Міністерство освіти і науки України

Чернівецький національний університет

імені Юрія Федьковича

Інститут фізико-технічних та комп'ютерних наук

Відділ комп'ютерних технологій

Кафедра математичних проблем управління і кібернетики

**ЗВІТ**

**про виконання лабораторних робіт**

**з дисципліни «Інтелектуальний аналіз даних**

| | |
|---|---|
| Виконав студент | Бужак А.В. |
| Курс III | |
| Група 341 | |
| Викладач | Сопронюк О.Л. |

Чернівці – 2018

# *Завдання*

## Лабораторна робота №1

*Тема: Інструменти Mathcad, призначені для розв'язування задач математичної статистики*

Мета: Ознайомитися з основними функціями Mathcad, призначеними для розв'язування задач математичної статистики, а також з методами введення даних для наступної статистичної обробки.

**Завдання 1.1.** Обчисліть максимальне, мінімальне значення і розмах для заданої вибірки. Виконайте групування для значень m=10,20, побудуйте відповідні гістограми, полігони частот, полігони накопичених частот. Виконайте обчислення для 100 чисел з
таблиці 1.1, починаючи з числа n, номер якого вказаний в таблиці 1.2. Порядок виконання завдання 1.1

1. Знайдіть і введіть вектор-стовпець y вибіркових значень.

2. Впорядкуйте вибірку у порядку зростання вибіркових значень: (y:=sort(y) ymin:=min(y) ymax:=max(y) R:=ymax-ymin).

3. Визначіть число інтервалів групування і їх довжину:

( m:=10 $\Delta := \frac{R}{m}$ ).

4. Визначте вектор-стовпець x, який містить середини інтервалів групування:

( j:=1..m k:=1..m-1 $x_j := ymin + \frac{\Delta}{2}(2 \cdot j - 1)$ ).

5. Визначте за допомогою функції hist(x,y) вектор-стовпець частот для одержаних інтервалів групування: (f= hist(x,y)).

6. Побудуйте гістограму, полігон частот.

7. Визначте вектор-стовпець накопичених частот:

( $a_j := ymin + \Delta \cdot (j-1)$ $b_j := a_j + \Delta$ $F_k := \sum_{j=1}^{k} f_j$

8.Побудуйте полігон накопичених частот і полігон відносних накопичених частот.

9.Виконайте обчислення пп. 6-9 для всіх заданих значень m.

10. Збережіть робочий документ у файлі на диску.

## *Лабораторна робота №2*

*Тема:* **Числові характеристики вибірки**

Мета: Вивчити основні вибіркові характеристики, ознайомитися з основними функціями Mathcad, призначеними для знаходження числових характеристик вибірки.

Завдання 2.1. Для вибірки, сформованої в завданні 1.1, обчисліть всі вибіркові характеристики, які наведені вище.

Порядок виконання завдання 2.1

1. Прочитайте файл, який містить вибірку лабораторної роботи №1.

2. Обчисліть максимальний і мінімальний елементи вибірки.

3. Розрахуйте вибіркове середнє.

4. Знайдіть медіану.

5. Обчисліть вибіркову дисперсію і стандартне відхилення.

6. Знайдіть вибіркові моменти 3-го і 4-го порядків.

7. Обчисліть вибірковий ексцес.

8. Знайдіть коефіцієнт асиметрії.

## Лабораторна робота №3

*Тема: Оцінка функції розподілу*

Мета: Ознайомитися з методами оцінювання функції розподілу F□(x) випадкової величини, про яку відомо, що вона є неперервною. Дослідження вибірки значень випадкової величини із заданим законом розподілу.

Завдання 3.1. Побудуйте для вибірки, сформованої в завданні 1.1, 95%-ий “коридор” для функції розподілу випадкової величини, яка досліджується.

Порядок виконання завдання 3.1

1. Прочитайте файл, в якому знаходяться дані.

2. Визначте статистику Колмогорова – функцію K(z) і побудуйте її графік.

3. Визначте значення величини □. Розв'яжіть графічно рівняння 1-K(z)=□ .

4. Побудуйте “коридор” для теоретичної функції розподілу.

Завдання 3.2. Згенеруйте вибірку значень випадкової величини з вказаним неперервним розподілом і виконайте повний попередній аналіз для вказаних значень об'єму вибірки, числа інтервалів групування і надійної ймовірності. Побудуйте графіки щільності ймовірності і функції розподілу і порівняйте їх з одержаними графіками відповідних вибіркових функцій.

Порядок виконання завдання 3.2

1. Встановіть в меню Math режим Optimization.

2. Надайте змінній n значення , яке дорівнює 100.

3. Побудуйте для заданого розподілу графіки щільності ймовірності і функції розподілу.

4. Знайдіть математичне сподівання, дисперсію, середнє квадратичне відхилення, медіану, моменти 3- і 4-го порядку, асиметрію і ексцес заданого розподілу.

5. Згенеруйте вибірку об'єму n значень випадкової величини, яка має заданий розподіл.

6. Визначте як функції змінної n і знайдіть вибіркові значення середнього, середнього квадратичного відхилення, моментів 3- і 4-го порядку, асиметрії і ексцесу.

7. Побудуйте гістограму, полігон частот, графік накопичених відносних частот.

8. Побудуйте 95 % -й “коридор” для теоретичної функції розподілу і зобразіть на цьому ж графіку функцію заданого в умові розподілу ймовірностей.

9. Порівняйте обчислені теоретичні і вибіркові значення параметрів.

10. Виконайте обчислення пп. 4-7 для n=150,200,300,500.

## Лабораторна робота №4

*Тема: Точкові оцінки параметрів розподілів*

Мета: Ознайомитися з властивостями точкових оцінок параметрів розподілів, які забезпечують в деякому розумінні отримання оптимальної інформації із вибірок.

Завдання 4.1. Знайдіть конзістенційні незсунені оцінки математичного сподівання $M\xi$ і дисперсії $D\xi$ випадкової величини $\xi$ для вибірки, сформованої в завданні 1.1.

Завдання 4.2. Змоделюйте декілька вибірок значень випадкової величини, яка має розподіл Бернуллі з заданим значенням параметра p. Обчисліть для кожної вибірки оцінку параметра p і порівняйте з заданим значенням. Зобразіть результати графічно.

Порядок виконання завдання 4.2

1. Використовуючи функцію rbinom(1,n,p), опишіть і сформуйте послідовність значень випадкової величини, яка має розподіл Бернуллі з заданими p і n для n=10,20, ...,N, як функцію об'єму вибірки n.

2. Обчисліть для кожного значення n точкові оцінки $\overline{p}$ ймовірності p.

3. Побудуйте графік залежності величини $\overline{p}$ від об'єму вибірки.

Завдання 4.3. Змоделюйте декілька вибірок різного об'єму значень випадкової величини, яка має рівномірний розподіл на відрізку [0, $\theta$] для значення $\theta$=N/2 (N – номер варіанта), і знайдіть оцінки і параметра $\theta$. Побудуйте графік залежності і від об'єму вибірки.

Порядок виконання завдання 4.3

1. Використовуючи функцію runif(n,0,N/2), опишіть і сформуйте послідовність n значень випадкової величини, яка має рівномірний розподіл на відрізку

[0, N / 2] .

2. Обчисліть для кожного значення n точкові оцінки $\hat{\theta}^{(1)}$ і $\hat{\theta}^{(3)}$ параметра $\theta$ .

3. Побудуйте графік залежності величин $\hat{\theta}^{(1)}$ і $\hat{\theta}^{(3)}$ від об'єму вибірки.

## Лабораторна робота №5

*Тема: Методи одержання точкових оцінок*

Мета: Ознайомитися з властивостями точкових оцінок, отриманих методом максимальної правдоподібності.

Завдання 5.1. Змоделюйте декілька вибірок об’єму n значень випадкової величини $\xi$, розподіленої за законом Пуассона з параметром $\lambda = 0.1N$, де $N$ – номер варіанта. Для однієї вибірки побудуйте графік функції правдоподібності. Знайдіть оцінку максимальної правдоподібності параметра $\lambda$ як функцію об’єму вибірки. Виконайте обчислення для n=10N, 20N,…, 50N при N $\le$ 15 і для n=N,2N,…,10N при N>15.Зобразіть на графіку залежність оцінки від об’єму вибірки. Порівняйте отримані оцінки з заданим значенням параметра.

Порядок виконання завдання 5.1

1.Змоделюйте вибірку значень випадкової величини, яка має розподіл Пуассона з заданим значенням параметра $\lambda$.

2.Знайдіть логарифм функції максимальної правдоподібності і зобразіть його графік.

3.Змоделюйте декілька вибірок різного об’єму значень випадкової величини, яка має розподіл Пуассона з заданим значенням параметра $\lambda$.

4.Обчисліть оцінку максимальної правдоподібності параметра $\lambda$ як функцію об’єму вибірки.

5.Зобразіть на графіку залежність оцінки максимальної правдоподібності від об’єму вибірки.

