідності області значень функції належності.

Задача прийняття рішень в нечітких умовах відрізняється від задачі прийняття рішень в загальному вигляді тим, що один або декілька елементів моделі прийняття рішень задаються нечіткою множиною. Необхідно вибрати рішення, яке б задовольняло нечітким обмеження $\tilde{C} \subseteq D$, задані на множині рішень, та максимізувало критерій ефективності $\tilde{G} \subseteq Y$, заданий на множині станів системи. Залежність стану системи від прийнятого рішення описується нечітким відображенням $\tilde{\varphi}: D \rightarrow Y$.

В залежності від складових моделі прийняття рішення, які визначаються з певним ступенем невизначеності, можна виділити такі підходи прийняття рішень в нечітких умовах:

- прийняття рішень за принципом Белмана–Заде;
- прийняття рішень за допомогою нечіткої теорії очікуваної корисності;
- прийняття рішень за допомогою нечіткого логічного висновку (задачі ситуативного управління).

Прийняття рішення за принципом Белмана–Заде

Традиційний підхід до прийняття рішення на основі нечіткої логіки базується на принципі Белмана–Заде, який розглядає нечітке рішення як об'єднання нечітких цілей та обмежень [4].

Якщо на множині альтернатив $D = \{d_1, d_2, \dots\}$ задана нечітка функція мети \tilde{G} та нечітке обмеження \tilde{C} (відображення $\tilde{\varphi}$ є тотожним), то нечітким рішенням цієї задачі виступає множина, утворена в результаті перетину нечіткої мети та обмеження $\tilde{D} = \tilde{G} \cap \tilde{C}$ (рис. 1.5).

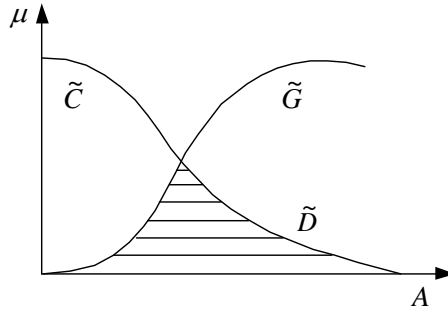


Рис. 1.5. Знаходження нечіткого рішення як перетину нечітких цілей і нечітких обмежень

Якщо в задачі прийняття рішення використовується кілька обмежень та функцій мети, то нечітке рішення є нечіткою множиною, утвореною в результаті об'єднання всіх обмежень та функцій мети.

$$\tilde{D} = \tilde{G}_1 \cap \tilde{G}_2 \cap \dots \tilde{C}_1 \cap \tilde{C}_2 \dots \quad (1.30)$$

Оптимальною вважається альтернатива $d \in D$, яка має максимальний ступінь належності нечіткому рішенням $\max_{d \in D} \mu_D(d)$.

Якщо відображення $\tilde{\varphi}$ не є тотожним, то нечітке рішення знаходиться як перетин нечітких обмежень \tilde{C} і прообразу \tilde{g} , який є результатом відображення мети \tilde{G} на множину альтернатив [21].

Прийняття рішень за допомогою нечіткої теорії очікуваної корисності

Прийняття рішень за принципом Белмана–Заде передбачає використання функції мети, яка виступає в якості критерію прийняття рішення. Проте на практиці в складних системах досить важко визначити критерій прийняття рішення. В таких ситуаціях використовуються суб'єктивні оцінки корисності альтернатив, отримані від експертів.

Один із підходів прийняття рішень в задачах полягає у порівнянні альтернатив на основі деяких відношень [35]. Головною перевагою цього підходу є можливість пошуку оптимального рішення

навіть за відсутності даних про результат порівняння деяких альтернатив. Це досягається за рахунок використання нечітких відношень, що характеризує ступінь виконання операцій над альтернативами. Ступінь належності нечітких відношень описується функціями:

- нечітке відношення байдужості

$$\mu_R(d_1, d_2) = \max[1 - \max\{\mu_R(d_1, d_2); \mu_R(d_2, d_1)\}; \min\{\mu_R(d_1, d_2); \mu_R(d_2, d_1)\}]$$

- нечітке відношення еквівалентності:

$$\mu_R(d_1, d_2) = \min(\mu_R(d_1, d_2); \mu_R(d_2, d_1));$$

- нечітке відношення строгої переваги:

$$\mu_R(d_1, d_2) = \begin{cases} \mu_R(d_1, d_2) - \mu_R(d_2, d_1), & \text{якщо } \mu_R(d_1, d_2) \geq \mu_R(d_2, d_1) \\ 0, & \text{в іншому випадку.} \end{cases}$$

Використання цих відношень дозволяє знайти найкращу альтернативу або підмножину оптимальних альтернатив.

Прийняття рішень з використанням механізму нечіткого логічного висновку

Нечіткий логічний висновок являє собою апроксимацію залежності між входами і виходами системи за допомогою нечіткої бази знань та операцій над нечіткими множинами. Відображенням φ множини станів Y у множину рішень D виступає база знань, яка складається з набору правил. Оптимальність прийнятого в такий спосіб рішення залежить від точності функцій належності величин та бази знань. В більшості випадків прийнятна точність рішень досягається за рахунок настроювання параметрів функцій та вагових коефіцієнтів правил на основі вибірки експериментальних даних.

Система нечіткого логічного висновку, показана на рис. 1.6.

Процес фазифікації полягає у перетворенні вхідної величини у нечітку форму шляхом визначення ступеня належності значення вхідної величини її термам. Слід зауважити, що процес фазифікації передбачає попередній збір експертної інформації та використання процедур її обробки для побудови функцій належності вхідних величин.



Рис. 1.6. Система нечіткого логічного висновку

Розроблено кілька алгоритмів нечіткого логічного висновку, які переважно відрізняються правилами висновку та здійсненням логічних операцій. На сьогоднішній день найбільш поширеними є моделі нечіткого логічного висновку Сугено і Мамдані.

Умова правила характеризує належність вхідної величини її термам. Висновок визначає значення вихідної величини, причому це значення може бути чітким, нечітким або деяким класом.

В результаті досліджень точності процесу прийняття рішень на основі нечіткої інформації було встановлено зниження точності результату при кількості вхідних величин більше 7 ± 2 [102]. Тому в моделюванні складних систем все частіше використовується ієрархічна система нечіткого логічного висновку (рис. 1.7).

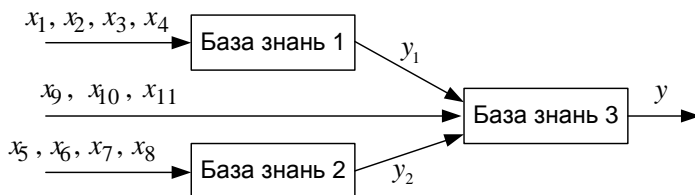


Рис. 1.7. Ієрархічна система нечіткого логічного висновку

Наведена система дозволяє встановити багатофакторну залежність, використовуючи результати логічного висновку з нечітких баз знань різних рівнів.

Побудова і настроювання нечіткої бази знань є однією з головних задач при розробці нечіткої системи.

Якщо вихідна величина описується нечіткою множиною, то останній етап прийняття рішення в нечіткій системі полягає у дефазифікації вихідної величини. Процедура дефазифікації

передбачає перетворення вихідної величини у число. Існують різні методи дефазифікації, проте найбільш поширеним є метод центра тяжіння, який описується формулою

$$y = \frac{\int \mu(y) \cdot y \, dy}{\int \mu(y) \, dy}, \quad (1.31)$$

де $\mu(y)$ – функція належності вихідної величини y .

1.3. Структура моделі прийняття рішень в управлінні розподіленими динамічними системами

Процес керування РДС за допомогою рішень ґрунтується на багаторівневій системі моделей, схема якої показана на рис.1.8.

Основою системи моделей є моделі елементів (локальних підсистем) РДС і моделі їх взаємодії. В залежності від типу цих моделей (моделі статички або моделі динаміки) вершиною системи буде модель прийняття рішення або модель вибору стратегії прийняття багатокрокових рішень. Вибір відповідної моделі залежить від критерію прийняття рішень. Оскільки при керуванні РДС у більшості випадків неможливо проконтролювати всі параметри ситуації прийняття рішень у реальному часі і щодо частини з них висловлюються певні експертні оцінки, то поширені критерії прийняття рішень необхідно удосконалити з метою забезпечення можливості їх застосування в умовах комбінованої невизначеності.

Особливості критеріїв прийняття рішень в задачах управління

Тип критерію прийняття рішень залежить від задачі, що розв'язується системою управління. Можна відділити такі задачі, які впливають на тип критерію:

- задачі стабілізації та стеження;
- задачі програмного управління;
- задачі термінального управління;
- задачі екстремального управління.

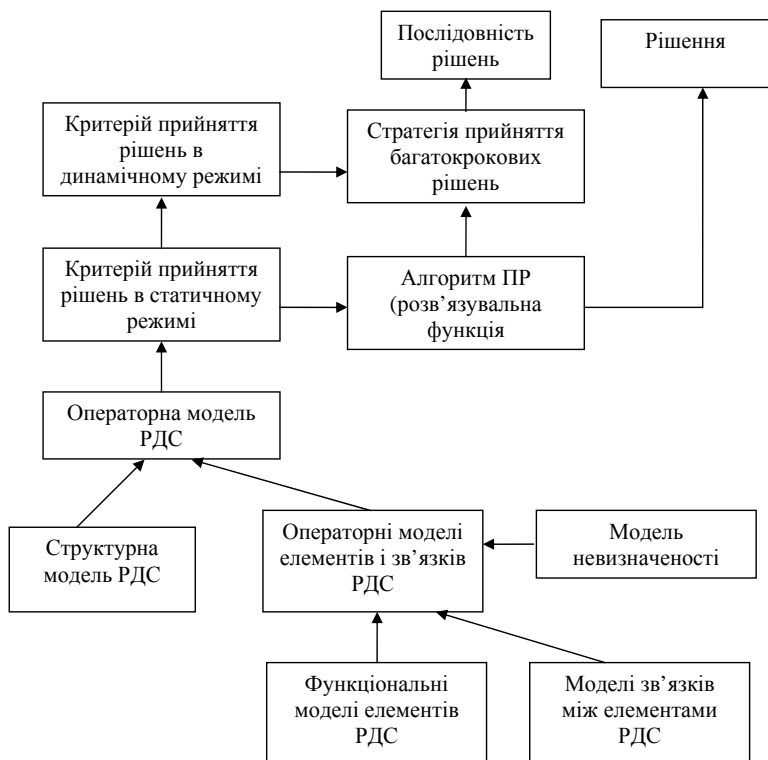


Рис. 1.8. Ієрархія моделей прийняття рішень в управлінні РДС

Основні типи критеріїв управління:

1. Критерій множинного типу:

$$\bar{y}(d) \in D_y$$

де $\bar{y}(d)$ – деяка підмножина параметрів стану, $\bar{y}(d) \in y(d)$; D_y – множина допустимих значень $\bar{y}(d)$.

2. Критерій екстремального типу

$$|\bar{y}(d)| \rightarrow \min \quad (1.32)$$

3. Критерій номінального типу

$$|\bar{y}(d) - y_0(d)| \rightarrow \min, \quad (1.33)$$

де y_0 – номінальне (задане) значення.

4. Критерій функціонального типу

$$K_y = \int y(t, x) df(t, x), \quad (1.34)$$

де $f(t, x)$ – міра в інтегралі Лебега.

Цей критерій в свою чергу має багато різновидів в залежності від вимог до критерію K_y (множинного, екстремального або номінального типу) та від міри f у просторі часу та параметрів.

Критерій функціонального типу узагальнює інші критерії, оскільки перетворюється на них відповідним вибором міри та області інтегрування.

Окремим випадком функціонального критерію є ризик, якщо функцію $y(t, x)$ розглядати як втрати, а $f(t, x)$ як їх ймовірність.

Прийняття рішень в задачах управління відрізняється тим, що якість управління у метричному просторі станів залежить як від невизначеності результату, так і від середнього відхилення стану об'єкта Y від необхідного стану Y_0 . Узагальнена оцінка обох факторів визначає можливість відхилення, яке виходить за межі ε -околу оптимального результату

$$P(|Y - Y_0| > \varepsilon) = \int_{\varepsilon}^{+\infty} f(|Y - Y_0|) dY. \quad (1.35)$$

В управлінні розподіленими системами критерії додатково поділяються на локальні і глобальні. Залежність між локальним і глобальним критеріями визначається їх типом. Так наприклад, якщо глобальний критерій функціонального типу, то через властивості інтеграла він буде адитивним і його можна подати у вигляді

$$K_{y0} = \sum_{i=1}^n c_i K_{yi}, \quad (1.36)$$

де K_{yi} – локальні критерії; c_i – вагові коефіцієнти.

Таким чином, можна підвести підсумки.

Задачі прийняття оптимальних рішень в умовах невизначеності є актуальними в багатьох галузях науки і техніки вже протягом значного проміжку часу. Невизначеність може мати різне походження, різний характер інформації щодо невизначених обставин прийняття рішень, відрізнятись своїм ступенем. Традиційно

розглядають стохастичну або нечітку невизначеність. Якщо стохастична невизначеність, як правило, пов'язана з використанням даних, отриманих в процесі вимірювання або накопичених протягом певного часу, то основною причиною нечіткої невизначеності є використання експертних оцінок. Разом з тим існує великий клас задач прийняття рішень, який значною мірою залишається поза увагою дослідників – задачі прийняття рішень в умовах комбінованої стохастичної та нечіткої невизначеності. Для розв'язання задачі в умовах комбінованої невизначеності запропоноване узагальнене подання достовірних, стохастичних та нечітких даних за допомогою узагальнюючих функцій невизначеності (УФН).

Розповсюдженим класом об'єктів, при керуванні яким доводиться приймати рішення в умовах комбінованої невизначеності, є розподілені динамічні системи (РДС). Причина цього полягає у принциповій неможливості контролю всіх параметрів стану РДС у реальному масштабі часу, що приводить до необхідності використання експертних оцінок і статистичних даних.

В результаті проведеного аналізу формалізовано задачу прийняття рішень при керуванні розподіленими динамічними системами в умовах комбінованої невизначеності та сформовано уявлення про систему моделей і методів, які в комплексі забезпечать розв'язання цієї задачі.

2. УЗАГАЛЬНЕННЯ ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧІ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ КОМБІНОВАНОЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Проведений аналіз показав, що підходи до прийняття статистичних і нечітких рішень хоча й відрізняються формулюваннями і реалізацією, але мають спільні фундаментальні основи і у значній мірі аналогічні за змістом, що дозволяє поставити і розв'язати задачу узагальнення їх на випадок комбінованої невизначеності.

2.1. Системи в умовах комбінованої невизначеності

Звичайно прийняття рішень відбувається в умовах неповноти інформації. Можна навіть стверджувати, що прийняття рішень в умовах повної визначеності є окремим випадком прийняття рішень в умовах невизначеності. Ця невизначеність може мати стохастичну або нечітку природу. Стохастична невизначеність полягає у використанні при прийнятті рішень даних, про які відомі не точні значення, а лише їх статистичні оцінки. Нечітка невизначеність пов'язана з використанням суб'єктивних тверджень експертів. На сьогоднішній день розроблені методи прийняття рішень в умовах нечіткої [8, 9, 21] або стохастичної [25, 37, 89] невизначеності. Проте існують ситуації, в яких для прийняття рішень необхідно використовувати як нечіткі, так і стохастичні дані [5, 27, 29]. Прикладом таких випадків є прийняття рішень при керуванні великою РДС, в якій частина параметрів стану вимірюється зі значними випадковими похибками (стохастична невизначеність), а частина через велику складність системи не вимірюється взагалі, а оцінюється експертно (нечітка невизначеність).

Таким чином, постає задача прийняття рішень в умовах комбінованої стохастичної і нечіткої невизначеності, яка досліджена недостатньо і потребує подальшого вивчення.

2.1.1. Порівняльний аналіз стохастичної та нечіткої невизначеності в СППР

Порівняння аксіоматичних основ та базових положень теорії ймовірностей та нечіткої математики виконувалися неодноразово, наприклад, в [18, 104].

Коренем відмінності між нечіткою логікою та теорією ймовірності є різниця між поняттям ймовірності і ступенем належності.

Перше показує ймовірність того, що твердження істинне. Твердження є істинним або хибним, але не все разом. Ймовірність вказує на можливість будь-якого результату. Ступінь належності – це істинне твердження, що представляє степінь належності змінної, тобто може бути тільки один результат – степінь належності до певної множини [62].

Принципова відмінність теорії ймовірності від теорії можливості полягає в тому, що в цих теоріях по-різному виконується аксіома доповнення:

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1 \quad \text{– для теорії ймовірностей,}$$

$$\pi(A) + \pi(\bar{A}) \neq 1 \quad \text{– для теорії можливості [62],}$$

де $\pi(A)$ – функція належності (розподіл можливості).

Але разом з тим існують роботи, які проводять аналогію між положеннями теорії ймовірності та розрахунками середнього математичного сподівання і дисперсії нечіткого числа та інтервальними оцінками [95].

В [95] стверджується, що якщо A – нечітке число LR-форми, тоді його інтервальне оцінене можливе середнє є відповідною підмножиною інтервального оціненого ймовірнісного середнього

$$E(A) \subset M(A). \quad (2.1)$$

Дисперсія A визначається як значення математичного сподівання квадратичних відхилень між середнім арифметичним і кінцевими точками його рівнів множини (α -рівнів), тобто нижнє можливе-зважене середнє квадратичної відстані між лівою кінцевою точкою і середнім арифметичним значенням кінцевих точок його α -рівнів плюс верхнє можливе-зважене середнє квадратичної відстані між правою кінцевою точкою і середнім арифметичним кінцевих

точок його α -рівнів.

Дисперсія нечіткого числа A інваріантна до зсуву і за [95] визначається

$$\sigma_A = \sqrt{D_A^{(2)}}. \quad (2.2)$$

В теорії ймовірності відповідний результат: якщо два можливих результати ймовірнісної змінної мають рівні ймовірності, то значення математичного сподівання – це їх середнє арифметичне значення і дисперсія дорівнює половині їхньої відстані.

Коваріація між нечіткими числами A і B визначається за [95] як

$$\text{Cov}(A, B) = \frac{1}{2} \int_0^1 \alpha(a_2(\alpha) - a_1(\alpha))(b_2(\alpha) - b_1(\alpha)) d\alpha. \quad (2.3)$$

Розглядають і інше використання ймовірностей в операціях над нечіткими числами з врахуванням їх взаємодії. При цьому на нечіткі ймовірності накладають обмеження $\sum_{j=1}^n \bar{p}_j = 1$ [8].

Дисперсія лінійної комбінації нечітких чисел розраховується в такий же спосіб як в теорії ймовірності.

Якщо $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ і A і B нечіткі числа, то

$$D_{A,B}^{(2)}(\lambda A + \mu B) = \lambda^2 D_A^{(2)} + \mu^2 D_B^{(2)} + 2|\lambda\mu| \text{Cov}(A, B), \quad (2.4)$$

де додавання та множення скаляра нечітких чисел визначається принципом максимінної композиції.

Отже, інтервальні визначення нечіткої арифметики аналогічні відповідним визначенням теорії ймовірності.

Ще одна відмінність проявляється при побудові підсистеми підготовки даних для прийняття рішення в СППР. Ці дані зберігаються в базах даних (при прийнятті оптимальних статистичних рішень) і в базах знань (в системах нечіткого висновку).

При проектуванні нечітких систем дотримуються таких вимог:

1. *Повнота бази знань.* Повна база знань передбачає виконання таких тверджень:

- для кожного із термів вихідної величини існує хоча б одне правило, в якому він фігурує як наслідок;
- для кожного із термів вхідної величини існує хоча б одне

правило, в якому цей терм використовується як умова.

2. *Ненадлишковість бази знань.*

Максимальна кількість правил нечіткої бази знань обчислюється з формули

$$N_{\max} = \prod_{i=1}^n l_i,$$

де N – максимальна кількість правил бази знань; n – кількість вхідних змінних; l_i – кількість термів i -ї вхідної величини.

Проте реальна база знань складається із значно меншої кількості правил. Можливість видалення частини правил зумовлена інтерполяційними властивостями операцій нечіткої математики.

Відсутність протиріч. Ця вимога передбачає відсутність у базі правил з однаковими умовами і різними висновками. Якщо ж така ситуація має місце, то правила з однаковими умовами переглядаються експертами.

Властивості нечітких баз знань, проте відрізняються від властивостей баз даних в СППР на основі теорії статистичних рішень. Для ПР на основі статистичних критеріїв широко використовується статистична оцінка умовного закону розподілу ймовірності. Дані, які використовуються для статистичного аналізу, звичайно пов'язані з часом їх отримання. Відповідно, послідовності даних, які зберігаються у базах статистичних даних, називають часовими рядами.

За останні кілька десятиріч розроблено математичний апарат аналізу часових рядів. Головні задачі цього апарату полягають у виявленні закономірностей у поведінці контрольованого процесу і прогнозуванні його поведінки у майбутньому.

Але практична реалізація цих методів стикається з труднощами. Одним з найсерйозніших джерел проблем є неспроможність великих промислових реляційних СУБД (РСУБД) ефективно зберігати й обробляти часові ряди [98]. Продуктивність обробки цієї структури даних настільки низька, а трудомісткість опису прикладної логіки велика, що на практиці ці СУБД не використовуються для часових рядів.

Наразі для розв'язання задачі зберігання й аналізу часових рядів використовуються вузькоспеціалізовані системи. Однак, вони теж

мають ряд принципових обмежень:

- неспроможність ефективно обробляти великі обсяги даних;
- закритий формат зберігання часових рядів;
- відсутність інтерфейсів для розширення методів пошуку;
- складність інтеграції у СППР.

Головна причина неефективної роботи РСУБД з часовими рядами полягає у поганій сумісності основ реляційної моделі і природи часового ряду. Однією з фундаментальних основ реляційної моделі є поняття відношення – невпорядкованої множини кортежів [26]. Принциповою властивістю часового ряду є впорядкованість його елементів.

Деякі виробники РСУБД вводять засоби оптимізації роботи з впорядкованими послідовностями. Так, широке розповсюдження мають кластерні індекси. При побудові такого індексу записи на диску впорядковуються у відповідності до значень ключів індексу. Цей підхід дозволяє оптимізувати доступ до даних, але при використанні індексного доступу до елементів часового ряду відбувається сканування значної частини індексного дерева. Індекс хоча й може допомогти при виборі елементів ряду, які попадають в один часовий інтервал, але в цілому працює малоефективно.

Очевидна необхідність виділення записів, які стосуються одного часового ряду в окрему область зберігання. При використанні класичної реляційної структури це можна зробити за допомогою окремих таблиць. Але тоді доведеться використовувати для обробки даних динамічний SQL. Далеко не всі інструментальні засоби підтримують можливість роботи з динамічним SQL. Крім того, динамічний SQL уповільнює виконання програм.

Наразі виконуються ряд проектів зі створення СУБД, спроможних ефективно працювати з часовими рядами, на основі об'єктно-реляційної технології. В ОРСУБД використовується новий тип даних – TimeSeries [94]. Фізично для зберігання часових рядів на дисковому просторі сервера виділяється окрема область.

Недоліком об'єктно-реляційної моделі є те, що клієнтські інструментальні засоби повинні сприймати нові структури даних. Для цього на базі таблиці з типом даних TimeSeries може бути створена

псевдо-таблиця зв'язку, яка буде мати структуру, що відповідає класичній реляційній моделі. При цьому всі звертання будуть транслюватися в об'єктну структуру. В результаті стандартні інструментальні засоби зможуть працювати з часовими рядами ОРСУБД.

Більшість методів аналізу часових рядів розроблено для регулярних рядів. В таких рядах інтервал між спостереженнями фіксований. Фіксований інтервал між спостереженнями дозволяє оптимізувати фізичну модель ряду за рахунок спрощення індексів і стиснення даних.

Якщо контрольований процес породжує нерегулярний часовий ряд, то на його основі будується набір регулярних рядів з різними інтервалами.

2.1.2. Метод узагальнюючих функцій невизначеності

Для здійснення розрахунків з використанням нечітких та стохастичних даних можна використати систему узагальнюючих функцій [18].

УФ – це додатно визначена функція на проміжку можливих значень аргументу, яка характеризує можливість π або ймовірність P прийняття аргументом значення з певного інтервалу $[x_1, x_2]$, $x_1 \in B$, $x_2 \in B$, за правилами:

$$P = \frac{\int_{x_1}^{x_2} d[\beta(x)]}{\int_B d[\beta(x)]}, \quad (2.5)$$

$$\pi = \frac{\int_{x_1}^{x_2} d[\beta(x)]}{\max_{B [x_{i-1}, x_i]} \int d[\beta(x)]}, \quad (2.6)$$

де $x_{i-1}, x_i \in B$, $i = 1 \dots n$, n – кількість інтервалів розбиття B .

Узагальнююча функція $\beta(x)$ визначається таким чином.

Для чіткого x , значення якого визначається статистично з похибкою Δx , збігається за властивостями із щільністю

(диференціальним законом) розподілу ймовірностей.

$$\beta(x) = f_X(x). \quad (2.7)$$

Для чіткого x , значення якого визначається точно

$$\beta(x) = \delta(x), \quad (2.8)$$

де $\delta(x)$ – дельта-функція Дірака;

Для нечіткого x , значення якого задається функцією належності

$$\beta(x) = \mu_H(x), \quad (2.9)$$

де $\mu_H(x)$ – нормована функція належності

$$\mu_H(x) = \frac{\mu(x)}{\int_{\underline{x}}^x \mu(x) dx}, \quad (2.10)$$

з операцією диз'юнкції

$$\mu[(x \in \{\underline{x}_1, \bar{x}_1\}) \cup (x \in \{\underline{x}_2, \bar{x}_2\})] = \mu(x \in \{\underline{x}_1, \bar{x}_1\}) + \mu(x \in \{\underline{x}_2, \bar{x}_2\})$$

і операцією кон'юнкції

$$\mu[(x_1 \in \{\underline{x}_1, \bar{x}_1\}) \cap (x_2 \in \{\underline{x}_2, \bar{x}_2\})] = \mu(x_1 \in \{\underline{x}_1, \bar{x}_1\}) * \mu(x_2 \in \{\underline{x}_2, \bar{x}_2\}, \mu^R),$$

де μ^R – характеристика взаємозв'язку нечітких змінних x_1 і x_2 .

Зворотнє перетворення УМФ у функцію належності виконується за правилом (2.11)

$$\mu(x) = \beta(x) / \beta_{\max}(x), \quad (2.11)$$

а в закон розподілу ймовірностей за правилом (2.12)

$$f_X(x) = \frac{\beta(x)}{\int_{\underline{x}}^x \beta(x) dx}. \quad (2.12)$$

Визначена таким чином УФ є математичним об'єктом, який за своїми властивостями аналогічний закону розподілу ймовірностей.

Функція належності результату операції над її аргументами може бути знайдена як результат інтегрального операторного перетворення вигляду

$$\beta_Y(y) = \Phi_{XY}(\beta_X(\bar{x}), A, W) = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} \beta_X(\bar{x}) \varphi(x, y, A, W) d\bar{x}. \quad (2.13)$$

В основу визначення вигляду ядра $\varphi(x, y)$ покладено операторний метод перетворення законів розподілу ймовірностей.

Формальна система G узагальнюючих функцій складається з алфавіту (позначення констант, змінних, узагальнюючих функцій, операцій, операторів); правил утворення формул (у просторі невизначених даних і у просторі УФ); правил переходу від формальних систем чітких чисел, випадкових величин, нечітких чисел до системи G (правил узагальнення, які включають правила узагальнення даних і правила узагальнення формул) і назад; системи аксіом; правил виведення.

Основні поняття системи УФ

Константи

Різновид даних, які мають постійне значення і можуть бути визначені і невизначені. Визначені константи мають визначене числове значення і позначаються C або c . Невизначені константи визначаються УМФ і позначаються $\beta(c)$.

Змінні

Різновид даних, значення яких може змінюватись або визначатись у процесі розв'язання конкретної задачі. Змінні, як і константи, можуть бути визначеними і невизначеними, причому невизначені змінні характеризуються функцією належності.

Операції

Операції над даними розділяються на бінарні (двомісні), унарні (одномісні або функції), граничні (диференціювання та інтегрування). Операції над визначеними даними позначаються звичайним способом (+, −, *, /, sin, . . .). якщо ж хоча б один з операндів операції є невизначеним, то знак бінарної операції береться в коло, а унарної операції підкреслюється.

Оператори

Оператори в моделюванні систем керування в умовах невизначеності є узагальненням операцій на випадок невизначених даних, оскільки вони ставлять у відповідність невизначеним початковим даним, заданим у вигляді УФ, невизначений результат теж у вигляді УФ.

Позначення операторів: унарні $\Phi^{(1)}$; бінарні $\Phi^{(2)}$; граничні $\Phi^{(n)}$.

2.1.3. Стан застосування методу узагальнюючих функцій невизначеності до задач керування

Застосування методу узагальнюючих функцій невизначеності до задач керування ще не набуло значного поширення. Розглянуто лише ряд окремих питань. Так, у роботах [18] розглянуто застосування методу УФН до розв'язання задач пошукової оптимізації в умовах невизначеності. В роботі [33] розглянуто застосування УФН в задачах оцінювання стану СУ. В роботі [31] метод УФН застосовувався для моделювання СУ з структурною невизначеністю.

Разом з тим слід відзначити роботи, в яких невизначеність подається у інтервальному вигляді незалежно від її природи [40]. Таке подання є простішим варіантом узагальнення, яке ще не у повній мірі обґрунтовано.

Аналізуючи спільні та відмінні риси стохастичної та нечіткої невизначеності, а також результати, отримані в процесі розробки методу узагальнюючих функцій невизначеності, можна дійти до висновку, що відповідні методи прийняття рішень мають переважно спільні риси, які дозволяють об'єднання у одному підході. Висновок зумовлений такими міркуваннями:

- 1) нечіткі твердження експерта ґрунтуються на його досвіді, який є неформальним (інтуїтивним) усередненням попередніх подій і обставин, які зустрічалися експерту;
- 2) методи налаштування (навчання) нечітких СППР в основному аналогічні методам накопичення статистичних даних, а отже їх результати з часом наближаються;
- 3) операції згортки ймовірностей стохастичних даних, як і максимінні композиції функцій належності, є узагальненням операцій над чіткими детермінованими даними, отже вони мають спільну границю при наближенні невизначеності до нуля.

2.2. Формулювання задачі прийняття рішення в умовах комбінованої невизначеності

Результати порівняльного аналізу підходів до прийняття рішень в умовах стохастичної або нечіткої невизначеності дозволяють сформулювати задачу прийняття рішень в умовах їх одночасної наявності і визначити підходи до її розв'язання.

2.2.1 Аксиоматична основа прийняття рішень в умовах комбінованої невизначеності

Множина аксіом A_R прийняття оптимальних рішень на основі одного критерію в умовах комбінованої стохастичної і нечіткої невизначеності може бути побудована з використанням таких груп аксіом:

- аксіоми очікуваної корисності Неймана – Моргенштерна A_u [61];
- аксіоми системи узагальнення стохастичної та нечіткої невизначеності A_β [18];
- аксіоми функціонального аналізу A_ϕ [43]

$$A_R = A_u \cup A_\beta \cup A_\phi. \quad (2.14)$$

Прикладом може бути ситуація, коли частина корисностей визначається на основі системи переваг індивіда (експертна інформація), а для інших альтернатив задано закон розподілу ймовірностей (стохастичні дані). Тоді формулювання аксіом і доведення незалежності, повноти і відсутності протиріч залежить від вигляду критерію оптимальності g . Критерій може бути функцією від n невизначених параметрів задачі $g: f[\beta(x_i), i=1...n]$, де $\beta(x_i)$ – узагальнююча функція невизначеності [18], і функціоналом $g: \int \phi[\beta(X)] dX$, де X – вектор невизначених параметрів, D_X –

область його визначення. У першому випадку критерій g буде невизначеним і подаватиметься узагальнюючою функцією $\beta(g)$. Тоді аксіоми очікуваної корисності повинні бути сформульовані з врахуванням правил і аксіом порівняння системи узагальнюючих

функцій. У другому випадку критерій g буде визначеним, і аксіоми очікуваної корисності є незалежними від системи узагальнюючих функцій.

Слід відмітити, що систему аксіом Неймана–Моргенштерна не можна повністю зіставляти з системою аксіом нечіткої логіки. Важливою відмінністю цих систем є різне формулювання аксіоми доповнення. Так в системі аксіом очікуваної корисності сума ймовірностей прийняття рішень дорівнює одиниці. В нечіткій математиці такий постулат не виконується.

Таким чином, для побудови системи аксіом прийняття рішень в умовах комбінованої невизначеності необхідно перейти від абстрактного і числового визначення корисностей до вираження цих величин за допомогою узагальнюючих функцій.

Система узагальнюючих функцій описує основні положення узагальнення стохастичних і нечітких даних. Аксиоматична основа цієї системи включає в себе спільні аксіоми теорії ймовірностей і нечіткої логіки, а також частину аксіом, на яких ґрунтується обробка числових даних. Аксиоми системи узагальнюючих функцій формулюються таким чином:

Аксиома 1. $\forall E \rightarrow \beta(E) \geq 0$.

Аксиома 2. $E \cup \bar{E} = I$.

Аксиома 3. $\beta(E_1 \cup E_2 \cup \dots) = \beta(E_1) + \beta(E_2) + \dots$

Аксиома 4. $\beta(E_1 \cap E_2) = \beta(E_1) \cdot \beta(E_2 / E_1)$, причому $\beta(E_2 / E_1)$ не визначене, якщо $\beta(E_1) = 0$,

де E – довільна величина; I – повністю визначена величина (достовірна подія); β – узагальнююча функція.

Розглянемо аксіоми очікуваної корисності для випадку комбінованої невизначеності. Нехай дано систему корисностей, яка складається з величин U, V, W, \dots , представлених у вигляді закону розподілу ймовірностей або заданих експертним шляхом. Тоді в цій системі можна визначити відношення порівняння $U > V$.

Для системи корисностей в умовах комбінованої невизначеності може бути визначена операція комбінування корисностей

$$\alpha\beta_U + (1 - \alpha)\beta_V = \beta_W, \quad (2.15)$$

де $\alpha \in (0,1)$.

У рівнянні (2.15) величина α виступає оцінкою для відношення переваг між корисностями.

Враховуючи відношення порівняння і операцію комбінування корисностей в мовах нечіткої і стохастичної невизначеності, аксіоми Неймана–Моргенштерна можна записати у вигляді таких аксіом.

Аксіома 1. Для будь-яких β_U, β_V має місце одне і тільки одне відношення: $\beta_U = \beta_V, \beta_U > \beta_V, \beta_U < \beta_V$

Аксіома 2. Якщо $\beta_U > \beta_V$ і $\beta_V > \beta_W$, то $\beta_U > \beta_W$.

Аксіома 3. Якщо $\beta_U < \beta_V$, то $\beta_U < \alpha\beta_U + (1-\alpha)\beta_V$, $\alpha \in (0, 1)$

Аксіома 4. Якщо $\beta_U > \beta_V$, то $\beta_U > \alpha\beta_U + (1-\alpha)\beta_V$, $\alpha \in (0, 1)$

Аксіома 5. Якщо $\beta_U < \beta_V < \beta_W$, то існує таке значення $\alpha \in (0, 1)$, для якого виконується нерівність $\alpha\beta_U + (1-\alpha)\beta_V < \beta_W$.

