Лабораторна робота №1

Тема: Наближене розв'язування нелінійних рівнянь
Частина 2: Уточнення коренів

Мета: *ознайомлення студентів з основними поняттями та методами уточнення коренів нелінійних рівнянь; набуття практичних навичок розв'язання таких задач з використанням комп'ютера (з допомогою пакету* ***MathCad****).*

Завдання:

1. Опрацювати теоретичний матеріал [**1**, сс. 164-184], [**2**], [**3,** сс. 15-26, 221-231 – номери сторінок *у книзі*, у pdf-файлі нумерація сторінок зсунута на 5].

2. Уточнити найменший за модулем дійсний корінь заданого рівняння з точністю до $\varepsilon = 0,001$ п'ятьма методами:

- ☑ ***методом дихотомії (половинного ділення)***;
- ☑ ***методом хорд***;
- ☑ ***методом Ньютона (дотичних)***;
- ☑ ***комбінованим методом***;
- ☑ ***методом простої ітерації***.

3. Зробити зведену порівняльну таблицю

№	*Метод*	*Отримане наближене значення кореня $x^* \approx$*	*Кількість ітерацій*
1	Дихотомії (половинного ділення0		
2	Хорд		
3	Ньютона (дотичних)		
4	Комбінований		
5	Простої ітерації		

4. Виконати перевірку з використанням функції ***polyroots*** з пакету ***MathCad***.

Зразок розв'язання типового прикладу

Приклад 1. *Для алгебраїчного рівняння*

$$x^3 - 4x^2 + 2 = 0$$

☑ *Уточнити один дійсний корінь заданого рівняння з точністю до* $\varepsilon = 0,01$ *п'ятьма методами:*

- ☑ ***методом дихотомії (половинного ділення)***;
- ☑ ***методом хорд***;
- ☑ ***методом Ньютона (дотичних)***;
- ☑ ***комбінованим методом***;
- ☑ ***методом простої ітерації***.

☑ *Зробити зведену порівняльну таблицю*

№	*Метод*	*Отримане наближене значення кореня* $x^* \approx$	*Кількість ітерацій*
1	Дихотомії (половинного ділення)		
2	Хорд		
3	Ньютона (дотичних)		
4	Комбінований		
5	Простої ітерації		

☑ *Виконати перевірку з використанням функції* ***polyroots*** *з пакету* ***MathCad***.

►*Розв'язання.* На етапі відокремлення коренів даного рівняння з'ясувалось, що дійсні корені даного алгебраїчного рівняння знаходяться на відрізках [-1;0], [0;1] та [3;4]. Уточнимо корінь з відрізка [0;1].

1) *Метод дихотомії (половинного ділення)*. Оцінимо мінімальну кількість ітерацій, необхідну для досягнення заданої точності:

$$n > \log_2 \frac{b_0 - a_0}{\varepsilon} - 1 .$$

Маємо:

$$n > \log_2 \frac{1-0}{\frac{1}{100}} - 1 = \log_2 100 - 1 \approx 6 .$$

Реалізуємо метод дихотомії. За початковий відрізок беремо

$$[a_0; b_0] = [0;1] .$$

Тоді початковим наближенням шуканого кореня рівняння буде середина початкового відрізка (відрізка ізоляції кореня):

$$x^* \approx x_0 = \frac{a_0 + b_0}{2} = \frac{0+1}{2} = 0,5 .$$

Точність наближення на даному кроці

$$b_0 - a_0 = 1 - 0 = 1 > \varepsilon = 0,01 ,$$

отже, продовжуємо ітераційний процес. Точка x_0 ділить початковий відрізок на дві рівні частини. Для визначення наступного відрізка наближення з'ясуємо знаки функції $f(x) = x^3 - 4x^2 + 2$ у точках $x = 0$, $x = 0,5$, $x = 1$:

$$f(0) = 0^3 - 4 \cdot 0^2 + 2 = 2 > 0 ,\ f(0,5) = 0,5^3 - 4 \cdot 0,5^2 + 2 = 1,125 > 0 ,\ f(1) = 1^3 - 4 \cdot 1^2 + 2 = -1 < 0 .$$