Завдання 5.2. Виконайте завдання 5.1 для випадкової величини $\xi$, розподіленої за показниковим законом з параметром $\lambda = 0.1N$, де $N$ – номер варіанта.

Завдання 5.3. Змоделюйте вибірку об’єму n=200 значень випадкової величини $\xi$, розподіленої за законом Лапласа з вказаними параметрами $\theta_1$ і $\theta_2$. Знайдіть оцінки максимальної правдоподібності параметрів $\theta_1$ і $\theta_2$.

Порядок виконання завдання 5.3

1.Змоделюйте вибірку значень випадкової величини, яка має рівномірний розподіл на відрізку [0,1].

2.Знайдіть функцію розподілу Лапласа з заданими значеннями параметрів θ1 і θ2.

3.Знайдіть функцію, обернену до функції розподілу Лапласа з заданими значеннями параметрів θ1 і θ2.

4.Змоделюйте вибірку заданого об'єму значень випадкової величини, яка має розподіл Лапласа з заданими значеннями параметрів θ1 і θ2.

5.Перевірте “на око” адекватність вибірки.

6.Обчисліть оцінку максимальної правдоподібності параметрів θ1 і θ2.

## Лабораторна робота №6

*Тема: Інтервальне оцінювання параметрів розподілів випадкових величин*

Мета: Ознайомитися з побудовою надійних інтервалів для параметрів нормального розподілу, розподілу Пуассона, розподілу Бернуллі, для коефіцієнта кореляції.

Завдання 6.1. Знайти надійні інтервали для математичного сподівання $M\xi$ і дисперсії $D\xi$ за заданою вибіркою x1,x2,…xn з нормального розподілу, яка сформована в завданні 1.1.

Порядок виконання завдання 6.1

1.Введіть компоненти вектора вибіркових значень.

2.Обчисліть точкові оцінки Mξ і Dξ.

3.Обчисліть 95%-й надійний інтервал для математичного сподівання при невідомій дисперсії.

4.Обчисліть 90 %-й надійний інтервал для дисперсії.

Завдання 6.2. Знайдіть надійний інтервал для параметра $\lambda$ за заданою вибіркою з розподілу Пуассона. Згенеруйте вибірку, вибравши за значення $\lambda$ величину, яка дорівнює 0.1N, де N – номер варіанта.

Порядок виконання завдання 6.2

1.Згенеруйте вибірку з 500 значень випадкової величини, яка розподілена за законом Пуассона з заданим параметром $\lambda$, за першими 100, 150, 200,..., 500 елементами вибірки.

2.Знайдіть для заданого значення надійної ймовірності $\alpha$ квантиль рівня 1-0.5α стандартного нормального розподілу.

3.Знайдіть точкову оцінку параметра $\lambda$.

4.Обчисліть надійний інтервал для $\lambda$ із заданим значенням надійної ймовірності α.

5.Побудуйте графік залежності $\Delta\lambda = \lambda_{right} - \lambda_{left}$ від n для різних α.

Завдання 6.3. Знайдіть надійний інтервал для ймовірності події за заданими значеннями числа випробувань n і числа m появ події в серії з n випробувань.

Порядок виконання завдання 6.3

1.Знайдіть для заданого значення надійної ймовірності α квантиль рівня 1-0.5α стандартного нормального розподілу.

2.Знайдіть точкову оцінку параметра p.

3.Обчисліть надійний інтервал для параметра p із заданим значенням надійної ймовірності $\alpha$ .

Завдання 6.4. Знайдіть надійний інтервал для коефіцієнта кореляції за заданою вибіркою (x1,y1), (x2,y2),…,(xn,yn) з двовимірної випадкової величини.

4.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | .991 | .619 | 2.023 | 0.727 | .314 | .147 | 0.563 | 0.813 |
| | 6.922 | .229 | 5.093 | .123 | 21.609 | .451 | 22.941 | .193 |
| | .894 | .092 | 0.058 | .266 | .945 | 1.444 | 0.169 | |
| | 12.419 | 7.153 | 2.961 | .026 | .406 | 7.23 | 2.743 | |

Порядок виконання завдання 6.4

1.Введіть компоненти вектора вибіркових значень випадкової величини.

2.Обчисліть вибіркові середні для x і y.

3.Обчисліть величини $\overline{m}, \hat{\sigma}_x^2, \hat{\sigma}_y^2$.

4.Знайдіть для заданого значення надійної ймовірності $\alpha$ квантиль рівня 1-0.5$\alpha$ стандартного нормального розподілу.

5.Знайдіть точкову оцінку коефіцієнта кореляції.

6.Обчисліть надійний інтервал для коефіцієнта кореляції із заданим значенням надійної ймовірності $\alpha$.

7.Знайдіть точкову оцінку коефіцієнта кореляції за другою формулою.

8.Обчисліть надійний інтервал для коефіцієнта кореляції із заданим значенням надійної ймовірності $\alpha$, використовуючи точкову оцінку коефіцієнта кореляції, знайдену в п. 7.

## Лабораторна робота №7

*Тема: Перевірка статистичних гіпотез про параметри нормально розподіленої випадкової величини*

Мета: Ознайомитися з методикою перевірки статистичних гіпотез.

Завдання 7.1. Змоделюйте вибірку 100 значень нормально розподіленої випадкової величини з вказаними параметрами (див. табл. 7.1). Сформулюйте нульову гіпотезу про величину математичного сподівання (при відомій дисперсії) і перевірте для заданого рівня значущості $\alpha$=0.1 три альтернативні гіпотези.

Порядок виконання завдання 7.1

1.Змоделюйте описану в умові вибірку.

2.Знайдіть за вибіркою точкову оцінку математичного сподівання.

3.Знайдіть за вибіркою точкову оцінку дисперсії.

4.Сформулюйте нульову гіпотезу про значення математичного сподівання H0: a = a0.

5.Обчисліть значення критерію.

6.Знайдіть границі критичної області для альтернативної гіпотези H1: a$\neq$ a0.

7.Порівняйте значення критерію з границями критичної області і сформулюйте відповідні твердження.

8.Знайдіть границі критичної області для альтернативної гіпотези H1: a>a0.

9.Порівняйте значення критерію з границями критичної області і сформулюйте відповідні твердження.

10.Знайдіть границі критичної області для альтернативної гіпотези H1: a<a0.

11.Порівняйте значення критерію з границями критичної області і сформулюйте відповідні твердження.

Завдання 7.2. Змоделюйте вибірку 100 значень нормально розподіленої випадкової величини з параметрами із завдання 7.1. Сформулюйте нульову гіпотезу про величину математичного сподівання (при невідомій дисперсії) і перевірте для заданого рівня значущості три альтернативні гіпотези (див. порядок виконання завдання 7.1).

Завдання 7.3. Змоделюйте вибірку 100 значень нормально розподіленої випадкової величини з параметрами із завдання 7.1. Сформулюйте нульову гіпотезу про величину дисперсії і перевірте для заданого рівня значущості три альтернативні гіпотези.

Порядок виконання завдання 7.3

1.Змоделюйте описану вище в умові вибірку.

2.Знайдіть за вибіркою точкову оцінку математичного сподівання.

3.Знайдіть за вибіркою точкову оцінку дисперсії.

4.Сформулюйте нульову гіпотезу про значення дисперсії H0: σ=σ0.

5.Обчисліть значення критерію.

6.Знайдіть границі критичної області для альтернативної гіпотези H1:σ≠σ0.

7.Порівняйте значення критерію з границями критичної області і сформулюйте відповідне твердження.

8.Знайдіть границі критичної області для альтернативної гіпотези H1: σ>σ0.

9.Порівняйте значення критерію з границями критичної області і сформулюйте відповідне твердження.

10.Знайдіть границі критичної області для альтернативної гіпотези H1: σ<σ0.

11.Порівняйте значення критерію з границями критичної області і сформулюйте відповідне твердження.

## Лабораторна робота №8

*Тема: Перевірка статистичних гіпотез про параметри двох нормально розподілених випадкових величин*

Мета: Ознайомитися з методикою перевірки статистичних гіпотез для декількох вибірок.

Завдання 8.1 Змоделюйте дві вибірки з 100 і 120 значень нормально розподіленої випадкової величини з параметрами із завдання 7.1. Сформулюйте нульову гіпотезу про рівність математичних сподівань і перевірте для рівня значущості $\alpha$=0.05 альтернативну гіпотезу.

Порядок виконання завдання 8.1

1.Змоделюйте описані в завданні вибірки.

2.Знайдіть за вибірками точкові оцінки математичних сподівань.

3.Обчисліть значення критерію.

4.Сформулюйте нульову гіпотезу про рівність математичних сподівань.

5.Знайдіть границі критичної області для альтернативної гіпотези $H_1 : a_\xi \neq a_\eta$.

6.Порівняйте значення критерію з границями критичної області і сформулюйте відповідні твердження.

Завдання 8.2 Для вибірок із завдання 8.1 сформулюйте нульову гіпотезу про рівність математичних сподівань (вважаючи, що дисперсії невідомі і рівні) і перевірте для заданого рівня значущості $\alpha$=0.1 альтернативну гіпотезу.