Аксіома 6. Якщо $\beta_U > \beta_V > \beta_W$, то існує таке значення $\alpha \in (0, 1)$, для якого виконується нерівність $\alpha\beta_U + (1-\alpha)\beta_V > \beta_W$.

Аксіома 7. $\alpha\beta_U + (1-\alpha)\beta_V = (1-\alpha)\beta_V + \alpha\beta_U$

Аксіома 8. $\alpha[\lambda\beta_U + (1-\lambda)\beta_V] + (1-\alpha)\beta_V = \gamma\beta_U + (1-\gamma)\beta_V$, де $\alpha, \lambda, \gamma \in (0,1)$, $\gamma = \alpha\lambda$

Таким чином, аксіоми 1–8 визначають властивості порівняння і комбінування корисностей, представлених у вигляді узагальнюючих функцій. При використанні наведених аксіом для знаходження рішення з максимальною корисністю математичні операції в аксіомах повинні виконуватись за правилами системи узагальнюючих функцій.

2.2.2. Критерії прийняття рішень в умовах комбінованої стохастичної та нечіткої невизначеності

Коректність застосування аналогів статистичних критеріїв прийняття рішень в умовах стохастичної та нечіткої невизначеності потребує додаткового обґрунтування. Обґрунтування залежить від походження нечіткої складової комбінованої невизначеності:

- процес має стохастичну природу, але через недостатність статистики використовуються нечіткі експертні оцінки;

- процес має нестохастичну природу, отже не можливо сподіватися на уточнення його характеристик при збільшенні кількості реалізацій.

Узагальнений ризик

В умовах комбінованої невизначеності функція переваг (втрат) при прийнятті рішення характеризується УФН $\beta_{\zeta}[g(d)]$, де d – рішення.

Визначимо узагальнений ризик як перший початковий момент УФН втрат

$$R(d) = \int_G g(d) \beta(g/d) dg. \quad (2.16)$$

Окремим випадком узагальненого ризику є узагальнена ентропія, коли

$$g(d) = \log \beta(g/d), \quad (2.17)$$

тобто

$$H_d(d) = R(d) = \int_G \beta(g/d) \log \beta(g/d) dg. \quad (2.18)$$

Узагальнена ентропія у цьому випадку є мірою невизначеності втрат від прийнятого рішення.

Обмеження

В умовах невизначеності відносини порівняння результатів і обмежень записуються в інтегральній формі [18]:

- невизначені дані x , y вважаються рівними $X = Y$ якщо $\beta_X = \beta_Y$;
- для невизначених даних $X > Y$ якщо $Z = X - Y$ і

$$\int_0^{+\infty} \beta_Z dz > \int_{-\infty}^0 \beta_Z dz.$$

2.2.3. Невизначеність вищих порядків

Існує широкий клас задач, в яких відомі методи можуть використовуватися лише зі значними обмеженнями і застереженнями. Це задачі перетворення невизначених вхідних даних, в яких

параметри перетворення теж є невизначеними. Такі перетворення породжують невизначеність другого порядку, яка полягає у тому, що параметри результуючої функції розподілу, функції належності або границі інтервалу в свою чергу описуються певними функціями невизначеності. Можна також уявити послідовність перетворень, яка породжуватиме невизначеність третього і більших порядків.

Окремі питання, пов'язані з поданням невизначеності вищих порядків, розглядаються у теорії нестационарних процесів [49] та у нещодавно започаткованій теорії слабких множин [58, 59], але системний підхід до аналізу невизначеностей вищих порядків досі не сформувався.

Додаткові проблеми виникають в умовах одночасної присутності нечіткої та стохастичної невизначеності даних. Так, відсутні методи для моделювання перетворень стохастичних даних перетворювачем з нечіткими параметрами і навпаки.

Способом розв'язання проблеми є розвиток операторного методу перетворення узагальнюючих функцій невизначеності в напрямку застосування і дослідження нелінійних інтегральних перетворень, які породжуються задачами з комбінованою невизначеністю вищих порядків. Ідея такого розвитку ґрунтується на міркуваннях:

- підвищення порядку невизначеності може бути подане як результат послідовної дії неповністю визначених операторів;
- неповністю визначений оператор перетворення невизначених даних, який є джерелом невизначеності другого порядку, може розглядатися як модель реального фізичного перетворювача, в якому невизначеність параметрів зумовлена невизначеністю зовнішніх впливів, отже невизначеність другого порядку може бути подана як взаємодія двох невизначених потоків даних.

При розв'язанні проблеми прийняття рішень в умовах невизначеності вищих порядків виникає задача оптимізації неповністю визначеного функціонала.

Розглянемо поняття квазістаціонарного процесу. Квазістаціонарним будемо називати процес, який стаціонарний на

кінцевому проміжку часу (t_1, t_2) .

Якщо на проміжку стаціонарності невизначений процес $X(t)$ описується функцією невизначеності $\beta_0(x, \xi)$, де ξ – невизначений параметр, що описується УФН $\beta_\xi(\xi)$, то усереднене значення УФН процесу на всій часовій осі

$$\beta(x) = \int_{\xi_{\min}}^{\xi_{\max}} \beta_0(x, \xi) \beta_\xi(\xi) d\xi. \quad (2.19)$$

В результаті проведених досліджень узагальнено постановку задачі прийняття рішень для умов комбінованої невизначеності.

Аналіз аксіоматичної основи прийняття рішень в умовах комбінованої стохастичної та нечіткої невизначеності дозволив визначити систему аксіом, яка задовольняє умови незалежності, повноти і відсутності протиріч. Вона є підґрунтям для розробки теорії прийняття оптимальних рішень в умовах комбінованої невизначеності.

Для прийняття рішень в умовах комбінованої невизначеності узагальнено критерій мінімального ризику.

Запропонована концепція невизначеності вищих порядків дозволяє подавати неповністю визначений оператор перетворення невизначених даних, який є джерелом невизначеності другого порядку, як модель реального фізичного перетворювача, в якому невизначеність параметрів зумовлена невизначеністю зовнішніх впливів, тобто як взаємодія двох невизначених потоків даних.

3. ДИНАМІКА РОЗПОДІЛЕНИХ СИСТЕМ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

При керуванні РДС гостро постає питання як швидкості прийняття рішень, так і дослідження їх віддалених (у часі) наслідків. Особливо актуальне дослідження цього питання в РДС, де наслідки прийняття рішення в одній підсистемі поступово розповсюджуються на сусідні підсистеми.

3.1. Дискретна модель динаміки

Введена у розділі 1 метрика рішень дозволяє отримати формальну модель динаміки системи, керованої рішеннями. Прийняття рішення є дискретним актом, отже і модель динаміки повинна бути дискретною. У загальному випадку дискретна модель динаміки РДС може бути подана у вигляді системи рівнянь.

$$\begin{cases} d_{j0} = F_j[(d_{ji}, i = 1 \dots n); (y_{ji}, i = 0 \dots m); (x_{ji}, i = 0 \dots k)]; \\ y_{j1} = M_j[(d_{ji}, i = 0 \dots n); (y_{ji}, i = 0 \dots m); (x_{ji}, i = 0 \dots k)]; \\ \tau_{j0} = \theta_j[F_j, M_j, \{d_j\}, \{y_j\}, \{x_j\}], \end{cases} \quad (3.1)$$

де j – індекс локальної підсистеми РДС; i – індекс циклу “прийняття рішень–керування” (рахуються від поточного моменту, який вважається нульовим, у минуле – від’ємні індекси, і у майбутнє – додатні індекси); d_j – рішення, які приймаються в j -й підсистемі; y_j – стани j -ї підсистеми; x_j – впливи на j -ту підсистему з боку інших підсистем; τ_j – час прийняття рішення.

Кожне з рівнянь системи (3.1) може бути нелінійним.

Побудуємо дискретну модель динаміки для окремого випадку лінійної системи, яка керується рішеннями $d \in R^n$ і представляється операторним рівнянням загального типу

$$S(p) \cdot Y(p) = Q(p) \cdot D(p) + R(p) \cdot X(p)$$

або

$$Y(p) = \frac{Q(p)}{S(p)} D(p) + \frac{R(p)}{S(p)} X(p). \quad (3.2)$$

Розглянемо випадок відокремленої підсистеми, тобто такої, на яку не діють зміни станів інших підсистем РДС. У такому випадку $X(p) \equiv 0$ і динаміка описується передатною функцією

$$W(p) = \frac{Y(p)}{D(p)} = \frac{a_n p^n + \dots + a_1 p + a_0}{b_m p^m + \dots + b_1 p + b_0}, \quad (3.3)$$

де $Y(p)$, $D(p)$ – зображення за Лапасом стану лінійної системи і керуючих рішень. З (3.3) знаходимо

$$b_m p^m y + \dots + b_1 p y + b_0 y = a_n p^n d + \dots + a_1 p d + a_0 d. \quad (3.4)$$

Відповідно до перетворення Лапласа [17]

$$p^k Z(p) \leftrightarrow \frac{d^k Z(t)}{dt^k}. \quad (3.5)$$

При дискретному поданні аналогом похідних є відповідні різниці:

$$\begin{aligned} z'(t_0) &= \frac{z_0 - z_{-1}}{\Delta t}; \\ z''(t_0) &= \frac{z'(t_0) - z'(t_{-1})}{\Delta t} = \frac{z_0 - 2z_{-1} + z_{-2}}{\Delta t^2}; \\ z'''(t_0) &= \frac{z''(t_0) - z''(t_{-1})}{\Delta t} = \frac{z_0 - 3z_{-1} + 3z_{-2} - z_{-3}}{\Delta t^3} \end{aligned}$$

тощо. У загальному випадку

$$z^{(k)}(t_0) = \frac{1}{\Delta t^k} \sum_{i=0}^k (-1)^i C_k^i z_{-i}, \quad (3.6)$$

де t_0 – момент надходження останнього даного, поточний момент часу; Δt – інтервал дискретизації.

Підставляючи (3.6) в (3.4), отримаємо дискретний вираз передатної функції

$$\sum_{j=0}^m \left[\frac{b_j}{\Delta t^j} \sum_{i=0}^j (-1)^i C_j^i y_{-i} \right] = \sum_{j=0}^n \left[\frac{a_j}{\Delta t^j} \sum_{i=0}^j (-1)^i C_j^i d_{-i} \right]. \quad (3.7)$$

Виділимо з лівої частини рівняння (3.7) стан системи у поточний момент часу у

$$\sum_{j=0}^m \frac{b_j}{\Delta t^j} \left[y + \sum_{i=1}^j (-1)^i C_j^i y_{-i} \right] = \sum_{j=0}^n \left[\frac{a_j}{\Delta t^j} \sum_{i=0}^j (-1)^i C_j^i d_{-i} \right]$$

або

$$y = \frac{\sum_{j=0}^n \left[\frac{a_j}{\Delta t^j} \sum_{i=0}^j (-1)^i C_j^i d_{-i} \right] - \sum_{j=1}^m \left[\frac{b_j}{\Delta t^j} \sum_{i=1}^j (-1)^i C_j^i y_{-i} \right]}{\sum_{j=0}^m \frac{b_j}{\Delta t^j}}.$$

Змінюючи порядок підрахунку сум у чисельнику отримуємо

$$y = \frac{\sum_{j=0}^n \left[\sum_{i=0}^j (-1)^i C_j^i \frac{a_i}{\Delta t^j} \right] d_{-i} - \sum_{j=1}^m \left[\sum_{i=1}^j (-1)^i C_j^i \frac{b_i}{\Delta t^j} \right] y_{-i}}{\sum_{j=0}^m \frac{b_j}{\Delta t^j}}$$

або

$$y = \sum_{i=0}^n K_{d_i} d_{-i} + \sum_{i=1}^m K_{y_i} y_{-i}, \quad (3.8)$$

$$\text{де } K_{d_i} = \frac{(-1)^i \sum_{j=i}^n C_j^i \frac{a_j}{\Delta t^j}}{\sum_{j=0}^m \frac{b_j}{\Delta t^j}}, \quad K_{y_i} = \frac{(-1)^{i+1} \sum_{j=i}^m C_j^i \frac{b_j}{\Delta t^j}}{\sum_{j=0}^m \frac{b_j}{\Delta t^j}} \quad (3.9)$$

Модель (3.8) рекурсивна, оскільки поточне значення стану Y обчислюється з використанням попередніх значень. Початкові значення змінних рекурсивного виразу

$$\forall d_i = 0, i = 0, -1, \dots, -n; \quad \forall y_i = 0, i = 0, -1, \dots, -m.$$

Модель (3.8) дозволяє сформулювати властивості стратегії прийняття рішень і знайти розв'язувальну функцію для керування лінійною динамічною системою.

Твердження. Стратегія прийняття рішень при керуванні лінійною динамічною системою є багатокроковою, причому кількість кроків дорівнює порядку чисельника передатної функції керованої системи.

Виділимо з праві частини (3.8) поточне рішення d_0 , яке

забезпечує перехід системи у заданий стан y_0

$$y_0 = K_{d_0} d_0 + \sum_{i=1}^n K_{d_i} d_{-i} + \sum_{i=1}^m K_{y_i} y_{-i}$$

звідки

$$d_0 = \frac{1}{K_{d_0}} y_0 - \sum_{i=1}^m \frac{K_{y_i}}{K_{d_0}} y_{-i} - \sum_{i=1}^n \frac{K_{d_i}}{K_{d_0}} d_{-i}.$$

Враховуючи вираз коефіцієнтів (3.9), отримуємо

$$K'_{y_i} = \frac{K_{y_i}}{K_{d_0}} = - \frac{\sum_{j=i}^m C_j^i \frac{b_j}{\Delta t^j}}{\sum_{j=0}^n \frac{a_j}{\Delta t^j}}; \quad (3.10)$$

$$\frac{1}{K_{d_0}} = \frac{\sum_{j=0}^m \frac{b_j}{\Delta t^j}}{\sum_{j=0}^n \frac{a_j}{\Delta t^j}} = \frac{K_{y_0}}{K_{d_0}};$$

$$K'_{d_i} = \frac{K_{d_i}}{K_{d_0}} = - \frac{(-1)^{i+1} \sum_{j=i}^n C_j^i \frac{a_j}{\Delta t^j}}{\sum_{j=0}^n \frac{a_j}{\Delta t^j}}. \quad (3.11)$$

Звідки остаточний вираз розв'язувальної функції

$$d_0 = \sum_{i=0}^m K'_{y_i} y_{-i} + \sum_{i=1}^n K'_{d_i} d_{-i}. \quad (3.12)$$

Таким чином, висунуте твердження є справедливим.

Марковська модель розповсюдження впливів в розподіленій системі

Розглянемо РДС, яка складається з n елементів e_1, e_2, \dots, e_n . Представимо цю систему у вигляді графа, вершинами якого є елементи системи, а дугами – зв'язки між ними. Приклад такого графа наведений на рис. 3.1.

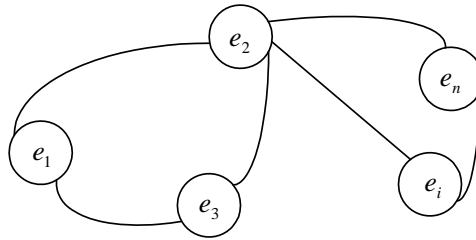


Рис.3.1. Приклад РДС

Нехай кожен елемент системи може перебувати в одному із станів, що утворюють множину допустимих станів цього елемента S_i . Множина станів для елемента визначається, виходячи з призначення системи. Якщо стан елемента залежить тільки від попереднього стану і не залежить від попередньої історії, то послідовність станів є марковським ланцюгом [51].

Нехай m – максимальна кількість станів елементів в системі. Позначимо через p_{ij} ймовірність переходу елемента із стану S_i в стан S_j . Тоді ймовірності переходів елемента з одного стану в інший описується матрицею

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1m} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{m1} & p_{m2} & \dots & p_{mm} \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

Особливістю такого марковського ланцюга є неоднорідність, обумовлена взаємним впливом елементів системи.

Для неоднорідного ланцюга матриця (3.13) у фіксовані моменти часу має різні значення $P^{(1)}, P^{(2)}, \dots, P^{(k)}$. Для системи, наведеної на рис. 3.1, перехідні ймовірності елемента e_1 залежатимуть від станів елементів e_2 і e_3 :

$$p_{1ij} = f(s_{2\tau_{21}}, s_{3\tau_{31}}), \quad (3.14)$$

де p_{lij} – ймовірність переходу 1-го елемента із стану i в стан j ; $S_{i\tau_{il}}$ – стан i -го елемента системи, віддалений на τ_{il} назад від поточного моменту; τ_{il} – час передавання впливу від i -го елемента до 1-го елемента, виміряний у кроках роботи системи.

Запишемо рівняння (3.14) через ймовірності станів

$$p_{lij} = \phi(\tilde{p}_{2\tau_{21}}, \tilde{p}_{3\tau_{31}}). \quad (3.15)$$

Ймовірність переходу в загальному вигляді описується функцією

$$p_{vij} = \psi(\tilde{P}^{(k)}, \tilde{P}^{(k-1)}, \dots, \tilde{P}^{(0)}, C_v, T), \quad v=1..n, \quad i, j=1..m, \quad (3.16)$$

де $\tilde{P}^{(k)}$ – матриця ймовірностей станів елементів системи на k -му кроці; C_v – чотиривимірний масив вагових коефіцієнтів $[n, m, n+1, m+1]$; T – матриця затримок передавання впливів розміром $n \times n$.

Елемент матриці $c_{vij}^{lh} \in C_v$ визначає вплив h -го стану l -го елемента на вектор перехідних ймовірностей v -го елемента. Елемент c_{vij}^{00} – ймовірність переходу v -го елемента з i -го в j -й стан без урахування впливу інших елементів. Оскільки вплив \tilde{p}_{ij} на стани інших елементів буде різним, матриця C задається для кожного елемента системи.

Елементи матриці $\tau_{ij} \in T$ – цілі числа, які показують через скільки кроків стан i -го елемента впливатиме на стан j -го елемента.

Зміст індексів пояснює схема рис. 3.2.

Враховуючи схему рис. 3.2, залежність (3.15) у лінеаризованому вигляді [30] запишемо для переходу v -го елемента з i -го в j -й стан

$$p_{vij}^{(k)} = c_{vij}^{00} + \sum_{l=1}^n \sum_{h=1}^m \left(c_{vij}^{lh} \cdot \tilde{p}_{lh}^{(k-\tau_{lh})} \right). \quad (3.17)$$

Для неоднорідного марковського ланцюга ймовірність того, що v -й елемент системи після k кроків буде знаходитись в j -му стані, визначається з формули [12]

$$\tilde{p}_{vj}^{(k)} = \sum_{i=1}^m \tilde{p}_{vi}^{(k-1)} p_{vij}^{(k)}, \quad (3.18)$$

або

$$\tilde{p}_{vj}^{(k)} = \sum_{i=1}^m \left\{ \tilde{p}_{vi}^{(k-1)} \cdot \left[c_{vij}^{00} + \sum_{l=1}^n \sum_{h=1}^m \left(c_{vij}^{lh} \cdot \tilde{p}_{lh}^{(k-\tau_{ij})} \right) \right] \right\} \quad (3.19)$$

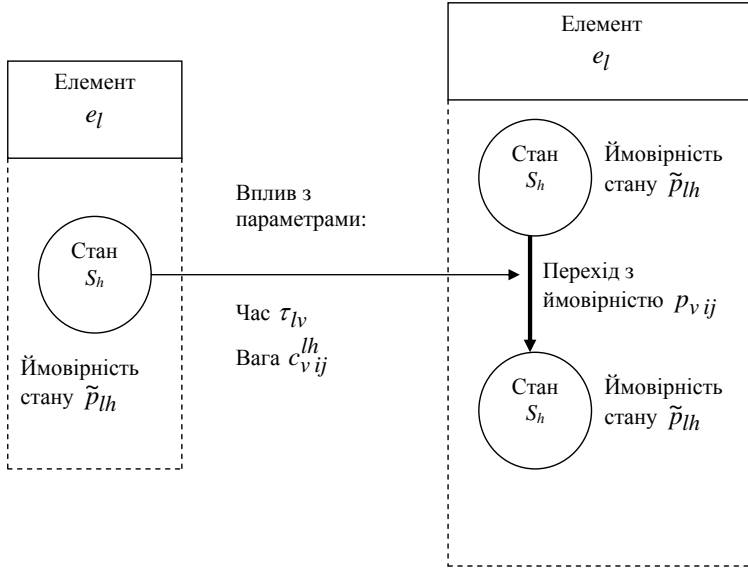


Рис. 3.2. Схема зв'язку параметрів марковської моделі РДС

Запишемо рівняння аналогічні (3.18) для станів кожного елемента системи. Утворена система буде містити $n \times t$ рівнянь. Якщо імовірність переходу елемента в наступний стан на k -му кроці залежить тільки від станів на попередніх кроках, то рівняння системи будуть незалежними і розв'язуються окремо одне від одного.

У випадку, коли стан елемента на k -му кроці залежатиме від того, в який стан перейдуть інші елементи на цьому кроці, права частина рівнянь системи (3.19) буде містити імовірності з лівої частини інших рівнянь.

(3.20)

Отримаємо

(3.21)

Перетворимо другий доданок (3.21)

$$\sum_{i=1}^m \left(\tilde{p}_{ij}^{(k-1)} \cdot \left[c_{0ij}^{\nu} + \sum_{i=1, \tau_{ij} \neq k}^n \sum_{j=1}^m \left(c_{ij}^{\nu} \cdot \tilde{p}_{ij}^{(\tau_{ij})} \right) \right] \right) = \left(\sum_{i=1}^m \left(\tilde{p}_{ij}^{(k-1)} \cdot c_{0ij}^{\nu} \right) + \tilde{p}_{ij}^{(k-1)} \cdot \sum_{i=1, \tau_{ij} \neq k}^n \sum_{j=1}^m \left(c_{ij}^{\nu} \cdot \tilde{p}_{ij}^{(\tau_{ij})} \right) \right).$$

Введемо позначення

$$\sum_{i=1}^m \left\{ \tilde{p}_{vj}^{(k-1)} \cdot \left[c_{0ij}^{(\nu)} + \sum_{i=1, k_{ij} \neq \tau_{ij}}^n \sum_{j=1}^m \left(c_{ij}^{(\nu)} \cdot \tilde{p}_{ij}^{(\tau_{ij})} \right) \right] \right\} + \sum_{i=1}^m \left(\tilde{p}_{vj}^{(k-1)} \cdot c_{vij}^{00} \right) = b_{vj}.$$

Тоді рівняння (3.21) приймає вигляд

$$(3.22)$$

а система (3.20) переписеться у вигляді

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{p}_{1j}^{(k)} - \sum_{i=1}^m \tilde{p}_{1i}^{(k-1)} \cdot \sum_{\substack{l=1 \\ \tau_{lv}=0}}^n \sum_{h=1}^m (c_{lij}^{lh} \cdot \tilde{p}_{lh}^{(k)}) = b_{1j}; \\ \dots\dots\dots \\ \tilde{p}_{vj}^{(k)} - \sum_{i=1}^m \tilde{p}_{vi}^{(k-1)} \cdot \sum_{\substack{l=1 \\ \tau_{lv}=0}}^n \sum_{h=1}^m (c_{vij}^{lh} \cdot \tilde{p}_{lh}^{(k)}) = b_{vj}; \\ \dots\dots\dots \\ \tilde{p}_{mn}^{(k)} - \sum_{i=1}^m \tilde{p}_{mi}^{(k-1)} \cdot \sum_{\substack{l=1 \\ \tau_{lv}=0}}^n \sum_{h=1}^m (c_{mij}^{lh} \cdot \tilde{p}_{lh}^{(k)}) = b_{mn}. \end{array} \right. \quad (3.23)$$

Розв'язком системи (3.23) будуть імовірності станів елементів системи на k -му кроці, які можна знайти за допомогою відомих методів розв'язання систем лінійних рівнянь. Відповідно до методу Крамера

$$\tilde{p}_{ij}^{(k)} = \frac{\Delta_j}{\Delta_j}, \quad (3.24)$$

де Δ – головний визначник системи; Δ_j – визначник, утворений шляхом заміни j -го стовпця стовпцем вільних членів.

Модель (3.22) в умовах комбінованої невизначеності матиме вигляд

$$\tilde{\beta}_{vj}^{(k)} - \sum_{i=1}^m \tilde{\beta}_{vi}^{(k-1)} \cdot \sum_{\substack{l=1 \\ \tau_{lv}=0}}^n \sum_{h=1}^m (c_{vij}^{lh} \cdot \tilde{\beta}_{lh}^{(k)}) = b_{vj}, \quad v = 1 \dots n, \quad j = 1 \dots m.$$

3.2. Стійкість розподілених систем

Використовуючи дискретну модель динаміки об'єкта, керованого рішеннями, дослідимо стійкість системи керування в цілому. Узагальнена структурна схема системи керування за допомогою

рішень зображена на рис.3.3.

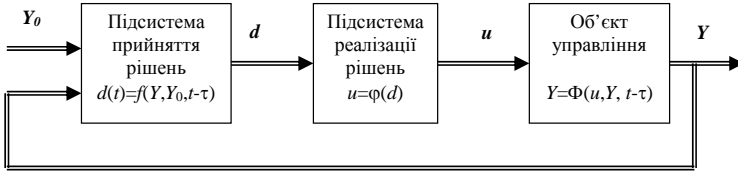


Рис. 3.3. Узагальнена структурна схема системи керування

Рішення d приймається на підставі вектора умов $\vec{x} = \{Y, Y_0\}$, які для РДС визначаються як у поточний момент t , так і у попередні моменти $(t - \tau)$, де $\tau = \Delta t \cdot [1, \dots, \max(n, m)]$. Модель системи рис. 1.3 складається з трьох рівнянь

$$\begin{cases} d(t) = f(Y, Y_0, t - \tau) \\ u(t) = \phi(d) \\ Y(t) = \Phi(u, Y, t - \tau) \end{cases} \quad (3.25)$$

Затримки при прийнятті і реалізації рішень приводять до перетворення системи у немінімальнофазову.

Для дослідження стійкості системи визначимо поняття “сусіднього рішення”. Сусідніми будемо називати рішення d_i і d_j , якщо перетин їх ε -околів є не пустою множиною.

Визначення сусідства двох околів може бути здійснене шляхом розв’язання рівняння

$$F_i^{-1}(\vec{x}, \varepsilon) = F_j^{-1}(\vec{x}, \varepsilon) \quad (3.26)$$

де F_i^{-1}, F_j^{-1} – обернені з точністю до ε розв’язувальні функції для i -го і j -го рішень відповідно, відносно вектора умов прийняття рішень \vec{x} .

Множину розв’язків $X_\varepsilon(d_i, d_j)$ рівняння (3.26) назвемо ε -межею рішень d_i і d_j .

Грунтуючись на відомих критеріях стійкості замкнених систем управління [17], можна сформулювати критерій стійкості системи в умовах невизначеності, керованої рішеннями:

- замкнена система, керована рішеннями, буде стійкою, якщо при $Y(t - \Delta t) = Y_0(t - \Delta t)$ розв’язки систем

$$\begin{cases} d(t) = f(Y, Y_0, t - \tau) \\ u(t) = \phi(d) \\ Y(t) = \Phi(u, Y, t - \tau) \end{cases} \quad i \quad \begin{cases} d(t + \Delta t) = f(Y, Y_0, t + \Delta t - \tau) \\ u(t + \Delta t) = \phi(d) \\ Y(t + \Delta t) = \Phi(u, Y, t + \Delta t - \tau) \end{cases}$$

задовольняють умову $|R[d(t)] - R[d(t + \Delta t)]| < \varepsilon$; (3.27)

■ замкнена система, керована рішеннями, буде нестійкою, якщо при $Y(t - \Delta t) = Y_0(t - \Delta t)$ розв'язки систем

$$\begin{cases} d(t) = f(Y, Y_0, t - \tau) \\ u(t) = \phi(d) \\ Y(t) = \Phi(u, Y, t - \tau) \end{cases} \quad i \quad \begin{cases} d(t + \Delta t) = f(Y, Y_0, t + \Delta t - \tau) \\ u(t + \Delta t) = \phi(d) \\ Y(t + \Delta t) = \Phi(u, Y, t + \Delta t - \tau) \end{cases}$$

задовольняють умову $|R[d(t)] - R[d(t + \Delta t)]| > \varepsilon$; (3.28)

■ замкнена система, керована рішеннями, буде на межі стійкості, якщо при $Y(t - \Delta t) = Y_0(t - \Delta t)$ розв'язки систем

$$\begin{cases} d(t) = f(Y, Y_0, t - \tau) \\ u(t) = \phi(d) \\ Y(t) = \Phi(u, Y, t - \tau) \end{cases} \quad i \quad \begin{cases} d(t + \Delta t) = f(Y, Y_0, t + \Delta t - \tau) \\ u(t + \Delta t) = \phi(d) \\ Y(t + \Delta t) = \Phi(u, Y, t + \Delta t - \tau) \end{cases}$$

задовольняють умову $Y(t + \Delta t) \subset X_\varepsilon$. (3.29)

Очевидно, стійкість системи залежить від часу прийняття рішень Δt , критерію R , розв'язувальної функції F , величини ε -околу і параметрів об'єкта керування.

Для побудови області стійкості системи керування для параметрів

$$S_d = \frac{Y' - Y''}{R(d') - R(d'')} \text{ та } \Delta t$$

необхідно знайти таку множину пар параметрів $(S_d, \Delta t)$, для яких виконується умова (3.29) для різних критеріїв R . Ця множина утворює криву D -розбиття на площині $(S_d, \Delta t)$. Крива D -розбиття розділяє площину параметрів на області, серед яких може знаходитися і область стійкості. Для визначення області стійкості перевіряється виконання умови (3.27).

3.3. Характеристики рішень

Розглянемо основні характеристики рішень в РДС: своєчасність та вірогідність.

3.3.1. Своєчасність

Своєчасність рішень характеризується співвідношенням динамічних характеристик керованого процесу і витрат часу на прийняття рішення. Для отримання такого співвідношення спершу обґрунтуємо *твердження*:

Час сприйняття рішення системою з нелінійною розв'язувальною функцією дорівнює часу прийняття рішень системою з лінійною розв'язувальною функцією, якщо відповідні алгоритми мають однакову складність.

Твердження ґрунтується на міркуванні, що складність алгоритму визначається кількістю елементарних дій, необхідних для отримання результату. Оскільки середній час виконання елементарних дій не залежить від змісту алгоритму (час прийняття рішень за цим алгоритмом) не залежить від вигляду розв'язувальної функції. Висунуте твердження є основою лінеаризації системи при аналізі своєчасності рішень.

Лінеаризовані системи із зосередженими параметрами затримки описуються передатними функціями

$$W_3(p) = Se^{-p\tau}, \quad (3.30)$$

де τ – час прийняття рішення; S – чутливість рішення до вхідних даних.

В дискретних системах одним з найсуттєвіших є питання синхронізації процесів в агрегатах, що взаємодіють. В синхронних системах для цього в моделі відображують кількість тактів, що витрачається на функціонування агрегатів. Найчастіше такі моделі зображуються часовими діаграмами.

Розглянемо два підходи до синхронізації двох потоків рішень. Відповідні схеми зображені на рис. 3.4.

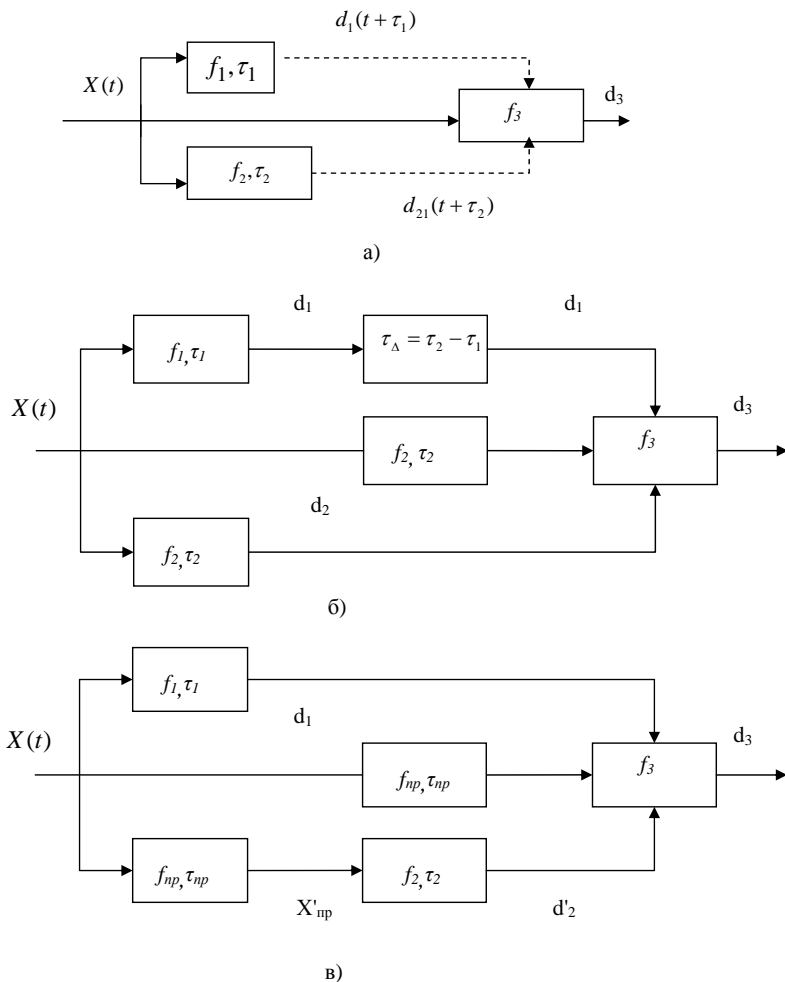


Рис. 3.4. Схеми синхронізації потоків рішень

В динамічних системах, де $x(t)$ – неперервний процес, рішення d_1 і d_2 приймаються постійно і утворюють потоки, в яких кожне рішення відповідає певному моменту надходження вхідних даних. Схема на рис. 3.4а характеризує базову ситуацію коли рішення d_3 приймається на основі вхідних даних $\{x, d_1, d_2\}$, що відповідають різним моментам

часу.

Схема на рис. 3.4б приводить всі вхідні дані підсистеми f_3 до одного моменту часу шляхом затримок тих процесів, на формування яких у системі витрачається менше часу.

Загальна затримка рішення у такій системі

$$\tau = \tau_3 + \max\{\tau_1, \tau_2\}. \quad (3.31)$$

Схема на рис 3.4в передбачає прогнозування вхідних даних $X(t)$ на такий інтервал часу, що з врахуванням часу наступного прийняття рішення результати будуть отримані одночасно. Загальна затримка рішень в такій системі

$$\tau = \tau_3 + \min\{\tau_1, \tau_2\}. \quad (3.32)$$

Зменшення затримки тут досягається за рахунок погіршення вірогідності рішення .

3.3.2. Вірогідність

Вірогідність прийнятого рішення визначається кількома основними факторами:

- правильність розв'язувальної функції (алгоритму прийняття рішення);
- вірогідність початкових даних для прийняття рішення;
- час прийняття рішення в порівнянні з динамікою керованого процесу.