Як бачимо, на кінцях відрізка $[0; 0,5]$ функція набуває значень одного знаку, а на кінцях відрізка $[0,5; 1]$ - значень різних знаків, тобто

$$f(0,5)f(1)<0,$$
отже, наступним відрізком наближення буде
$$[a_1;b_1]=[0,5;1].$$
Тоді наступним наближенням шуканого кореня рівняння буде середина відрізка $[a_1;b_1]=[0,5;1]$:
$$x^*\approx x_1=\frac{a_1+b_1}{2}=\frac{0,5+1}{2}=0,75.$$
Точність наближення на даному кроці
$$b_1-a_1=1-0,5=0,5>\varepsilon=0,01,$$
отже, продовжуємо ітераційний процес. Точка x_1 ділить відрізок $[a_1;b_1]$ на дві рівні частини. Для визначення наступного відрізка наближення з'ясуємо знаки функції $f(x)=x^3-4x^2+2$ у точках $x=a_1=0,5$, $x=x_1=0,75$, $x=b_1=1$:
$$f(0,5)=0,5^3-4\cdot 0,5^2+2=1,125>0,\ f(0,75)=0,75^3-4\cdot 0,75^2+2=0,171875>0,$$
$$f(1)=1^3-4\cdot 1^2+2=-1<0.$$
Як бачимо, на кінцях відрізка $[0,5;0,75]$ функція набуває значень одного знаку, а на кінцях відрізка $[0,75;1]$ - значень різних знаків, тобто
$$f(0,75)f(1)<0,$$
отже, наступним відрізком наближення буде
$$[a_2;b_2]=[0,75;1] \text{ і т.д.}$$
Результати обчислень наведено у таблиці 1.

Таблиця 1

n	a_n	b_n	$x_n=\frac{a_n+b_n}{2}$	$f(a_n)$	$f(b_n)$	$f(x_n)$	b_n-a_n	*Висновок*
0	0	1	0,5	2	-1	1,125	1	$>\varepsilon$
1	0,5	1	0,75	1,125	-1	0,171875	0,5	$>\varepsilon$
2	0,75	1	0,875	0,171875	-1	-0,39258	0,25	$>\varepsilon$
3	0,75	0,875	0,8125	0,171875	-0,39258	-0,10425	0,125	$>\varepsilon$
4	0,75	0,8125	0,78125	0,171875	-0,10425	0,035431	0,0625	$>\varepsilon$
5	0,78125	0,8125	0,796875	0,035431	-0,10425	-0,03402	0,03125	$>\varepsilon$
6	0,78125	0,796875	**0,789063**	0,035431	-0,03402	0,000807	**0,015625**	$<\boldsymbol{\varepsilon}$

Очевидно, задана точність досягається на сьомій ітерації – на відрізку $[a_6;b_6]=[0,781255;0,796875]$ маємо
$$b_6-a_6=0,015625<\varepsilon=0,01,$$
а значить, шуканим наближенням буде середина відрізка $[a_6;b_6]=[0,781255;0,796875]$:
$$x^*\approx x_6=\frac{a_6+b_6}{2}\approx \mathbf{0,789063}.$$

2) *Метод хорд*. Визначимо нерухомий кінець хорд з умови
$$f(x_0)\cdot f''(x_0)>0,$$
де $x_0=a=0$ або $x_0=b=1$. Знайдемо похідні
$$f'(x)=\left(x^3-4x^2+2\right)'=3x^2-8x,\ f''(x)=\left(f'(x)\right)'=\left(3x^2-8x\right)'=6x-8.$$
Перевіримо виконання умови
$$f(x_0)\cdot f''(x_0)>0$$
у точці $x_0=a=0$
$$f(0)\cdot f''(0)=(0^3-4\cdot 0^2+2)(6\cdot 0-8)=-16<0 \text{ - не виконується;}$$

у точці $x_0 = b = 1$

$$f(1) \cdot f''(1) = (1^3 - 4 \cdot 1^2 + 2)(6 \cdot 1 - 8) = 2 > 0$$ - виконується,

отже, нерухомим кінцем методу хорд у даному випадку буде точка $x_0 = b = 1$. Ця ж точка буде початковим наближенням шуканого кореня. Наступне наближення розраховуємо за формулою

$$x_1 = b - f(b) \cdot \frac{b-a}{f(b) - f(a)},$$

а подальші – за ітераційними формулами

$$x_n = x_{n-1} - f(x_{n-1}) \cdot \frac{x_{n-1} - x_0}{f(x_{n-1}) - f(x_0)}, \ n \geq 2.$$