Порядок виконання завдання 8.2

1.Змоделюйте описані в завданні вибірки.

2.Знайдіть за вибірками точкові оцінки математичних сподівань.

3.Обчисліть значення критерію.

4.Сформулюйте нульову гіпотезу про рівність математичних сподівань.

5.Знайдіть границі критичної області для альтернативної гіпотези H1: $a\xi \neq a\eta$.

6.Порівняйте значення критерію з границями критичної області і сформулюйте відповідні твердження.

# *Хід роботи*

*Лабораторна робота №1*

$y :=$

| | 0 |
|---|---|
| 0 | 154.377 |
| 1 | 139.478 |
| 2 | 154.763 |
| 3 | 154.656 |
| 4 | 158.742 |
| 5 | 155.409 |
| 6 | 152.937 |
| 7 | 149.142 |
| 8 | 150.688 |
| 9 | 150.889 |
| 10 | 161.757 |
| 11 | 141.977 |
| 12 | 151.941 |
| 13 | 173.96 |
| 14 | 157.597 |
| 15 | ... |

$y := \mathrm{sort}(y)$

$y^T =$

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 120.991 | 128.429 | 130.834 | 133.143 | 133.852 | 134.241 | ... |

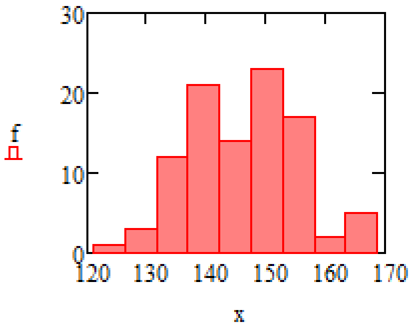
$ymin := \min(y) = 120.991$ $ymax := \max(y) = 173.96$ $R := ymax - ymin = 52.969$ $m := 10$

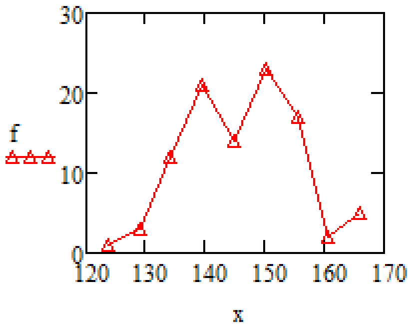
$\Delta := \frac{R}{m} = 5.297$ $j := 1..m$ $k := 1..m-1$ $x_{j-1} := ymin + \frac{\Delta \cdot (2 \cdot j - 1)}{2}$

$x =$

| | 0 |
|---|---|
| 0 | 123.639 |
| 1 | 128.936 |
| 2 | 134.233 |
| 3 | 139.53 |
| 4 | 144.827 |
| 5 | 150.124 |
| 6 | 155.421 |
| 7 | 160.718 |
| 8 | 166.015 |
| 9 | 171.312 |

$f := \mathrm{hist}(x, y)$ $f^T = (1\ \ 3\ \ 12\ \ 21\ \ 14\ \ 23\ \ 17\ \ 2\ \ 5)$

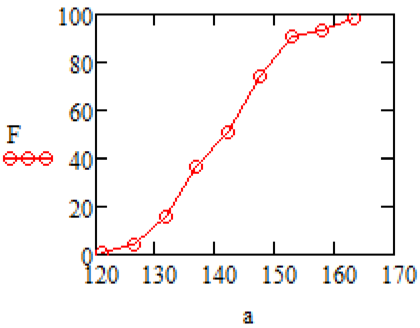


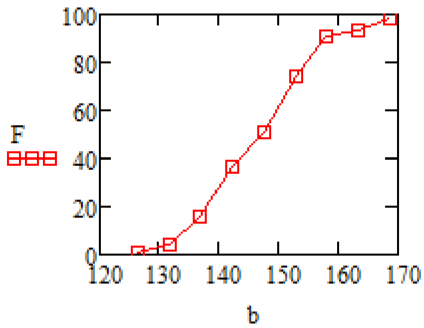




$a_{j-1} := ymin + \Delta\cdot(j-1)$    $b_{j-1} := a_{j-1} + \Delta$    $F_{k-1} := \sum_{j=0}^{k-1} f_j$

$F_{k-1} =$

| |
|---|
| 1 |
| 4 |
| 16 |
| 37 |
| 51 |
| 74 |
| 91 |
| 93 |
| 98 |



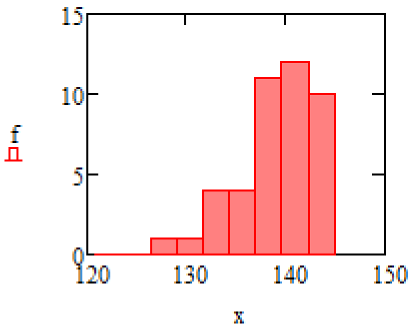



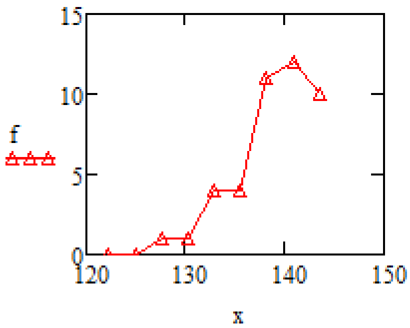

$m := 20$    $\Delta := \frac{R}{m} = 2.648$    $x_{j-1} := ymin + \frac{\Delta\cdot(2\cdot j - 1)}{2}$

$x^T =$

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 122.315 | 124.964 | 127.612 | 130.261 | 132.909 | 135.557 | ... |

$f := hist(x, y)$    $f^T = (0\ \ 0\ \ 1\ \ 1\ \ 4\ \ 4\ \ 11\ \ 12\ \ 10)$

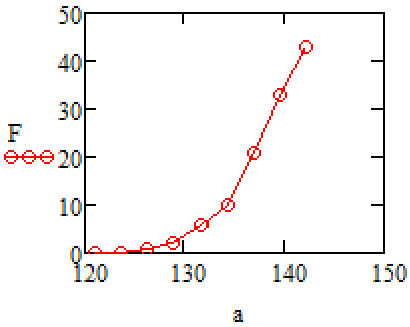


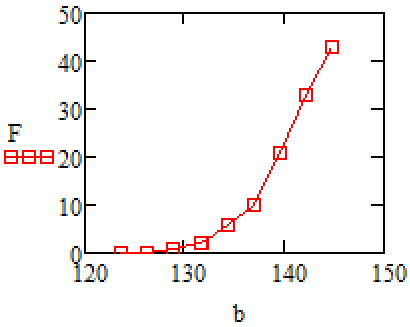




$a_{j-1} := ymin + \Delta\cdot(j-1)$    $b_{j-1} := a_{j-1} + \Delta$    $F_{k-1} := \sum_{j=0}^{k-1} f_j$

$F_{k-1} =$

| |
|---|
| 0 |
| 0 |
| 1 |
| 2 |
| 6 |
| 10 |
| 21 |
| 33 |
| 43 |




*Лабораторна робота №2*

$x :=$

| | 0 |
|---|---|
| 0 | 154.377 |
| 1 | 139.478 |
| 2 | 154.763 |
| 3 | 154.656 |
| 4 | 158.742 |
| 5 | 155.409 |
| 6 | 152.937 |
| 7 | 149.142 |
| 8 | ... |

$n := 100$ $\quad x_{min} := \min(x) = 120.991$ $\quad x_{max} := \max(x) = 173.96$

$R_B := x_{max} - x_{min} = 52.969$ $\quad x_{avg1} := \dfrac{\left(\sum_{i=0}^{n-1} x_i\right)}{n} = 148.819$ $\quad x_{avg2} := \mathrm{mean}(x) = 148.819$ $\quad x_{sort} := \mathrm{sort}(x)$

$k := \left(\dfrac{n}{2}\right) - 1 = 49$ $\quad mediana_1 := \dfrac{\left(x_{sort_k} + x_{sort_{k+1}}\right)}{2} = 149.906$ $\quad mediana_2 := \mathrm{median}(x) = 149.906$

$D := \mathrm{var}(x) = 94.227$ $\quad s2 := \dfrac{\sum_{i=0}^{n-1} \left(x_i - x_{avg1}\right)^2}{n} = 94.227$ $\quad \sigma := \sqrt{D} = 9.707$ $\quad \mu_3 := \dfrac{\sum_{i=0}^{n-1} \left(x_i - x_{avg1}\right)^3}{n} = 75.735$

$\mu_4 := \dfrac{\sum_{i=0}^{n-1} \left(x_i - x_{avg1}\right)^4}{n} = 2.723 \times 10^4$ $\quad E := \left(\dfrac{\mu_4}{D^2}\right) - 3 = 0.067$ $\quad a := \dfrac{\mu_3}{\sigma^3} = 0.083$

$kv_{75} := x_{74} = 156.72$ $\quad kv_{25} := x_{24} = 143.155$ $\quad R_{kv} := kv_{75} - kv_{25} = 13.565$

*Лабораторна робота №3*

1. Прочитати файл, в якому знаходяться дані.