В умовах комбінованої невизначеності вірогідність характеризується функціоналом

$$V = \int_{D^+} \beta(d) dd, \quad (3.33)$$

де D^+ – простір «хороших» рішень відповідно до (1.3) і рис. 3.5.

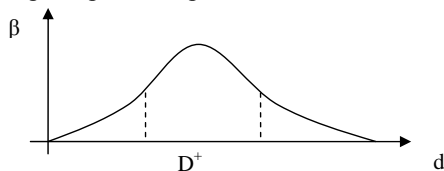


Рис. 3.5 Вірогідність рішення

Для неметризованих рішень вірогідність обчислюється на просторі вихідних даних. Якщо отримано рішення d_0 при вхідних даних X_0 , то вірогідність

$$V = \int_{F^{-1}(D^+)} dB[F^{-1}(d_0)], \quad (3.34)$$

де F^{-1} – обернена розв’язувальна функція.

УФН рішення знайдемо за допомогою операторного методу

$$\beta_D(d) = \Phi[F] \cdot \beta_Y(y). \quad (3.35)$$

Оскільки прийняття рішення займає проміжок часу τ_{np} , то УФН початкових даних залежить від щільності зв’язку між даними, які використані для прийняття рішення Y , і даними, які характеризують стан керованого об’єкта на момент реалізації рішення Y_0 . Охарактеризуємо цей зв’язок умовною УФН $\beta_Y(y/y_0)$.

Відповідно до операторного методу [18] умовну УФН подамо у вигляді

$$\beta_Y(y/y_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \beta_Y(y_0) \delta \left[y - r_{Y_0}(\tau) \sqrt{\frac{D_Y}{D_{Y_0}}} (y_0 - m_{Y_0}) - \sqrt{1 - r_{Y_0}^2(\tau)} (y - m_Y) - m_Y \right] dy_0.$$

Враховуючи, що y та y_0 – різні перерізи одного процесу, то за умови стаціонарності

$$m_Y = m_{Y_0}, \quad D_Y = D_{Y_0}, \quad r_{Y_0} = r_Y.$$

Отже,

$$\beta_Y(y/y_0) = \frac{1}{\sqrt{1 - r_Y^2}} \beta_Y \left[\frac{y}{\sqrt{1 - r_Y^2}} - \frac{r_Y}{\sqrt{1 - r_Y^2}} \cdot (y_0 - m_Y) - \frac{1 - \sqrt{1 - r_Y^2}}{\sqrt{1 - r_Y^2}} m_Y \right].$$

Таким чином, з врахуванням часу прийняття рішення вираз (3.35) матиме вигляд

$$\beta_D(d) = \Phi(F) \cdot \left\{ \sqrt{\frac{1}{1 - r_Y^2(\tau_{np})}} \cdot \beta_Y \left[\frac{y}{\sqrt{1 - r_Y^2(\tau_{np})}} - \frac{r_Y^2(\tau_{np})}{\sqrt{1 - r_Y^2}} \cdot (y_0 - m_Y) - \frac{1 - \sqrt{1 - r_Y^2}}{\sqrt{1 - r_Y^2}} \right] \right\}. \quad (3.36)$$

Графік залежності вірогідності (3.33) від часу прийняття рішення з врахуванням (3.36) для експоненціальної кореляційної функції $r_Y(\tau_{np})$ показаний на рис.3.6а.

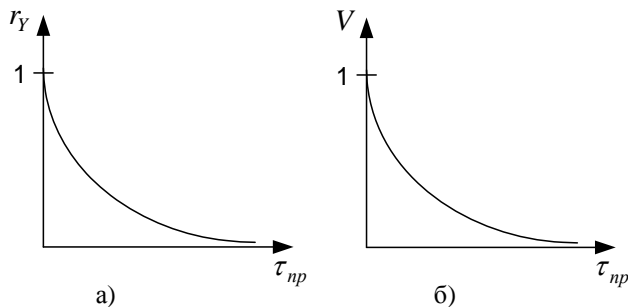


Рис. 3.6. Вплив часу прийняття рішення на його вірогідність

Вірогідність прийнятого рішення залежить від ступеня невизначеності ситуації прийняття рішення.

Якщо СППР побудована раціонально, то при лінійній розв'язувальній функції F для прийняття рішення отримують в першу чергу інформацію щодо параметрів, до яких рішення є найбільш чутливим.

При лінійній розв'язувальній функції $d = F(Y) = \sum_{i=1}^m c_i y_i$,

апостеріорна ентропія рішення

$$H_{d_{anp}} = \sum_{i=1}^m H_{y_i} + \sum_{i=1}^m \log c_i = H_{anp} + \sum_{i=1}^m \log c_i. \quad (3.37)$$

Апостеріорна ентропія рішення

$$H_d = H_{anp} - I_y + \sum_{i=k+1}^m \log c_i, \quad (3.38)$$

де k – кількість контрольованих параметрів.

Якщо коефіцієнти c_i нормовані $c_i \in (0,1]$, то

$$c_{i_{cp}} = \frac{i}{m}, \quad I_{cp} = \frac{I}{k},$$

звідки

$$H_d = H_{anp} - I + \sum_{i=\frac{I}{I_{cp}}+1}^m \log \frac{i}{m}. \quad (3.39)$$

Залишкова невизначеність умов прийняття рішення

$$H_{anc} = H_{anp} - I. \quad (3.40)$$

Враховуючи, що вірогідність пропорційна експоненті від ентропії, побудуємо графік залежності вірогідності від кількості інформації і залишкової невизначеності

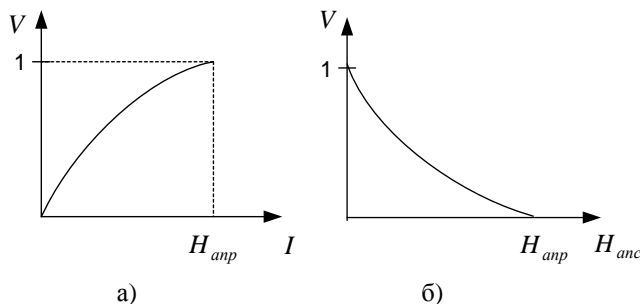


Рис. 3.7. Вплив невизначеності на вірогідність рішень при лінійній розв'язувальній функції

3.4. Оптимізація багатокрокових стратегій

Багатокроковий процес прийняття рішення може бути зображений мережею Петрі, де умовами наступних кроків є прогноз результату попередніх кроків.

Можна виділити декілька критеріїв оптимальності багатокрокових стратегій:

- мінімальна кількість кроків до досягнення бажаного результату прийняття рішень;
- мінімальні сумарні втрати (мінімальний сумарний ризик) в процесі досягнення бажаного результату;
- мінімальна залишкова невизначеність стану системи;
- мінімальна невизначеність траєкторії досягнення мети.

Критерії можна розділити на *адитивні*

$$R_0 = \sum_{i=1}^n R(d_i),$$

де R_0 – загальний критерій оптимальності стратегії; n – кількість

кроків стратегії; d – рішення на i -му кроці стратегії; R – локальний критерій оптимальності ;

мультиплікативні

$$R_0 = \prod_{i=1}^n R(d_i)$$

і змішані.

Мультиплікативний критерій може бути перетворений на адитивний переходом до логарифмічної форми.

Розглянемо оптимізацію n -крокової стратегії керування лінійною динамічною системою за критерієм мінімальної залишковості невизначеності стану системи. Керування здійснюється з метою переведення об'єкта з передатною функцією W з стаціонарного стану $\bar{y}_0 = y_0 + \Delta_0$, де Δ_0 – невизначене відхилення стану, у стан \bar{y}_n .

Оскільки стан y_0 стаціонарний, то для $i \leq 0 \rightarrow \forall y_i = y_0$.

Враховуючи (3.1) отримуємо $i \leq 0 \rightarrow \forall d_i = y_0 \frac{b_0}{a_0}$,

Враховуючи (3.6) і (3.10) запишемо:

$$\begin{cases} d_j = \sum_{i=j}^{j+m} K'_{y_i} y_{-i} + \sum_{i=j+1}^{j+n} K'_{d_i} d_{-i}, j = 0 \dots n-1; \\ y_{j+1} = \sum_{i=j}^{j+n} K_{d_i} d_{-i} + \sum_{i=j+1}^{j+m} K_{y_i} y_{-i}, j = 0 \dots n-1; \\ y_i = \bar{y}_n + \Delta_n; \\ y_0 = \bar{y}_0 + \Delta_0. \end{cases} \quad (3.41)$$

Система (3.41) містить $(2n+2)$ рівнянь і $(2n+1)$ невідомих. Отже, вона не має точного розв'язку. Необхідна послідовність рішень $\{d_0, \dots, d_{n-1}\}$, яка утворює n -крокову стратегію, знаходиться методом лінійного програмування за критерієм $\min \Delta$.

4. ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В РОЗПОДІЛЕНИХ СИСТЕМАХ

Розподілені системи – це широкий клас систем, елементи яких розподілені у просторі і виконують частину функцій, що забезпечують досягнення загальної мети існування розподіленої системи.

Розподілені системи поділяються на системи з розподіленими і з зосередженими параметрами. *Систему з розподіленими параметрами* можна розділити на агрегати, які характеризуються тими ж параметрами, що і система в цілому; кожен агрегат можна знов розділити на ще менші агрегати і т.д. *Система з зосередженими параметрами* складається з агрегатів, які або є неподільними, або характеризуються іншими параметрами і функціонують інакше, ніж система в цілому. Зустрічаються також комбіновані системи, в яких частина агрегатів може розглядатися як підсистеми з розподіленими параметрами, а частина як з зосередженими.

Перехід при моделюванні систем з розподіленими параметрами до межі їх подрібнення на найменші агрегати приводить до моделей у вигляді диференціальних рівнянь. Моделі розподілених систем також повинні враховувати *затримки при передаванні впливів* від одного агрегата до іншого. В системах з розподіленими параметрами це забезпечується використанням *диференціальних рівнянь у частинних похідних*. Найвідомішими моделями такого типу є система рівнянь Максвела, хвильове рівняння тощо.

Моделі розподілених систем широко використовуються у різних галузях математичної фізики. Найвідомішими прикладами таких моделей є модель статичної механічної системи при просторово розподіленому навантаженні, модель розповсюдження тепла у просторі, модель дифузії, моделі геофізичних процесів тощо.

В автоматичному та автоматизованому управлінні більш поширеними є розподілені системи із зосередженими параметрами

Розподілені системи як складні технічні об'єкти управління можуть розглядатися у різних аспектах. Це зумовлено багатоаспектністю взаємодії елементів системи як між собою, так і з засобами управління системою. Ці аспекти можна розділити на категорії:

- функціональна взаємодія;
- інформаційна взаємодія;
- енергетична взаємодія.

Розглянемо детальніше перші два аспекти, оскільки саме ці аспекти визначають підходи до прийняття рішень щодо управління системою.

4.1. Функціональна та інформаційна архітектури

Керування розподіленою системою за допомогою прийняття рішень може бути зображене як взаємодія двох шарів (рис. 4.1).

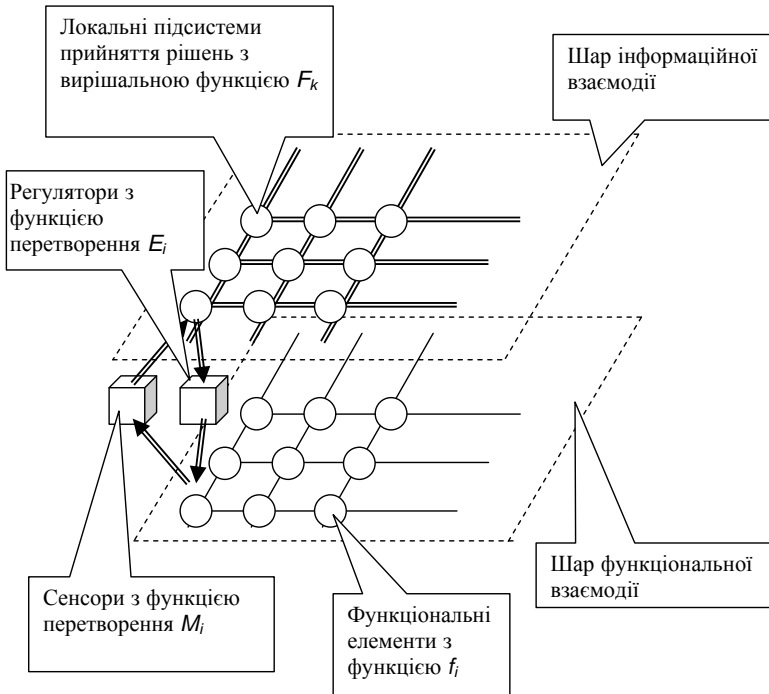


Рис. 4.1. Схема взаємодії системи управління з керованою розподіленою системою

Модель системи рис. 4.1. складається з моделей архітектур функціонального та інформаційного шарів і моделі їх взаємодії.

$$\begin{cases} \{f_i\}: A_i X_i = B_i; \\ \{M_i\}: \bar{y}_i = M_i(x_i); \\ \{F_k\}: d_k = F_k(\bar{y}_k, \bar{a}_k, \tau); \\ \{E_i\}: \bar{u}_i = E_i(\bar{a}_i); \\ X_i = \bar{u}_i \cup \{x_{ji}, j=1..n\} \cup \bar{x}_{0i}; \\ i=1..n, \quad k=1..m, \end{cases}$$

де n – кількість функціональних елементів; m – кількість підсистем прийняття рішень; τ – попередні моменти функціонування системи.

Зміст f_i, M_i, E_i, F_k розшифровано на рис. 4.1.

У загальному випадку розподілена система може бути представлена у вигляді графа $\Gamma(S, L)$, де S – множина підсистем (вершин графа); L – множина зв'язків (ребер графа).

Розглянемо один елемент (підсистему) розподіленої системи, зображений на рис. 4.2а.

Для побудови формальної моделі виконаємо декомпозицію елемента по виходах (рис. 4.2б).

Кожній підсистемі S_i відповідає функціональна модель у вигляді системи у загальному випадку операторних рівнянь.

$$\forall l_{ij} \in L_{i\text{вих}} \rightarrow x_{ij} = f_{ij}(x_{ik} / l_{ik} \in L_{i\text{вх}}), \quad (4.1)$$

де $L_{i\text{вх}}$ – підмножина ребер, які входять у вершину S_i ; $L_{i\text{вих}}$ – підмножина ребер, які виходять з вершини S_i .

Об'єднаємо моделі всіх підсистем для отримання моделі розподіленої системи. Для цього доповнимо систему рівнянь (4.1) додатковими рівняннями, які визначають зв'язки між підсистемами у вигляді

$$\forall i, j \rightarrow x_{ij} = x_{vk}, \quad (4.2)$$

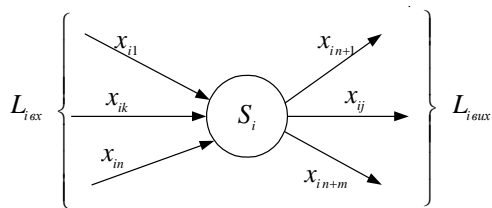
де x_{ij} – j -й вихід i -ї підсистеми; x_{vk} – k -й вхід v -ї підсистеми.

Розглянемо модель лінійної розподіленої системи, в якій всі оператори f_{ij} у рівняннях (4.1) є лінійними.

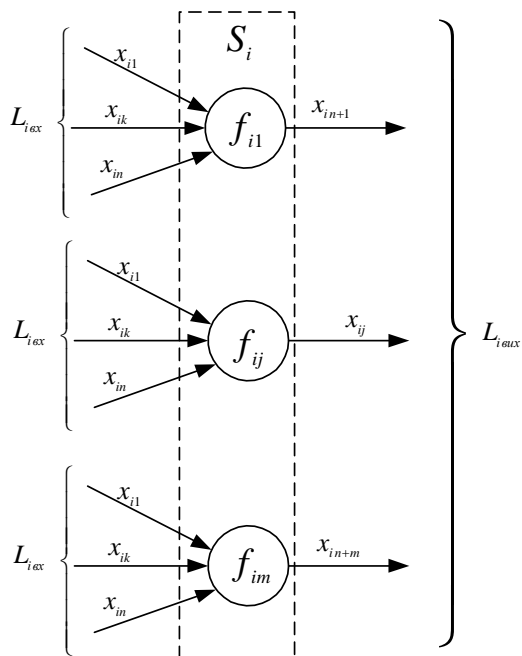
$$\forall i, j \rightarrow x_{ij} = \sum_k a_{ij} x_{ik} + b_{ij}$$

або

$$x_{ij} - \sum_k a_{ij} x_{ik} = b_{ij}. \quad (4.3)$$



а)



б)

Рис. 4.2. Декомпозиція елемента системи по виходах

З використанням матричного подання модель (4.1) лінійної розподіленої системи матиме вигляд:

$$X \cdot A = B \quad (4.4)$$

Матриці A і B є блочними

$$A = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}. \quad (4.5)$$

Перетворимо рівняння (4.3) до вигляду

$$\forall i, j \rightarrow x_{ij} - \sum_{k, l_{ik} \in L_{i \text{ вх}}} a_{ijk} x_{ik} + \sum_{k, l_{ik} \notin L_{i \text{ вх}}} 0 \cdot x_{ik} = b_{ij} \quad (4.6)$$

Матриця A_1 утворюється з коефіцієнтів лівої частини рівняння (4.6) і матиме розмір $[M, M]$, де M – кількість ребер. Матриця B_1 – матриця-стовпець, утворена з вільних членів (правої частини) рівняння (4.3).

Для з'ясування змісту матриць A_2 і B_2 перетворимо рівняння (4.2) на вигляд

$$\forall i, j \rightarrow 0 \cdot x_{i1} + 0 \cdot x_{i2} + \dots + 1 \cdot x_{ij} + \dots - 1 \cdot x_{vk} + \dots = 0 \quad (4.7)$$

Ліва частина рівняння (4.7) містить M доданків. У матричному поданні система рівнянь (4.7) матиме вигляд

$$X \cdot A_2 = B_2, \quad (4.8)$$

де A_2 – матриця розміром $[M, M]$ з двома ненульовими елементами, один з яких відповідає пронумерованому кінцю ребра (входу відповідної підсистеми) і дорівнює 1, інший – пронумерованому початку того ж ребра (виходу іншої підсистеми); B_2 – нульова матриця-стовпець розміром $[M, 1]$.

Таким чином, розміри матриць у рівнянні (4.4): $A[2M, M]$; $B[2M, 1]$.

Опишемо функціонування системи рис. 4.1 у термінах потоків.

Прийняття рішень щодо керування динамічною системою здійснюється на основі інформації, яка з часом надходить до підсистеми прийняття рішень. Якість рішення відповідно до обраного критерію залежить від співвідношення швидкості зростання

невизначеності ситуації і величини інформаційного потоку про стан ситуації.

Невизначеність ситуації має такі причини:

- 1) похибки перетворення параметрів стану, що спостерігаються, X_1 на вхідні дані Y_1 ;
- 2) неспостережність деяких параметрів стану X_2 і заміна даних про ці параметри експертними оцінками або статистичними даними Y_2 ;
- 3) непередбачена зміна стану системи від моменту його оцінювання t_0 до моменту реалізації рішення $t_0+\tau$ (вплив динаміки процесу);
- 4) неузгодженість рішень, що приймаються іншими ППР.

Враховуючи можливість одночасної дії всіх зазначених причин невизначеності та їх різнотипний характер, використаємо для характеристики загального рівня невизначеності узагальнену ентропію, оскільки вона є адитивною мірою невизначеності. Тоді

$$H_{\nu 0} = \sum_{i=1}^4 b_{\nu i} H_{\nu i}, \quad (4.9)$$

де ν – індекс локальної підсистеми; $H_{\nu i}$ – ентропія, зумовлена окремою причиною невизначеності; $b_{\nu i}$ – вагові коефіцієнти.

Складова загальної ентропії, яка зумовлена невизначеністю впливів з боку суміжних підсистем РДС, є частиною ентропії від неспостережності параметрів стану

$$H_{\nu 2} = H'_{\nu 2} + H''_{\nu 2}, \quad (4.10)$$

де $H'_{\nu 2}$ – ентропія від неспостережності параметрів ν -ї підсистеми; $H''_{\nu 2}$ – ентропія неспостережності стану суміжних підсистем.

Ентропія $H''_{\nu 2}$ залежить від зв'язності графа РДС.

Під зв'язністю розумітимемо відношення кількості ребер, які можна вилучити з графа без втрати зв'язності, до мінімальної кількості, яка забезпечує зв'язність. Мінімальну зв'язаність має ієрархічна система, яка має $m=n-1$ ребер (n – кількість вершин графа). Таким чином, коефіцієнт зв'язності

$$k_3 = \frac{n-m-1}{m}. \quad (4.11)$$

Якщо у загальній ентропії H_0 ентропія H_2'' складає в середньому частку H_2''/H_0 , то інформація, що надходить від суміжних підсистем, містить відповідну частку інформації про стан підсистеми, які суміжні з ними (опосередкована суміжність). Кількість шляхів надходження такої інформації в середньому дорівнює k_3 .

Отже,

$$H_2'' = \eta \cdot H_0 \left(1 - \frac{H_2''}{H_0} \cdot k_3 \right),$$

де η – середній ступінь вершини графа.

Оскільки

$$m = \eta \cdot n$$

то, враховуючи (4.11), отримаємо

$$\eta = \frac{m}{n} = \frac{n-1}{(k_3+1)n}$$

і

$$H_2'' = H_0 \frac{n-1}{(k_3+1)n + k_3(n-1)} \quad (4.12)$$

Графік залежності (4.12) зображений на рис. 4.3.

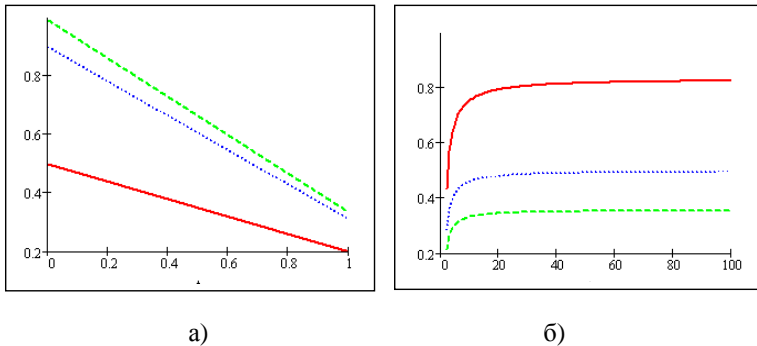


Рис. 4.3. Залежність невизначеності (з точністю до константи) від складності РДС: а) при $n = 2 \dots 100$, б) при $k_3 = 0 \dots 1$

При збільшенні коефіцієнта надлишковості зменшується кількість інформації, що передається між підсистемами, і відповідно, загальний час прийняття рішення. Відповідні графіки зображені на рис. 4.4.

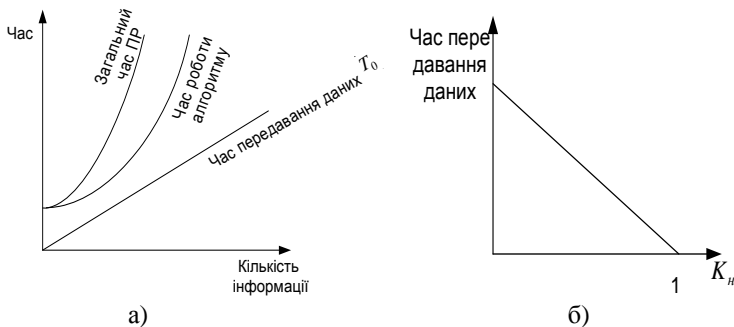


Рис. 4.4. Вплив надлишковості БД на динаміку СППР

Достовірність рішень $d \in D$ при заданих початкових даних $y \in Y$ може бути знайдена із застосуванням операторного методу.

Вигляд розв'язувальної функції F_i відповідного інтегрального оператора тісно пов'язаний зі структурою елемента рис. 4.2а. Типова структура елемента зображена на рис. 4.5.

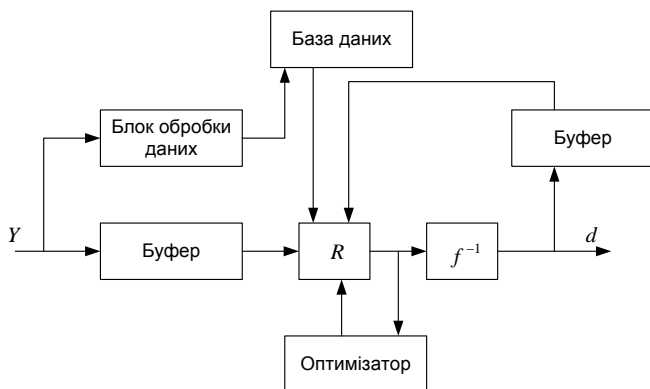


Рис. 4.5. Структура елемента

Структурна схема рис. 4.5 має два інформаційних рівні:

- рівень актуальних даних про стан системи;
- рівень узагальнених (статистичних та експертних) даних, які зберігаються у базі даних.

Інформаційна структура на рівні узагальнених даних призначена для розв'язання таких задач:

- інформаційне забезпечення системи оцінювання невідомих параметрів моделі;
- забезпечення живучості розподіленої системи прийняття рішень.

Формальна модель бази даних i -го елемента нижнього рівня системи керування РДС складається з 3 компонент

$$M_{gi}^{(1)}\{O, A(X, T)\},$$

де O – множина об'єктів-сутностей бази даних; A – множина атрибутів сутностей; X, T – множина значень даних X , пов'язаних з певним проміжком часу T .

На другому рівні керування база даних містить додатковий компонент E – множина керованих елементів 1-го рівня.

$$M_g^{(2)}\{E, O, A(X, T)\}$$

На наступних рівнях додаються компоненти-ідентифікатори керованих елементів попереднього рівня.

Розподілена база даних СППР, на відміну від локальної бази даних характеризується горизонтальною та вертикальною надлишковістю, оскільки:

$$M_{Bi}^{(1)} \cap \left[\bigcup_{\forall j \neq i} M_{Bj}^{(1)} \right] = \overline{M}_{Bi}^{(1)} \neq \emptyset;$$

$$M_{Bi}^{(1)} \cap \left[\bigcup_{\forall j} M_{Bj}^{(2)} \right] = \tilde{M}_{Bi}^{(1)} \neq \emptyset.$$

Відповідний коефіцієнт надлишковості

$$k_{Hi}^{(1)} = \frac{|\overline{M}_{Bi}^{(1)} \cup \tilde{M}_{Bi}^{(1)}| + |\overline{M}_{Bi}^{(1)} \cap \tilde{M}_{Bi}^{(1)}|}{|M_{Bi}^{(1)}|}. \quad (4.13)$$

Наявність надлишковості зумовлена необхідністю використання даних, які характеризують елементи $\{j \neq i\}$ при прийнятті рішень щодо елемента i . Оскільки в РДС одні й ті ж дані використовуються при прийнятті рішень багаторазово, то метою збільшення ефективності системи керування РДС ці дані доцільно зберігати у місці використання. Кількість таких місць використання визначається зв'язністю РДС.

Враховуючи необхідність використання різноманітних даних для прийняття рішення у розподіленій системі, розглянемо засоби та способи зберігання цієї інформації. Один із можливих варіантів концептуальної моделі бази даних розподіленої системи наведено на рис. 4.5.

4.2. Залежність рішень в розподілених системах

Розглянемо інформаційну взаємодію підсистем розподіленої системи.

Інформаційна взаємодія забезпечується двома типами інформаційних потоків: інформаційний потік рішень (команд, керуючих сигналів) та інформаційний потік даних (контрольної інформації, значень параметрів стану тощо).

Процес розв'язання системи розв'язувальних функцій (1.5) може здійснюватися за різними схемами в залежності від взаємної чутливості рішень

$$S_{ij} = \frac{\partial f_j(\vec{x}, \vec{d})}{d_i}. \quad (4.14)$$

Введемо на множині рішень відношення залежності. Будемо називати рішення d_j залежним від рішення d_i , якщо $S_{ij} > \varepsilon$, де ε – поріг значущості чутливості.

Залежність рішень на інформаційному рівні може бути описана матричною моделлю аналогічно залежності підсистем РДС (4.4).

Використання функцій чутливості (4.14) дозволяє лінеаризувати архітектуру інформаційної взаємодії розподіленої системи.

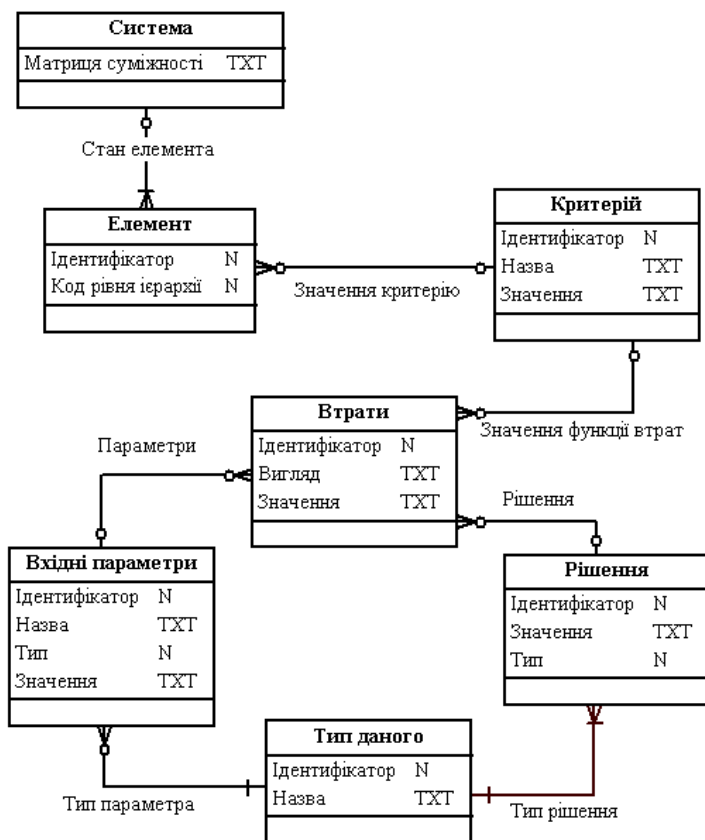


Рис. 4.5. Концептуальна модель БД СППР

Для інформаційного потоку рішень лінеаризована архітектура описується матричним рівнянням у метричному просторі R^* .

$$D \cdot A_1 = X, \quad (4.15)$$

де D – вектор рішень; X – вектор вихідних даних; A – матриця чутливостей.

Для інформаційного потоку даних відповідне матричне рівняння

$$X = A_2 \cdot Y. \quad (4.16)$$

Рівняння (4.15) та (4.16) визначають інформаційну архітектуру системи. Матриці A_1, A_2 переважно розріджені.

Розглянемо декілька окремих випадків схем розв'язання (1.4).

1. Існує така послідовність нумерації d_j , при якій $\forall(i = j - 1): S_{ij} \geq \varepsilon$ і $\forall(i \neq j - 1): S_{ij} < \varepsilon$.

Такий зв'язок відповідає лінійній залежності рішень, зображений на рис. 4.7



Рис. 4.7. Лінійна залежність рішень

Матриця інформаційних зв'язків такої системи, утворена з коефіцієнтів чутливості S_{ij} , є діагональною, а визначника є добутком коефіцієнтів впливу.

Якщо всі компоненти вектора умов прийняття рішення $Y = \{Y_1, \dots, Y_n\}$ надходять одночасно, то інтервал часу від моменту надходження умов t_0 до моменту появи j -го рішення d_j

$$T_j = \sum_{i=1}^j \tau_{np} i + \sum_{i=1}^{j-1} I_{i,i+1} / C_{i,i+1}, \quad (4.17)$$

де перший доданок визначає сумарний час послідовного прийняття рішень від 1-го до j -го, а другий – час передавання даних між підсистемами. Відповідно, повний вектор рішень буде отриманий через проміжок T_n . Для забезпечення своєчасності (синхронності реалізації) і високої вірогідності рішень (відповідно до розділу 3.3) необхідні суттєві витрати на підвищення швидкодії і синхронізацію розподіленої СППР.

2. Існує єдине рішення d_j таке, що $\forall(i \neq j): S_{ij} < \varepsilon$, $S_{ji} > \varepsilon$; $\forall(i \neq j, i \neq k): S_{ik} < \varepsilon$.

Такий зв'язок відповідає зіркоподібній залежності рішень, зображений на рис. 4.8.

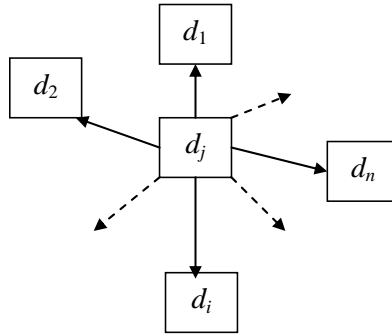


Рис. 4.8 Зіркоподібна залежність рішень

Матриця інформаційних зв'язків такої системи містить один ненульовий стовпець і один ненульовий рядок.

Інтервал часу від моменту надходження умов t_0 до моменту надходження повного вектора рішень

$$T_n = \tau_{np0} + \max_i [\tau_{npi} + I_{i0} / C_{i0} + I_{0i} / C_{0i}] \quad (4.18)$$

3. Відповідно до відносин залежності множина рішень розбивається на підмножини $D = \bigcup_k D^k$, причому потужність кожної підмножини відповідає умові $\forall k \rightarrow \text{card}(D^k) \in (1, n-1)$, а відносини залежності елементів підмножин відповідають схемі 2.

Такий зв'язок відповідає ієрархічній залежності рішень.

При ієрархічній залежності рішень матриці мають трикутний вигляд.

На залежність рішень впливає також залежність між параметрами стану підсистем. Цей вплив відображається на значеннях коефіцієнтів C_{vij}^{lh} марковської моделі (3.23).

4.3. Прийняття рішень в ієрархічних системах

Найпоширенішим видом розподілених систем прийняття рішень є ієрархічні системи. Граничним варіантом ієрархічних систем є системи централізованого управління.

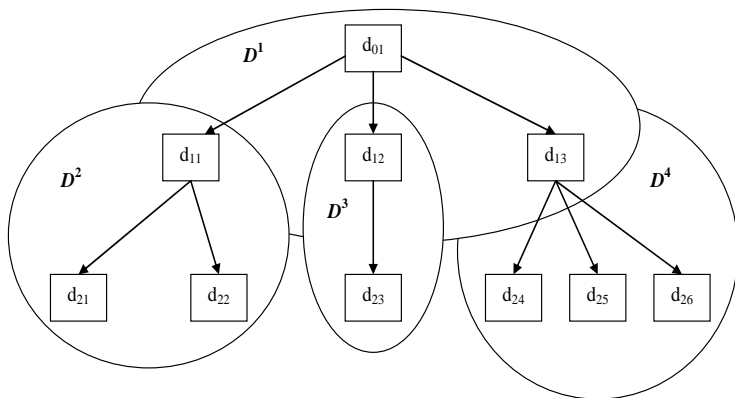


Рис. 4.9. Ієрархічна залежність рішень

Задачі та моделі оптимізації ієрархічних систем широко розглядаються в літературі [48, 67]

При плануванні системи виникають задачі визначення оптимальної кількості ієрархічних рівнів і розподілу повноважень як між ієрархічними рівнями (розподіл по вертикалі), так і між підсистемами одного рівня (розподіл по горизонталі).