Маємо:

$$x_1 = b - f(b) \cdot \frac{b-a}{f(b) - f(a)} = 1 - (-1)\frac{1-0}{-1-2} = \frac{2}{3} \approx 0,666667$$, точність наближення

$$|x_1 - x_0| = |0,666667 - 1| \approx 0,333333 > \varepsilon = 0,01;$$

$$x_2 = x_1 - f(x_1) \cdot \frac{x_1 - x_0}{f(x_1) - f(x_0)}$$, де

$$x_0 = b = 1, x_1 = \frac{2}{3} \approx 0,666667, \ f(x_1) = 0,666667^3 - 4 \cdot 0,666667^2 + 2 \approx 0,518519$$, тобто

$$x_2 = 0,666667 - 0,518519 \cdot \frac{0,666667 - 1}{0,518519 - (-1)} \approx 0,780488$$, точність наближення

$|x_2 - x_1| = |0,780488 - 0,666667| \approx 0,113821 > \varepsilon = 0,01$, отже, продовжуємо ітераційний процес;

$$x_3 = x_2 - f(x_2) \cdot \frac{x_2 - x_0}{f(x_2) - f(x_0)},$$

де $x_0 = b = 1, x_2 \approx 0,780488, \ f(x_2) = 0,780488^3 - 4 \cdot 0,780488^2 + 2 \approx 0,038798$, тобто

$$x_3 = 0,780488 - 0,038798 \cdot \frac{0,780488 - 1}{0,038798 - (-1)} \approx \mathbf{0,788686}$$, точність наближення

$$|x_3 - x_2| = |0,788686 - 0,780488| \approx \mathbf{0,008199} < \varepsilon = 0,01,$$

отже, ітераційний процес завершено і наближене значення кореня

$$x^* \approx x_3 \approx \mathbf{0,788686}$$

із заданою точністю досягнуте *за 4 ітерації* (проміжні результати обчислень наведено у таблиці 2).

Таблиця 2

n	x_n	$f(x_n)$	$\|x_n - x_{n-1}\|$	*Висновок*
0	1	-1	---	> ε
1	0,666667	0,518519	0,33333	> ε
2	0,780488	0,038798	0,113821	> ε
3	**0,788686**	0,002479	**0,008199**	**< ε**

3) *Метод Ньютона (дотичних).* Нерухомим кінцем методу дотичних буде той самий, що й у методі хорд - $x_0 = b = 1$ (він визначався з умови $f(x_0) \cdot f''(x_0) > 0$, де $x_0 = a$ або $x_0 = b$). Разом з тим, $x_0 = b = 1$ - початкове наближення шуканого кореня рівняння. Подальші ітерації проводимо за формулами

$$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})}, \ n \geq 1.$$

Умова завершення ітераційного процесу

$$|x_n - x_{n-1}| < \varepsilon.$$

Знайдемо першу похідну

$$f'(x) = \left(x^3 - 4x^2 + 2\right)' = 3x^2 - 8x.$$

При $n = 1$ маємо

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = 1 - \frac{f(1)}{f'(1)} = 1 - \frac{1^3 - 4\cdot 1^2 + 2}{3\cdot 1^2 - 8\cdot 1} = 1 - \frac{-1}{-5} = \frac{4}{5} = 0{,}8,$$ точність наближення

$$|x_1 - x_0| = |0{,}8 - 1| \approx 0{,}2 > \varepsilon = 0{,}01,$$

отже, продовжуємо ітераційний процес;

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = 1 - \frac{f(0{,}8)}{f'(0{,}8)} = 1 - \frac{0{,}8^3 - 4\cdot 0{,}8^2 + 2}{3\cdot 0{,}8^2 - 8\cdot 0{,}8} \approx 0{,}789286,$$

точність наближення

$$|x_2 - x_1| = |0{,}789286 - 0{,}8| \approx 0{,}01071 > \varepsilon = 0{,}01,$$

отже, продовжуємо ітераційний процес;

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} = 1 - \frac{f(0{,}789286)}{f'(0{,}789286)} = 1 - \frac{0{,}789286^3 - 4\cdot 0{,}789286^2 + 2}{3\cdot 0{,}789286^2 - 8\cdot 0{,}789286} \approx 0{,}789244,$$ точність наближення

$$|x_3 - x_2| = |0{,}789244 - 0{,}789286| \approx 0{,}000042 < \varepsilon = 0{,}01,$$

а значить, ітераційний процес завершено (проміжні розрахунки – у таблиці 3).