$y := \mathrm{READPRN}(\text{"numbers.txt"})$

$y^T =$

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 154.377 | 139.478 | 154.763 | 154.656 | 158.742 | 155.409 | ... |

2. Визначити статистику Колмогорова - функцію K(z) та побудувати її графік.

$y := \mathrm{sort}(y)$

$y_{min} := \mathrm{floor}(\min(y)) = 120$

найбільше ціле число серед всіх чисел, які <= min(y)

$y_{max} := \mathrm{ceil}(\max(y)) = 174$

найменше ціле число серед всіх чисел, які >= max(y)

$n := 100$

$h := \frac{y_{max}}{n} = 1.74$ $\qquad \varepsilon := 0.01$

потрібна точність обчислення

$i := 0..200$

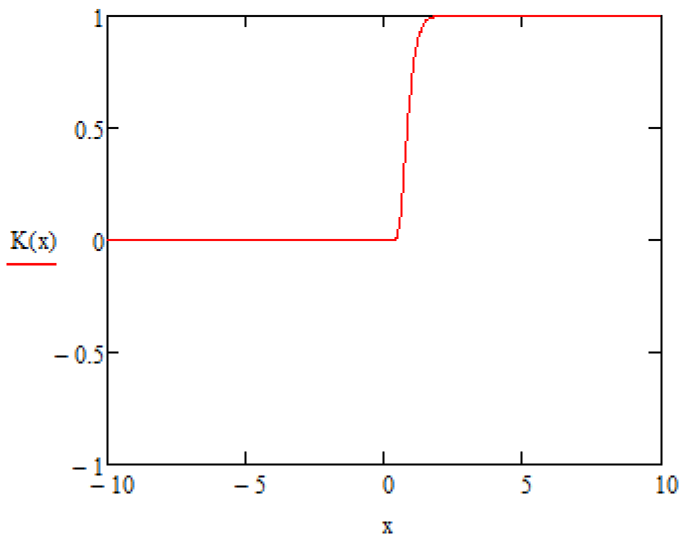
$z_i := -y_{max} + i \cdot h$ $\qquad z^T =$

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | -174 | -172.26 | -170.52 | -168.78 | -167.04 | -165.3 | ... |

Функція Колмогорова:

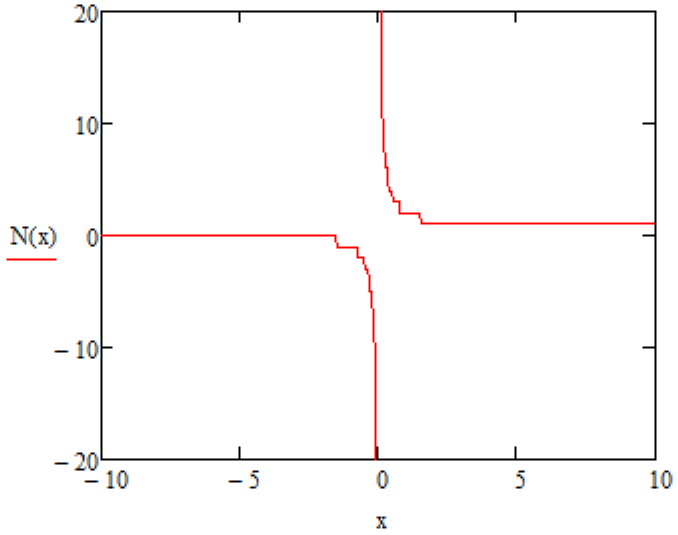
$$K(z) := \begin{cases} 0 & \text{if } z \le 0 \\ \sum_{k=-100}^{100} \left[(-1)^k \cdot e^{-2\cdot(k\cdot z)^2}\right] & \text{if } z > 0 \end{cases}$$

міра розходження теоретичної і емпіричної функції розподілу



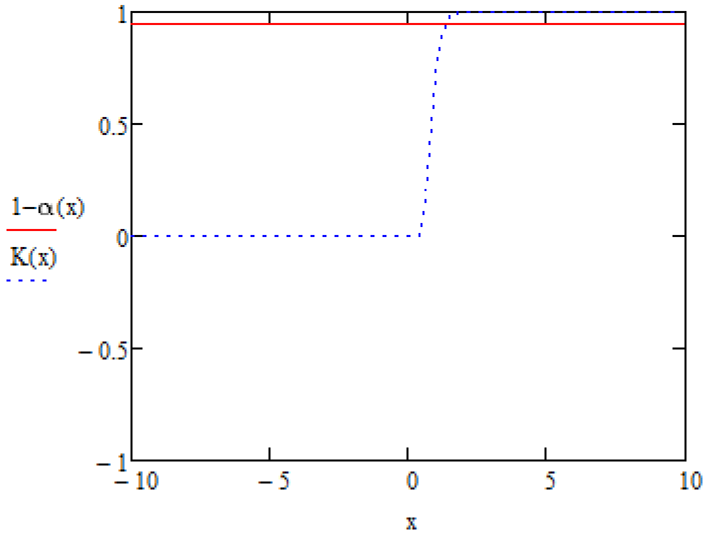

$$N(z) := \mathrm{floor}\left(\frac{1}{z} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \ln\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)}\right) + 1$$

кількість членів у частинній сумі




3. Визначити значення величини α. Розв'язати графічно рівняння 1-K(z)=α.

$\alpha(z) := 0.05$




$z_\alpha := 1.0$ $\quad z_\alpha := \mathrm{root}\left[\left(1 - \alpha(z_\alpha)\right) - K(z_\alpha), z_\alpha\right] = 1.358$

4. Побудувати коридор для теоретичної функції розподілу.

$R := y_{max} - y_{min} = 54$

розмах вибірки

$m := 10$

кількість інтервалів групування

$D := \frac{R}{m} = 5.4$

довжина інтервалів групування

$j := 0..m$

$x_j := y_{min} + D \cdot j$

вектор, який містить межі інтервалів групування

$x^T =$

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 120 | 125.4 | 130.8 | 136.2 | 141.6 | 147 | 152.4 | 157.8 | ... |

$f := hist(x, y)$ $f^T =$

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 | 6 | 20 | 17 | 17 | 23 | 8 | 3 | 4 |

$\sum f = 100$ $k := 0..m-1$ $a_j := y_{min} + D \cdot j$

вектор, який містить ліві межі інтервалів групування

$b_j := a_j + D$

вектор, який містить праві межі інтервалів групування

$$F_k := \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=0}^{k} f_j$$

функція відносних накопичених частот

$F_{min} := F - \frac{z_\alpha}{\sqrt{n}}$ $F_{min}^T =$

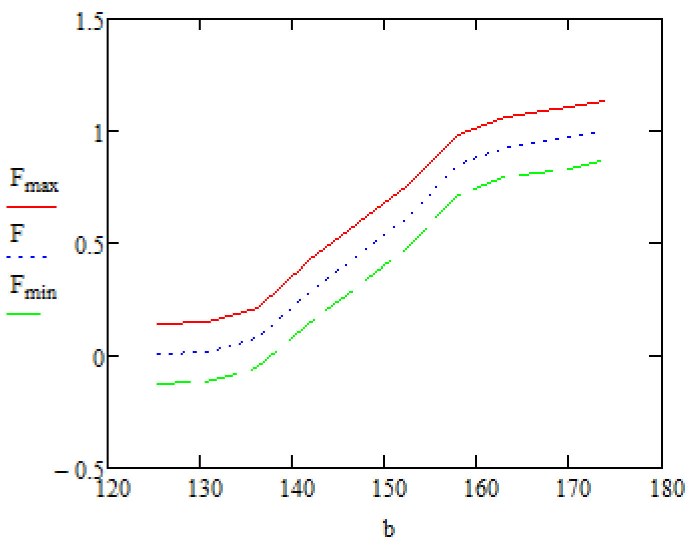
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | -0.126 | -0.116 | -0.056 | 0.144 | 0.314 | 0.484 | 0.714 | ... |

$F^T =$

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0.01 | 0.02 | 0.08 | 0.28 | 0.45 | 0.62 | 0.85 | 0.93 | 0.96 | 1 |

$F_{max} := F + \frac{z_\alpha}{\sqrt{n}}$ $F_{max}^T =$

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0.146 | 0.156 | 0.216 | 0.416 | 0.586 | 0.756 | 0.986 | 1.066 | ... |

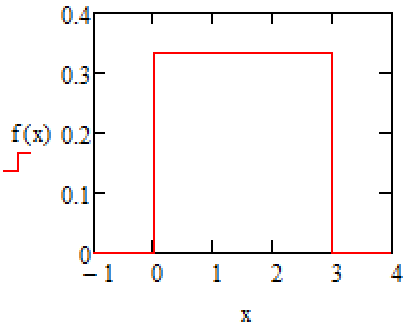



в околі емпіричної функції розподілу побудований коридор, в якому знаходиться теоретична функція розподілу