Стратегії розподілу повноважень

Можливі дві стратегії розподілу повноважень [20]:

- делегування повноважень;
- централізація рішення.

Переваги і недоліки цих стратегій наведені у таблиці 4.1.

Для характеристики розподілу функцій і повноважень у ієрархічних системах використовуються:

- обсяг задач, що розв'язуються;
- ступінь централізації ($0 \leq C \leq 1$) (відношення кількості інформації, що переробляється, на двох суміжних рівнях);
- ступінь децентралізації ($0 \leq D \leq 1$);
- ступінь самоуправління ($0 \leq S \leq 1$);

- ступінь формалізації управління ($0 \leq F \leq 1$) (визначається як композиція ступеня централізації управління ($0 \leq C \leq 1$) і ступеня децентралізації управління ($0 \leq D \leq 1$)).

Таблиця 4.1

Наслідки делегування і централізації

Характеристика	Делегування	Централізація
Кількість інформації що обробляється на нижньому рівні	Збільшується	Зменшується
Кількість інформації, що обробляється на верхньому рівні	Зменшується	Збільшується
Вірогідність рішень	Зменшується через можливу неузгодженість	Зменшується через можливі помилки при передаванні початкових даних

На кожному рівні ієрархії формалізоване управління повинне поєднуватись з самоуправлінням (принцип поєднання управління і самоуправління) і крім того самоуправління повинне бути вторинним процесом після формалізованого управління (принцип вторинності). Наведені принципи є відомими принципами теорії організації і дозволяють записати схему балансу загального управління $U = C + D + S = 1$ [53].

В ієрархічній системі задача оптимізації структури розглядається в умовах повної інформації, в системах неповної інформованості підсистем, яка збігається, і в умовах асиметрії інформованості центра і підсистем.

Вибір стратегій залежить від багатьох факторів:

- динаміка керованого процесу;
- складність алгоритму прийняття рішень;
- вірогідність рішень;
- параметри функції втрат;
- розмірність вектора керування на кожному рівні.

Формалізований підхід до вибору стратегії ґрунтується на мінімізації узагальненого ризику.

Узагальнений ризик системи складається з ризиків невірного рішення на рівні безпосереднього керування, тобто на найнижчому рівні ієрархії

$$\min_{s \in S} \sum_{i=1}^n R_i(s), \quad (4.19)$$

де s – структура системи; S – множина можливих структур; n – кількість об'єктів керування.

Задача (4.19) розв'язується з використанням теорії потоків [53] методом невизначених множників Лагранжа.

4.4. Оптимізація структури ієрархічної системи прийняття рішень

Розподіл повноважень у межах одного ієрархічного рівня може розглядатися як розпаралелювання розв'язання задач прийняття рішень.

Розпаралелювання прийняття рішень здійснюється на основі алгоритмічної моделі [32].

У формалізованому вигляді подамо означення алгоритмічної моделі за допомогою нотації Бекуса – Наура [15]:

<алгоритмічна модель> ::=	<ідентифікатор> ! A(B) <блок> A(E)
<блок> ::=	<ідентифікатор> ! <пусто> ! <елемент> ! [<блок> <блок>]
<елемент> ::=	<перетворення> ! <умова> ! <знак>
<перетворення> ::=	E<номер> (<операція>; <(вхідні дані)>; <результати>)
<умова> ::=	w<номер>(<логічний вираз>;<вхідні дані>)<знак переходу>
<знак переходу> ::=	_<номер> ! _ <номер> ! >>
<знак> ::=	<знак переходу> ! << !
<операція> ::=	<пусто> ! <тип операції> ! <зміст операції>
<тип операції> ::=	<I> ! <S> ! <C> ! <T> ! ...
<C> ::=	+ ! - ! * ! div ! log ...

< вхідні дані >::=	< пусто > ! (< ім'я >; <тип> ! <значення вхідного даного >)
<результати >::=	< пусто > ! (<ім'я>; <тип>)

Примітки:

1. Наведені лише основні означення.
2. Службові символи нотації: <, > – межі синтаксичної конструкції; :: – “це”; ! – “або”; ... – “інші”.
3. \lfloor < номер > – перехід вперед; \rfloor < номер > – перехід назад.
4. < I > – інформаційні операції; < S > – вимірювальні операції; < C > – обчислювальні операції; < T > – операція передачі.
5. Тип вхідного даного вказується тільки один раз в моделі, при першому його згадуванні.
6. Для деяких систем важливо відзначати яким чином виконуються операції – апаратно чи програмно. Для таких операцій поряд з номером перетворення (необов'язково) ставиться індекс H (апаратне виконання) і S (програмне виконання).
7. Серед інформаційних операцій виділяють: I_{DA} – цифро-аналогове перетворення, I_{AD} – аналогово-цифрове перетворення, I_s – пошук всіх записів, які відповідають умові w та інші.
8. Деякі додаткові позначення наведені в таблиці 4.2.

Перетворення алгоритмічної моделі формалізовані у вигляді алгебраїчної системи [31, 19]

$$AS = (MAM, MOP) \quad (4.20)$$

де *MAM* – множина алгоритмічних моделей; *MOP* – множина операцій над ними.

Множина операцій *MOP* складається з елементів:

- *paste*(*B*, *n1*, *n2*) – вставка блока *B* в алгоритмічну модель між елементами з номерами *n1* і *n2*;
- *cut*(*n1*, *n2*) – вирізання блока з алгоритмічної моделі між елементами з номерами *n1* і *n2*,

а також поняття одиничної операції **1**, яка не змінює моделі, і зворотної операції op^{-1} , яка задовольняє умову

$$op^{-1}(op(MAM)) = MAM. \quad (4.21)$$

Таблиця 4.2

Система позначень

Позначення	Призначення	Пояснення	Приклад
$A(B)$	Початок алгоритму		
$A(E)$	Кінець алгоритму		
$<<, >>$	Початок (кінець) циклу		$<<I(q/37)$ $i(3q+8/14)$ $>>$
$[i, j]$	Розгалуження	i – номер оператора, до якого здійснюється перехід	
$/$	Перетворення		
$//$	Паралельне виконання		
$:=$	Розшифровка		$i:=i+1$
$w(p)$	Умовний оператор	p – умова	$w(x>y)$
$cmd(p)$	Команда оператора	p – зміст команди	$cmd(inp\ v2)$
$C(p1/p2)$	Ініціалізація констант	$p1$ – значення константи; $p2$ – ім'я константи	$C(10/x)$
$Ek(p1/\mu)$	Експертні дані	$p1$ – величина, задана експертом; μ – функція належності	$E(s/exp((x-s)^2: (2\sigma^2)))$
$Im(p1/p2)$	Вимірювання	$p1$ – вимірювана величина; $p2$ – результат вимірювань	$I(q/37)$
$i(f(p1)/p2)$	Обчислення	$p1$ – вихідні дані; $p2$ – результат обчислення; f – формула обчислення	$i(3q+8/14)$

Базовою операцією алгебри алгоритмічних моделей, яка забезпечує процес синтезу, є операція підстановки

$$P\{< \text{блок1} >, < \text{блок2} >\},$$

що означає заміну блока 1 блоком 2.

Еквівалентними перетвореннями алгоритмічної моделі будемо називати таку послідовність операцій над моделлю, яка не змінює змісту результатів роботи системи (хоча можуть змінювати якісні показники як результатів, так і самої системи).

Еквівалентні перетворення здійснюються на основі властивостей алгебри AS [31]:

1. $\text{paste}(B, n1, n2) \text{ cut}(n1, n2) \equiv 1$
2. $\text{cut}(n1, n2) \text{ paste}(B, n1, n2) \equiv 1$
3. $\text{paste}(B1, n1, n2) \text{ paste}(B2, n3, n4) \equiv \text{paste}(B2, n3, n4) \text{ paste}(B1, n1, n2)$ якщо $(n1, n2) \cap (n3, n4) = \emptyset$
4. $\text{cut}(n1, n2) \text{ cut}(n3, n4) \equiv \text{cut}(n3, n4) \text{ cut}(n1, n2)$ якщо $(n1, n2) \cap (n3, n4) = \emptyset$
5. $\text{En1}(op, X, Y) \text{ En2}(op^{-1}, Y, X) \equiv 1$

Заміна послідовних операцій на паралельні здійснюється на підставі твердження:

$$\begin{aligned} & \text{Модель } E_1(op_1, X1, Y) E_2(op_2, X2, Y) \text{ еквівалентна} \\ & \text{моделі } // [E_3(I_3, (X1, X2), X1) E_1(op_1, X1, Y1)] [E_3(I_3, \\ & (X1, X2), X2) E_2(op_2, X2, Y2)] E_4(I_4, (Y1, Y2), Y), \end{aligned} \quad (4.22)$$

де I_3 – операція розподілення вхідних даних; I_4 – операція об'єднання результатів.

Задача синтезу структури СППР може бути зведена до задачі оптимізації.

Під критерієм оптимальності будемо розуміти вартісну функцію $c([P_{11}, P_{12}], [P_{21}, P_{22}])$, де P_{11} – множина послідовних операцій; P_{12} – множина паралельних операцій; P_{21} – множина апаратно реалізованих операцій; P_{22} – множина програмно реалізованих операцій. Вартісна функція повинна відповідати умовам:

- вартісна функція паралельно з'єднаних підсистем

$$g_{nap} = \sum_i c_{P_{12}i} + c_t \max_i \left(\sum_{P_{11}} T_i \right), \quad (4.23)$$

де $g_{P_{12}i}$ – вартість апаратних засобів i -ї підсистеми; T_i – час виконання операції i -ю підсистемою, яка здійснює послідовність операцій P_{11} ; c_t – вартість витрат часу;

- вартісна функція послідовно з'єднаних підсистем

$$g_{noc} = \sum_i c_{P_{12}i} + c_t \sum_i T_i. \quad (4.24)$$

Вираз вартісної функції отримується з алгоритмічної моделі СППР.

Процедура розпаралелювання використовує граф перетворення сигналів і граф залежностей.

Граф залежностей – це граф, що описує залежність обчислень, представлених в алгоритмі. Граф залежностей може розглядатися як графічне представлення алгоритму з однократним присвоюванням.

Повний опис графа перетворення сигналів повинен включати дві частини – функціональну і структурну. Функціональний опис представляє поведінку у вузлі, а структурні зв'язки – (галузі і затримки) між вузлами. Теоретично структурна частина графу перетворення сигналів може бути представлена кінцевим орієнтованим графом $G = \langle V, E, D(E) \rangle$. Вершини V моделюють окремі підсистеми прийняття рішень. Орієнтовані ребра E моделюють зв'язки між вузлами. Кожне ребро E зв'язує вихідний порт деякого вузла з вхідним портом іншого вузла і має вагу, рівну значенню затримки.

При розпаралелюванні виконання операцій до алгоритмічної моделі додаються операції синхронізації і збирання даних, що паралельно надходять.

Методика оптимізації передбачає вибір базового варіанта СППР з наступним покроковим пошуком найкращого варіанта. Операції пошуку формалізуються як операції над графом перетворення сигналів.

Методика оптимізації СППР на основі алгоритмічної моделі передбачає [32]:

- аналіз залежностей у послідовностях перетворень і виділення незалежних послідовностей;

- розпаралелювання перетворень на основі (4.22);
- оцінку витрат та вибір найкращого варіанта на основі критеріїв (4.23) і (4.24);
- зміну структури системи у відповідності до обраного варіанта.

Для формалізації процедури в алгебрі AS визначаються відносини залежності \otimes :

$$E_1(op_1, X1, Y1) \otimes E_2(op_2, X2, Y2) \text{ якщо } (X1 \otimes X2) \cup (X1 \otimes Y2) \cup (X2 \otimes Y1)$$

Для відносин залежності виконується властивість транзитивності.

Аналіз залежностей може бути здійснений за допомогою динамічної структури типу двовимірний зв'язаний список, який формується за правилами (рис. 4.10):

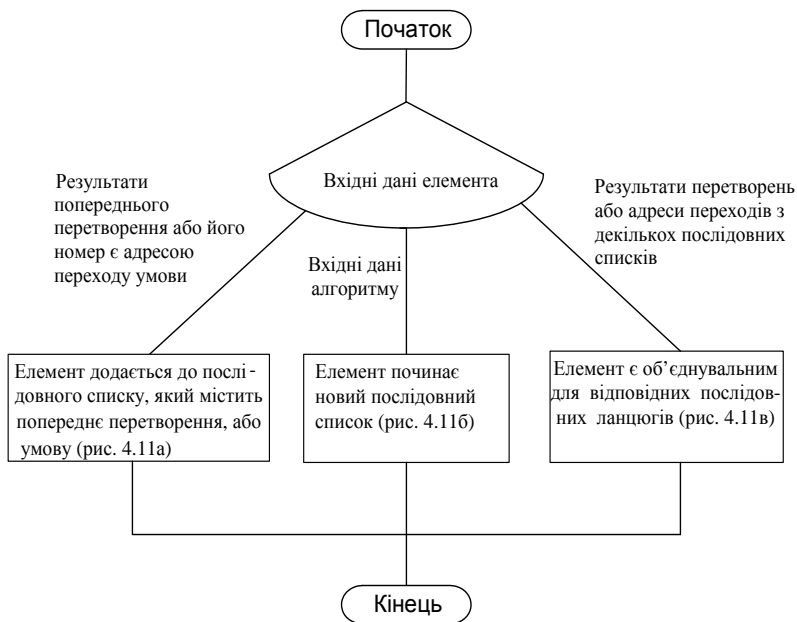


Рис. 4.10 Правила синтезу структури моделі

1. Елементи в алгоритмічній моделі переглядаються зліва направо.

2. Якщо вхідними даними елемента алгоритмічної моделі є результати попереднього перетворення або його номер є адресою переходу умови, то елемент додається до послідовного списку, який містить попереднє перетворення, або умову (рис. 4.11а).

3. Якщо вхідними даними елемента алгоритмічної моделі є лише вхідні дані алгоритму, то елемент починає новий послідовний список (рис. 4.11б).

Якщо вхідними даними елемента алгоритмічної моделі є результати перетворень або адреси переходів з декількох послідовних списків, то цей елемент є об'єднувальним для відповідних послідовних ланцюгів (рис. 4.11в)

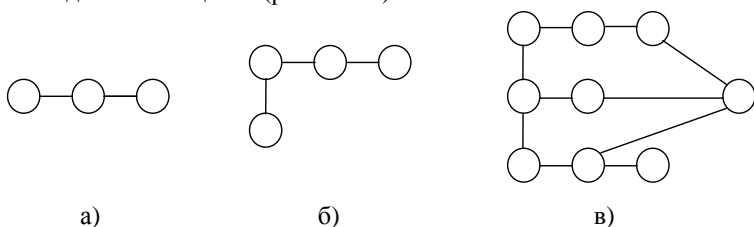


Рис. 4.11. Граф перетворень і залежностей

Отриманий таким способом граф перетворень і залежностей відтворює максимально можливе розпаралелювання алгоритму прийняття рішень.

Для визначення кількості ієрархічних рівнів граф перетворень і залежностей необхідно розділити на підграфи. Для цього:

- вершини і ребра, які зображують послідовні перетворення даних, згортаємо в одну вершину;
- також згортаємо у одну вершину цикли, починаючи з циклів найменшої довжини;
- отримане таким чином дерево зображує максимальну кількість ієрархічних рівнів, отриману за критерієм відсутності горизонтальних зв'язків у межах одного рівня.

В результаті проведених досліджень можна дійти висновку, що моделювання розподілених систем з зосередженими параметрами в задачах керування і прийняття рішень є актуальною задачею, проте вона розв'язується переважно стосовно менеджменту в організаційних системах. Моделі технічних систем мають певні відмінності.

Розвинуті підходи до формалізації моделі функціональної і інформаційної архітектури РДС дозволяють удосконалити методи аналізу і синтезу інформаційного забезпечення СППР.

Запропонована методика розпаралелювання задач прийняття рішень на основі алгоритмічної моделі дозволяє оптимізувати структуру СППР.

5. УДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДІВ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В РОЗПОДІЛЕНИХ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМАХ В УМОВАХ КОМБІНОВАНОЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Особливості задач прийняття рішень при керуванні РДС в умовах комбінованої невизначеності потребують відповідної модифікації і удосконалення алгоритмів їх розв'язання. З огляду на велике розмаїття алгоритмів прийняття рішень, ця задача є досить громіздкою. У цій роботі розглянемо лише окремі напрямки удосконалення, які можуть бути застосовані до більшості алгоритмів.

5.1. Узагальнений алгоритм прийняття рішень в розподілених динамічних системах в умовах комбінованої невизначеності

Проведені дослідження моделей і методів прийняття рішень при керуванні РДС в умовах невизначеності дозволяють узагальнити технологію прийняття рішень.

Технологія передбачає:

1. Визначення переліку параметрів, які суттєві для забезпечення заданої якості рішень.
2. Визначення параметрів стану розподіленої системи, які піддаються спостереженню.
3. Визначення частоти контролю кожної величини.
4. Отримання експертних даних про частину параметрів стану, які не піддаються спостереженню.
5. Подання отриманих даних у вигляді узагальнюючих функцій невизначеності.
6. Розв'язання задачі оцінювання параметрів стану, щодо яких немає ні експериментальних, ні експертних даних, на основі моделі розподіленої системи.
7. Визначення множини можливих рішень шляхом розв'язання задачі аналізу стійкості розподіленої системи.
8. Отримання функції втрат для множини можливих рішень.

9. Пошук оптимального рішення, яке забезпечує мінімум втрат.
10. Корекція узагальнюючих функцій на основі даних спостереження.

Технологія реалізується двома типами алгоритмів у залежності від підходу до керування – процесного або подійного.

Узагальнений алгоритм прийняття рішень при процесному підході до керування РДС показаний на рис. 5.1.

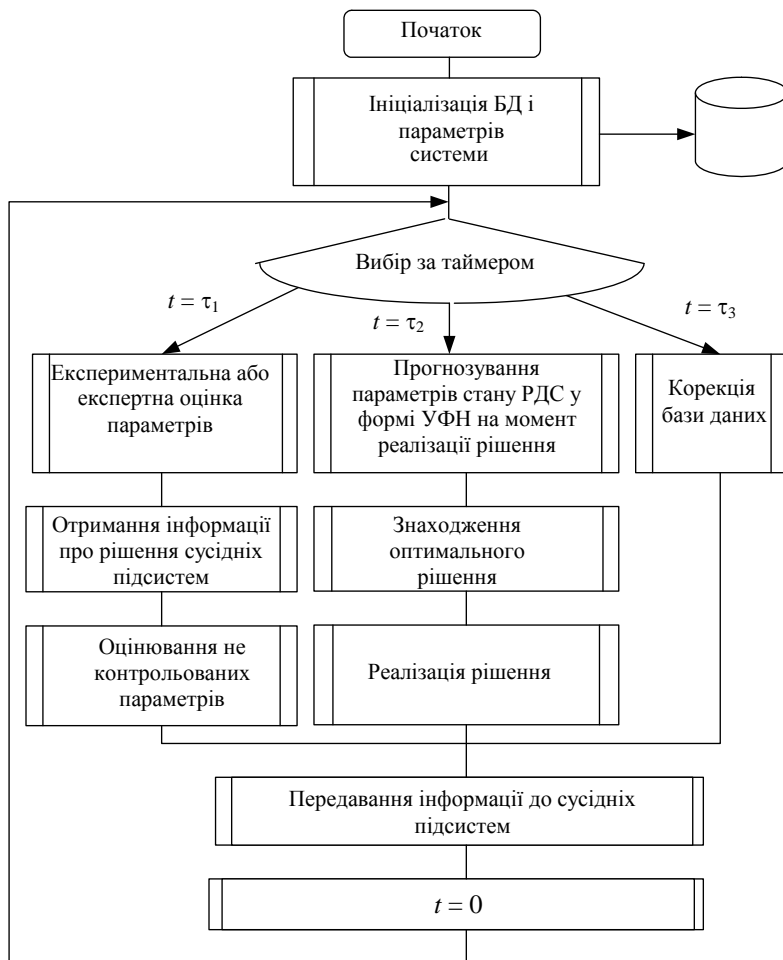


Рис. 5.1. Сема алгоритму ПР при процесному підході до керування РДС

При процесному підході всі процедури, пов'язані з прийняттям рішень, здійснюються періодично з періодом, який залежить від характеристик керованого процесу в РДС.

На першому (ініціальному) кроці алгоритму визначається множина можливих рішень D , здійснюється оцінка чутливості розв'язувальної функції F до параметрів РДС X на основі моделі розповсюдження впливів. Визначається перелік параметрів Y , які суттєві для забезпечення заданої якості рішень R . Визначається оптимальна періодичність здійснення основних процедур алгоритму: контролю стану РДС τ_1 ; прийняття і реалізації рішень τ_2 ; навчання системи (корекції бази даних і знань) τ_3 . Задаються початкові (проектні або експертні) значення параметрів РДС у базі даних і в алгоритмі.

На другому етапі визначається кількість нечітких параметрів k_1 , які використовуються для прийняття рішення. Цей етап передбачає побудову функцій належності нечіткої величини на основі експертних даних, а також її перетворення на УФ. Після перетворення всіх нечітких даних відбувається обробка стохастичної інформації. На цьому етапі задається кількість стохастичних даних k_2 , що впливають на процес ПР. Далі визначається тип закону розподілу кожного вхідного даного і його перетворення на УФ.

Після ініціального кроку починається циклічний процес керування РДС який складається з трьох потоків процедур:

- контролю стану РДС з періодом τ_1 ;
- прийняття і реалізації рішень з періодом τ_2 ;
- навчання системи (корекції баз даних і знань) з періодом τ_3 .

Узагальнений алгоритм прийняття рішень при подійному підході до керування РДС показаний на рис. 5.2. При подійному підході процедури, пов'язані з прийняттям рішень, ініціюються певними подіями, які відбуваються у керованій РДС, і не мають визначеної періодичності. Ініціальний крок, який виконується одноразово і не пов'язаний з подіями в РДС, здійснюється аналогічно алгоритму рис. 5.1 і на рис. 5.2 не показаний.

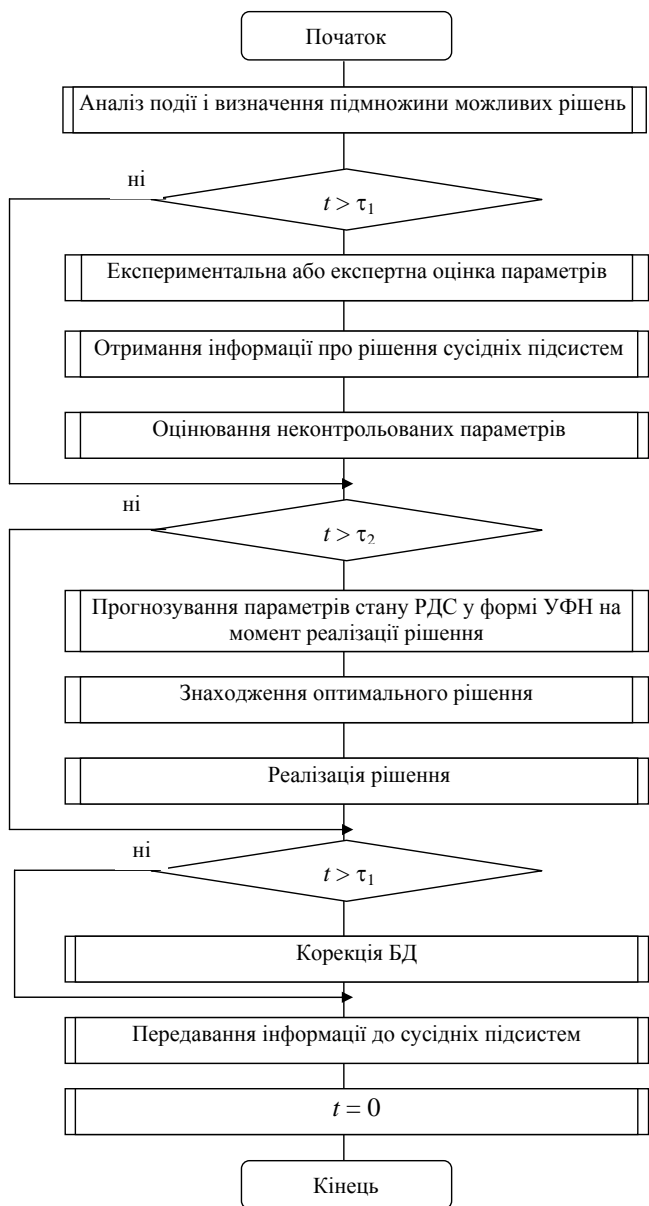


Рис. 5.2. Схема алгоритму ПР при подійному підході до керування

5.2. Вдосконалення процедур алгоритму прийняття рішень

Процедури алгоритмів прийняття рішень, показані на рис. 5.1 і рис. 5.2, повинні бути вдосконалені і адаптовані до розв'язання задачі керування РДС в умовах комбінованої невизначеності.

5.2.1. Оцінювання стану розподіленої динамічної системи

Процедура оцінювання стану РДС характеризується низкою головних показників.

Розділимо множину параметрів стану X на три групи $X = \{X_1, X_2, X_3\}$:

- суттєві параметри X_1 , які підлягають постійному контролю;
- параметри X_2 , які менше впливають на прийняття рішення і можуть бути оцінені експертно;
- несуттєві параметри X_3 , впливом яких можна знехтувати.

Визначення множини X_1 є задачею оптимізації з обмеженнями. Критерієм оптимізації є вірогідність рішення. Враховуючи співвідношення (3.33), (3.36), (3.39), вірогідність як функцію кількості контрольованих параметрів можна записати у вигляді

$$V = \exp \left[H_{anp} + \sum_{i=k_1+1}^m \log \frac{i}{m} - \sqrt{1 - r^2 \left(\frac{k_1 I_{cp}}{q} \right)} \right]. \quad (5.1)$$

Обмеження на параметр k_1 визначимо з аналізу часових співвідношень складових циклу керування.

Нехай N – загальна кількість параметрів системи, які характеризують її стан. $N1$ – кількість параметрів, що описуються законами розподілу ймовірностей, $N2 = N - N1$ – параметри, які задаються експертним шляхом.

Час, який надається на контроль параметрів, визначається з формули

$$t_{вим} = T - t_{перед} - t_{об} - t_{кер}, \quad (5.2)$$

де T – цикл керування; $t_{перед}$ – час передавання даних від датчика до контролера; $t_{об}$ – час, потрібний для обробки даних; $t_{кер}$ – час

здійснення впливу на об'єкт керування.

Кількість вимірювань за цикл параметрів залежить від способу контролю. При послідовному контролі даних кількість вимірювань параметрів буде визначатись співвідношенням

$$t_{\text{вум}} = \sum_{i=1}^{k_1} t_i, \quad (5.3)$$

де t_i – час вимірювання i -го параметра; k_1 – кількість вимірювань параметрів.

Якщо середній час вимірювання усіх параметрів однаковий, то кількість контрольованих параметрів

$$k = \frac{t_{\text{вум}}}{t_n}, \quad (5.4)$$

де t_n – середній час вимірювання параметра.

При одночасному вимірюванні даних загальний час контролю буде визначатись найбільшим часом вимірювання параметра.

Визначення інтервалу контролю параметрів стану

Усі контрольовані параметри системи можна розділити на дві підгрупи [1]. Першу групу становлять параметри, відхилення яких від норми неприпустиме. До другої групи належать параметри, короточасні зміни яких не мають суттєвого впливу на роботу системи. В залежності від групи буде визначатись частота вимірювання того чи іншого параметра.

Верхню границю частоти контролю параметрів першої групи можна визначити з формули

$$N_k \leq \frac{\omega_c |y_{\max}(t)|}{\delta - \delta_n}, \quad (5.5)$$

де $y_{\max}(t)$ – максимальне значення функції $y(t)$; ω_c – частота зрізу спектральної щільності функції $y(t)$; δ – абсолютне значення похибки вимірювання; δ_n – максимальна похибка приладу вимірювання.

Наведене співвідношення справедливе для функції, яка обмежена за модулем і має спектральну щільність з кінцевою

частотою зрізу.

Частоту вимірювань параметрів другої групи можна знайти за таким алгоритмом:

1. Задається середня квадратична похибка вимірювання δ , яка складається з середньої квадратичної похибки апроксимації та приладу вимірювання.
2. Розраховується кореляційна функція $R_y(\tau)$ на основі функції $y(t)$.
3. Обчислюється значення

$$R(\tau_{11}) = R(0) - \delta^2 / 2,$$

де τ_{11} – деякий момент часу.

4. За допомогою графіка кореляційної функції знаходиться значення τ_{11} .
5. Частота вимірювання параметрів знаходиться за формулою

$$N_k = 1 / \tau_{11} \quad (5.6)$$

На основі отриманої частоти контролю визначаємо інтервал контролю

$$\tau_1 = \frac{1}{N_k} \quad (5.7)$$

Оцінювання неконтрольованих параметрів

Відповідно до запропонованої технології прийняття рішень при керуванні РДС здійснюється на основі оцінок параметрів стану, частина з яких отримується шляхом контролю (вимірювання), а решта шляхом експертних оцінок. Використання моделі РДС дозволяє як підвищити точність оцінок параметрів ситуації прийняття рішень, так і зменшити дисперсію умовних УФН [28, 33] і відповідно узагальнений ризик.

Узагальнена модель контролю стану РДС представляється у вигляді рівняння [33]

$$\tilde{\mathbf{Z}} = A_{or}(\tilde{\mathbf{V}}), \quad (5.8)$$

де $\tilde{\mathbf{V}}$ – вектор розмірності v фактично отриманих результатів вимірювань; $\tilde{\mathbf{Z}}$ – вектор розмірності z наближень (оцінок) вектора

параметрів РДС \mathbf{Z} ; A_{OI} – алгоритм оцінювання параметрів стану.

Модель підсистеми контролю стану подається у вигляді:

$$\tilde{\mathbf{V}} = \mathbf{V}(\mathbf{Y}) + \mathbf{E}_{\tilde{\mathbf{V}}}. \quad (5.9)$$

де \mathbf{V} , $\mathbf{E}_{\tilde{\mathbf{V}}}$ – вектори розмірності v відповідно істинних значень вимірюваних параметрів і похибок вимірювань. Припускається, що похибки вимірювань $\mathbf{E}_{\tilde{\mathbf{V}}}$ незалежні.

У формулі (5.9) вектор \mathbf{Y} отримано як результат розбиття вектора \mathbf{Z} на вектор незалежних параметрів \mathbf{Y} розмірності y і вектор залежних параметрів \mathbf{X} розмірності x , при цьому вектор залежних параметрів \mathbf{X} визначається через вектор незалежних параметрів \mathbf{Y} на основі рівнянь математичної моделі РДС

$$M(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = 0 \Rightarrow \mathbf{X} = F(\mathbf{Y}). \quad (5.10)$$

Необхідність обробки вимірювальної інформації пов'язана з тим, що вектор вимірювань $\tilde{\mathbf{V}}$ є неповним, оскільки вимірюється лише деяка частина параметрів РДС \mathbf{Z} , і недостовірним через наявність похибок вимірювань і експертних оцінок $\mathbf{E}_{\tilde{\mathbf{V}}}$. Алгоритм обробки A_{OI} результатів вимірювання ґрунтується на узагальненому методі найменших квадратів і зводиться до пошуку такої оптимальної оцінки $\hat{\mathbf{Y}}$ вектора \mathbf{Y} , яка забезпечує досягнення мінімуму функції вигляду

$$\Phi(\hat{\mathbf{Y}}) = \left[\tilde{\mathbf{V}} - \mathbf{V}(\hat{\mathbf{Y}}) \right]^T \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{V}}}^{-1} \left[\tilde{\mathbf{V}} - \mathbf{V}(\hat{\mathbf{Y}}) \right], \quad (5.11)$$

де $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{V}}}$ – матриця коваріацій похибок вимірювань.

Розв'язання задачі оптимізації (5.11) з урахуванням (5.9) і обмежень (5.10) дозволяє визначити не тільки уточнені оцінки параметрів, які є математичними сподіваннями умовних УФН цих параметрів, але і мінімальні похибки $\mathbf{E}_{\tilde{\mathbf{V}}}$, які визначають дисперсії умовних УФН.

Визначення кількості кроків багатокрокової стратегії

Оскільки керування динамічною системою здійснюється за допомогою багатокрокових стратегій, то визначення кількості кроків

такої стратегії є важливою складовою технології прийняття рішень. Підставою для знаходження довжини стратегії (кількості кроків) відповідно до моделі (3.8) є порядок чисельника пердатної функції сегмента РДС.

Розглянемо керування РДС процесного принципу (рис. 5.1). Відповідно до цього принципу прийняття рішень здійснюється періодично з періодом τ_2 . Довжину стратегії керування ν -ю підсистемою знайдемо за такою методикою:

1. На основі моделі розповсюдження впливів (3.21) визначаємо чутливості стану ν -ї підсистеми до станів інших підсистем. Отримані вагові коефіцієнти ранжуємо в порядку зменшення. Якщо загальна кількість підсистем РДС N , максимальне і мінімальне значення вагових коефіцієнтів відповідно $c_{\nu \max}$ і $c_{\nu \min}$, то коефіцієнти утворюють послідовність близьку до арифметичної прогресії. Виділимо підсистеми, стан яких суттєво впливає на процеси у підсистемі ν , за критерієм

$$\frac{\sum_{i=1}^k c_{\nu i}}{\sum_{i=1}^N c_{\nu i}} \geq 0,9$$

або

$$c_{\nu \max} \frac{1 - q^k}{1 - q} \geq 0,9 c_{\nu \max} \frac{1 - q^N}{1 - q},$$

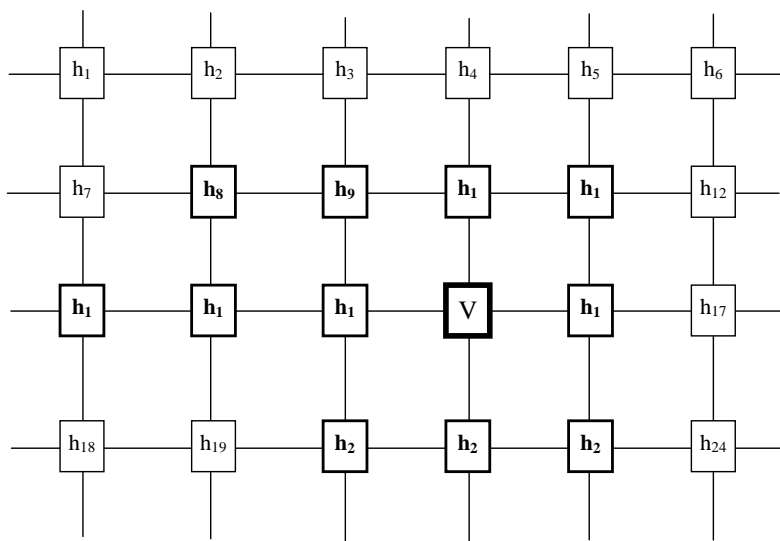
де

$$q = \frac{c_{\nu \max} - c_{\nu \min}}{N - 1},$$

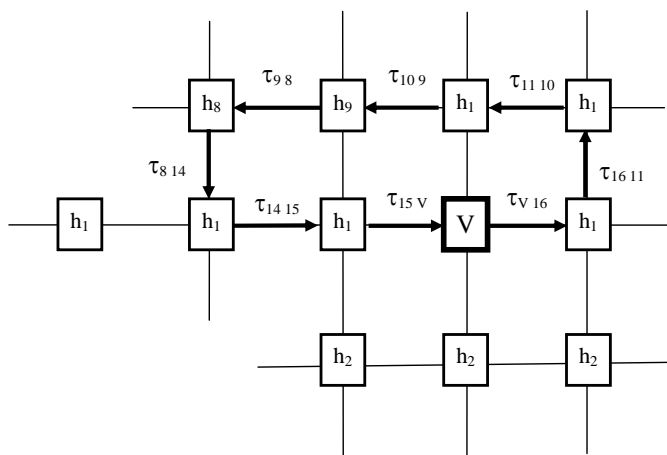
звідки

$$k = \log_q (0,1 + 0,9q^N). \quad (5.12)$$

2. Виділяємо підграф РДС, який утворюють k підсистем з найбільшими коефіцієнтами c_{ν} разом з ν -ю підсистемою. Приклад графа для визначення довжини стратегії наведено на рис. 5.3.



a)



б)

Рис. 5.3. Приклад графа для визначення довжини стратегії: а) з виділеними суттєвими підсистемами; б) з виділеним найдовшим циклом

Позначимо ваги ребер

$$\rho_{ij} = \tau_{ij} + T_j,$$

де τ_{ij} – час розповсюдження впливу між суміжними підсистемами i та j ; T_j – час перехідного процесу у підсистемі j , який визначається порядком чисельника її передаточної функції

$$T_j = n_j \cdot \tau_2.$$

Знаходимо цикл L з максимальною сумарною вагою ребер T_L , до якого входить підсистема ν .