Таблиця 3

n	x_n	$f(x_n)$	$f'(x_n)$	$\|x_n - x_{n-1}\|$	*Висновок*
0	1	-1	-5	---	> ε
1	0,8	-0,048	-4,48	0,2	> ε
2	0,789286	-0,00018	-4,44537	0,0107143	> ε
3	**0,789244**	-0,000000003	-4,44523	**0,00004159**	**< ε**

Таким чином, задана точність наближення досягнута <u>*за 4 ітерації*</u>, наближене значення

$$x^* \approx x_3 \approx \mathbf{0{,}789244}.$$

4) ***Комбінований метод.*** Нехай $\underline{x_n}$ - наближення кореня x^* з недостачею, а $\overline{x_n}$ - з надлишком. Тоді

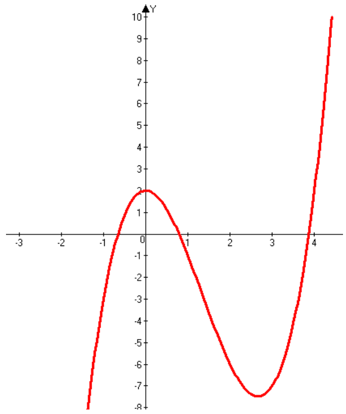
$$a < \underline{x_n} \le x^* \le \overline{x_n} < b$$

для кожного номера $n = 0,1,2,\ldots$.

Визначимо, котрий з методів дає значення з надлишком, а який – з недостачею. Для цього визначимо знак добутку

$$f'(x)f''(x)$$

на відрізку $[a;b] = [0;1]$. Графік функції $f(x) = x^3 - 4x^2 + 2$ має вигляд



На відрізку $[a;b]=[0;1]$ функція спадає (тобто $f'(x)<0$ на $[a;b]=[0;1]$) і опукла вгору (тобто $f''(x)<0$ на $[a;b]=[0;1]$), а значить,

$$f'(x)f''(x)>0 \text{ на } [a;b]=[0;1].$$

Це означає, що метод хорд дає наближене значення кореня з недостачею, а дотичних – з надлишком й ітерації проводяться за формулами

$$\underline{x_0}=a=0,\ \overline{x_0}=b=1,$$

$$\overline{x}_n=\overline{x}_{n-1}-\frac{f(\overline{x}_{n-1})}{f'(\overline{x}_{n-1})},\quad \underline{x}_n=\underline{x}_{n-1}-f(\underline{x}_{n-1})\cdot\frac{\overline{x}_{n-1}-\underline{x}_{n-1}}{f(\overline{x}_{n-1})-f(\underline{x}_{n-1})},\quad n\geq 1.$$

Наближене значення кореня

$$x^*\approx x_n=\frac{\underline{x_n}+\overline{x_n}}{2},$$

а умова завершення ітераційного процесу

$$\left|\overline{x_n}-\underline{x_n}\right|<\varepsilon.$$

Проміжні обчислення – у таблиці 4.

Таблиця 4

n	$\underline{x_n}$	$\overline{x_n}$	$x_n=\frac{\underline{x_n}+\overline{x_n}}{2}$	$f\left(\underline{x_n}\right)$	$f\left(\overline{x_n}\right)$	$f'\left(\overline{x_n}\right)$	$\left\|\overline{x_n}-\underline{x_n}\right\|$	*Висновок*
0	0	1	0,5	2	-1	-5	1	> ε
1	0,666667	0,8	0,733333	0,518519	-0,048	-4,48	0,133333333	> ε
2	0,788703	0,789286	**0,788994**	0,002405	-0,000185	-4,4453699	**0,000582785**	< ε