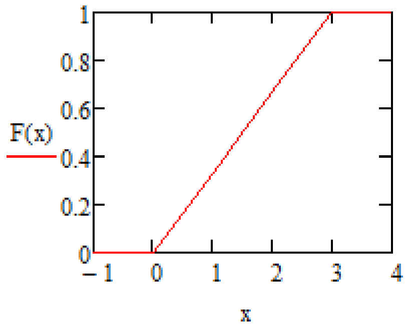
$a := 0$ $b := 3$ $\alpha := 0.1$ $n := 100$

$$f(x) := \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{if } a \le x < b \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$x := -1..4$




$$F(x) := \begin{cases} 0 & \text{if } x < a \\ \dfrac{x-a}{b-a} & \text{if } a \le x < b \\ 1 & \text{if } x \ge b \end{cases}$$




$$M := \frac{1}{2} \cdot (a+b) = 1.5$$ математичне сподівання

$$Ds := \frac{(b-a)^2}{12} = 0.75$$ дисперсія

$$\sigma := \sqrt{Ds} = 0.866$$ середнє квадратичне відхилення

$$Me := \frac{a+b}{2} = 1.5$$ медіана

$$\mu_3 := \frac{1}{4} \cdot \sum_{k=1}^{3} \left(a^k \cdot b^{3-k}\right) = 0$$ момент 3-го порядку

$$\mu_4 := \frac{1}{5} \cdot \sum_{k=1}^{4} \left(a^k \cdot b^{4-k}\right) = 0$$ момент 4-го порядку

$as := 0$ коефіцієнт асиметрії

$$E := \frac{-6}{5}$$ коефіцієнт ексцесу

$Y := \mathrm{runif}(n, a, b)$ $Y^T =$

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $3.805 \cdot 10^{-3}$ | 0.58 | 1.755 | 1.051 | ... |

Вибіркові значення: $M1 := \mathrm{mean}(Y) = 1.518$ $Me1 := \mathrm{median}(Y) = 1.594$ $Ds1 := \mathrm{var}(Y) = 0.72$ $\sigma 1 := \sqrt{Ds1} = 0.849$

$$\mu 1_3 := \frac{\sum_{i=0}^{99} \left(Y_i - M1\right)^3}{100} = -0.088 \quad \mu 1_4 := \frac{1 \cdot \sum_{i=0}^{99} \left(Y_i - M1\right)^4}{100} = 0.956 \quad E1 := \frac{\mu 1_4}{Ds1^2} = 1.841 \quad as1 := \frac{\mu 1_3}{\sigma^3} = -0.136$$

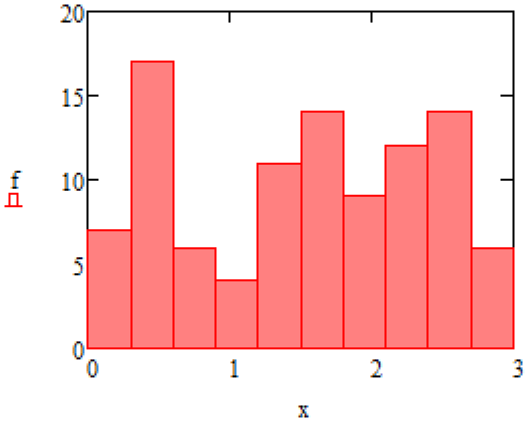
$$ymin := \min(Y) = 3.805 \times 10^{-3} \quad ymax := \max(Y) = 2.99 \quad R := ymax - ymin = 2.987 \quad m := 10 \quad D := \frac{R}{m} = 0.299$$

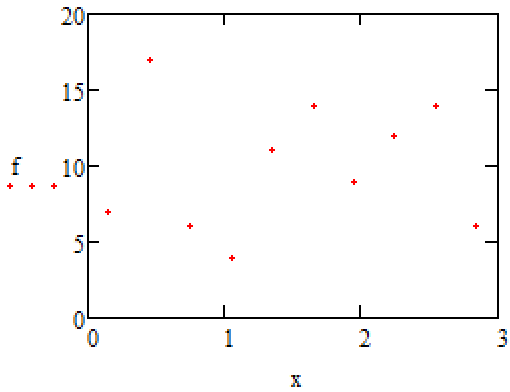
$j := 0..m$  $k := 0..m-1$  $x_j := ymin + \frac{D}{2} \cdot (2 \cdot j + 1)$

$x^T =$

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0.153 | 0.452 | 0.75 | 1.049 | 1.348 | ... |

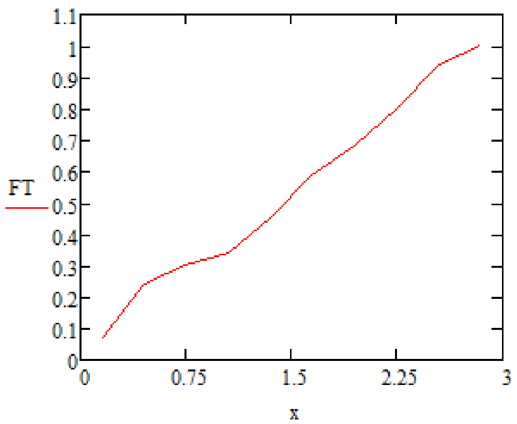
$f := hist\left(x - \frac{D}{2}, Y\right)$




функція накопичених відносних частот
(теоретична функція розподілу)

$$FT_k := \sum_{j=0}^{k} f_j \qquad FT := \frac{FT}{n}$$




$x1 := z_\alpha$  $F_{min} := FT - \frac{x1}{\sqrt{n}}$  $F_{max} := FT + \frac{x1}{\sqrt{n}}$

$F_{min}{}^T =$

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | -0.066 | 0.104 | 0.164 | 0.204 | 0.314 | 0.454 | 0.544 | ... |

$F_{max}{}^T =$

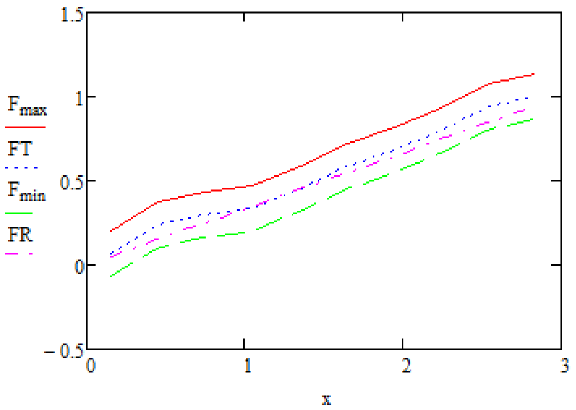
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0.206 | 0.376 | 0.436 | 0.476 | 0.586 | 0.726 | 0.816 | 0.936 | ... |

$o := 0..length(x) - 2$  $FR_o := F(x_o)$

функція заданого в умові розподілу

$FR^T =$

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0.051 | 0.151 | 0.25 | 0.35 | 0.449 | 0.549 | 0.648 | 0.748 | ... |




Порівняння теоретичних і вибіркових значень параметрів:

$\Delta M := |M - M1| = 0.018$  $\Delta Ds := |Ds - Ds1| = 0.03$  $\Delta\sigma := |\sigma - \sigma1| = 0.017$  $\Delta Me := |Me - Me1| = 0.094$

$\Delta\mu_3 := |\mu_3 - \mu1_3| = 0.088$  $\Delta\mu_4 := |\mu_4 - \mu1_4| = 0.956$  $\Delta as := |as - as1| = 0.136$  $\Delta E := |E - E1| = 3.041$

## *Лабораторна робота №4*

y := READPRN("D:\University\3_Course\Data_analysis\numbers.txt")

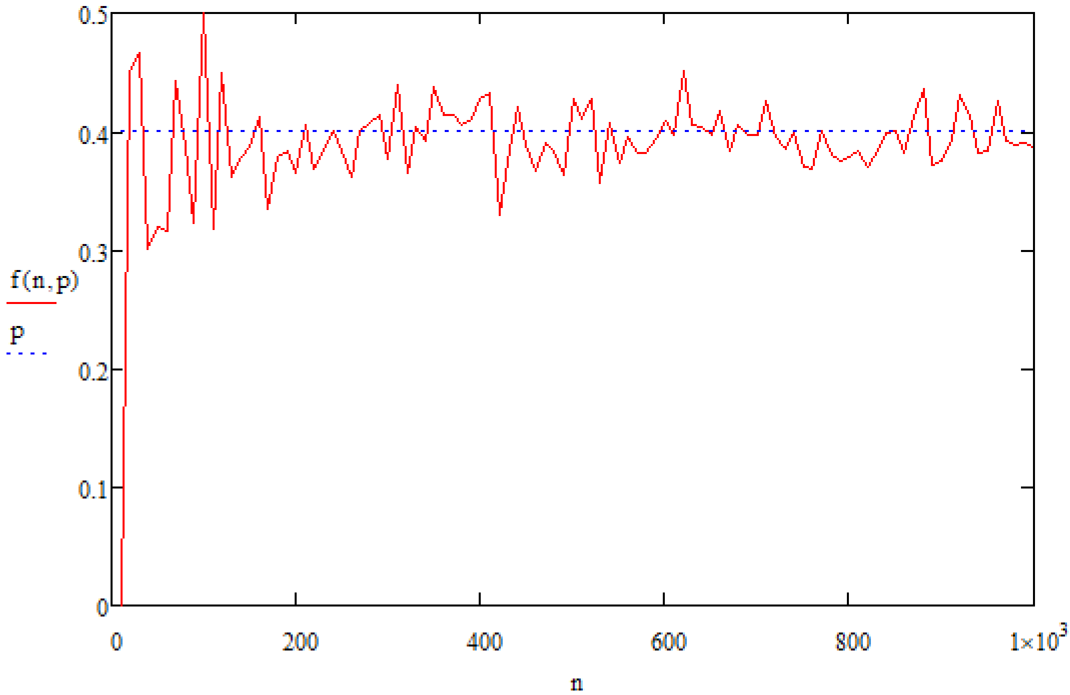
$y^T =$

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 154.377 | 139.478 | 154.763 | 154.656 | 158.742 | 155.409 | ... |