3. Знаходимо довжину стратегії керування у підсистемі ν

$$n_\nu = \frac{T_L}{\tau_2} = \frac{1}{\tau_2} \sum_{i,j \in L} \tau_{ij} + \sum_{j \in L} n_j. \quad (5.13)$$

Отримані за запропонованою методикою значення n_ν є індивідуальними для кожної підсистеми.

5.2.2. Прогнозування параметрів стану

Ризик прийняття рішення в умовах невизначеності на основі прогнозу подамо у вигляді

$$R = \int_{\Delta_Y} g(\partial_Y) \beta(\partial_Y) d\partial_Y, \quad (5.14)$$

де ∂_Y – відхилення фактичного стану системи від прогнозованого; Δ_Y – простір можливих відхилень.

Існує значна кількість методів прогнозування, більшість з яких широко використовується на практиці. Хоча ці методи розроблені давно, загальновживаної їх класифікації не існує. Одна з головних причин – велика кількість критеріїв, на основі яких проводиться класифікація. Серед найпоширеніших критеріїв можна виділити тип вхідних даних, методи їх обробки, кількість кроків прогнозування тощо. Ґрунтуючись на класифікації, наведеній у [87], покажемо класифікацію основних методів прогнозування в системах прийняття рішень на рис.5.3.

В наведеній класифікації можна виділити кілька рівнів поділу методів. На основі типу вхідної інформації всі методи поділяються на експериментальні, експертні і комбіновані.



Рис. 5.3. Класифікація методів

Експериментальні методи прогнозування основані на використанні даних, отриманих в результаті дослідження об'єкта. Основою експертних методів є інформація експертів. Комбіновані методи прогнозування передбачають використання, як експертної, так і фактичної інформації.

Детальніша класифікація методів в групах відбувається на основі принципів обробки вхідної інформації та математичного апарату, що лежить в основі методу.

Методи екстраполяції становлять найбільш розроблену групу методів прогнозування. В їх основі лежить припущення, що прогнозована величина може бути представлена сумою регулярного та випадкового процесів

$$y(t) = f(\bar{a}, t) + \varepsilon(t), \quad (5.15)$$

де $y(t)$ – процес, який прогнозується; $f(\bar{a}, t)$ – регулярний процес (тренд); \bar{a} – вектор параметрів, сталих на інтервалі прогнозування; $\varepsilon(t)$ – некорельований випадковий процес (білий шум) з нульовим математичним сподіванням.

Більшість методів екстраполяції орієнтовані на виділення тренда

і прогнозування його значення. Процес прогнозування можна розділити на два етапи:

- 1) вибір вигляду екстраполюючої функції;
- 2) знаходження коефіцієнтів екстраполюючої функції.

Досить часто прогнозування значення залежної величини може відбуватись з використанням значної кількості статистичних даних. В таких випадках доцільно використовувати статистичні методи прогнозування, зокрема регресійні методи та методи згладжування та вирівнювання числового ряду.

В основі методів згладжування лежить розрахунок нових значень точок ряду на основі існуючої інформації. Для згладжування середньої точки в групі з $m = 2p + 1$ точок використовується метод ковзного середнього

$$\tilde{y}_t = \frac{1}{m} \sum_{i=t-p}^{t+p} y_i.$$

Наступний етап прогнозування передбачає знаходження коефіцієнтів екстраполюючої функції за допомогою одного з відомих методів: методу середніх, методу найменших квадратів, різницевих методів та ін.

Узагальнений лінійний прогноз

Лінійні методи прогнозування застосовуються в лінійних системах, які відповідають умовам:

- модель системи є лінійною
 $M(X + \Delta X, d) = M(X, d) + M(\Delta X, d), M(kX, d) = kM(X, d);$
- розв'язувальна функція є лінійною
 $F(X + \Delta X, d) = F(X, d) + F(\Delta X, d), F(kX, d) = kF(X, d);$
- функція втрат є лінійною
 $G(X + \Delta X, d) = G(X, d) + G(\Delta X, d), G(kX, d) = kG(X, d).$

Прогнозоване значення тренду подається лінійною комбінацією m попередніх значень за допомогою моделі багатофакторної регресії

$$\tilde{y}_1 = c + b_0 \cdot y_0 + b_1 \cdot y_{-1} + \dots + b_m \cdot y_{-m}, \quad (5.16)$$

де b_0, \dots, b_m, c – параметри регресії; $y_0, \dots, y_{-i}, \dots, y_{-m}$ – попередні значення у моменти $t_0 - i \cdot dt$, що впливають на результат; t_0 – поточний момент

часу; dt – інтервал надходження даних про прогнозований процес.

В процедурі прогнозування на основі регресії можна виділити такі етапи:

1. Побудова моделі багатофакторної регресії.
2. Перевірка виконання основних припущень регресійного аналізу.
3. Знаходження коефіцієнтів моделі.
4. Перевірка адекватності моделі.
5. Визначення значущості знайдених коефіцієнтів.

Вигляд лінійної моделі (5.16) визначається кількістю m попередніх значень процесу, що впливають на результат. Ця кількість може бути визначена з інтервалу кореляції процесу

$$m = \frac{\tau}{dt}.$$

Після знаходження вигляду регресійної моделі необхідно перевірити, чи відповідає вона основним припущенням регресійного аналізу.

1. Величина ε є випадковою величиною з математичним сподіванням рівним 0

$$M(\varepsilon_j) = 0, j = \overline{1, n}.$$

2. Значення випадкової величини ε є незалежними і мають однакові дисперсії

$$\text{Cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0, i \neq j; \quad D(\varepsilon_j) = D, \quad i, j = \overline{1, n}.$$

3. Величина ε розподілена за нормальним законом.
4. Між значеннями процесу не існує лінійного функціонального зв'язку (відсутність мультиколінеарності).

При використанні регресії для прогнозування випадкового процесу припущення про відсутність лінійного зв'язку між послідовними значеннями процесу не завжди виконується. Задача усунення мультиколінеарності розв'язується з використанням штучної ортогоналізації [80].

Нехай для оцінювання параметрів моделі використовується вибірка з n експериментів, в кожному з яких фіксується попереднє значення процесу, що прогнозується y_1, y_2, \dots, y_m і відповідне

значення y_0 .

Результати експериментів в сукупності утворюють матрицю H і вектор Y .

$$H = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1m} \\ y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{n1} & y_{n2} & \dots & y_{nm} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} y_{01} \\ y_{02} \\ \dots \\ y_{0n} \end{pmatrix}.$$

Відповідно до технології штучної ортогоналізації чисельні значення даних нормуються

$$x_{ij} = \frac{y_{ij} - m_j}{\sigma_j}, \quad i=1,2,\dots,n, \quad j=1,2,\dots,m. \quad (5.17)$$

Тепер вся множина точок Y розбивається на 2^m підмножин $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_{2^m}\}$. При цьому підмножина Y_{k_0} формується таким чином

$$Y_{k_0} = \left\{ i : i \in Y, \min_k \left(\sum_{j=1}^m (x_{kj}^{(0)} - x_{ij})^2 \right)^{1/2} \right\}.$$

Точки, що потрапили в кожну з цих підмножин, використовуються для оцінювання середнього значення і дисперсії прогнозованого процесу у відповідній k -й точці повного факторного експерименту $x_k = (x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{kn})$. Локальна модель, що описує прогнозування y в межах k -ї області, має вигляд

$$y_0 = b_{0k} + b_{1k}x_1 + \dots + b_{mk}x_m,$$

а її параметри оцінюються з формули

$$\hat{B}_k = (H_k^T H_k)^{-1} H_k^T Y_{0k},$$

де $H_k = \begin{pmatrix} x_{11}^{(k)} & x_{12}^{(k)} & \dots & x_{1m}^{(k)} \\ x_{21}^{(k)} & x_{22}^{(k)} & \dots & x_{2m}^{(k)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n_k 1}^{(k)} & x_{n_k 2}^{(k)} & \dots & x_{n_k m}^{(k)} \end{pmatrix}$ – матриця нормованих значень в

точках, що входять в Y_k ; $x_{ij}^{(k)}$ – значення j -ї точки, що попала в k -у підмножину множини Y ; n_k – кількість точок, що входять в Y_k ; Y_{0k} – вектор значень процесу в тих же точках.

Значення функції відгуку в ортогональних точках і їх дисперсії визначаються відношеннями

$$y_k^{(0)} = y(X_k^{(0)}) = \sum_{j=0}^m \beta_{jk} x_{kj}^{(0)}, \quad D[y(X_k^{(0)})] = X_k \Psi_k X_k,$$

де $X_k^{(0)T} = (x_{k1}^{(0)} \quad x_{k2}^{(0)} \quad \dots \quad x_{km}^{(0)})$ – вектор координат k -ї ортогональної точки; $\Psi_k = \sigma^2 (H_k^T H_k)^{-1}$ – ковариаційна матриця помилок оцінювання параметрів; σ^2 – дисперсія помилок спостережень в реальному експерименті.

Матриця

$$H_0 = \begin{pmatrix} 1 & x_{11}^{(0)} & x_{12}^{(0)} & \dots & x_{1m}^{(0)} \\ 1 & x_{21}^{(0)} & x_{22}^{(0)} & \dots & x_{2m}^{(0)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_{2m1}^{(0)} & x_{2m2}^{(0)} & \dots & x_{2mm}^{(0)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & \dots & -1 \\ 1 & -1 & -1 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

разом з вектором

$$Y^{(0)T} = (y_1^{(0)} \quad y_2^{(0)} \quad \dots \quad y_{2m}^{(0)})$$

дозволяють здійснити роздільне оцінювання параметрів моделі (5.16).

Після знаходження коефіцієнтів рівняння регресії перевіряється адекватність моделі та значущість самих коефіцієнтів. Часто для дослідження адекватності моделі використовують множинний коефіцієнт кореляції

$$R = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (\tilde{y}_j - \bar{y})^2}{\sum_{j=1}^n (y_j - \bar{y})^2}}, \quad (5.18)$$

де R – множинний коефіцієнт кореляції; \tilde{y}_j – значення регресії з даних j -го спостереження; \bar{y} – середнє значення результатів, що спостерігалось; y_j – реальне значення j -го спостереження.

Коефіцієнт R показує, в якій мірі прогнозовані значення \tilde{y}_j відрізняються від значень y_j . Висновок про адекватність регресії можна зробити за допомогою критерія Фішера

$$F = \frac{R^2(N - k)}{(k - 1)(1 - R^2)},$$

де R – множинний коефіцієнт кореляції; N – кількість спостережень; k – число врахованих значень.

Якщо знайдене значення F менше граничного значення $F_{\text{гран}}$, то модель не може бути використана для опису взаємозв'язків між факторами. Для збільшення адекватності моделі потрібно ввести додаткові фактори або змінити форму кривої регресії. Проте значимість коефіцієнта кореляції ще не означає придатності моделі для екстраполяції.

Для підвищення точності прогнозування потрібно оцінити, наскільки знайдена оцінка параметра моделі відрізняється від його справжнього значення. Для цього визначаються інтервали довіри для коефіцієнтів регресії, які задаються нерівністю

$$\beta_i - t_i \cdot D(\beta_i) \leq \beta_i^* \leq \beta_i + t_i \cdot D(\beta_i),$$

де β_i – знайдена оцінка параметра; β_i^* – справжнє значення параметра; t_i – значення розподілу Ст'юдента, знайдене з урахуванням обраного рівня значимості та ступеней вільності.

Нелінійний прогноз

Лінійний прогноз тренда (5.16) дає задовільний результат при прогнозуванні стану системи лише за умов лінійності системи.

Принциповим питанням задачі нелінійного прогнозування є визначення класу прогнозуючих функцій.

В багатьох задачах прогнозування використовуються степеневі поліноми

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n, \quad (5.19)$$

коефіцієнти яких можна знайти за формулою Лагранжа [2].

Проте при прогнозуванні процесів у РДС слід врахувати, що всі параметри характеризують реальні процеси і мають відповідні обмеження, в той час, як поліноміальна функція необмежено зростає при $t \rightarrow \infty$.

При лінійному наближенні моделі РДС можна висунути

гіпотезу, що модель процесу зміни параметрів стану є розв'язком лінійного диференціального рівняння з сталими коефіцієнтами.

Відомо, що такий розв'язок є періодичною функцією з періодом T

$$f_1(t) = a_0 t + a_1 \cos p_1 t + b_1 \sin p_1 t, \quad (5.20)$$

де $p_1 = \frac{2\pi}{T_1}$, або сумою експонент

$$f_2(t) = c_0 + c_1 e^{-p_1 t} + c_2 e^{-p_2 t} + \dots \quad (5.21)$$

Відповідно нелінійне прогнозування полягає у знаходженні параметрів прогнозуючої функції $\{a_i, b_i, c_i, p_i\}$

5.2.3. Корекція баз даних

В основі бази даних про УФН параметрів стану РДС, яка створюється на ініціальному кроці алгоритму, лежать експертні оцінки, які подаються у формі функцій належності і перетворюються на УФН. Найчастіше експертні оцінки є виключно інтервальними, що відповідає рівномірній УФН на оціненому інтервалі. Такі оцінки є надто песимістичними. Отже, вони не дозволяють отримати оптимальне рішення. В зв'язку з цим виникає необхідність корекції даних у базі на основі результатів контролю стану РДС.

Дані щодо кожного параметра стану, що знаходяться в базі, складаються з таких атрибутів:

- інтервал часу;
- значення УФН на інтервалах розбиття діапазону можливих значень параметра;
- математичне сподівання параметра;
- дисперсія параметра.

Задача переоцінки параметрів моделі УФН за заданою послідовністю спостережень – найбільш трудомістка (в обчислювальному плані) задача. Не існує відомого аналітичного виразу для такої процедури. Тим не менш, використовуючи ітераційні методи, можна поступово покращити оцінку. Одна з таких процедур – алгоритм Баума-Велха, чи (що те ж саме) ЕМ-метод (expectation-maximization).

Розглянемо ще один евристичний метод – метод вагових коефіцієнтів.

При отриманні значення $y \in \bar{y}_i$, де \bar{y}_i – інтервал значень, $i = 1..M$, значення відповідної узагальнюючої функції змінюється таким чином

$$\beta_j = \begin{cases} \frac{\beta_j N + 1}{N + 1}, & i = j \\ \frac{\beta_j N}{N + 1}, & i \neq j, j = \overline{1, k} \end{cases} \quad (5.22)$$

Послідовне коригування УФН дозволяє наблизити їх до реальної форми. Результатом процесу уточнення УФН є сукупність функцій, що утворюють поверхню, показану на рис. 5.5.

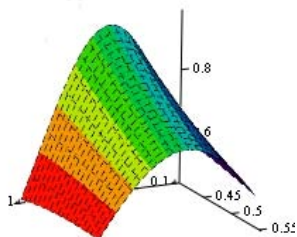


Рис. 5.5. Приклад коригування УФН

Корекція математичного сподівання може здійснюватися за формулою

$$m' = \frac{m \cdot n + \sum_{i=1}^{m'} x}{n + n'}, \quad (5.23)$$

де m – початкове значення математичного сподівання; m' – скоректоване значення математичного сподівання; n – константа, що характеризує обсяг вибірки, на якій визначене m ; n' – кількість додаткових даних.

Корекція дисперсії здійснюється за формулою

$$D' = \frac{D \cdot n + \sum_{i=1}^{n'} (x - m')^2}{n + n'}. \quad (5.24)$$

Точність оцінювання математичного сподівання і дисперсії значно вища за точність оцінювання форми УФН, оскільки для оцінки моментів необхідна менша кількість даних. Тому значення УФН, отримані на основі формули (5.22), коректуємо з врахуванням значень моментів (5.23) і (5.24) за допомогою лінійного перетворення

$$(y' - m') = \sqrt{\frac{D'}{D}}(y - m),$$

$$\text{де } m = \sum_{i=1}^M y_i \beta_i; \quad D_i = \sum_{i=1}^M (y_i - m)^2 \beta_i.$$

Використовуючи інтегральний оператор (2.13) отримуємо скоректовані значення

$$\beta_i'' = \sqrt{\frac{D'}{D}} \beta_j = \sqrt{\frac{D'}{D}} \left(i - \frac{m'}{\Delta y} \right) + \frac{m}{\Delta y}. \quad (5.25)$$

5.3. Пошукова оптимізація в умовах комбінованої невизначеності

Розглянемо процедуру пошуку оптимального значення критерію прийняття рішення.

Найбільшого поширення для оптимізації нелінійних функцій набули градієнтні методи. Ці методи базуються на тому, що під час пошуку оптимуму кожен наступний крок робиться у напрямку антиградієнта, тобто

$$k_i^{j+1} = k_i^j - \alpha^j \frac{\partial f(k^j)}{\partial k_i}, \quad (5.26)$$

де $i = \overline{1, r}$ – номер параметра, за яким здійснюється оптимізація; j – номер кроку оптимізації; α^j – приріст на j -му кроці.

При розв'язанні задачі керування РДС параметрами оптимізації є рішення багатокрокової стратегії.

Існують різні варіації градієнтних методів, зокрема є методи, що відносяться до градієнтних, але у явному вигляді не використовують похідні. Перевага цих методів в тому, що вони не потребують функції похідної, яка або є невідомою, або не може бути отримана у аналітичному вигляді.

Обмеженням градієнтних методів є диференційованість критерію оптимізації, тобто функція має бути гладкою та неперервною. З неперервності функції випливає, що

$$\left[\begin{array}{l} 1 + \frac{d_1 p^n + d_2 p^{n-1} + \dots + d_n p + d_{n+1}}{d_{n+2} p^m + d_{n+3} p^{m-1} + \dots + d_{n+1+m} p + d_{n+m+2}} \neq 0 \\ d_{n+2} p^m + d_{n+3} p^{m-1} + \dots + d_{n+1+m} p + d_{n+m+2} \neq 0 \end{array} \right. \quad (5.27)$$

Враховуючи вказані обмеження, на базі градієнтних методів [3] було розроблено метод оптимізації для узагальнюючих функцій.

Початковими даними алгоритму є:

- критерій оптимальності R ;
- область визначення критерію – множини значень кожного параметра рішення $\{d_{1 \min}, d_{1 \max}\}, \{d_{2 \min}, d_{2 \max}\}, \dots, \{d_{r \min}, d_{r \max}\}$
- вектор початкових умов – $\{d_1 = d_{1_0}, d_2 = d_{2_0}, \dots, d_r = d_{r_0}\}$;
- набір УФН змінних d_{i_0} з параметрами $\{d_1, d_2, \dots, d_r\}$

$\beta(d_1 / d_2, \dots, d_{n+m+2}), \dots, \beta(d_i / d_1, \dots, d_{i-1}, d_i, \dots, d_{n+m+2}), \dots, \beta(d_r / d_1, \dots, d_{r-1}),$
при цьому вказані функції можуть бути як неперервними, так і кусковими;

- кількість кроків розбиття діапазонів зміни параметрів N ;
- величину кроку пошуку екстремуму h .

Вихідними даними є координати $\{d_{1_{opt}}, d_{2_{opt}}, \dots, d_{r_{opt}}\}$ точки оптимуму критерію прийняття рішень в багатопараметричному просторі, що представлені узагальнюючими функціями $\{\beta(d_{1_{opt}}), \beta(d_{2_{opt}}), \dots, \beta(d_{n_{opt}})\}$.

Алгоритм оптимізації в узагальнюючих функціях на базі градієнтного методу наведено на рис. 5.6.

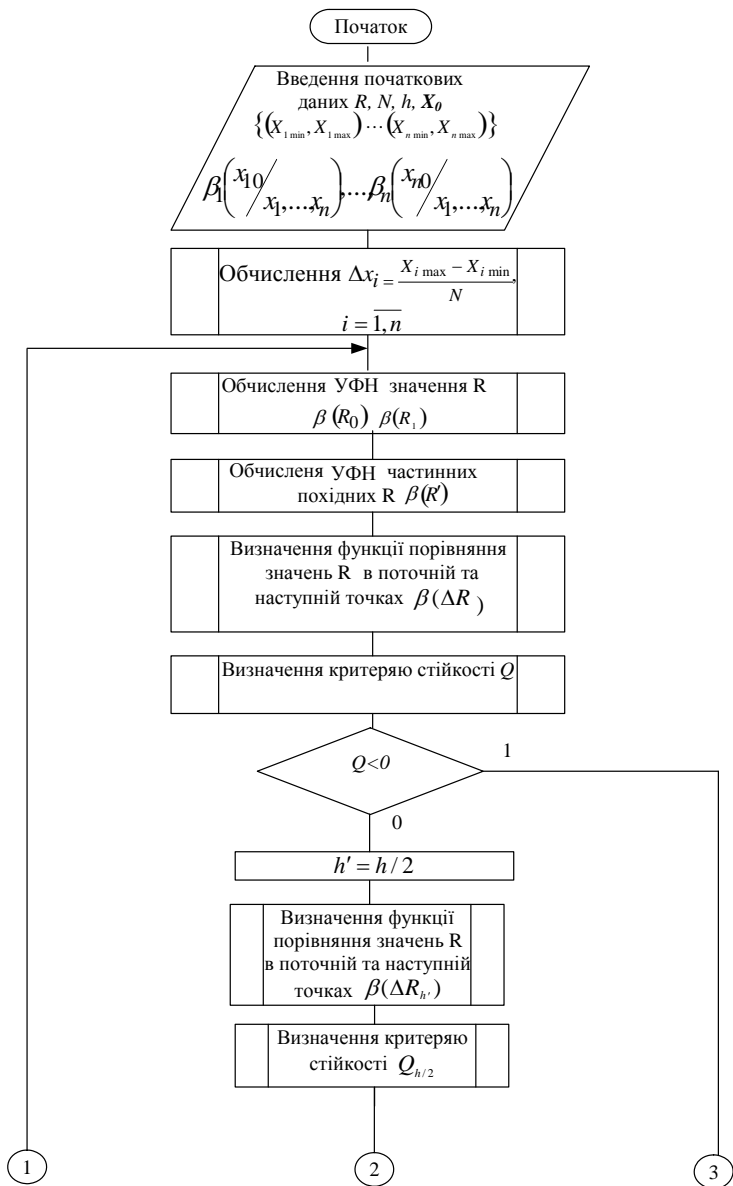


Рис. 5.6 – Алгоритм оптимізації методом градієнта в умовах невизначеності

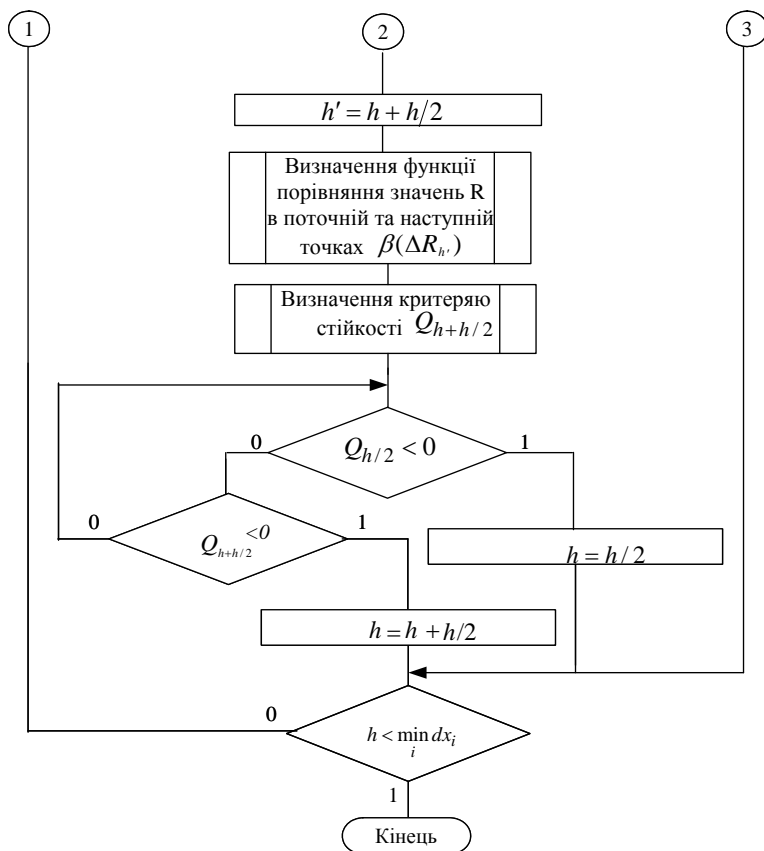


Рис. 5.6 Алгоритм оптимізації методом градієнта в умовах невизначеності (продовження)

В алгоритмі виконуються операції:

1. Вводяться початкові дані;
2. Обчислюються значення кроків дискретизації по кожному параметру

$$\Delta d_i = \frac{d_{i \max} - d_{i \min}}{N}; \quad (5.28)$$

3. Обчислюються значення узагальнюючих функцій критерію оптимальності

$$\beta(K_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} \prod_{i=1}^n \beta_i \left(\frac{d_{i0}}{d_1} = d_{10}, \dots, d_n = d_{n0} \right) \times \quad (5.29)$$

$$\times \delta[R_0 - f(d_{10}, \dots, d_{n0})] dd_{10} \dots dd_{n0},$$

$$\beta(k_{i1}) = \beta(d_{i0}) * \beta\left(\frac{R_i^1 \cdot h}{\max_i R_i^1}\right),$$

$$\beta(k_{i1}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \beta(R_i^1) \cdot \beta(d_0) \cdot \delta \left[d_{i1} - \left(d_{i0} + \frac{R_i^1 \cdot h}{\max_i R_i^1} \right) \right] dR_i^1 dd_o. \quad (5.30)$$

Обчислюється значення узагальнюючої функції частинних похідних критерію $R_i^1 = \frac{\partial R}{\partial R_i}$ по кожному параметру

$$\beta(R_i^1) = \Phi^{(2)}[\beta(R_1), \beta(R_0)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \beta(R_1) \cdot \beta(K_0) \cdot \delta \left[R_i^1 - \frac{R_1 - R_0}{dx_i} \right] dR_1 dR_0. \quad (5.31)$$

Для інтегрування по R , необхідно знати межі інтегрування для критерію. Алгоритм пошуку оптимуму для знаходження меж інтегрування функції критерію оптимальності є задачею умовної оптимізації, оскільки накладаються обмеження на аргументи критерію оптимізації. Алгоритм базується на градієнтному методі без обчислення похідної [60, 85];

4. Обчислюються значення узагальнюючої функції координат наступної точки на шляху пошуку. Якщо наступна точка обирається за правилом

$$d_{i1} = d_{i0} + \frac{R_i^1}{\max_i R_i^1} h,$$

то для першого кроку маємо

$$\beta(x_{i1}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \beta(R_i^1) \cdot \delta \left[d_{i1} - \left(d_{i0} + \frac{R_i^1}{\max_i R_i^1} h \right) \right] dR_i^1. \quad (5.32)$$

Для інших кроків попередня точка буде визначатись

узагальнюючими функціями координат, тому матимемо

$$\beta(k_{i1}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \beta(R_i^1) \cdot \beta(d_0) \cdot \delta \left[d_{i1} - \left(d_{i0} + \frac{R_i^1}{\max_i R_i^1} h \right) \right] dR_i^1 dd_o. \quad (5.33)$$

Значення критерію оптимальності у наступній точці обчислюється за формулою

$$\beta(K_{x+h}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} \prod_{i=1}^n \beta_i \left(\frac{d_{i1}}{d_1=d_{i1}, \dots, d_n=d_{n1}} \right) \cdot \delta [R_1 - f(d_{i1}, \dots, d_{n1})] dd_{i1} \dots dd_{n1}. \quad (5.34)$$

Перевіряємо стійкість алгоритму пошуку:

- Визначаємо функцію порівняння значень критерію оптимальності у точках d_0 і d_{+h}

$$\beta(\Delta R) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \beta(R_0) \beta(R_{x+h}) \delta [\Delta R - (R_{x+h} - R_0)] dR_{x+h} dR_0.$$

- Визначаємо критерій стійкості в умовах невизначеності

$$Q = \int_{-\infty}^0 \beta(\Delta K) d\Delta K. \quad (5.35)$$

Приймаємо рішення:

- якщо при пошуку мінімуму $Q < 0$ то рухаємося далі;
- якщо ні, то повертаємося назад у точку X_0 і робимо з неї два пробних кроки з параметром $h' = h/2$ і $h' = h + h/2$;
- повторюємо для обох точок дії, починаючи з блоку 3. Якщо для якоїсь точки $Q < 0$, то приймаємо її за наступну. Якщо ні, то продовжуємо змінювати h . Якщо досягнуто $h < \min_i dd_i$,

то оптимум знайдено.

Запропонована технологія прийняття рішень при керуванні розподіленими системами ґрунтується на дискретних моделях динаміки підсистем і їх взаємодії в РДС. Технологія використовує метод узагальнюючих функцій для опису невизначеності умов прийняття рішень. Відповідно набуло розвитку поняття критерію прийняття рішень і удосконалено алгоритм покрокової оптимізації.

6. ПРАКТИЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ ТЕХНОЛОГІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ПРИ КЕРУВАННІ РДС

Практична реалізація запропонованих і удосконалених методів, моделей і алгоритмів, які складають інформаційну технологію прийняття рішень при керуванні РДС, потребує втілення їх у відповідне програмне та інформаційне забезпечення і конкретизації з урахуванням особливостей конкретних РДС.

6.1. Програмне забезпечення СППР керування РДС

Програмне та інформаційне забезпечення експериментальної СППР складається з ядра, однакового для підсистем усіх рівнів, і надбудови, яка вирізняє підсистеми за рівнем ієрархії. Структура ядра СППР зображена на рис. 6.1. Ядро системи складається з трьох частин: бази моделей, бази алгоритмів та бази даних.

База моделей містить набір моделей, які використовуються в процесі прийняття рішень. В загальному випадку модель – це задана аналітично функція, аргументами якої є дані, необхідні для прийняття рішення. Моделі прийняття рішень описують зв'язок між рішеннями і вхідними даними, а також визначають критерій прийняття рішення. Якщо в якості критерію вибрано один з видів ризику, то моделі можуть містити інформацію про втрати від прийняття рішення. Моделі коригування даних призначені для уточнення вхідних даних для підвищення ефективності рішення. Вибір моделі залежить від алгоритму прийняття рішення.

Алгоритм прийняття рішень визначає послідовність операцій, необхідних для знаходження рішення. Прикладами алгоритмів є алгоритми процесного (рис. 5.1) та подійного (рис. 5.2) підходів.

Оскільки керування динамічною розподіленою системою передбачає використання багатокрокових стратегій, для зберігання інформації про попередні стани та рішення використовується база даних. Один із варіантів концептуальної моделі такої бази даних розглянуто в підрозділі 4.1. Крім інформації, отриманої на попередніх

кроках роботи системи, в базі даних зберігаються параметри моделей прийняття рішень, критеріїв, ресурсів.

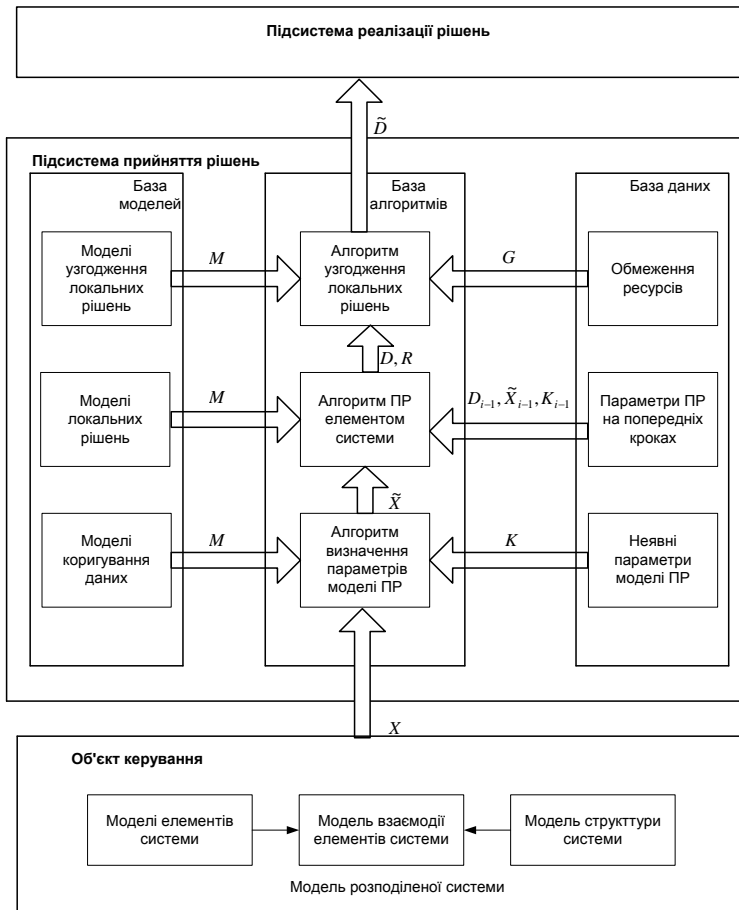


Рис. 6.1 Структура СППР керування РДС

Розглянута структура СППР реалізована у вигляді автономного програмного забезпечення, яке функціонує під управлінням операційної системи Windows. Реалізацію виконано в середовищі розробки програмного забезпечення Borland Delphi 7.0.

Головне вікно програми наведено на рис. 6.2. Головне вікно відображає інформацію про параметри системи та окремі елементи.