Покроково маємо:

$$f(x)=x^3-4x^2+2,\ f'(x)=3x^2-8x,$$

$$\underline{x_0}=a=0,\ \overline{x_0}=b=1,\ x_0=\frac{\underline{x_0}+\overline{x_0}}{2}=\frac{0+1}{2}=0,5, \text{ точність наближення}$$

$$\left|\overline{x_0}-\underline{x_0}\right|=1-0=1>\varepsilon=0,01$$

- ітераційний процес продовжується;

$$\overline{x}_1=\overline{x}_0-\frac{f(\overline{x}_0)}{f'(\overline{x}_0)}=1-\frac{1^3-4\cdot1^2+2}{3\cdot1^2-8\cdot1}=1-\frac{-1}{-5}=\frac{4}{5}=0,8,$$

$$\underline{x}_1=\underline{x}_0-f(\underline{x}_0)\cdot\frac{\overline{x}_0-\underline{x}_0}{f(\overline{x}_0)-f(\underline{x}_0)}=0-2\cdot\frac{1-0}{-1-2}=\frac{2}{3}=0,666667, \text{ точність наближення}$$

$$\left|\overline{x_1}-\underline{x_1}\right|=0,8-0,666667=0,133333333>\varepsilon=0,01$$

- ітераційний процес продовжується;

$$\overline{x}_2=\overline{x}_1-\frac{f(\overline{x}_1)}{f'(\overline{x}_1)}=0,8-\frac{0,8^3-4\cdot0,8^2+2}{3\cdot0,8^2-8\cdot0,8}\approx0,789286,$$

$$\underline{x}_2=\underline{x}_1-f(\underline{x}_1)\cdot\frac{\overline{x}_1-\underline{x}_1}{f(\overline{x}_1)-f(\underline{x}_1)}=0,666667-0,518519\cdot\frac{0,8-0,666667}{-0,048-0,518519}\approx0,788703,$$

точність наближення

$$\left|\overline{x_2}-\underline{x_2}\right|=0,789286-0,788703=\mathbf{0,000582785<\varepsilon}=0,01,$$

отже, задана точність наближення досягнута за <u>*3 ітерації*</u>,

$$x^*\approx x_2=\frac{\underline{x_2}+\overline{x_2}}{2}=\frac{0,788703+0,789286}{2}=\mathbf{0,788994}.$$

5) ***Метод простої ітерації.*** Подамо вихідне рівняння $x^3-4x^2+2=0$ вигляду $f(x)=0$ у вигляді

$$x=\varphi(x)$$

так, щоб виконувалась достатня умова збіжності методу простих ітерацій (МПІ)

$$|\varphi'(x)|\le q<1.$$

Для цього перепишемо рівняння у вигляді

$$4x^2=x^3+2,$$

звідки

$$x=\pm\sqrt{\frac{x^3+2}{4}}=\pm\frac{\sqrt{x^3+2}}{2}.$$

Оскільки $x\in[0;1]$, то $x>0$, а значить, перед коренем обираємо знак "+". Таким чином,

$$x=\frac{\sqrt{x^3+2}}{2}$$

і

$$\varphi(x)=\frac{\sqrt{x^3+2}}{2}.$$

Перевіримо достатню умову збіжності МПІ. Знайдемо похідну

$$\varphi'(x)=\left(\frac{\sqrt{x^3+2}}{2}\right)'=\frac{1}{2}\left(\sqrt{x^3+2}\right)'=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x^3+2}}\cdot(x^3+2)'=\frac{1}{4}\cdot\frac{3x^2}{\sqrt{x^3+2}}.$$

Оцінимо модуль похідної $|\varphi'(x)|$ на $[0;1]$. Очевидно,

$$|\varphi'(x)|\le\max_{0\le x\le1}|\varphi'(x)|=q.$$

Для знаходження $q=\max\limits_{0\le x\le1}|\varphi'(x)|=\max\limits_{0\le x\le1}\varphi'(x)$ (адже $\varphi'(x)>0$ на $[0;1]$) знайдемо похідну від $\varphi'(x)$:

$$\varphi''(x)=\left(\varphi'(x)\right)'=\left(\frac{3}{4}\cdot\frac{x^2}{\sqrt{x^3+2}}\right)'=\frac{3}{4}\cdot\frac{2x\sqrt{x^3+2}-x^2\frac{1}{2\sqrt{x^3+2}}3x^2}{x^3+2}=$$

$$=\frac{3}{4}\cdot\frac{2x\cdot2\left(\sqrt{x^3+2}\right)^2-x^2\cdot3x^2}{\left(x^3+2\right)\cdot2\sqrt{x^3+2}}=\frac{3}{4}\cdot\frac{x^4+8x}{\left(x^3+2\right)^{\frac{3}{2}}}.$$