$x := sort(y)$  $n := 100$  $i := 0..99$

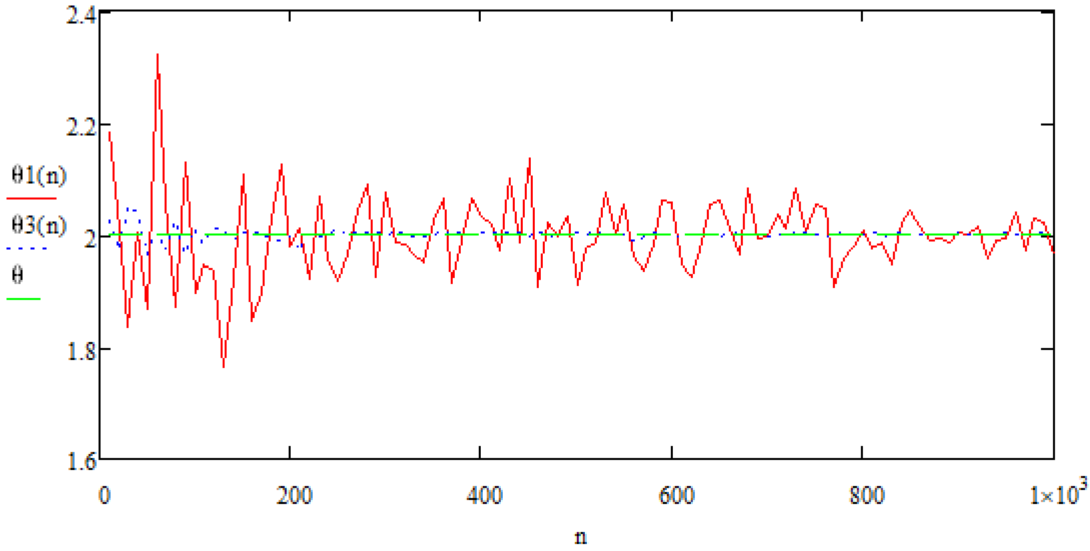
$$M := \frac{1}{n}\cdot\sum_{i=0}^{n-1} x_i = 148.819 \qquad D := \frac{1}{n-1}\cdot\sum_{i=0}^{n-1}\left(x_i - M\right)^2 = 95.178$$

$$f(n,p) := \frac{rbinom(1,n,p)_0}{n} \qquad p := 0.4 \qquad N := 1000 \qquad n := 10, 20..N$$



$\theta := \frac{4}{2} = 2$ $\quad Xrivn(n) := runif(n, 0, \theta)$ $\quad N := 1000$ $\quad n := 10, 20 .. N$

$\theta 1(n) := \frac{2}{n} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} Xrivn(n)_i$ $\quad \theta 3(n) := \frac{n+1}{n} \cdot \max(Xrivn(n))$



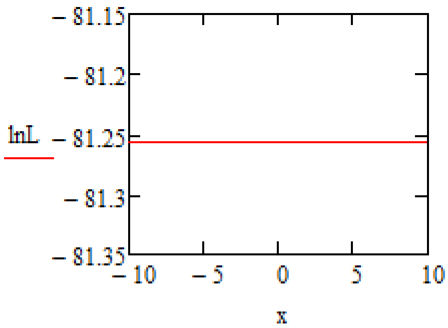

*Лабораторна робота №5*

$N := 4 \quad \lambda := 0.1 \cdot N = 0.4 \quad m := rpois(100, \lambda)$

$m^T =$

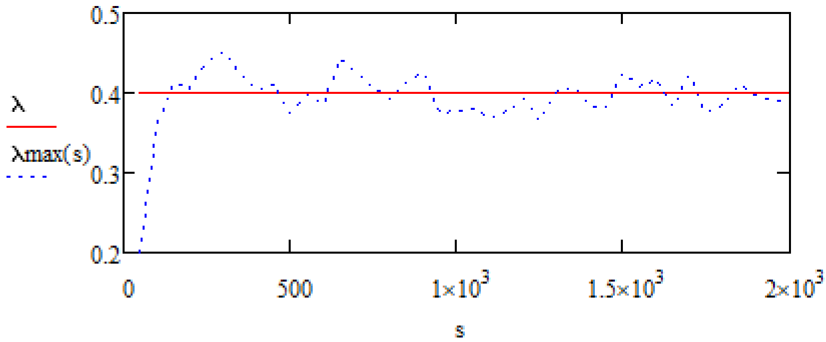
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | ... |

$$lnL := \ln\left(\frac{\lambda^{\sum_{i=0}^{length(m)-1} m_i}}{\prod_{i=0}^{length(m)-1} m_i!} \cdot e^{-length(m) \cdot \lambda}\right) = -81.257$$




$\lambda max(n) := \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} rpois(n, \lambda)_i$

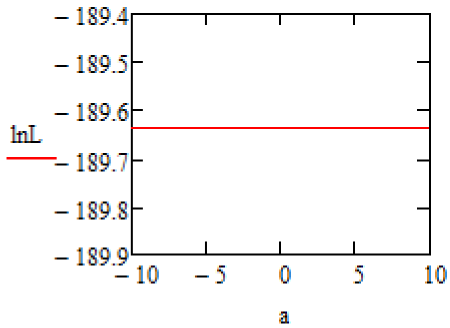
$s := 50, 100 .. 2000$



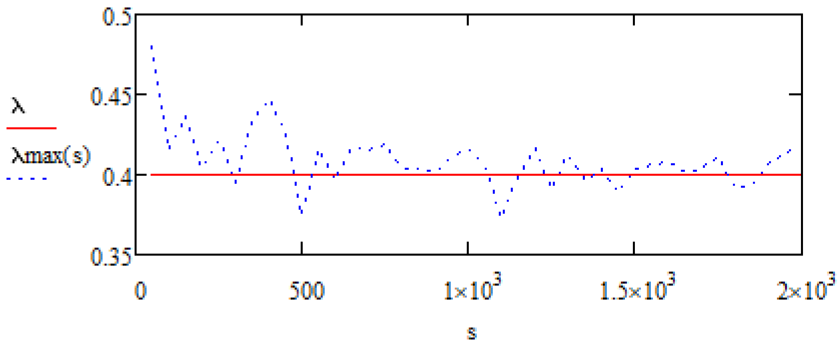

$x := \text{rexp}(100, \lambda)$ $\quad x^T =$

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0.431 | 3.73 | 2.616 | 0.077 | ... |

$$\text{lnL} := \text{length}(x)\cdot\ln(\lambda) - \left(\sum_{i=0}^{\text{length}(x)-1} x_i\right)\cdot\lambda = -189.638$$




$$\lambda\text{max}(n) := \frac{1}{\text{mean}(\text{rexp}(n,\lambda))} \qquad s := 50, 100 .. 2000$$



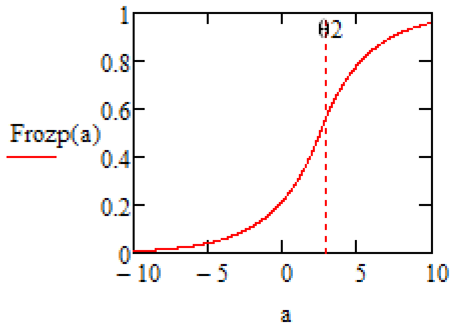

$\theta 1 := 2.5$ $\qquad \theta 2 := 3$ $\quad n := 199$ $\qquad \text{rivnom} := \text{runif}(n, 0, 1)$