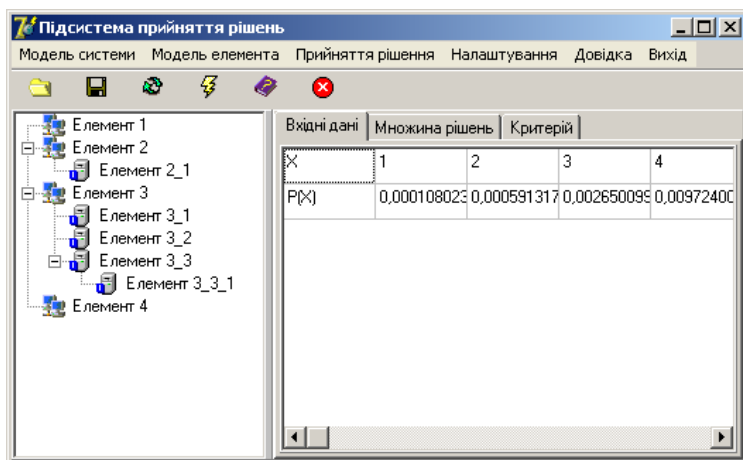


Рис. 6.2. Головне вікно програми

Для опису структурної, марковської моделі системи та введення коефіцієнтів впливу підсистем розроблено форму, наведену на рис. 6.3.

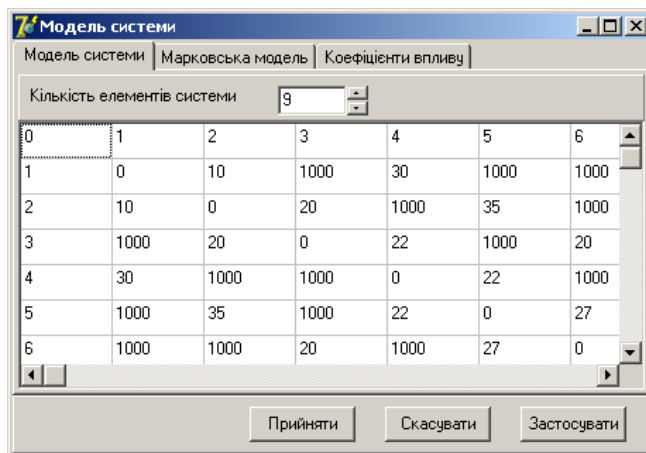


Рис. 6.3. Вікно введення параметрів моделі

На рис. 6.4. представлено вікно опису вхідних даних моделі прийняття рішення. За допомогою елементів управління користувач має змогу вибрати тип вхідної величини, задати параметри закону розподілу для стохастичних чи функції належності для нечітких

даних.

Рис. 6.4. Вікно для опису вхідних даних моделі

Програмне забезпечення підтримує роботу з базами даних через OleDb-інтерфейс, що дозволяє використовувати більшість реляційних баз даних для зберігання інформації.

Таким чином, реалізація запропонованих моделей та алгоритмів у вигляді бібліотек шаблонів дозволяє адаптувати програмне забезпечення для прийняття рішень в РДС різного виду.

6.2. Прийняття рішень при керуванні транспортними потоками міста

Проблема контролю і управління транспортними потоками в містах набуває все більшої актуальності. Це зумовлено постійним зростанням кількості транспортних засобів, що в свою чергу призводить до частих заторів та неефективного функціонування транспортної мережі.

Транспортна мережа міста є типовим прикладом розподіленої системи. Прийняття рішень при керуванні транспортною мережею є надзвичайно складною задачею з огляду на особливості транспортних потоків.

6.2.1. Транспортні потоки як об'єкт керування

Транспортний потік (ТП) можна розглядати як потік транспортних засобів, що рухаються по двовимірній транспортній мережі.

Сучасні системи контролю транспортних потоків включають сенсори-лічильники, телевізійні системи спостереження, експертне оцінювання тощо. Системи управління цього класу можна поділити на дві групи. До першої групи відносяться системи, які для прийняття рішень використовують статистичні дані. Зазвичай, ця інформація представляється у вигляді законів розподілу ймовірностей та усереднених характеристик.

Другу групу становлять системи управління, які базуються на нечіткій інформації про транспортні потоки. Прийняття рішень в цих системах відбувається на основі нечіткого логічного висновку.

Особливості транспортних потоків

Транспортний потік має багато спільного з іншими видами потоків, такими як інформаційний потік, потік рідин і газів та ін. Проте є ряд відмінностей, які необхідно враховувати при розробці систем керування ТП. В роботі [73] виділяються такі особливості ТП:

- 1) нестаціонарність потоку, яка пояснюється зміною його характеру протягом доби, тижня чи пори року;

- 2) вплив зовнішніх факторів на рух ТЗ. До таких факторів можна віднести стан дороги, погодні умови, наявність дорожньо-транспортних пригод та ін.;
- 3) неможливість здійснення повного керування ТП. Це зумовлено тим, що в ряді випадків водії ігнорують сигнали систем управління, унеможливаючи забезпечення оптимального управління в системі;
- 4) наявність багатьох критеріїв управління, що приводить до задачі багатокритеріальної оптимізації;
- 5) неможливість проведення масштабних натурних експериментів. Це пояснюється небезпекою для учасників дорожнього руху, а також високою вартістю такого дослідження.

Процес керування транспортною мережею має ряд особливостей, оскільки транспортні потоки відрізняються від інших потоків нестаціонарністю, залежністю від різних факторів, в тому числі і людського. На рис. 6.5 зображена структурна схема системи управління ТМ великого міста.

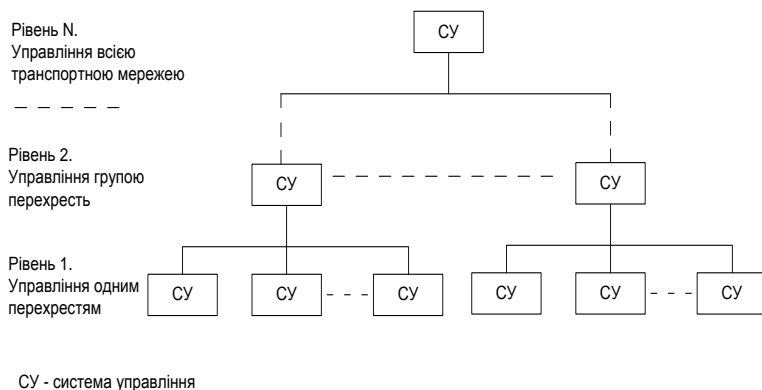


Рис. 6.5. Структурна схема ієрархічної системи управління ТМ

Наведена система управління має ієрархічну структуру, оскільки процес управління здійснюється на різних рівнях, починаючи від локального перехрестя і закінчуючи всією транспортною мережею.

Керування транспортними потоками здійснюється за рахунок зміни пропускної спроможності перехресть у тому чи іншому напрямку. В процесі керування потрібно приймати рішення декількох типів:

- рішення щодо зміни пропускної спроможності на локальному перехресті;
- рішення щодо необхідності керування на рівні групи перехресть;
- рішення щодо зміни пропускної спроможності на групі перехресть у певному напрямку;
- рішення щодо необхідності коригування на рівні всієї мережі – зміна кількості ТЗ на групі перехресть.

Розподілений характер системи вимагає здійснення керування одночасно в різних точках транспортної мережі, що в ряді випадків може призвести до протиріч між критеріями прийняття рішень на окремих перехрестях. Наслідком таких протиріч є погіршення умов руху та виникнення заторів.

Важливою особливістю системи керування транспортною мережею є відмінності в структурі систем керування перехрестями та групами перехресть. Це пов'язано з характером зміни транспортного потоку та собівартістю системи. Для ділянок з різкою зміною інтенсивності руху доцільно вимірювати інтенсивність через певні інтервали часу. Це потребує використання сенсорів руху та каналів передавання інформації. Для ділянок зі сталими інтенсивностями можна використати дані стохастичного та експертного характеру.

Керування ТП здійснюється в умовах невизначеності багатьох факторів:

- інтенсивність руху на багатьох ділянках ТМ;
- величини затримки між подіями у ТМ і їх наслідками.

Враховуючи розподіленість системи, наявність багатьох критеріїв керування та швидку зміну стану транспортного потоку, постає проблема прийняття рішень при керуванні ТП в ієрархічній системі в умовах невизначеності.

Основні моделі транспортних потоків та їх характеристики

Будь-який ТП може бути представлений як сукупність ТЗ, що

рухаються за певними законами. Враховуючи це, ТП може бути описаний за допомогою сукупності статистичних показників мікроскопічної моделі, що характеризують рух кожного ТЗ. З іншої сторони, досліджуючи рух ТЗ у групах або у великих транспортних мережах, ТП доцільно представляти за допомогою макроскопічної моделі. В цьому випадку потік описується набором усереднених показників.

Основними характеристиками макроскопічної моделі є середня швидкість V , інтенсивність руху λ та щільність потоку q .

Інтенсивність руху показує кількість ТЗ, які проходять через будь-яку точку дороги за одиницю часу t .

Щільність потоку – це кількість автомобілів, що знаходяться на одиниці довжини шляху в будь-який момент часу t .

Якщо всі автомобілі мають однакові швидкості, то

$$\lambda = q \cdot V. \quad (6.1)$$

В роботі [39] показано, що лінійна залежність між основними характеристиками потоку може бути описана співвідношеннями:

$$\begin{aligned} \lambda &= q_0 \cdot V \cdot \left(1 - \frac{V}{V_0}\right); \\ \lambda &= V_0 \cdot q \cdot \left(1 - \frac{q}{q_0}\right), \end{aligned} \quad (6.2)$$

де q_0 – максимальна щільність потоку; V_0 – швидкість при $q = 0$.

Інші види залежності можуть бути отримані шляхом підстановки (6.1) в рівняння

$$V = V_0 \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{q}{q_0} \right)^{(n+1)/2} \right\}, \quad \text{при } n \geq 0. \quad (6.3)$$

Залежність між інтенсивністю та щільністю потоку називається транспортною діаграмою. В роботі [90] розглянуті різні способи отримання цієї залежності, їх результати наведено у табл. 6.1.

Таблиця 6.1.

Види залежності між щільністю та інтенсивністю ТП

Рівняння	Метод отримання	Обмеження
$\lambda = C \cdot (1 - q/q_c)$	Закон слідування	Немає
$\lambda = C \cdot \log(q_c/q)$	Гідродинамічна аналогія	C – оптимальна швидкість
$\lambda = m_0 \cdot k \cdot e^{-C \cdot q}$	Закон слідування	C – оптимальний проміжок часу між двома сусідніми ТЗ
$\lambda = \frac{m_0 \cdot q \cdot \alpha \cdot \log(q_0/q)}{\gamma \cdot \log(q_0/q) + \alpha}$	Статистичний	$\alpha = \gamma$ (α і γ перетворюються в 0)
$\lambda = \frac{A \cdot q \cdot (q_0 - q)}{B \cdot q_0 + C \cdot q}$	Статистичний	$A = B \cdot m_0$
$\lambda = q \cdot m_0 \cdot (1 - q/q_c)$	Дослідний	Немає
$\lambda = \frac{q \cdot m_0 \cdot (q_0 - q)^{1/2}}{A \cdot m_0 \cdot q^2 + (q_0 - q)^{1/2}}$	Дослідний	Немає

де A, B, C – деякі сталі; m_0 – коефіцієнт нормування швидкості.

Постановка задачі прийняття рішень при керуванні транспортними потоками

В теорії ТП розглядається два основних види керування: комплексне керування транспортною мережею та автономне керування окремим перехрестям. Класифікація методів керування ТП наведена на рис. 6.6.

Розглянемо основні способи узгодженого керування світлофорами транспортної мережі.

Одним із методів керування рухом ТЗ через кілька перехресть є теорія масового обслуговування [12]. Вона дозволяє описати частину транспортної мережі за допомогою багатофазної моделі масового обслуговування. В цій моделі перше перехрестя виступає входом системи, останнє – виходом, а проміжні перехрестя є фазами обслуговування. Знаючи характеристики вхідних потоків та

світлофорів, можна розрахувати ефективність роботи системи, а також провести її оптимізацію.

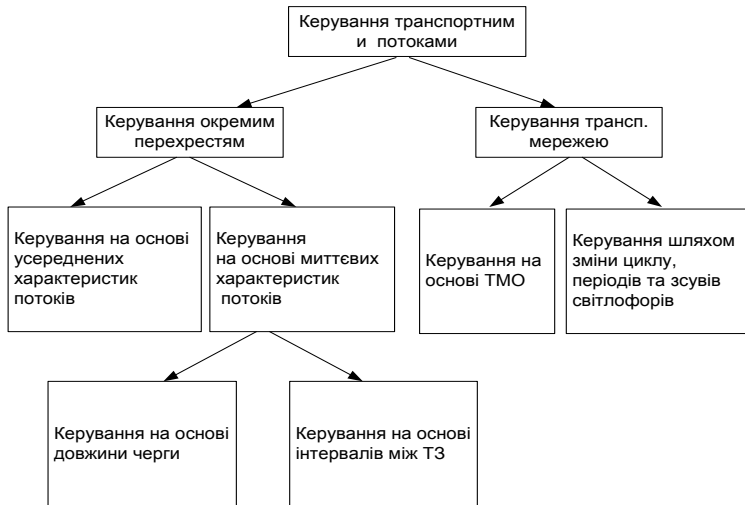


Рис. 6.6. Методи керування транспортними потоками

В роботі [90] розглянуто один із методів керування системою послідовних світлофорів. Його ідея полягає у визначенні середньої швидкості автомобіля у системі шляхом додавання добутків середньої швидкості ТЗ певного класу та імовірності того, що ТЗ належить до цього класу.

Клас ТЗ характеризується кількістю світлофорів n між послідовними зупинками ТЗ та кількістю циклів k , через які проходить n -й світлофор перед тим, як зупинити ТЗ.

Середня швидкість ТЗ типу (n, k) може бути знайдена із співвідношення

$$V_{n,k} = \frac{n \cdot l}{k \cdot (\alpha_1 + \alpha_2) + n \cdot T}, \quad (6.4)$$

де l – відстань між світлофорами; α_1 – тривалість зеленого сигналу світлофора; α_2 – тривалість червоного сигналу світлофора; T – часова затримка між сигналами послідовних світлофорів.

ТЗ відноситься до класу (n, k) , якщо виконується умова

$$k - \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} < Z < k, \quad n=1,2,\dots,$$

$$\text{де } Z = \frac{\frac{n \cdot l}{V} - n \cdot T}{\alpha_1 + \alpha_2}.$$

Знаючи щільність закону розподілу швидкості ТЗ V та величини Z можна розрахувати імовірність того, що ТЗ належить до класу (n, k) .

Підвищення ефективності роботи цієї системи досягається шляхом максимізації виразу (6.4) за α_1 і α_2 .

Основними параметрами системи світлофорів, які дозволяють впливати на дорожній рух, є цикл керування, розподіл періодів горіння сигналів у циклі та часовий зсув між сигналами різних світлофорів.

Оскільки розрахунок цих трьох параметрів для кожного перехрестя є досить складною задачею, то цикл керування приймається однаковим для кожного перехрестя. В зв'язку з тим, що цикл керування впливає на пропускну спроможність і затримку на перехресті, то величина циклу повинна узгоджуватись з пропускну спроможністю усіх перехресть. У роботі [39] показано, що мінімальна тривалість циклу для транспортної мережі знаходиться за формулою

$$T = \max \left\{ \frac{2 \cdot L_i}{1 - k_i} \right\},$$

де L – втрата часу одного напрямку руху перехрестя; k_i – максимальна із сум відносних інтенсивностей руху на i -му перехресті.

Знаючи тривалість циклу регулювання, можна обчислити тривалість періоду кожного сигналу світлофору. Період одного із сигналів визначається з формули

$$\alpha = \frac{\frac{\lambda_1}{1 - \rho_1/n_1} + \frac{\lambda'_1}{1 - \rho'_1/n_1}}{\left(\frac{\lambda_1}{1 - \rho_1/n_1} + \frac{\lambda'_1}{1 - \rho'_1/n_1}\right) + \left(\frac{\lambda_2}{1 - \rho_2/n_2} + \frac{\lambda'_2}{1 - \rho'_2/n_2}\right)},$$

де α_1 – період одного із сигналів; $\lambda_1, \lambda_2, \lambda'_1, \lambda'_2$ – інтенсивності прибуття ТЗ на перехрестя; $\rho_1, \rho_2, \rho'_1, \rho'_2$ – відносні інтенсивності прибуття, які розраховуються шляхом ділення інтенсивностей на пропускну здатність дороги; n_1, n_2 – число смуг руху в одному напрямку кожної із доріг.

Таким чином, знаючи інтенсивності прибуття ТЗ на перехрестя можна розрахувати періоди зеленого та червоного сигналу світлофора.

Зсув між сигналами світлофорів мережі є одним із найважливіших параметрів регулювання рухом ТП. Очевидно, що між зсувом та затримкою транспортного засобу на шляху існує певний зв'язок, який може бути описаний функцією [39]

$$\tau = \lambda \cdot \omega(e, r_2) + \lambda' \cdot \omega(e', r_1),$$

де τ – сумарна затримка на дузі; λ, λ' – інтенсивності руху прямого і зворотнього напрямку; ω – функція середньої затримки одного автомобіля; e, e' – зсуви на сусідніх перехрестях; r_1, r_2 – відношення тривалості періодів червоних сигналів до циклів регулювання на перехрестях.

Визначивши вигляд функції затримки, можна провести її оптимізацію за допомогою чисельних методів та знайти оптимальні значення зсувів на перехрестях [91]. В ряді випадків значення затримок можуть вимірюватись безпосередньо в процесі управління. Це дає змогу підвищити точність регулювання. Хоча цикл керування, періоди сигналів та зсуви змінюються в часі, їх швидка зміна небажана, оскільки може привести до виникнення заторів.

Наведені моделі дають граничні оцінки параметрів керування, причому вірогідність цих оцінок тим менша, чим більша група перехресть підлягає керуванню. Для підвищення пропускну

спроможності транспортної мережі необхідно застосовувати систему прийняття рішень на основі оптимізаційного підходу.

Визначимо основні компоненти задачі керування транспортними потоками за допомогою режимів роботи світлофорів як задачі прийняття рішення.

Множина можливих рішень D визначається, виходячи з послідовності зміни станів світлофора. Нехай маємо послідовність зміни станів $\{z_1, z_2, \dots, z_n\}$ з відповідними тривалостями $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$. Тривалості сигналів світлофорів повинні задовольняти обмеження $\alpha_i \geq A_i$, де гранична тривалість A_i визначається часом подолання перехрестя транспортним засобом з мінімальною рекомендованою швидкістю (тривалість A_i станів, при яких дозволений рух пішоходів, визначається часом переходу через проїжджу частину). З урахуванням обмежень множина D містить рішення щодо кожного з n станів: "залишити без змін", "збільшити на h відсотків" і "зменшити на h відсотків". Таким чином, множина D має потужність $\text{card } D = 3n$.

Як функцію втрат будемо розглядати сумарні втрати часу транспортними засобами при очікуванні на перехрестях. Якщо РДС складається з M перехресть, середня довжина черги на кожному перехресті \bar{v}_i , середній час очікування \bar{w}_i , то функція втрат

$$g = \sum_{i=1}^M \bar{v}_i \cdot \bar{w}_i. \quad (6.5)$$

Параметрами стану РДС є інтенсивності транспортних потоків між перехрестями і довжини черг на перехрестях.

6.2.2. Визначення параметрів взаємного впливу підсистем розподіленої динамічної системи

Підсистемами транспортної РДС є перехрестя. Їх взаємний вплив здійснюється через транспортні потоки. Параметри впливу, які підлягають визначенню для розв'язання задачі прийняття рішень – це вагові коефіцієнти c_{vij}^{lh} марковської моделі (3.23) і затримка розповсюдження впливу τ_{lv} .

Потокова модель з незбалансованими потоками

Необхідною передумовою управління є визначення параметрів транспортних потоків. Але висока складність і розгалуженість транспортної мережі міста не дозволяє здійснити повний контроль її стану через надто високу вартість системи, значні витрати часу, необхідні для вимірювання та передавання інформації.

Таким чином, постає задача оцінювання і прогнозування параметрів транспортних потоків міста. Для розв'язання задачі застосуємо метод оцінювання стану РДС на основі моделі транспортних потоків.

Модель транспортних потоків побудуємо на основі лінійної потокової моделі в мережах [45] з врахуванням особливостей транспортних потоків міста:

1. Наявність розподілених витоків і стоків потоку у ребрах (транспортні засоби можуть виходити з потоку або вливатися у потік в межах кварталу між перехрестями);
2. Вплив завантаженості ребер на розподіл потоків у вузлах (наявність інтелектуального підходу до вибору маршруту руху у водіїв);
3. Наявність часового тренду параметрів потоку (добові, тижневі і сезонні зміни).
4. Наявність розподілених витоків і стоків потоку у ребрах (транспортні засоби можуть виходити з потоку або вливатися в потік у межах кварталу між перехрестями);
5. Вплив завантаженості ребер на розподіл потоків у вузлах (наявність інтелектуального підходу до вибору маршруту руху у водіїв);
6. Наявність часового тренду параметрів потоку (добові, тижневі і сезонні зміни).

Основними характеристиками транспортного потоку є середня швидкість, інтенсивність руху та щільність потоку, але найчастіше управління здійснюється на основі інтенсивності λ . Інтенсивність руху показує кількість транспортних засобів, які проходять через будь-яку точку дороги за одиницю часу. Лінійна потокова модель представляється системою рівнянь і обмежень:

$$\forall(i, j \in V): \lambda_{ij} \leq c_{ij}; \quad (6.6)$$

$$\forall(i, j \in V): \lambda_{ij} = \lambda_{ji}; \quad (6.7)$$

$$\forall(s, i \in V): \sum_i \lambda_{si} \geq \sum_i \lambda_{is}; \quad (6.8)$$

$$\forall(t, i \in V): \sum_i \lambda_{it} \geq \sum_i \lambda_{ti}; \quad (6.9)$$

$$\forall(i \neq s, t): \sum_j \lambda_{ij} = \sum_j \lambda_{ji}; \quad (6.10)$$

$$\forall(s, t, i \in V): \sum_s \sum_i \lambda_{si} = \sum_t \sum_i \lambda_{it} \quad (6.11)$$

де c_{ij} – пропускна спроможність ребра (вулиці) між вузлами (перехрестями) i і j ; V – множина вузлів (перехресть) мережі (міста); s – зосереджені витоки потоку; t – зосереджені стоки потоку.

Враховуючи першу з наведених вище особливостей транспортних потоків (зміни потоку у ребрах), рівняння (6.7) матиме додатковий параметр k

$$\forall(i, j \in V): \lambda_{ij} = -k(T) \cdot \lambda_{ji}, \quad (6.12)$$

який визначає, як змінюється потік у ребрі. Очевидно, k є функцією часу (так наприклад, у “спальних районах” вранці $k \geq 1$, а ввечері $k \leq 1$).

Значення параметра k для ділянки транспортної мережі не є сталим, а змінюється в залежності від часу доби та ситуації в мережі. Розглянемо параметр k як випадкову величину, що описується законом розподілу $f(k)$. Тоді рівняння (6.12) можна переписати у вигляді

$$\forall(i, j \in V): \lambda_{ij} = -\lambda_{ji} \cdot k = -\lambda', \quad (6.13)$$

де λ' – випадкова величина із законом розподілу $f(\lambda')$.

Закон розподілу $f(\lambda')$ матиме ту саму форму, що й закон $f(k)$, але відрізнятиметься параметрами. Якщо випадкова величина приймає дискретні значення, то її математичне сподівання і дисперсія розраховуються за формулами:

$$M(\lambda \cdot k) = \lambda \cdot M(k);$$

$$D(\lambda \cdot k) = \lambda^2 \cdot D(k).$$

Розглянемо наведену потокову модель з урахуванням рівняння (6.13). Рівняння, що описує цю модель має вигляд

$$\forall(i, j \in V): \lambda'_{ij} = c_{ij}. \quad (6.6')$$

Очевидно, що для виконання нерівності (6.6'), необхідно, щоб максимальне значення випадкової величини λ' не перевищувало значення пропускної спроможності c . Ця умова накладає обмеження на значення коефіцієнта k та параметри його закону розподілу.

$$\forall(i, j \in V): \lambda_{ij} = -\lambda'_{ij} \cdot k = -\lambda'; \quad (6.7')$$

$$\forall(s, i \in V): \Lambda_{si} \geq \Lambda_{is}, \quad (6.8')$$

де $\Lambda_{si}, \Lambda_{is}$ – випадкові величини, що є сумою вхідних і вихідних інтенсивностей у зосереджених витоках потоку.

$$\forall(t, i \in V): \Lambda_{it} \geq \Lambda_{ti}, \quad (6.9')$$

де $\Lambda_{it}, \Lambda_{ti}$ – випадкові величини, що є сумою вхідних і вихідних інтенсивностей у зосереджених стоках потоку.

$$\forall(i \neq s, t): \Lambda_{ij} = \Lambda_{ji}, \quad (6.10')$$

де $\Lambda_{ij}, \Lambda_{ji}$ – випадкові величини, що є сумою вхідних і вихідних інтенсивностей у вузлах мережі.

$$\forall(s, t, i \in V): \Lambda_s = \Lambda_t, \quad (6.11')$$

де Λ_s – сума інтенсивностей, що виходять із зосереджених витоків; Λ_t – сума інтенсивностей, що входять у зосереджені стоки витоків.

Особливої уваги заслуговує випадок, коли одна частина інтенсивностей потоків, що фігурують в рівнянні, задана детерміновано, а інша – невизначена. Для врахування цієї особливості можна представити числа за допомогою дельта-функції $\delta(\lambda)$ та використати операторний метод перетворення УФН.

Для врахування другої особливості (інтелектуальна маршрутизація) будемо вважати, що більшість водіїв обирає на перехресті оптимальний маршрут. Оскільки процес вибору маршруту є результатом експертної оцінки, то ступінь оптимальності вибору маршруту природно описати функцією належності. Отже, якщо i -й вузол (перехрестя) має n інцидентних ребер (сторін), то вхідний потік

з кожного ребра $\lambda_{ji} (j \in n)$ розподіляється на n напрямків. В результаті вихідний потік з вузла у кожному ребрі

$$\lambda_{ij} (j \in n) = \sum_{j \in n} \lambda_{ji} \cdot d_{ij}. \quad (6.14)$$

Критерієм оптимальності є витрати часу на подолання шляху від цього перехрестя до мети поїздки. Час руху τ_{jn} до стоку t_j , за маршрутом, який проходить через кожну з n сторін перехрестя, може бути визначений за алгоритмом Дейкстри. Отже значення функції належності обрання оптимального маршруту $\mu_{jn} = \frac{\tau_{j \min}}{\tau_{jn}}$.

Будемо вважати, що на кожному перехресті частина транспортних засобів, метою яких є стік t_j , пропорційна $\sum_i \lambda_{it_j}$.

Отже, інтенсивність потоку транспортних засобів на i -му перехресті, метою яких є стік t_j , буде $\sum_j \lambda_{ji} \cdot \sum_i \lambda_{it_j}$. Відповідно, частина їх, яка

обере n -й напрям, $\frac{\mu_{jn}}{\sum_n \mu_{jn}} \sum_j \lambda_{ji} \cdot \sum_i \lambda_{it_j}$.

Враховуючи (6.14), отримуємо додаткове рівняння для моделі (6.6) – (6.11)

$$\sum_{j \in n} \lambda_{ji} d_{ij} = \sum_{t_j} \left[\frac{\mu_{jn}}{\sum_n \mu_{jn}} \sum_j \left(\lambda_{ji} \sum_i \lambda_{it_j} \right) \right]. \quad (6.15)$$

Більшість параметрів моделі (6.6)-(6.11) залежать від часу. Інтелектуальна поведінка водіїв передбачає прогнозування стану транспортних потоків. Інтервал прогнозування залежить від довжини маршруту. Тому при використанні моделі слід враховувати не реальні, а прогнозовані показники інтенсивностей потоків.

Для прогнозування інтенсивності прибуття транспортних засобів на перехрестя з певного напрямку необхідно знати попередні значення цього параметра, а також значення тих факторів, які на нього впливають. Цими факторами виступають інтенсивності появи транспортних засобів на суміжних та більш віддалених перехрестях.

Для прогнозування інтенсивності вхідного потоку вузла використаємо модель регресії

$$\lambda(t) = \tilde{\lambda}(t) + \varepsilon, \quad (6.16)$$

де $\lambda(t)$ – реальне значення інтенсивності; $\tilde{\lambda}(t)$ – значення інтенсивності, отримане за допомогою рівняння регресії; ε – випадкова величина, що характеризує вплив неврахованих факторів.

Оскільки на результат впливають інтенсивності потоків на інших перехрестях, то зв'язок між ними буде описаний за допомогою моделі багатовимірної регресії, яку можна представити у вигляді

$$\tilde{\lambda}(t) = b_0 + b_1 \cdot \lambda_1(t - \tau_1) + b_2 \cdot \lambda_2(t - \tau_2) \dots + b_m \cdot \lambda_m(t - \tau_m), \quad (6.17)$$

де b_0, \dots, b_m – параметри регресії; $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ – інтенсивності руху на інших перехрестях; $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_m$ – час руху за обраним маршрутом від врахованих перехресть.

Основна задача прогнозування полягає у знаходженні коефіцієнтів моделі (6.17). Для спрощення розрахунків використаємо перетворення [55]. Значення випадкових величини знайдемо з формули:

$$l_i(t - \tau_i) = \frac{\lambda_i(t - \tau_i) - \bar{\lambda}(t)}{\sigma_\lambda}, \quad (6.18)$$

де $\lambda_i(t - \tau_i)$ – значення інтенсивності в натуральному масштабі; $\bar{\lambda}(t)$ – середнє значення інтенсивності в натуральному масштабі; σ_λ – середньоквадратичне відхилення інтенсивності в натуральному масштабі; $l_i(t - \tau_i)$ – значення інтенсивності в стандартизованому масштабі.

Перевагою наведеного перетворення є спрощення розрахунків, оскільки середнє значення стандартизованого фактора дорівнює нулю, а середньоквадратичне відхилення рівне одиниці. Враховуючи розглянуте перетворення, рівняння регресії (6.17) можна записати у вигляді

$$\tilde{\lambda}(t) = \beta_0 + \beta_1 \cdot l_1(t - \tau_1) + \beta_2 \cdot l_2(t - \tau_2) + \dots + \beta_m \cdot l_m(t - \tau_m), \quad (6.19)$$

де $\tilde{\lambda}(t)$ – стандартизоване значення інтенсивності, яке прогнозується; l_1, l_2, \dots, l_m – стандартизовані значення інтенсивностей; $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_m$ –

$$\left\{ \begin{array}{l} r_{22}(\tau) = \beta_{22} + \beta_{23}r_{22,23}(\tau) + \beta_{24}r_{22,24}(\tau) + \dots + \beta_{34}r_{22,34}(\tau) \\ r_{23}(\tau) = \beta_{22}r_{23,22}(\tau) + \beta_{23} + \beta_{24}r_{23,24}(\tau) + \dots + \beta_{34}r_{23,34}(\tau) \\ \\ r_{34}(\tau) = \beta_{22}r_{34,22} + \beta_{23}r_{34,23}(\tau) + \beta_{24}r_{34,24}(\tau) + \dots + \beta_{33}r_{34,33}(\tau) + \beta_{34} \end{array} \right., \quad (6.20)$$

Одним із способів знаходження коефіцієнтів регресії є використання методу Крамера. Значення коефіцієнтів розраховуються на основі співвідношення

$$\Delta = \begin{vmatrix} & \text{де} & & & \\ & 1 & r_{22,23}(\tau) & \dots & r_{22,34}(\tau) \\ r_{23,22}(\tau) & & 1 & \dots & r_{23,34}(\tau) \\ .. & & & \dots & \\ r_{34,22}(\tau) & r_{34,23}(\tau) & \dots & & 1 \end{vmatrix},$$

Визначимо параметри марковської моделі τ_{lv} . Затримку τ_{lv} знайдемо з урахуванням (6.1).

144

Модель станів транспортної мережі

Параметрами стану перехрестя є довжини черг перед ним і довжини фаз світлофорів.

Систему управління перехрестям можна розглядати як сукупність СМО, кожна з яких обслуговує власний потік. Кількість потоків з одного напрямку буде рівною кількості можливих варіантів руху (поворот праворуч, поворот ліворуч, рух прямо).

Процес керування полягає у зміні інтенсивності обслуговування μ – величини, яка характеризує кількість обслужених заявок за одиницю часу. В якості одиниці часу, для якої визначається інтенсивність потоку та інтенсивність обслуговування, доцільно вибрати тривалість циклу керування світлофора T .

Отже, перехрестя можна вважати системою масового обслуговування, в якій кожний вхідний потік з інтенсивністю λ_i обслуговується власним каналом з інтенсивністю обслуговування μ_i . Для переважної більшості перехресть вхідні і вихідні потоки описуються за законом Пуассона.

Для довільного перехрестя інтенсивність вихідного потоку окремого напрямку дорівнюватиме сумі інтенсивностей вхідних потоків з інших напрямків.

$$\lambda_j = \sum_{i=1}^n \lambda_{ij} \quad (6.21)$$

де λ_j – кількість транспортних засобів, які за цикл керування світлофора проїдуть в напрямку j -го суміжного перехрестя; λ_{ij} – кількість транспортних засобів, які за цикл керування світлофора обслуговуються i -м каналом; n – кількість каналів, що обслуговує запити до j -го перехрестя.

Інтенсивність вихідного потоку коригується у сторону зменшення за допомогою інтенсивностей обслуговування

$$\mu_i = \frac{t_i}{t_{np} \cdot T}, \quad (6.22)$$

де t_i – тривалість зеленого сигналу для i -го напрямку; t_{np} – середній час, необхідний для проїзду перехрестя транспортним засобом; T –

одиниця часу.

Вважатимемо, що значення t_{np} є однаковим для кожного з напрямків. Інтенсивності обслуговування потоків на одному перехресті відповідають обмеженням:

$$\begin{cases} 1 \leq \mu_A \leq \frac{T - t_B - t_C}{T \cdot t_{npA}}; \\ 1 \leq \mu_B \leq \frac{T - t_A - t_C}{T \cdot t_{npB}}; \\ 1 \leq \mu_C \leq \frac{T - t_A - t_B}{T \cdot t_{npC}}; \\ t_A + t_B + t_C = T. \end{cases} \quad (6.23)$$

Хоча на практиці величина транспортного потоку між перехрестями може змінюватися, в більшості випадків інтенсивність транспортного потоку залишається сталою. Тому, змінюючи інтенсивність обслуговування на перехресті, можна впливати на інтенсивність вхідного потоку на суміжному перехресті. Це дозволяє контролювати параметри черги на віддаленому перехресті.

Для одноканальної СМО середній час очікування заявки у черзі $\bar{\omega}$ і середня довжина черги \bar{v} визначаються співвідношеннями [12]:

$$\bar{\omega} = \frac{\frac{\lambda}{\mu}}{1 - \frac{\lambda}{\mu}}; \quad \bar{v} = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2}{1 - \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)}. \quad (6.24)$$

Тоді середня довжина черги і час очікування для перехрестя визначатиметься як сума відповідних величин для кожного напрямку.

$$\bar{\omega}_n = \sum_{i=1}^n \bar{\omega}_i; \quad \bar{v}_n = \sum_{i=1}^n \bar{v}_i. \quad (6.25)$$

де $\bar{\omega}_n$ – середній час очікування транспортного засобу на перехресті; \bar{v}_n – середня кількість транспортних засобів на перехресті; n – кількість напрямків перехрестя.