Очевидно, $\varphi''(x)>0$ на $[0;1]$, а значить, $\varphi'(x)$ монотонно зростає на $[0;1]$ і досягає свого максимум у правому кінці відрізка:

$$q=\max_{0\le x\le1}|\varphi'(x)|=\max_{0\le x\le1}\varphi'(x)=\varphi'(1)=\frac{1}{4}\cdot\frac{3\cdot1^2}{\sqrt{1^3+2}}=\frac{3}{4\sqrt{3}}<0,5.$$

Оскільки $q<0,5$, то умова завершення ітераційного процесу

$$|x_n - x_{n-1}|<\varepsilon,$$

де ітерації обчислюються за формулами

$$x_n=\varphi(x_{n-1})=\frac{\sqrt{x_{n-1}^3+2}}{2},\ n\ge1,$$

а x_0 - деяке початкове наближення (точка з відрізка $[a;b]$).

Нехай $x_0=0$. Тоді

$$x_1=\varphi(x_0)=\frac{\sqrt{x_0^3+2}}{2}=\frac{\sqrt{0^3+2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}\approx0,707,$$

точність наближення

$$|x_1 - x_0| = 0,707 - 0 = 0,707 > \varepsilon = 0,01,$$

отже, ітераційний процес продовжується;

$$x_2 = \varphi(x_1) = \frac{\sqrt{x_1^3 + 2}}{2} = \frac{\sqrt{0,707^3 + 2}}{2} \approx 0,767,$$

точність наближення

$$|x_2 - x_1| = 0,767 - 0,707 = 0,06 > \varepsilon = 0,01,$$

отже, ітераційний процес продовжується;

$$x_3 = \varphi(x_2) = \frac{\sqrt{x_2^3 + 2}}{2} = \frac{\sqrt{0,767^3 + 2}}{2} \approx 0,7828,$$

точність наближення

$$|x_3 - x_2| = 0,7828 - 0,767 = 0,0158 > \varepsilon = 0,01,$$

отже, ітераційний процес продовжується;

$$x_4 = \varphi(x_3) = \frac{\sqrt{x_3^3 + 2}}{2} = \frac{\sqrt{0,7828^3 + 2}}{2} \approx 0,78735,$$

точність наближення

$$|x_4 - x_3| = 0,78735 - 0,7828 = \mathbf{0,00445} < \boldsymbol{\varepsilon} = 0,01,$$

отже, ітераційний процес завершено.

Усі проміжні розрахунки наведено у таблиці 5.

Таблиця 5

n	x_n	$\lvert x_n - x_{n-1} \rvert$	*Висновок*
0	0	---	> ε
1	0,707	0,707	> ε
2	0,767	0,06	> ε
3	0,7828	0,0158	> ε
4	**0,78735**	**0,00455**	**< ε**

Таким чином, задана точність наближення досягнута на 5-й ітерації і

$$x^* \approx x_4 = \mathbf{0,78735}.$$

Заповнимо зведену порівняльну таблицю:

Таблиця 6

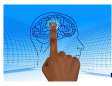
№	*Метод*	*Отримане наближене значення кореня* $x^* \approx$	*Кількість ітерацій*
1	Дихотомії (половинного ділення0	0,789063	*7*
2	Хорд	0,788686	*4*
3	Ньютона (дотичних)	0,789244	*4*
4	Комбінований	0,788994	*3*
5	Простої ітерації	0,78735	*5*

☑ Виконаємо перевірку з використанням функції **polyroots** з пакету **MathCad**. Для цього створимо вектор-стовпець v коефіцієнтів функції $f(x) = x^3 - 4x^2 + 2$ (починаючи від a_0 і завершуючи a_3) і викличемо функцію **polyroots(**v**)**.

$$v := \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{polyroots}(v) = \begin{pmatrix} -0.655 \\ \boxed{0.789} \\ 3.866 \end{pmatrix}$$

<u>Висновки:</u> найшвидше задану точність наближення досягнуто з допомогою комбінованого методу (3 ітерації); найдовший процес – метод дихотомії (7 ітерацій).◄



Задачі для самостійного розв'язання

Завдання:

1. Опрацювати теоретичний матеріал [**1**, сс. 164-184], [**2**], [**3,** сс. 15-26, 221-231 – номери сторінок <u>*у книзі*</u>, у pdf-файлі нумерація сторінок зсунута на 5].