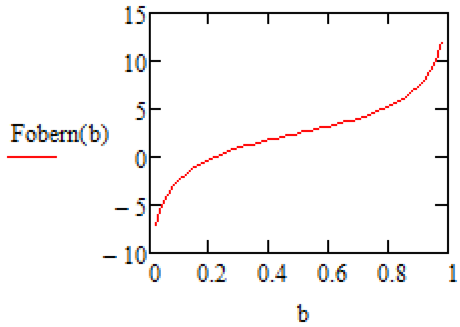
$\text{rivnom}^T =$

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0.168 | 0.038 | 0.146 | 0.309 | ... |

$$\text{Frozp}(x) := \begin{cases} \frac{1}{2}\cdot\exp\left(\frac{x-\theta 1}{\theta 2}\right) & \text{if } x < \theta 1 \\ 1 - \frac{1}{2}\cdot\exp\left[-\left(\frac{x-\theta 1}{\theta 2}\right)\right] & \text{if } x \ge \theta 1 \end{cases}$$

$$\text{Fobern}(x) := \theta 1 - \theta 2\cdot\text{sign}(x - 0.5)\cdot\ln(1 - 2\cdot|x - 0.5|)$$

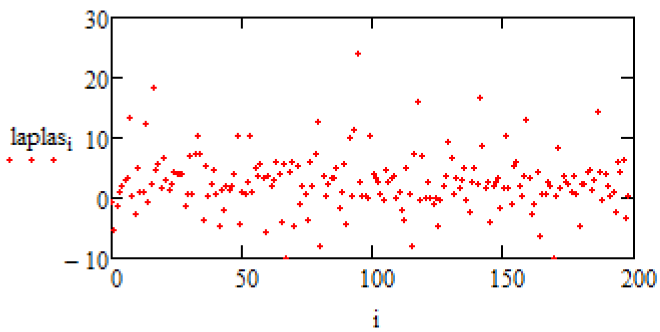



$i := 0, 1 .. n-1 \quad laplas_i := Fobern(rivnom_i)$

$laplas^T =$

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | -0.781 | -5.193 | -1.185 | 1.058 | ... |




$\theta1max := median(sort(laplas)) = 2.362$

$$\theta2max := \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} \left| laplas_i - \theta1max \right| = 3.272$$

*Лабораторна робота №6*

Y := READPRN("D:\University\3_Course\Data_analysis\numbers.txt")

$Y^T =$

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 154.377 | 139.478 | 154.763 | 154.656 | 158.742 | 155.409 | ... |

$$Mx := \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=0}^{n-1} Y_j = 148.819 \qquad Dx := \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{j=0}^{n-1} \left(Y_j - Mx\right)^2 = 95.178$$

$n := length(Y) \quad j := 0 .. n-1$

95 % інтервал для мат сподівання

$$t := qt\left(1 - \frac{0.05}{2}, n\right) = 1.984 \quad xl := Mx - t \cdot \sqrt{\frac{Dx}{n}} = 146.883 \quad xr := Mx + t \cdot \sqrt{\frac{Dx}{n}} = 150.754$$

90 % інтервал для Дисперсії

$$hl := qchisq\left(\frac{0.1}{2}, n-1\right) = 77.046 \quad hr := qchisq\left(1 - \frac{0.1}{2}, n-1\right) = 123.225$$

$$dl := Dx \cdot \frac{(n-1)}{hr} = 76.467 \quad dr := Dx \cdot \frac{(n-1)}{hl} = 122.299$$

$\alpha := 0.1$ $\lambda := 0.4$ $N := 500$ $P := rpois(N, \lambda)$

P =

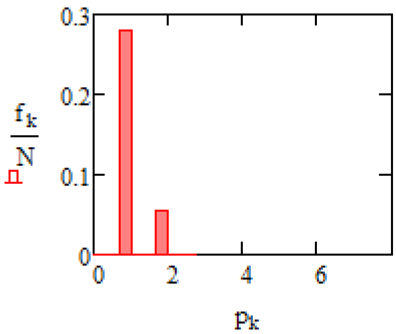
| | 0 |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 0 |
| 2 | 0 |
| 3 | 0 |
| 4 | 1 |
| 5 | 1 |
| 6 | 0 |
| 7 | 0 |
| 8 | 1 |
| 9 | 0 |
| 10 | 0 |
| 11 | 0 |
| 12 | 0 |
| 13 | 0 |
| 14 | 0 |
| 15 | ... |

PS := sort(P) =

| | 0 |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 0 |
| 2 | 0 |
| 3 | 0 |
| 4 | 0 |
| 5 | 0 |
| 6 | 0 |
| 7 | 0 |
| 8 | 0 |
| 9 | 0 |
| 10 | 0 |
| 11 | 0 |
| 12 | 0 |
| 13 | 0 |
| 14 | 0 |
| 15 | ... |

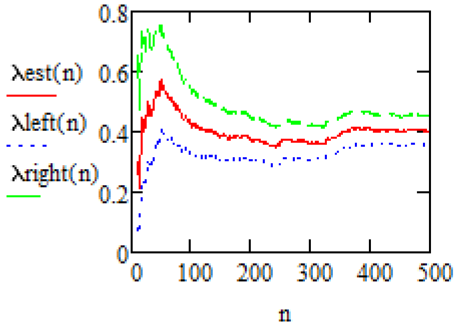
$Pmax := max(P) = 3$ $Pmin := min(P) = 0$ $R := Pmax - Pmin = 3$

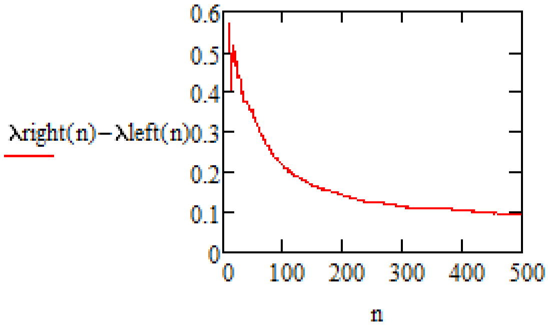
$m := 9$ $\Delta := \frac{R}{m} = 0.333$ $j := 1..m$ $k := 1..m-1$ $p_j := Pmin + \frac{\Delta}{2} \cdot (2 \cdot j - 1)$ $f := hist(p, PS)$




$x\alpha := qnorm\left(1 - \frac{\alpha}{2}, 0, 1\right) = 1.645$ $n := 10..500$ $\lambda est(n) := \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^{n} P_j$ $\lambda est(50) = 0.56$ $\lambda est(100) = 0.42$

$\lambda left(n) := \left(\sqrt{\lambda est(n)} - \frac{x\alpha}{2\sqrt{n}}\right)^2$ $\lambda right(n) := \left(\sqrt{\lambda est(n)} + \frac{x\alpha}{2\sqrt{n}}\right)^2$



$\alpha = 0.1$ $\quad n := 80$ $\quad m := 35$ $\quad x\alpha := \mathrm{qnorm}\left(1 - \frac{\alpha}{2}, 0, 1\right) = 1.645$ $\quad p := \frac{m}{n} = 0.438$

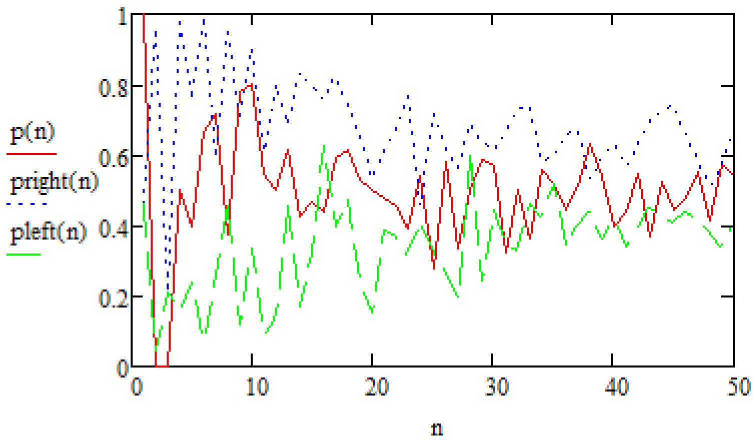
$$pleft := \sin\left(\mathrm{asin}\left(\sqrt{p}\right) - \frac{x\alpha}{2\cdot\sqrt{n}}\right)^2 = 0.348$$

надійний інтервал для параметра p

$$pright := \sin\left(\mathrm{asin}\left(\sqrt{p}\right) + \frac{x\alpha}{2\cdot\sqrt{n}}\right)^2 = 0.529$$

$m(n) := \mathrm{rbinom}(10, n, 0.5)_1$ $\quad n := 0..50$ $\quad p(n) := \frac{m(n)}{n}$

$$pleft(n) := \sin\left(\mathrm{asin}\left(\sqrt{p(n)}\right) - \frac{x\alpha}{2\cdot\sqrt{n}}\right)^2 \qquad pright(n) := \sin\left(\mathrm{asin}\left(\sqrt{p(n)}\right) + \frac{x\alpha}{2\cdot\sqrt{n}}\right)^2$$