Загальний час простою транспортних засобів дорівнює добутку середнього часу очікування у черзі і середньої довжини черги

$t_n = \bar{\omega}_n \cdot \bar{v}_n$. Відмітимо, що для даної СМО закон розподілу довжин черги за формою подібний до експоненційного і описується формулою

$$p_v = \rho^v \cdot (1 - \rho), \quad (6.26)$$

де p_v – ймовірність знаходження у черзі i -ї кількості ТЗ; $\rho = \lambda / \mu$.

Записавши рівняння (6.24), (6.25) для усіх N перехресть транспортної мережі, отримаємо систему рівнянь для визначення параметрів стану РДС.

Охарактеризуємо стан перехрестя сумарною довжиною черг з усіх його напрямків v_n . Оскільки довжина черги v є функцією інтенсивностей потоків транспортних засобів, то підставивши розв’язок системи рівнянь потокової моделі у рівняння (6.24), (6.25) і отриману характеристику стану v_n у розподіл (6.26), отримаємо залежність $p_v^V(v_{ni}; i=1 \dots N)$.

Марковський процес зміни стану v_n є процесом загибелі та розмноження. Модель такого процесу [12] дозволяє виразити p_v через інтенсивності потоків, що дозволяє знайти коефіцієнти c_{ij}^{lh} .

6.2.3. Модель динаміки системи керування транспортними потоками

В загальному випадку система керування транспортною мережею міста може бути представлена як композиція систем керування окремими перехрестями. Проте дослідження стійкості системи керування всією транспортною мережею є досить складною задачею. Крім того у великій транспортній мережі ситуація на одних перехрестях майже не впливатиме на ситуацію на віддалених перехрестях. Тому, на думку авторів, доцільніше аналізувати стійкість системи, утвореної з певної кількості суміжних перехресть, що впливають на появу заторів та ускладнення руху транспортних засобів. Прикладом такої системи може бути група перехресть в межах однієї вулиці чи кварталу.

Для врахування можливої наявності протиріч між критеріями управління різними перехрестями пропонується виділення окремої

групи перехресть, що мають певний пріоритет над рештою. Це дозволить перейти до задачі багатокритеріальної оптимізації, в якій критерій прийняття рішення для пріоритетного перехрестя виступає основним критерієм, а критерії решти перехресть – обмеженнями, які потрібно максимально задовольнити. Оскільки між критеріями пріоритетних перехресть не повинно виникати протиріч, такі перехрестя повинні знаходитися на значній відстані між собою.

Визначення пріоритетних перехресть можливе за допомогою методів аналізу даних, які дозволяють встановити залежність між інтенсивністю руху та довжиною черг на перехресті. Вузловими слід вибирати перехрестя, на яких між довжиною черги та інтенсивністю руху існує тісний зв'язок.

Крім взаємного впливу перехресть процес керування повинен також враховувати геометричні особливості транспортної мережі та умови дорожнього руху.

Таким чином, задачу керування транспортними потоками можна записати у вигляді

$$Q(a_1, a_2, \dots, a_n) \rightarrow \min(\max) \begin{cases} Q_i \geq Q_{i \text{ доп}} \\ a_i \leq a_{i \text{ зад}} \end{cases}, \quad (6.27)$$

де $Q(a_1, a_2, \dots, a_n)$ – значення критерію прийняття рішення для пріоритетного перехрестя; a_1, a_2, \dots, a_n – параметри, що визначають значення критерію (інтенсивність руху, інтенсивність обслуговування, тривалість циклу керування); Q_i – значення критерію прийняття рішення для звичайного перехрестя; $Q_{i \text{ доп}}$ – мінімально допустиме значення критерію прийняття рішення для звичайного перехрестя; $a_{i \text{ зад}}$ – максимально допустиме значення параметра.

Отже, система керування транспортною мережею повинна забезпечити оптимальне значення критерію керування для вузлових перехресть з одночасним виконанням обмежень на звичайних перехрестях та параметрах керування.

Розглянемо систему керування двома суміжними перехрестями, представлену на рис. 6.7.

Контрольованим параметром цієї системи є довжина черги ν , яка залежить від інтенсивності потоку λ_{12} та інтенсивності обслуговування на перехресті 2.

В якості критерію управління виберемо сумарний час простою транспортних засобів на перехресті. Для простоти моделі розглядатимемо перехрестя, на яких зелене світло по черзі вмикається для кожного напрямку.

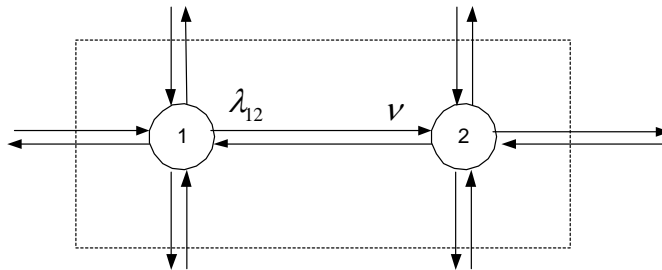


Рис. 6.7. Схема системи керування суміжними перехрестями

З метою формалізації критерію керування побудуємо математичну модель, що враховує інтенсивності потоків та кореляцію між ними. Один із шляхів отримання функціональної залежності між різними потоками полягає у використанні спостереження, результати якого оформлюються у вигляді діаграми інтенсивності. Діаграма інтенсивності показує розподіл руху транспортних засобів за напрямками. Хоча діаграма інтенсивності складатиметься на основі спостережень протягом значного періоду часу, її дані можна використати при ситуативному керуванні транспортною мережею.

Основною характеристикою стійкості системи керування ТМ є відсутність заторів та скупчень автомобілів за нормальних дорожніх умов. Незважаючи на широкі дослідження поведінки транспортного потоку, проведені у різних країнах, на сьогоднішній день немає загальноприйнятої точки зору щодо механізмів виникнення і розповсюдження заторів. Ряд вчених висуває припущення, що основною причиною скупчень транспортних засобів є геометричні особливості дороги [96]. Відповідно до цієї теорії затори виникають у “вузьких місцях” транспортної мережі і не залежать від структури

черги. В той же час у роботах [39, 90] розроблено моделі та алгоритми управління транспортними потоками в умовах виникнення та поширення заторів. Проведені дослідження також встановили можливість описання поведінки транспортних потоків за допомогою моделей гідродинаміки, а в ряді випадків і положень теорії хаосу [100].

Теорія масового обслуговування дозволяє оцінити стійкість системи масового обслуговування за допомогою нерівності $\sum_i \lambda_i / \mu_i < 1$. Якщо ця умова не виконується, то довжина черги прямує до нескінченності.

Для системи керування ТП нестійкість настає, коли довжина черги на перехресті перевищує відстань між перехрестями. Можливості забезпечення стійкості на одному перехресті є обмеженими. Коли ймовірність нестійкості перевищує встановлену межу, необхідно застосувати керування наступного рівня.

Проте застосування такого підходу для аналізу стійкості системи керування з кількох перехресть неможливе, оскільки він не враховує передавання впливів між ними. Тому для аналізу стійкості системи керування перехрестями використаємо апарат теорії автоматичного управління.

Представимо структурну схему системи керування двома перехрестями у вигляді, показаному на рис. 6.8.

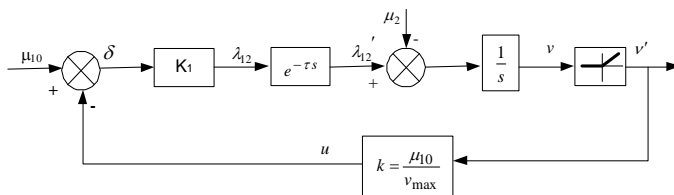


Рис. 6.8. Структурна схема системи керування

Вхідною величиною системи керування є початкова інтенсивність обслуговування на першому перехресті μ_{10} , яка

безпосередньо впливає на інтенсивність вихідного потоку першого перехрестя. У випадку перехрестя з трьома напрямками вихідна величина розраховується з формули

$$\lambda_{12} = \lambda_1 + \lambda_2 \leq \frac{t_1}{t_{np} \cdot T} + \frac{T - t_1}{t_{np} \cdot T}, \quad (6.28)$$

де T – тривалість циклу керування;

Для перехрестя з більшою кількістю напрямків значення відведеного на проїзд часу можуть змінюватись обернено пропорційно до зміни величини t_1 з урахуванням умови, що

$$T = \sum_{i=1}^n t_i \quad (6.29)$$

Відрізок транспортної мережі між перехрестями може бути представлений ланкою із чистим запізненням. Така ланка спричиняє запізнення вхідної величини в часі, але не змінює її значення. Для більшості випадків ланка із запізненням достатньо точно описує динаміку транспортного потоку. Передатна функція ланки із запізненням має вигляд

$$W(s) = e^{-\tau s}, \quad (6.30)$$

де τ – час затримки.

Другому перехрестю системи на схемі відповідають суматор, інтегровальна ланка та нелінійний елемент. Вихідною величиною другого перехрестя є довжина черги перед перехрестям, яка розраховується як інтеграл різниці між інтенсивністю прибуття ТЗ та

інтенсивністю їх обслуговування $v = \int_0^t (\lambda_{12} - \mu_2) dt$. На основі

величини черги здійснюється керування на першому перехресті. Для цього використовується пропорційний регулятор, в якому поточна довжина черги множиться на коефіцієнт пропорційності

$$u = v \cdot \frac{\mu_{10}}{v_{\max}}, \quad (6.31)$$

де v_{\max} – максимально допустима величина черги.

Очевидно, що максимально допустима величина черги не може перевищувати відстані між перехрестями. Якщо довжина черги

дорівнює нулю, то управління теж дорівнює нулю. При максимальній довжині черги управління дорівнює інтенсивності обслуговування на першому перехресті. В цій ситуації нове значення інтенсивності обслуговування дорівнює нулю. Оскільки довжина черги не може бути від'ємною, то для відсікання від'ємних значень інтегровального елемента використовується нелінійний елемент з функцією, наведеною на рис. 6.9.

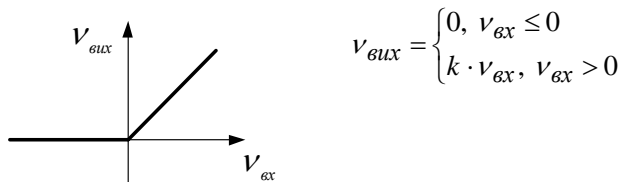


Рис. 6.9. Залежність між вхідною і вихідною величиною нелінійного елемента

Для розглянутої системи керування $k = 1$.

В зв'язку з тим, що система керування містить нелінійний елемент, використаємо метод статистичної лінеаризації для заміни нелінійного елемента елементом з лінійним перетворенням вхідної величини. Критерієм статистичної лінеаризації є рівність математичного сподівання і дисперсії випадкового процесу на виході нелінійного елемента і його еквівалента з лінійним перетворенням.

Нехай на вході нелінійного елемента діє стаціонарний випадковий процес, із нормальним законом розподілу випадкової величини, який можна записати у вигляді

$$X(t) = m_X(t) + \overset{0}{X}(t), \quad (6.32)$$

де m_X – математичне сподівання; $\overset{0}{X}(t)$ – центрований випадковий процес.

Тоді процес на виході елемента може бути описаний формулою

$$Y(t) = \varphi(m_X) + K_1 \overset{0}{X}(t), \quad (6.33)$$

де $\varphi_0(m_X)$ – математичне сподівання нелінійної функції $\varphi(x)$; K_1 – статистичний коефіцієнт підсилення по випадковій центрованій

складовій.

Для функції, наведеної на рис. 6.9 математичне сподівання та коефіцієнт лінеаризації визначаються з формул, наведених в роботі [93]:

$$m_Y = \varphi(m_X) = k\sigma_X \cdot \left(\frac{m_X}{\sigma_X} \cdot \left(\frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{m_X}{\sigma_X}\right) \right) + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{m_X^2}{2\sigma_X^2}} \right); \quad (6.34)$$

$$K_1 = k \cdot \left(\frac{m_X}{\sigma_X} \cdot \left(\frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{m_X}{\sigma_X}\right) \right) \cdot \left(1 + \frac{m_X^2}{\sigma_X^2} \right) + \frac{m_X}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{m_X^2}{2\sigma_X^2}} - \frac{m_Y^2}{k^2\sigma_X^2} \right)^{\frac{1}{2}},$$

де m_X , m_Y – математичне сподівання вхідної і вихідної величини відповідно; σ_X – середньоквадратичне відхилення вхідної величини; K_1 – статистичний коефіцієнт підсилення за випадковою центрованою складовою

$$\Phi(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \int_0^U e^{-\frac{t^2}{2}} dt}.$$

Для лінійної системи справедливим є принцип суперпозиції, відповідно до якого передатні функції системи за математичним сподіванням і за центрованою випадковою складовою

$$\begin{aligned} W_m(s) &= K_0 \cdot W(s); \\ W_0(s) &= K_1 \cdot W(s), \end{aligned} \quad (6.35)$$

де $W(s)$ – передатна функція лінійної частини системи.

Альтернативним способом отримання передатної функції є розв'язання системи рівнянь

$$\begin{cases} \delta = \mu_{10} - u; \\ \lambda_{12} = k_1 \cdot \delta; \\ \lambda'_{12} = \lambda_{12} \cdot e^{-\tau s}; \\ v = (\lambda'_{12} - \mu_2) \cdot \frac{1}{s}; \\ v' = k \cdot v; \\ u = v' \cdot \frac{\mu_{10}}{v_{\max}}. \end{cases} \quad (6.36)$$

Розв'язавши систему рівнянь відносно v , отримаємо.

$$v = \frac{K_1 \cdot e^{-\tau s} \cdot \mu_{10} - \mu_2}{s + K_1 \cdot e^{-\tau s} \cdot \mu_{10} \cdot K/v_{\max}}. \quad (6.37)$$

Отримана залежність свідчить про нелінійність СК. Для лінеаризації системи розкладемо функцію (6.37) в ряд Тейлора в околі точки, де початковий член дорівнює нулю. В результаті отримаємо передатну функцію системи керування

$$W(s) = \frac{K_1 \cdot e^{-\tau s} \cdot (s + \mu_2 \cdot K/v_{\max})}{s^2 + 2 \cdot s \cdot \mu_2 \cdot K/v_{\max} + (\mu_2 \cdot K/v_{\max})^2}. \quad (6.38)$$

В зв'язку з тим, що система стає нестійкою лише за наявності черги, то для знаходження границі стійкості нелінійний елемент можна не враховувати.

Оскільки передатна функція ланки із запізненням містить показникову функцію, для аналізу стійкості системи алгебраїчні критерії не можуть бути використані. Для дослідження стійкості систем управління із запізненням застосовуються метод D -розбиття, критерії Михайлова та Найквіста [17]. Відповідно до останнього для стійкості замкнутої системи із запізненням необхідно і достатньо, щоб амплітудно-фазова характеристика стійкої розімкнутої системи не охоплювала критичну точку. Якщо годограф системи проходить через точку $(-1; j0)$, то система знаходиться на границі стійкості.

Таким чином, в результаті побудови системи моделей РДС транспортних потоків отримуються усі компоненти задачі прийняття рішення. Пошук оптимального рішення здійснюється методом перебору з огляду на невелику кількість варіантів.

6.3. Прийняття рішень при керуванні елеваторами

Одним із прикладів РДС є силосний елеватор, призначений для зберігання зернової продукції. Складна структура комплексу та процес самонагрівання зерна обумовлюють необхідність розробки моделей та алгоритмів прийняття рішень при керуванні елеватором.

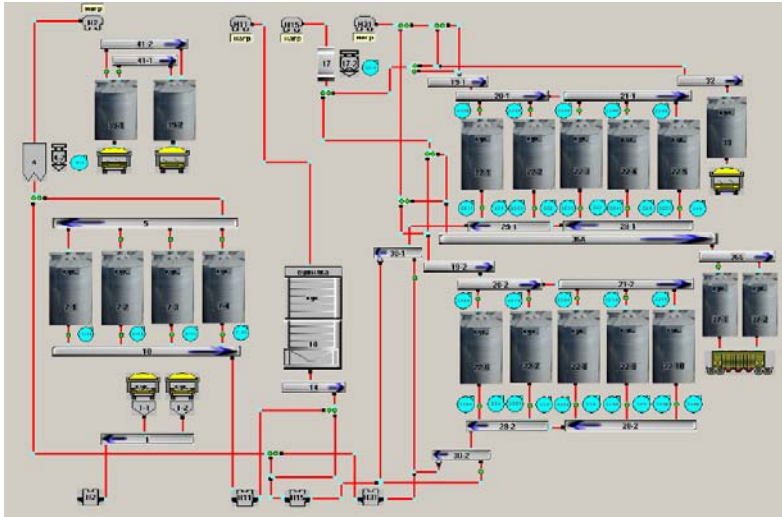


Рис. 6.10. Схема елеватора

В результаті зберігання зерно знаходиться під впливом фізичних та біологічних процесів, одним з найголовніших серед яких є процес самонагрівання зернової маси – поступове підвищення температури в окремих частинах силосу. Виявлення і усунення самонагрівання є основною задачею при зберіганні зерна. В залежності від конструкції силосу для охолодження зерна використовується вентиляція силосу або пересипання зерна в інший силос, внаслідок чого зерно переміщується і просихає.

Таким чином, складна структура комплексу та вплив біологічних процесів обумовлюють необхідність розробки моделей та алгоритмів прийняття рішень щодо підтримання заданих параметрів зберігання зерна.

6.3.1. Структурна схема системи управління елеватором

Для побудови системи керування елеватором використаємо ієрархічну структуру, оскільки керування в елеваторі може здійснюватись на різних рівнях. На нижньому рівні, що відповідає окремим силосам, вимірюється значення температури і приймається рішення щодо керування. Таке рішення може мати дві реалізації. Перший варіант полягає у кондиціонуванні силосу за допомогою вентиляторів, що знаходяться в ньому. Другою альтернативою охолодження зерна є пересипання до іншого силосу, внаслідок чого воно охолоджується і зволожується. Зазначимо, що виконання рішення про пересипання зерна в інший силос повинно узгоджуватися на вищому рівні, оскільки можливості пересипання обмежені.

Таким чином, на першому рівні приймається рішення про спосіб охолодження зерна у випадку підвищення температури. Якщо це рішення передбачає пересипання зерна, то на другому рівні відбувається аналіз рішень усіх силосів, оскільки можливості пересипання, зазвичай, обмежені і визначаються вільним об'ємом.

Структурна схема системи управління елеватором наведена на рис. 6.11.



Рис. 6.11 Структурна схема системи управління елеватором

Відзначимо, що структура системи управління елеватором подібна до структури системи управління транспортними потоками, що наведена на рис. 6.5. Цей факт свідчить про подібність задач в розподілених системах та методів управління, що в них використовуються.

6.3.2. Модель прийняття рішення в управлінні елеватором

Розглянемо особливості застосування узагальненого алгоритму прийняття рішень в РДС, запропонованого в 5.1, в процесі прийняття рішень при керуванні елеватором. Такий процес відповідатиме процесному підходу, який передбачає періодичне виконання процедур, пов'язаних з прийняттям рішення.

На ініціальному етапі відбувається визначення суттєвих для забезпечення заданої якості рішень та періодичності їх контролю. В процесі зберігання зерна на його якість впливає ряд факторів, проте найбільший вплив мають вологість та температура. На практиці вимірювання значення вологості в силосі пов'язане із значними труднощами, тому в більшості існуючих систем управління елеватором при розрахунку керування цей фактор не враховується. Для підвищення точності керування побудуємо модель прийняття рішення, яка б враховувала як температуру, так і вологість.

Вхідним параметром системи управління елеватором є температура, виміряна в різних точках силосу. Сукупність вимірних значень представимо у вигляді вектора

$$T^{\circ}(t) = \{t^{\circ}_1(t), t^{\circ}_2(t), \dots, t^{\circ}_n(t)\},$$

де $t^{\circ}_i(t), i = \overline{1, n}$ – значення температури виміряне в i -й точці в момент часу t ; n – кількість точок вимірювання.

Значення вологості отримаємо за допомогою методики оцінювання стану, розглянутої в 5.2.

$$\tilde{H} = A_{oi}(T^{\circ}),$$

де $\tilde{H} = \{\gamma_1(t), \gamma_2(t), \gamma_n(t)\}$ – оцінка вектора вологості; A_{oi} – алгоритм оцінювання параметрів стану.

В задачі керування елеватором множина рішень D буде складатися з трьох значень для кожного силосу:

d_1 – не здійснювати керування;

d_2 – пересипати зерно;

d_3 – увімкнути кондиціонування (якщо передбачено конструкцією силосу).

В якості критерію прийняття рішень використаємо значення ризику, записане в системі узагальнюючих функцій

$$R(d) = \sum_{t^\circ \in T} \sum_{\gamma \in H} G(t^\circ, \gamma, d) \beta(t^\circ / \gamma) \beta(\gamma), \quad (6.39)$$

де d – рішення з множини можливих рішень D ; $G(t^\circ, \gamma, d)$ – функція втрат; $\beta(t^\circ / \gamma)$ – функція появи температури t° за умови, що значення вологості дорівнює γ .

Представимо функцію втрат у вигляді суми втрат від неоптимальних параметрів зберігання зерна і витрат на реалізацію керування

$$G = G_z + G_{кер}, \quad (6.40)$$

де G – загальні втрати; G_z – втрати від псування за наявності керування; $G_{кер}$ – витрати на реалізацію керування.

Розглянемо зміст складових функцій втрат. Характер втрат від зниження якості зерна показано на рис. 6.12.

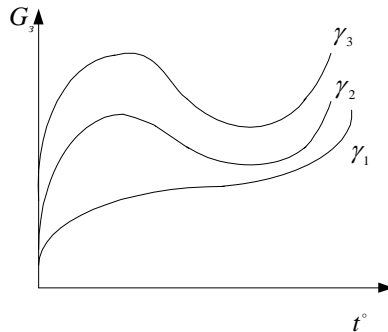


Рис. 6.12. Графік втрат через псування зерна

Аналітичний вираз функції втрат $G_z(t^\circ, \gamma)$, зображеної на рис. 6.12, визначається на основі експериментальних даних залежно

від типу зернової культури.

Оскільки при пересипанні та кондиціонуванні температура і вологість змінюються в залежності від часу керування, побудуємо модель динаміки цих рішень.

Для СППР елеватора множина рішень складатиметься з неоднорідних елементів, які мають різний фізичний зміст. Це ускладнює представлення залежності між рішеннями та температурою зерна за допомогою спільної передатної функції. Тому подамо цей зв'язок для кожного рішення окремо.

Враховуючи інерційність при зміні параметрів, представимо реалізацію пересипання і кондиціонування у вигляді інерційних ланок. Тоді зв'язок між початковим і кінцевим значенням параметра описується диференціальним рівнянням

$$k \cdot y_0 = T \frac{dy}{dt} + y$$

або передатною функцією

$$W(s) = \frac{1}{Ts + 1},$$

де k – коефіцієнт підсилення; T – стала часу.

Рішенню "не здійснювати керування" відповідає пропорційна ланка з коефіцієнтом пропорційності рівним одиниці.

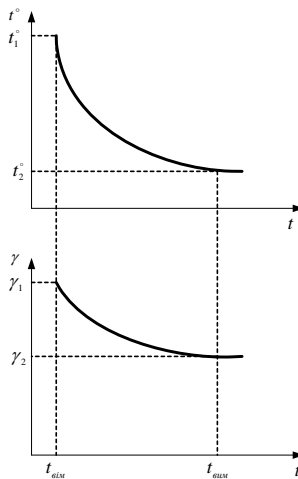


Рис. 6.13. Динаміка зміни параметрів силосу

Отже, залежність між входом і виходом системи має вигляд, показаний на рис. 6.14.

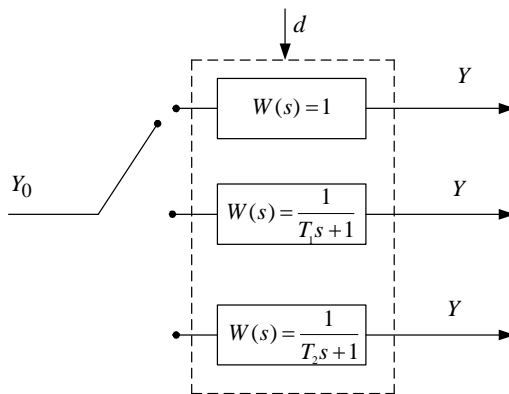


Рис. 6.14. Модель динаміки системи

Для рішень типу d_2 – “пересипати зерно” необхідно враховувати динаміку системи, що пояснюється тривалим часом реалізації рішення та використанням спільних ресурсів у вигляді транспортуючого обладнання.

Рішення щодо пересипання повинно враховувати мінімум два фактори: вид зернової культури в силосі k та масу зерна, яку можна завантажити в цей силос M . Множину альтернатив пересипання представлено у вигляді графа, наведеного на рис. 6.15.

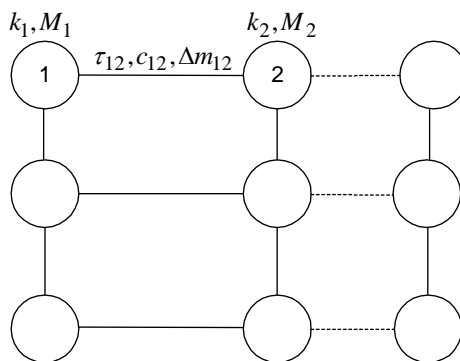


Рис. 6.15. Альтернативи пересипання

Вершини наведеного графа відповідають силосам елеватора і характеризується параметрами: k і M . Ребра графа описують маршрути пересипання зерна. Ребро характеризується набором параметрів $\{\tau, c, \Delta m\}$, де τ – час транспортування одиниці маси зерна між силосами (час затримки передавання впливів); c – коефіцієнт, який характеризує вартість пересипання одиниці маси зерна за одиницю часу; Δm – маса зерна, яка транспортується за одиницю часу (пропускна здатність механізму транспортування).

Відзначимо, що рішення d_2 є векторним, оскільки пересипання можливе в декілька силосів.

Для i -го силосу час пересипання t_i визначається загальним часом пересипання необхідної маси зерна до інших силосів

$$\begin{cases} t_i = \sum_j \tau_{ij} \cdot \Delta m_{ij}; \\ k_i = k_j; \\ \sum_j M_j = M_i. \end{cases}$$

де τ_{ij} – час транспортування зерна між i -м і j -м силосами; Δm_{ij} – маса зерна, що пересипається з i -го в j -й силос.

Прийняття рішення на k -му кроці роботи системи повинне враховувати рішення d^{k-1}, d^{k-2}, \dots для яких час реалізації більший, ніж час між кроками керування. Виходячи з цього, кількість кроків стратегії прийняття рішень дорівнює кількості кроків від рішення на k -му кроці до рішення на l -му кроці, з часом реалізації більше, ніж час до k -го кроку.

У витратах на керування виділимо витрати на кондиціонування $G_{\text{конд}}$ та витрати на пересипання зерна $G_{\text{тр}}$

$$G_{\text{рег}} = G_{\text{конд}} + G_{\text{тр}}. \quad (6.41)$$

Витрати на кондиціонування складаються з витрат на електроенергію, необхідну для вдування повітря в силос

$$G_{\text{конд}} = t \cdot c, \quad (6.42)$$

де t – час кондиціонування; c – вартість електроенергії, яка

витрачається на кондиціонування за одиницю часу.

Витрати на пересипання залежать від відстані між силосами, об'єму зерна, що транспортується, та вартості транспортування одиниці маси

$$G_{mp} = c \cdot l \cdot \frac{m}{M}, \quad (6.43)$$

де c – вартість електроенергії; необхідна для пересипання одиниці маси зерна; l – довжина маршруту транспортування; m – маса зерна, яка переноситься за один прохід транспортера; M – маса зерна, яке потрібно пересипати в інший силос.

Відзначимо, що на виході силосу не завжди існує можливість вимірювання маси зерна, яке пересипається, тому в багатьох випадках ця величина визначається експертним шляхом.

Отже, задача розподілу ресурсу в умовах ризику формулюється таким чином: знайти рішення, для кожного силосу, що мінімізує втрати при заданому обмеженні на використання ресурсів.

$$\begin{cases} R_i = \sum_{t^{\circ}} \sum_{\gamma} \left(G_3 \left(f_{t^{\circ}}(t^{\circ}, d, t), f_{\gamma}(\gamma, d, t) \right) \beta(t^{\circ} / \gamma) \beta(\gamma) + d_1 G_{конд}(t) + d_2 G_{mp}(t) \right) \rightarrow \min; \\ \sum_i Q_{кер} \leq Q, \end{cases} \quad (6.44)$$

де R_i – ризик втрат у i -му силосі при здійсненні керування протягом часу t ; $f_{t^{\circ}}(t^{\circ}, d, t)$, $f_{\gamma}(\gamma, d, t)$ – функції, що описують динаміку зміни температури та вологості при реалізації керування; Q – загальний ресурс на керування елеватором.

У випадку, коли пересипання зерна відбувається в інший силос, модель динаміки системи повинна враховувати значення параметрів обох силосів. Для лінійної динамічної системи багатокрокова стратегія розраховується на основі передатної функції системи. Кількість кроків стратегії розраховується за формулою (5.13) відповідно до методики, запропонованої в п. 5.2. Для елеватора підсистемами РДС є силоси. Час розповсюдження впливу між сусідніми підсистемами τ дорівнює часу пересипання зерна з одного силосу в інший. Зміст коефіцієнтів впливу c полягає у врахуванні температури і вологості в силосі.

6.3.3. Алгоритм прийняття рішення в управлінні елеватором

Розглянемо алгоритм пошуку оптимального рішення в розподіленій системі. Особливістю наведеного алгоритму є те, що він передбачає знаходження та узгодження рішень системи. Основні кроки алгоритму:

1. За формулою (6.44) знаходиться оптимальне рішення d для кожної точки, в якій здійснюється управління. Для елеваторів такими точками є транспортери зерна чи вентилятори в залежності від типу елеватора. Оскільки в розподіленій системі, цілі окремих елементів можуть відрізнятися, то наступні кроки передбачають перевірку сумісності рішень.
2. Узгодження рішень на рівні підсистем. На цьому кроці перевіряється можливість технічної реалізації знайденого рішення для конкретного силосу.
3. Узгодження рішень на рівні системи в цілому. Цей крок використовується у випадку прийняття рішення про пересипання зерна і полягає в аналізі стану обладнання для транспортування та визначення оптимального маршруту пересипання. Для узгодження рішень можна задати різні рівні пріоритетів елементів системи чи підсистем, вагові коефіцієнти тощо.
4. Прогнозування нових параметрів системи $\tilde{T}^*(t + \tau)$. Якщо прогнозовані значення параметрів $\tilde{T}^*(t + \tau)$ гірші за виміряні $T^*(t)$, необхідно повторити пошук оптимальних рішень. Якщо нові результати не задовольняють умову або коригування неможливе, то на цьому кроці керування не відбувається.

Графічне зображення алгоритму показано на рис. 6.16.

Для узгодженості рішень в межах системи необхідно, щоб сума витрат на прийняття рішення в кожному силосі $G_{кер}$ була меншою або рівною ресурсу, відведеному на реалізацію керування. Якщо така вимога не виконується, то необхідно провести узгодження рішень. Процедура узгодження полягає у пошуку рішень з меншими витратами на реалізацію, причому, бажано, щоб ризик від прийняття рішення, був мінімальним.

Представимо ризики від прийняття рішень у вигляді матриці

$$R = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2n} \\ r_{31} & r_{32} & \dots & r_{3n} \end{pmatrix}, \quad (6.45)$$

де r_{ij} – ризик від прийняття i -го рішення в j -му силосі; n – кількість силосів.

Нехай ΔR – матриця різниць ризиків

$$\Delta R = \begin{pmatrix} \Delta r_{11} & \Delta r_{12} & \dots & \Delta r_{1n} \\ \Delta r_{21} & \Delta r_{22} & \dots & \Delta r_{2n} \\ \Delta r_{31} & \Delta r_{32} & \dots & \Delta r_{3n} \end{pmatrix}, \quad (6.46)$$

де $\Delta r_{ij} = r_{ij} - \min_j r_{ij}$.

Величина Δr_{ij} показує, на скільки ризик прийняття i -го рішення в j -му силосі більший за ризик від оптимального рішення в цьому силосі. Аналогічно до R введемо матрицю витрат на реалізацію рішення.

$$G = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & \dots & g_{1n} \\ g_{21} & g_{22} & \dots & g_{2n} \\ g_{31} & g_{32} & \dots & g_{3n} \end{pmatrix}, \quad (6.47)$$

де g_{ij} – витрати на реалізацію i -го рішення в j -му силосі.

Таким чином, у випадку неузгодженості рішень алгоритм узгодження має вигляд:

1. Вибирається рішення d_{ij} , з мінімальним $\Delta r_{ij} > 0$. Таке рішення заміняє оптимальне рішення для цього силосу.
2. Перевіряються витрати на керування g_{ij} для рішення g_{ij} , знайденого на першому кроці
3. Якщо витрати на реалізацію цього рішення більші за витрати на реалізацію оптимального рішення, вибираємо рішення з наступним за величиною приростом ризику Δr_{ij} .
4. Повторюємо процес для інших силосів, вводючи в базис

оптимальних рішень рішення з меншими витратами.

5. Якщо узгодження рішень неможливе, необхідно збільшити ресурс на реалізацію рішень.

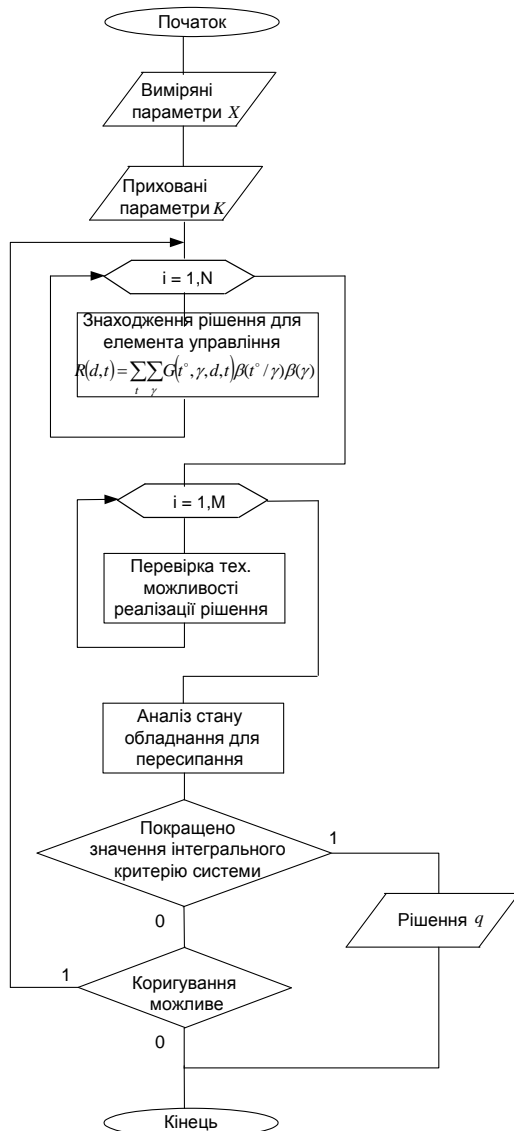


Рисунок 6.16. Алгоритм розрахунку керування

6.4 Дослідження адекватності моделей та ефективності алгоритмів прийняття рішень

У попередніх розділах запропоновано моделі і алгоритми прийняття рішень в РДС. Дослідимо їх адекватність та ефективність на прикладі задачі керування перехрестям, яка описана в [103].