2. Уточнити найменший за модулем дійсний корінь заданого рівняння з точністю до $\varepsilon = 0,001$ п'ятьма методами:

- ☑ ***методом дихотомії (половинного ділення)***;
- ☑ ***методом хорд***;
- ☑ ***методом Ньютона (дотичних)***;
- ☑ ***комбінованим методом***;
- ☑ ***методом простої ітерації***.

3. Зробити зведену порівняльну таблицю

№	*Метод*	*Отримане наближене значення кореня $x^* \approx$*	*Кількість ітерацій*
1	Дихотомії (половинного ділення0		
2	Хорд		
3	Ньютона (дотичних)		
4	Комбінований		
5	Простої ітерації		

4. Виконати перевірку з використанням функції ***polyroots*** з пакету ***MathCad***.

№	**Прізвище, ім'я, по батькові**	**Рівняння**
	Група 341	
1.	*Байрамов Алі Мірзабей-огли*	$x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 4x - 1 = 0$
2.	*Беленчук Олексій Ігорович*	$x^4 + 4x^3 + 4{,}8x^2 + 16x + 1 = 0$
3.	*Березний Ігор Васильович*	$x^3 + 3x^2 - 24x + 1 = 0$
4.	*Бужак Андрій Васильович*	$x^6 - 3x^2 + x - 1 = 0$
5.	*Бурле Павло Марчелович*	$x^3 - x - 1 = 0$
6.	*Волощук Назарій Васильович*	$x^3 - 3x^2 + 9x - 10 = 0$
7.	*Георгіян Євген Геннадійович*	$x^3 - 8x + 2 = 0$
8.	*Григорчук В`ячеслав Валерійович*	$x^3 + 2x - 11 = 0$

№	Прізвище, ім'я, по батькові	Рівняння
9.	*Денис Денис Русланович*	$x^3+10x-9=0$
10.	*Дручук Роман Олександрович*	$x^5+3x^4-2x^3+x^2-x+1=0$
11.	*Дубець Василь Русланович*	$x^4+10x^3-1=0$
12.	*Дуплава Олександр Ігорович*	$x^3-4x^2+10x-10=0$
13.	*Жупник Евеліна Михайлівна*	$x^5-2x^4-7x^3-33x^2-30x-25=0$
14.	*Івасюта Павло Сергійович*	$8x^4-8x^2+32x+1=0$
15.	*Качуровський Станіслав Тарасович*	$5x^3+2x^2-15x-6=0$
16.	*Клим Дмитро Іванович*	$x^3-15x+10=0$
17.	*Козуб Микола Миколайович*	$x^3-3x^2-3=0$
18.	*Копадзе Олександра Сергіївна*	$2x^3-3x^2-12x+8=0$
19.	*Костюк Віталій Іванович*	$x^3-0,2x^2+0,5x+1,5=0$
20.	*Кушнірик Яна Олександрівна*	$x^4-2x^3+x-1,5=0$
21.	*Луник Марія Михайлівна*	$x^4-3x^3+8x^2-5=0$
22.	*Максименко Михайло Сергійович*	$x^3+0,4x^2+0,6x-1,6=0$
23.	*Мінтянський Андрій Петрович*	$x^3-2x^2+7x+3=0$
24.	*Паращук Олексій Іванович*	$x^6-x^2+0,5x-2=0$
25.	*Сарай Богдан Васильович*	$x^3+3x^2-1=0$
26.	*Фецюк Денис Мирославович*	$x^3-2x^2-4x+7=0$
27.	*Хмелєвська Анастасія Олександрівна*	$x^5-3x^2+1=0$
28.	*Чайковський Станіслав Валерійович*	$x^3-9x+3=0$
	Група 341-ск	
1.	*Вірстюк Ігор Олегович*	$x^3-2x^2+2x-1=0$
2.	*Дем'янчук Євгеній Миколайович*	$5x^3-20x+3=0$

Література:

1. Практикум з чисельних методів : Навч. посібник / С.М. Шахно, А.Т. Дудикевич, С.М. Левицька – Львів : ЛНУ імені Івана Франка, 2013. – 432 с.
2. Руководство пользователя *Mathcad* 15.0
3. Численные методы на базе MathCad / С.В. Поршнев, И.В. Беленкова. – СПб. : Бхв – Петербург, 2005. – 464 с.