Схема перехрестя має вигляд:

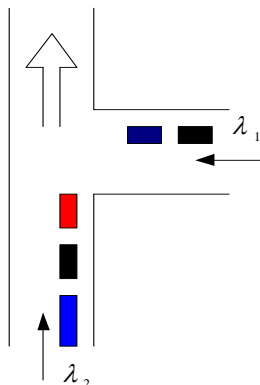


Рис. 6.17. Схема перехрестя

Задача управління перехрестям з одностороннім рухом полягає у зміні сигналів світлофора таким чином, щоб час затримки транспортних засобів на перехресті був мінімальним. Вхідними величинами задачі є :

- λ_1 – інтенсивність прибуття ТЗ справа;
- λ_2 – інтенсивність прибуття ТЗ на перехрестя по центру;

Вихідним параметром є час $D = \{d_1, d_2\}$, протягом якого повинно горіти зелене світло для кожної із сторін. Для цієї величини є справедливими співвідношення:

$$\begin{aligned} d_1 + d_2 &= T; \\ d_1 &\in [0, T], d_2 \in [0, T], \end{aligned} \quad (6.48)$$

де T – інтервал регулювання.

Виходячи з умови задачі, побудуємо моделі прийняття рішень

для кожного підходу.

Модель прийняття рішення з використанням теорії статистичних рішень

При використанні ТСР вхідні дані представляються у вигляді законів розподілу ймовірностей, які характеризують ймовірність появи певного числа ТЗ на перехресті за одиницю часу, тобто інтенсивність вхідного потоку.

Нехай A – число ТЗ, які прибувають на перехрестя справа. Тоді ймовірність появи ТЗ справа має вигляд

$$P(A) = \frac{(\lambda_1 \cdot t)^A}{A!} \cdot e^{-\lambda_1 \cdot t}, \quad (6.49)$$

де A – кількість ТЗ, що прибувають справа за інтервал часу t ; λ_1 – інтенсивність появи ТЗ справа.

Нехай Q – кількість ТЗ, що прибувають на перехрестя по центру. Ймовірність появи ТЗ по центру визначається законом

$$P(Q) = \frac{(\lambda_2 \cdot t)^Q}{Q!} \cdot e^{-\lambda_2 \cdot t}, \quad (6.50)$$

де Q – кількість ТЗ, що прибувають по центру за інтервал часу t ; λ_2 – інтенсивність появи ТЗ по центру.

В обох випадках потоки ТЗ описуються законом розподілу Пуассона, тому що саме цей розподіл найчастіше зустрічається на практиці в подібних ситуаціях. Оскільки інтенсивності не пов'язані між собою, то кількість ТЗ справа і в центрі є незалежними величинами.

Для прийняття рішень використаємо критерій Байєса, який можна записати у вигляді:

$$R(d) = \iint G(u, A, Q) \cdot P(A, Q) dA dQ, \quad (6.51)$$

де $R(d)$ – середній ризик від прийняття рішення d ; $P(A, Q)$ – ймовірність спільної появи конкретних значень величин A і Q ; $G(d, A, Q)$ – функція втрат, яка характеризує втрати від прийняття рішення u при заданих значеннях A і Q .

Використаємо функцію втрат, яка складається з двох доданків,

що характеризують втрати кожного із потоків. Кожна частина є добутком двох множників. Перший множник дорівнює відношенню кількості ТЗ, що надійшли на перехрестя до кількості ТЗ, що його залишили. Другий множник є відношенням часу очікування до часу проїзду. Будемо вважати, що для проїзду перехрестя одному ТЗ в середньому потрібна одна секунда. Виходячи з цього, функція втрат має такий вигляд

$$G(d, A, Q) = \frac{A}{d} \cdot \left(\frac{T-d}{d} \right) + \frac{Q}{T-d} \cdot \left(\frac{d}{T-d} \right), \quad (6.52)$$

де T – інтервал регулювання.

Модель прийняття рішення з використанням теорії масового обслуговування

Задача керування перехрестям може бути описана за допомогою теорії масового обслуговування. Перехрестя являє собою одноканальну СМО без відмов. Довжина черги є необмеженою. Вхідний потік складається з двох неоднорідних потоків. Вважаємо, що потоки є пуассонівськими, для яких імовірність появи заявок за час t визначається за формулами

$$P(A) = \frac{(\lambda_1 t)^A}{A!} \cdot e^{-\lambda_1 t}; \quad P(Q) = \frac{(\lambda_2 t)^Q}{Q!} \cdot e^{-\lambda_2 t}, \quad (6.53)$$

де λ_1, λ_2 – інтенсивності потоків.

Позначимо через T часовий інтервал регулювання. Тоді

$$d_1 + d_2 = T,$$

де u_1 – час, протягом якого горить зелене світло для одного потоку;

u_2 – час, протягом якого горить зелене світло для іншого потоку.

Величину інтервалу u_1 і u_2 можна визначити таким чином

$$d_1 = \alpha \cdot T; \quad d_2 = (1 - \alpha) \cdot T,$$

де $\alpha \in (0;1)$ – коефіцієнт поділу інтервалу.

Важливою характеристикою СМО є інтенсивність обслуговування m , яка характеризує кількість обслужених заявок за одиницю часу. Якщо задати середній час обслуговування однієї заявки (час проїзду перехрестя транспортним засобом) Δt , то можна визначити інтенсивність обслуговування для кожного з потоків

$$m_1 = \frac{d_1}{\Delta t} = \frac{\alpha \cdot T}{\Delta t}; \quad m_2 = \frac{d_2}{\Delta t} = \frac{(1-\alpha) \cdot T}{\Delta t}. \quad (6.54)$$

Позначимо інтенсивність завантаження каналу від кожного потоку $\rho_i = \frac{\lambda_i}{m_i}$, тоді загальна інтенсивність дорівнює $\rho_0 = \sum_{i=1}^2 \rho_i$.

Система буде працювати в усталеному режимі тільки за умови $\rho_0 < 1$.

Знаючи інтенсивності потоків та інтенсивності обслуговування, можна визначити середню кількість заявок у черзі та середній час очікування однієї заявки для кожного з потоків.

Середній час очікування однієї заявки потоку розрахуємо з формул

$$\bar{t}_{01} = \frac{1}{m_1} \cdot \frac{\rho_1}{1 - \rho_1}; \quad \bar{t}_{02} = \frac{1}{m_2} \cdot \frac{\rho_2}{1 - \rho_2}. \quad (6.55)$$

Обчислимо середню кількість заявок для кожного потоку

$$\bar{r}_1 = \lambda_1 \cdot \bar{t}_{01}; \quad \bar{r}_2 = \lambda_2 \cdot \bar{t}_{02}. \quad (6.56)$$

Тоді втрати кожного потоку дорівнюють добутку середнього часу очікування однієї заявки і середньої кількості заявок у черзі.

$$t_{em1} = \bar{t}_{01} \cdot \bar{r}_1; \quad t_{em2} = \bar{t}_{02} \cdot \bar{r}_2. \quad (6.57)$$

Загальні втрати системи будуть дорівнювати сумі втрат кожного з потоків. Враховуючи формули (6.54) – (6.57), загальні втрати будуть мати вигляд

$$G = \lambda_1 \cdot \left(\frac{\Delta t}{\alpha \cdot T} \cdot \frac{\lambda_1 \cdot \Delta t}{\alpha \cdot T - \lambda_1 \cdot \Delta t} \right)^2 + \lambda_2 \cdot \left(\frac{\Delta t}{(1-\alpha) \cdot T} \cdot \frac{\lambda_2 \cdot \Delta t}{(1-\alpha) \cdot T - \lambda_2 \cdot \Delta t} \right)^2. \quad (6.58)$$

Таким чином, задача знаходження оптимального режиму регулювання перехрестя зводиться до мінімізації втрат по α .

Модель прийняття рішення з використанням нечіткої логіки

При використанні нечіткої логіки вхідні дані представляються у вигляді лінгвістичних змінних, кожній з яких відповідає кілька термів.

Вхідні лінгвістичні змінні приймають такі значення:

- “інтенсивність прибуття ТЗ, справа”

$\lambda_1 = \{ \text{“дуже мала”, “мала”, “середня”, “велика”, “дуже велика”} \};$

- “інтенсивність прибуття ТЗ по центру”
 $\lambda_2 = \{ \text{“дуже мала”, “мала”, “середня”, “велика”, “дуже велика”} \};$
- Вихідний параметр “час до відключення зеленого сигналу світлофора” приймає такі значення $u = \{ \text{“дуже малий”, “малий”, “середній”, “великий”, “дуже великий”} \}$

Функції належностей вхідних величин мають форму, яка відповідає закону розподілу ймовірностей Пуассона. Функції належностей вихідної змінної мають форму, яка відповідає нормальному закону розподілу ймовірностей. Функції належності змінних наведені нижче.



Рис. 6.18. Функції належностей змінної “інтенсивність прибуття транспортних засобів по центру”



Рис.6.19. Функції належностей змінної “інтенсивність прибуття транспортних засобів справа”

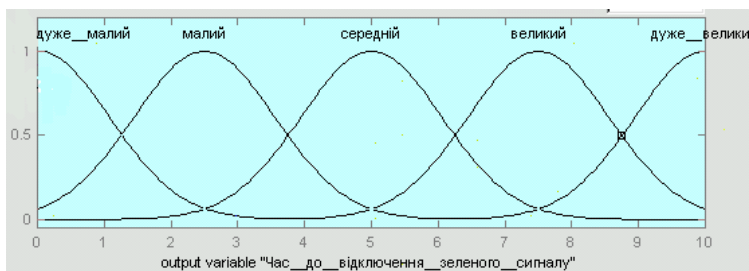


Рис. 6.20 Функції належностей змінної “час до відключення зеленого сигналу”

Вхідні величини змінюються в таких діапазонах:

- “інтенсивність прибуття ТЗ справа” [0; 10];
- “інтенсивність прибуття по центру [0; 10];
- “Час до відключення зеленого сигналу світлофора” 0;10].

Нечіткий логічний висновок здійснюється за допомогою нечіткої бази знань, яка складається із сукупності правил виду “якщо – то”. Правила вибору рішень наведено у табл. 6.2.

Таблиця 6.2

Нечітка база знань

λ_1	λ_2	Дуже мала	Мала	Середня	Велика	Дуже велика
Дуже мала	Середній	Дуже малий	Дуже малий	Дуже малий	Дуже малий	Дуже малий
Мала	Дуже великий	Середній	Малий	Малий	Малий	Малий
Середня	Дуже великий	Середній	Середній	Середній	Малий	Малий
Велика	Дуже великий	Великий	Середній	Середній	Середній	Середній
Дуже велика	Дуже великий	Великий	Великий	Середній	Середній	Середній

Заголовки стовпців відповідають інтенсивностям надходження ТЗ по центру, а заголовки рядків – інтенсивностям надходження ТЗ справа. На перетині рядків і стовпців знаходиться значення вихідного

параметра – часу до відключення зеленого сигналу світлофора.

Критерієм прийняття рішення є мінімальний час простою ТЗ на перехресті, який знаходиться шляхом дефазифікації результуючої нечіткої множини. Дефазифікацію нечіткої множини проведено методом центра тяжіння

$$d = \frac{\sum_i d_i \cdot \mu_u(d_i)}{\sum_i \mu_u(d_i)}, \quad (6.59)$$

де d – час до відключення зеленого сигналу світлофора; u_i – елемент універсальної множини; $\mu_d(d_i)$ – ступінь належності елемента універсальної множини D нечіткій множині \tilde{D} .

Тестування моделей

Для тестування розглянемо два випадки. В першому передбачається, що інтенсивність надходжень ТЗ на перехрестя з двох сторін однакова. В другому випадку інтенсивність появи ТЗ на перехресті з двох сторін різна. Інтервал регулювання $T = 30$ с.

Результати тестування наведено у табл. 6.3

Таблиця 6.3

Час зміни сигналу при різних інтенсивностях потоків

Метод	Інтенсивності потоків			
	$\lambda_1 = 0,$ $\lambda_2 = 7$	$\lambda_1 = 7,$ $\lambda_2 = 0$	$\lambda_1 = 6,$ $\lambda_2 = 6$	$\lambda_1 = 3,$ $\lambda_2 = 7$
ТМО	0,1Т	0,9Т	0,5Т	0,4 Т
ТСР (з-н Пуассона)	0,1Т	0,9Т	0,5Т	0,4Т
НЛ	0,101Т	0,87Т	0,5Т	0,292Т

З таблиці видно, що при однаковій інтенсивності з двох сторін усі методи дають однаковий результат. При різних початкових даних збігаються результати теорії статистичних рішень і теорії масового обслуговування. Результат, отриманий за допомогою нечіткої логіки, відрізняється від решти.

На основі тестування можна зробити висновки про ефективність використання проаналізованих методів. Під ефективністю будемо розуміти ступінь відповідності методу таким факторам як обсяг

необхідної інформації для прийняття рішення, складність реалізації, точність результату, універсальність використання. Необхідна інформація включає в себе всі дані, які використовуються для побудови законів розподілу ймовірності чи функцій належностей.

Оцінка ефективності методів прийняття рішень наведена у табл. 6.4.

Таблиця 6.4

Оцінка ефективності методів прийняття рішень

Метод	Обсяг необхідної інформації	Складність реалізації	Точність	Універсальність
ТСР	Великий	Висока	Висока	Висока
ТМО	Середній	Середня	Висока	Низька
НЛ	Великий	Середня	Середня	Висока

Проаналізувавши таблицю, можна зробити висновок, що кожен метод має свої переваги і недоліки. ТМО забезпечує високу точність результату при середній складності реалізації і середньому обсязі необхідної інформації. Недоліком цього методу є низька універсальність, оскільки вхідні величини повинні бути представлені законом Пуассона. Нечітка логіка володіє високою універсальністю. Проте її недоліком є середня точність, що пояснюється складністю розробки адекватної моделі системи. Перевагами ТСР є висока точність та універсальність. Незважаючи на високу складність реалізації, алгоритм цього методу може бути ефективно використаний для прийняття рішень в умовах комбінованої невизначеності.

З проведених досліджень випливає, що результати методів прийняття рішень для одного елемента системи відрізняються несуттєво. Разом з тим використання моделей та алгоритмів, запропонованих в монографії, дозволяє підвищити оптимальність рішень в межах групи підсистем та системи в цілому. Такий висновок підтверджується результатами імітаційного моделювання прийняття рішень в транспортній системі міста. Результати моделювання наведено в табл. 6.5.

Таблиця 6.5

Результати імітаційного моделювання

Метод	Втрати, с		
	Елемент системи	Група елементів	Вся система
Теорія статистичних рішень	65	182	740
ТМО	78	193	785
Нечітка логіка	67	210	810
Алгоритм ПР, запропонований в розділі 5.	55	145	652

Таким чином, запропонований підхід прийняття рішень дозволяє підвищити якість рішень в розподілених динамічних системах за рахунок врахування взаємодії елементів, динаміки системи та невизначеності стохастичного та нечіткого характеру.

ПІСЛЯМОВА

Незважаючи на постійний інтерес, задачі прийняття оптимальних рішень залишаються актуальними в багатьох галузях науки і техніки вже протягом значного проміжку часу. Однією з головних причин цього є проблема врахування факторів, що несуть в собі певну невизначеність. Ця невизначеність може мати різне походження, різний характер інформації щодо невизначених обставин прийняття рішень, відрізнятись своїм ступенем. В переважній більшості задач вхідні величини містять стохастичну або нечітку невизначеність. Якщо стохастична невизначеність, як правило, пов'язана з використанням даних, отриманих в процесі вимірювання або накопичених протягом певного часу, то основною причиною нечіткої невизначеності є використання експертних оцінок. Разом з тим існує великий клас задач прийняття рішень, який значною мірою залишається поза увагою дослідників – задачі прийняття рішень в умовах комбінованої стохастичної та нечіткої невизначеності.

Для розв'язання задачі прийняття рішень в умовах комбінованої невизначеності пропонується узагальнене подання достовірних, стохастичних та нечітких даних за допомогою узагальнюючих функцій невизначеності та застосування такого представлення для визначення критерію прийняття оптимального рішення.

Розповсюдженням класом об'єктів, керуючи яким доводиться приймати рішення в умовах комбінованої невизначеності, є розподілені динамічні системи. Причина цього полягає у принциповій неможливості контролю усіх параметрів стану РДС у реальному масштабі часу, що приводить до необхідності використання експертних оцінок і статистичних даних.

В результаті проведених досліджень отримано ряд результатів в напрямку розв'язання проблеми прийняття рішень при керуванні розподіленими динамічними системами в умовах комбінованої стохастичної і нечіткої невизначеності.

Проведено аналіз аксіоматичної основи прийняття рішень в умовах комбінованої стохастичної та нечіткої невизначеності, який дозволив визначити систему аксіом, яка задовольняє умови

незалежності, повноти і відсутності протиріч. Вона є підґрунтям для розробки теорії прийняття оптимальних рішень в умовах комбінованої невизначеності.

Для прийняття рішень в умовах комбінованої невизначеності узагальнено критерій мінімального ризику.

Розроблена модель впливу динаміки невизначеного процесу на алгоритм прийняття рішення. Запропоновано підхід та критерії для оцінювання стійкості системи, керованої рішеннями.

Запропоновано методику оптимізації алгоритмів прийняття рішень в умовах комбінованої невизначеності, яка використовує формальну алгебраїчну систему подання алгоритмів прийняття рішень.

Вдосконалено підходи до оптимізації багатокрокових стратегій прийняття оптимальних рішень з метою забезпечення збіжності та ефективності в умовах комбінованої невизначеності. Запропоновано підхід до прийняття рішень при керуванні розподіленими динамічними системами. Модель розподіленої динамічної системи в цілому подано як систему марковських моделей елементів, що є параметрично залежними.

Запропоновано концепцію невизначеності вищих порядків.

Розвинуті підходи до формалізації моделі функціональної і інформаційної архітектури РДС дозволяють удосконалити методи аналізу і синтезу структури і інформаційного забезпечення СППР.

Розроблені методичні та алгоритмічні засоби прийняття рішень в умовах комбінованої стохастичної та нечіткої невизначеності реалізовані у проєкті системи підтримки прийняття рішень.

Розроблені методи і алгоритми знайшли експериментальне застосування для розв'язання задач прийняття рішень в управлінні транспортними потоками міста і керуванні елеваторами. Експериментальне застосування розроблених методів та алгоритмів підтвердило їх ефективність та перспективність подальших досліджень у напрямку розробки теорії та методів прийняття рішень в умовах комбінованої невизначеності.

ЛІТЕРАТУРА

1. Автоматизированные системы управления технологическими процессами (справочник) / Грищенко А. З., Гришук В. П., Денисенко В. М. и др. / Под ред. Акад. АН УССР Б. Б. Тимофеева. – К.: Техніка, 1983. – 351 с.
2. Акулич И. Л. Математическое программирование в примерах и задачах: Учеб. пособие для студентов экон. спец. вузов. – М.: Высш. шк., 1986. – 319 с.
3. Батищев Д. И. Методы оптимального проектирования. – М.: Радио и связь, 1984. – 248 с.
4. Беллман Р., Заде Л. Принятие решений в расплывчатых условиях. // Вопросы анализа и процедуры принятия решений. – М.: Мир, 1976. – С. 172-215.
5. Беляков А. Г., Мандель А. С. Прогнозирование временных рядов на основе метода аналогов (элементы теории экспертно-статистических систем). – М.: ИПУ, 2002. 60 с.
6. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. – М.: Наука, 1975. – 768 с.
7. Блюмин С. Л., Шуйкова И. А. Модели и методы принятия решений в условиях неопределенности. – Липецк: ЛЭГИ, 2001. – 138 с.
8. Борисов А. Н. Модели принятия решений на основе лингвистической переменной. – Рига.: Зинатне, 1982. – 223 с.
9. Борисов А. Н., Крумберг О. А., Федоров И. П. Принятие решений на основе нечетких моделей: Примеры использования. – Рига: Зинатне, 1990. – 184 с.
10. Бурков В. Н., Заложнев А. Ю., Новиков Д. А. Теория графов в управлении организационными системами. – М.: Синтег, 2001. – 124 с.
11. Бурков В. Н., Новиков Д. А. Теория активных систем: состояние и перспективы. – М.: СИНТЕГ, 1999. – 128 с.
12. Вентцель Е. С. Исследование операций. – М.: Советское радио, 1972. – 552 с.
13. Вероятностные и имитационные подходы к оптимизации

- автомобильного движения / Буслаев А. П., Новиков А. В., Приходько В. М., Таташев А. Г., Яшина М. В. – М.: Мир, 2003. – 368 с.
14. Вилкас Э. И., Майлинас Е. З. Решения: теория, информация, моделирование. – М.: Радио и связь, 1981. – 328 с.
 15. Вирт Н. Алгоритмы + структуры данных = программы / Пер. с англ. Л. Ю. Иоффе. – М.: Мир, 1985. – 406 с.
 16. Воробьев Н. Н. Теория игр для экономистов-кибернетиков. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1985. – 272 с.
 17. Воронов А. А. Основы теории автоматического регулирования и управления: Учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. школа, 1977. – 519 с.
 18. Глонь О. В., Дубовой В. М. Моделювання систем керування в умовах невизначеності: Монографія. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2004. – 170 с.
 19. Глушков В. М., Цейтлин Г. Е., Ющенко В. М. Алгебра. Языки. Программирование. / АНУССР, Ин-т киберн. им. В.М.Глушкова. – К.: Наукова думка, 1989. – 376 с.
 20. Гольдштейн Г. Я. Основы менеджмента [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.aup.ru/books/m77/
 21. Губко М. В. Лекции по принятию решений в условиях нечеткой информации. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://window.edu.ru/window/catalog?p_rid=47708
 22. Губко М. В. Механизмы управления организационными системами с коалиционным взаимодействием участников. – М.: ИПУ РАН, 2003. – 118 с.
 23. Губко М. В., Новиков Д. А. Теория игр в управлении организационными системами. – М.: Синтег, 2002. – 148 с.
 24. Данилов В. И. Лекции по теории игр. – М.: Российская экономическая школа, 2002. – 140 с.
 25. Де Гроот М. Оптимальные статистические решения: Пер. с англ. А. Л. Рухина / Под ред. Ю. В. Линника и А. М. Кагана. – М.: Мир, 1974. – 436 с.
 26. Дейт К. Введение в системы баз данных. – Киев – Москва:

Диалектика, 1998.

27. Дубовой В. М., Глонь О. В. Обработка результатов косвенных измерений при нечетко заданных параметрах // Научные труды КГПУ. – 2000. – Вып. 2. – С. 262–265.
28. Дубовой В. М., Кабачій В. В., Паночишин Ю. М. Контроль та керування в мережах теплопостачання: Монографія. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2005. – 190 с.
29. Дубовой В. М., Ковалюк Д. О., Ковалюк О. О. Прийняття рішень в умовах змішаної невизначеності // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – Вінниця: УНІВЕРСУМ. – 2003. – №6. – С.23–29.
30. Дубовой В. М., Ковалюк О. О. Оцінювання параметрів транспортних потоків міста // Вісник Хмельницького національного університету. – 2005. – №4. – С. 197–200.
31. Дубовой В. М., Никитенко О. Д. Формалізація перетворень алгоритмічних моделей систем керування в умовах невизначеності // Вісник Хмельницького національного університету. – 2006. – Т1 (68), №4, Ч.1. – С. 64–68.
32. Дубовой В. М., Никитенко О. Д. Формалізація синтезу алгоритмічних моделей систем керування в умовах невизначеності. // Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. – Дніпропетровськ. – Випуск 6 (47). – 2006. – С. 121–130.
33. Дубовой В. М., Паночишин Ю. М. Математичне моделювання в задачах оцінювання поточного стану інженерних мереж теплопостачання // Вісник Східноукраїнського національного університету ім. Володимира Даля. – Луганськ: Вид. СХУ. – 2004. – № 6 (76) – С. 131–139.
34. Дюбин Г. Н., Суздаль В. Г. Введение в прикладную теорию игр / Под ред. Н.Н. Воробьева. – М.: Наука, 1981. – 336 с.
35. Зайченко Ю. П. Исследование операций: Нечеткая оптимизация: Учеб. пособие. – К.: Выща шк., 1991. – 191 с.
36. Зайченко Ю. П. Многокритериальные задачи принятия решений в нечётких условиях и методы их решения // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2002. – № 2. – С. 53–62.

37. Закс Ш. Теория статистических выводов: Пер. с англ. Е.В. Чепурина / Под ред. Ю. К. Беляева. – М.: Мир, 1975. – 716 с.
38. Иваненко В. И., Лабковский В. А. Проблема неопределенности в задачах принятия решений. – К.: Наук. думка, 1990 – 136 с.
39. Иносэ Х., Хамада Т. Управление дорожным движением / Пер с англ. М.П. Печерского; Под ред. М.Я. Блинкина. – М.: Транспорт, 1983. –248 с.
40. Кветний Р. Н., Бойко О. Р. Интервальне моделювання складних систем // Вісник Черкаського державного технологічного університету. – 2005. – №3 – С. 24–28.
41. Кедрус В. А., Кузьмин И. В. Основы теории информации и кодирования. – К.: Вища шк., 1986.– 283 с.
42. Кини Р., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. – М.: Радио и связь, 1981. – 560 с.
43. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Физматиз, 1968. – 469 с.
44. Коргин Н. А. Неманипулируемые механизмы обмена в активных системах. – М.: ИПУ РАН. (научное издание), 2003. – 126 с.
45. Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход. – М.: Мир, 1978. – 432 с
46. Крюков В. А. Курс лекций "Распределенные ОС". – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://parallel.ru/krukov/>
47. Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа: Учеб. для студентов университетов и вузов. В 3 т. Т. 1.– 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1988. – 712 с.
48. Ладанюк А. П. Основи системного аналізу: Навчальний посібник. – Вінниця: Нова книга, 2004. – 176 с.
49. Лапа В. Г. Математические основы кибернетики. – К.: Выща школа, 1974. – 452 с.
50. Ларичев О. И. Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в Волшебных странах. – М.: Логос, 2003. – 392 с.
51. Майн Х., Осаки С. Марковские процессы принятия решений: Пер. с англ./ Под ред. Н. П. Бусленко. – М.: Наука, 1977. – 175 с.
52. Малышев Н. Г., Берштейн Л. С., Боженюк А.В. Нечеткие модели

- для экспертных систем в САПР. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 136 с.
53. Мамченко О. П. Потокковые модели систем управления корпоративной организацией: Монография. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та. 2002. – 254 с.
54. Мандель А. С. Метод аналогов в прогнозировании коротких временных рядов: экспертно-статистический подход // Автоматика и телемеханика. – 2004. – №4. – С. 143–152.
55. Математическая статистика / Иванова В. М., Калинина В. Н., Нешумова Л. А., Решетникова И. О., 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. школа, 1981. – 371 с.
56. Мелихов А. Н., Берштейн Л. С., Коровин С. Я. Ситуационные советующие системы с нечеткой логикой. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 272 с.
57. Мітюшкін Ю. І., Мокін Б. І., Ротштейн О. П. Soft Computing: ідентифікація закономірностей нечіткими базами знань: Монографія. – Вінниця: УНІВЕРСУМ–Вінниця, 2002. – 145 с.
58. Мокін Б. І., Камінський В. В. Слабкі множини та їх застосування до розв'язання задач прийняття рішень в умовах невизначеності даних // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2004. – №3. – С. 102–108.
59. Мокін Б. І., Камінський В. В., Кацив С. Ш. Властивості слабких операцій в теорії нечітких множин // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2001. – №5. – С. 106–113.
60. Молчанов А. А. Моделирование и проектирование сложных систем. – К.: Выща шк., 1988. – 261 с.
61. Нейман Дж., Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение. – М.: Наука, 1970. – 707 с.
62. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / Под ред. Д. А. Поспелова – М.: Наука, 1986. – 312 с.
63. Новиков Д. А. Институциональное управление организационными системами. – М.: ИПУ РАН, 2003. – 147 с.
64. Новиков Д. А. Механизмы функционирования многоуровневых организационных систем. – М.: Фонд “Проблемы управления”, 1999. – 150 с.

65. Новиков Д. А. Стимулирование в организационных системах. – М.: Синтег, 2003. – 312 с.
66. Новиков Д. А. Стимулирование в социально-экономических системах (базовые математические модели). – М.: ИПУ РАН, 1998. – 216 с.
67. Новиков Д. А., Петраков С. Н. Курс теории активных систем. – М.: Синтег, 1999. – 108 с.
68. Новиков Д. А., Смирнов И. М., Шохина Т. Е. Механизмы управления динамическими активными системами. – М.: ИПУ РАН, 2002. – 124 с.
69. Новиков Д. А., Цветков А. В. Механизмы стимулирования в многоэлементных организационных системах. – М.: Апостроф, 2000. – 184 с.
70. Новиков Д. А., Цветков А. В. Механизмы функционирования организационных систем с распределенным контролем. – М.: ИПУ РАН, 2001. – 118 с.
71. Новиков Д. А., Чхартишвили А. Г. Активный прогноз. – М.: ИПУ РАН, 2002. – 101 с.
72. Новиков Д. А., Чхартишвили А. Г. Рефлексивные игры. – М.: Синтег, 2003. – 160 с.
73. Ногова Е. Г. К вопросу о современном состоянии автоматизации управления дорожным движением. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://asud.narod.ru/ASUD/intr.htm>
74. Орловский С. А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. – М.: Наука, 1981. – 208 с.
75. Оуэн Г. Теория игр. – М.: Мир, 1971. – 368с.
76. Пастухов Е. Четкий прогноз при нечетком подходе // Банковское дело в Москве. – 1998.– №6(42).– С.65–66.
77. Петраков С. Н. Механизмы планирования в активных системах: неманипулируемость и множества диктаторства. – М.: ИПУ РАН, 2001. – 135 с.
78. Подиновский В. В., Ногин В. Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач: Учеб. пособие для вузов. – М.: Наука, 1982 – 250 с.
79. Пунков С. П., Стародубцева А. И. Элеваторно-складская

- промышленность. – М.: Колос, 1980. – 256 с
80. Раскин Л. Г., Серая О. В. Оценивание параметров уравнения регрессии для малой выборки нечетких данных. // Тези доповідей тринадцятої міжнародної науково-технічної конференції Автоматика-2006. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2006. – С. 174
 81. Репин В. Г., Тартаковский Г. П. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем. – М.: Советское радио, 1977. – 432 с.
 82. Рогов С. Ф. О математических методах теории принятия решений. – [Електронний ресурс]. – Режим доступа: www.mfua.ru/temp/file/konf_1/1_6.doc
 83. Ротштейн О. П. Інтелектуальні технології ідентифікації: нечіткі множини, генетичні алгоритми, нейронні мережі. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 1999. – 320 с.
 84. Савчук В. П. Байесовские методы статистического оценивания. – М.: Радио и связь, 1989. – 180 с.
 85. Современные методы идентификации систем / Под ред. Эйкхоффа П. – М.: Мир, 1983. – 400 с.
 86. Справочник работника элеваторной промышленности. / Бардышев Г. М., Воронцов Г. О., Хувес Э. С., Черкасский Е. Б., Юкиш А.Е. – М.: Колос, 1975. – 242 с.
 87. Теория прогнозирования и принятия решений / Под ред. С. А. Саркисяна. – М.: Высшая школа, 1977. – 351 с.
 88. Фишберн П. Теория полезности для принятия решений. – М.: Наука, 1978. – 352 с.
 89. Хей Д. Введение в методы байесовского статистического вывода: Пер. с англ. – М.: Финансы и статистика, 1987 – 335 с.
 90. Хейт Ф. Математическая теория транспортных потоков: Пер с англ. – М.: Мир, 1966. – 286 с.
 91. Ху Т. Целочисленное программирование и потоки в сетях. – М.: Мир, 1974. – 519 с.
 92. Шлезингер М., Главач В. Десять лекций по статистическому и структурному распознаванию. – К.: Наукова думка, 2004. – 250 с.
 93. Юревич Е. И. Теория автоматического управления. – Ленинград:

Энергия, 1975. – 416 с.

94. "Informix TimeSeries DataBlade. User's Guide. Version 4.0" Informix Software, 2000
95. Carlson C., Fuller R. On possibilistic mean value and variance of fuzzy numbers. TUCS Turku Centre for Computer Science, TUCS Technical Report №299, ISBN 952-12-0510-5, ISSN 1239-1891, August 1999, 13p.
96. Daganzo C. F. Remarks on Traffic Flow Modeling and its Applications // Dept. of Civil and Environmental Engineering University of California, Berkeley.
97. Dreyer W., Kotz A., Schmidt D. Research Perspectives for Time Series Management Systems SIGMOD Record. – 1994. – Vol. 23, № 1. – P. 25 – 29.
98. Kahnman D., Slovic P., Tversky A. Judgment under uncertainty: Heuristics and Biases. – Cambridge: Cambridge University Press, 1982.
99. Kahnman D., Tversky A. Prospect Theory: an Analysis of Decisions under Risk // Econometrica. – 1979.– № 47. – P. 58–65.
100. Kerner B. S., Rehborn H. Experimental Features and characteristics of traffic jams // Physical Review. – 1996. – Vol. 53, №. 2. – P. 74–80.
101. Kosko B. Fuzzy Systems as Universal Approximators // IEEE Trans. on Computers. – 1994. – Vol. 43, №11. – P. 1329–1333.
102. Miller G. A. The Magic Number Seven Plus or Minus Two: Some Limits on Our Capacity for Processing Information // Psychological Review. – 1956. – No. 63. – P. 81–97.
103. Pappis C. P., Mamdani E. H. A fuzzy logic controller for traffic junction // IEEE Trans. On Systems, Man and Cybernetics. – 1977. – Vol. 7, № 10 – P. 707–717.
104. Yager R. R. Fuzzy Decision Making Including Unequal Objectives // Fuzzy Sets and Systems. – 1978. – №1. – P. 87–95.

Наукове видання

**Володимир Михайлович Дубовой
Олег Олександрович Ковалюк**

**МОДЕЛІ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УПРАВЛІННІ
РОЗПОДІЛЕНИМИ ДИНАМІЧНИМИ СИСТЕМАМИ**

Монографія

Редактор С. Малішевська

Оригінал-макет підготовлено О. Ковалюком

Видавництво ВНТУ «УНІВЕРСУМ-Вінниця»
Свідоцтво Держкомінформу України
серія ДК № 746 від 25.12.2001
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95
ВНТУ, ГНК, к. 114
Тел. (0432) 59-85-32

Підписано до друку 28.05.2008 р.
Формат 29,7×42¼ Папір офсетний
Гарнітура Times New Roman
Друк різнографічний Ум. др. арк. 10,68
Наклад 100 прим. Зам № 2008-071

Віддруковано в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі
Вінницького національного технічного університету
Свідоцтво Держкомінформу України
серія ДК № 746 від 25.12.2001 р.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95
ВНТУ, ГНК, к. 114
Тел. (0432) 59-81-59