$\alpha = 0.1$ $\quad n := 14$ $\quad i := 0..n$ $\quad x\alpha = 1.645$

$$XY := \begin{pmatrix} 1.991 & 1.619 & -2.023 & -0.727 & 3.314 & 0.147 & -0.563 & -0.813 & 0.894 & 1.092 & -0.058 & 0.266 & 0.945 & -1.444 & -0.169 \\ -6.922 & 9.229 & 15.093 & 1.123 & -21.609 & 9.451 & -22.941 & 2.193 & -12.419 & -7.153 & -2.961 & 0.026 & 4.406 & 17.23 & -2.743 \end{pmatrix}$$

XY =

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1.991 | 1.619 | -2.023 | -0.727 | 3.314 | 0.147 | -0.563 | -0.813 |
| 1 | -6.922 | 9.229 | 15.093 | 1.123 | -21.609 | 9.451 | -22.941 | ... |

$$Xmean := \frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n} XY_{0,i} = 0.319 \qquad Ymean := \frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n} XY_{1,i} = -1.285$$

$$m := \frac{1}{n}\cdot\sum_{i=0}^{n}\left[\left(XY_{0,i} - Xmean\right)\cdot\left(XY_{1,i} - Ymean\right)\right] \qquad m = -8.781$$

$$\sigma 2x := \frac{1}{n}\cdot\sum_{i=0}^{n}\left(XY_{0,i} - Xmean\right)^2 \qquad \sigma 2x = 1.924$$

$$\sigma 2y := \frac{1}{n}\cdot\sum_{i=0}^{n}\left(XY_{1,i} - Ymean\right)^2 \qquad \sigma 2y = 140.429$$

Вибірковий коеф кореляції $\quad k := \frac{m}{\sqrt{\sigma 2x\cdot\sigma 2y}}$ $\quad k = -0.534$

$$kleft := \left(\operatorname{atanh}(k) - \frac{x\alpha}{\sqrt{n-3}}\right) \qquad kleft = -1.092 \qquad kright := \left(\operatorname{atanh}(k) + \frac{x\alpha}{\sqrt{n-3}}\right) \qquad kright = -0.1$$

Точкова оцінка коеф кореляції

$$k := \frac{\sum_{i=0}^{n}\left[XY_{0,i}\cdot XY_{1,i} - \frac{1}{n}\cdot\sum_{i=0}^{n}\left(XY_{0,i}\cdot\sum_{i=0}^{n} XY_{1,i}\right)\right]}{\sqrt{\left[\sum_{i=0}^{n}\left[\frac{1}{n}\cdot\left(\sum_{i=0}^{n} XY_{0,i}\right)^2\right]\right]\cdot\left[\sum_{i=0}^{n}\left[\left(XY_{1,i}\right)^2 - \frac{1}{n}\cdot\left(\sum_{i=0}^{n} XY_{1,i}\right)^2\right]\right]}} \qquad k = -0.224$$

$$kleft := \left(\operatorname{atanh}(k) - \frac{x\alpha}{\sqrt{n-3}}\right) \qquad kleft = -0.724$$

$$kright := \left(\operatorname{atanh}(k) + \frac{x\alpha}{\sqrt{n-3}}\right) \qquad kright = 0.268$$

*Лабораторна робота №7*

$\alpha := 0.1$ $\quad N := 100$ $\quad a := 2.2$ $\quad \sigma := 4$ $\quad i := 0..N-1$ $\quad \xi := rnorm(N, a, \sigma)$

$\xi =$

| | 0 |
|---|---|
| 0 | 0.444 |
| 1 | -0.518 |
| 2 | 0.307 |
| 3 | -1.606 |
| 4 | -4.543 |
| 5 | 2.374 |
| 6 | 1.717 |
| 7 | 4.426 |
| 8 | 10.967 |
| 9 | 5.435 |
| 10 | 6.141 |
| 11 | 5.649 |
| 12 | 5.862 |
| 13 | 4.892 |
| 14 | -1.977 |
| 15 | ... |

$$Mx := \frac{1}{N}\cdot\sum_{i=0}^{N-1}\xi_i = 1.598 \qquad Dx := \frac{1}{N-1}\sum_{i=0}^{N-1}\left(\xi_i - Mx\right)^2 = 15.432$$

$\xi mean := mean(\xi) = 1.598$

H0 $\quad a0 := a$

$$\phi := \frac{(\xi mean - a0)}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{N}}} \qquad \phi = -1.505$$

$Xmean := mean(\xi) = 1.598$

H1 $a \neq a0$

$Xright := qnorm\left(1 - \frac{\alpha}{2}, 0, 1\right) = 1.645$ $Xleft := -Xright$ $Xleft = -1.645$

Якщо $\varphi > x_{r,\alpha}$, то гіпотеза $H_0$ відкидається і приймається гіпотеза $H_1$. Якщо ж $\varphi < x_{r,\alpha}$, то гіпотеза $H_0$ не відкидається.

У нашому випадку φ< Xright
тому гіпотеза H0 не відкидається

H1 $a > a0$

$Xright := qnorm(1 - \alpha, 0, 1) = 1.282$ $Xleft := -Xright$ $Xleft = -1.282$

Якщо ж $x_{l,\alpha} < \varphi < x_{r,\alpha}$, то приймається гіпотеза $H_0$.

у нашому випадку приймається гіпотеза H0, бо критерій менший за праву частину і більший за ліву частину

---

$S2 := \frac{N}{N-1} var(\xi)$ $S2 = 15.432$ $\phi := \frac{\xi mean - a0}{\sqrt{\frac{S2}{N}}}$ $\phi = -1.532$

H1 $a \neq a0$

$Xright := qt\left(1 - \frac{\alpha}{2}, 99\right) = 1.66$ $Xleft := -Xright$ $Xleft = -1.66$

Якщо $\varphi < x_{l,\alpha}$ або $\varphi > x_{r,\alpha}$, то гіпотеза $H_0$ відкидається і приймається гіпотеза $H_1$. Якщо ж $x_{l,\alpha} < \varphi < x_{r,\alpha}$, то приймається гіпотеза $H_0$.

У нашому випадку ϕ< Xleft тому приймається гіпотеза H1

H1 $a > a0$ $\phi = -1.532$ $Xright := qt(1 - \alpha, 99) = 1.29$ $Xleft := -Xright$ $Xleft = -1.29$

Якщо вибіркове значення критерію попадає в критичну область, тобто $\varphi < x_{l,\alpha}$, то гіпотеза $H_0$ відкидається і приймається гіпотеза $H_1$. Якщо ж $\varphi > x_{l,\alpha}$, то гіпотеза $H_0$ не відкидається.

У нашому випадку приймається гіпотеза H0

---

$\sigma 0 := 4$ $\xi := rnorm(N, a, \sigma 0)$

$\xi =$

| | 0 |
|---|---|
| 0 | 3.951 |
| 1 | 9.241 |
| 2 | -0.389 |
| 3 | 4.404 |
| 4 | 8.386 |
| 5 | -5.087 |
| 6 | 7.432 |
| 7 | -1.996 |
| 8 | 4.037 |
| 9 | -2.009 |
| 10 | -2.769 |
| 11 | 3.896 |
| 12 | -5.466 |
| 13 | 1.704 |
| 14 | 3.853 |
| 15 | ... |

$$Mx := \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} \xi_i \qquad Dx := \frac{1}{N-1} \sum_{i=0}^{N-1} \left(\xi_i - Mx\right)^2$$

$\xi mean := mean(\xi) = 2.665$

$Mx = 2.665 \qquad Dx = 15.925$

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0{}^2 .$$

$$\phi := (N-1) \cdot \frac{Dx}{\sigma 0^2} \qquad \phi = 98.535$$

$$Xleft := qchisq\left(\frac{\alpha}{2}, N-1\right) = 77.046 \qquad Xright := qchisq\left(1 - \frac{\alpha}{2}, N-1\right) = 123.225$$

$$H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0{}^2 ;$$

Приймається гіпотеза H0, бо ϕ попадає в задану границю

$$H_1 : \sigma^2 > \sigma_0{}^2 ;$$

$Xright := qchisq(1 - \alpha, N-1) = 117.407$

Якщо $\varphi > x_{r,a}$, то гіпотеза $H_0$ відкидається і приймається гіпотеза $H_1$.

У нашому випадку приймається гіпотеза H0

$$H_1 : \sigma^2 < \sigma_0{}^2 .$$

$Xleft := qchisq(\alpha, N-1) = 81.449$

Якщо вибіркове значення критерію попадає в критичну область, тобто $\varphi < x_{l,a}$, то гіпотеза $H_0$ відкидається і приймається гіпотеза $H_1$. Якщо ж $\varphi > x_{l,a}$, то гіпотеза $H_0$ не відкидається.

У нашому випадку приймається гіпотеза H0

*Лабораторна робота №8*

$N1 := 100$ $N2 := 120$ $a := 2.2$ $\sigma := 4$

$\xi := rnorm(N1, a, \sigma) =$

| | 0 |
|---|---|
| 0 | 0.444 |
| 1 | -0.518 |
| 2 | 0.307 |
| 3 | -1.606 |
| 4 | -4.543 |
| 5 | 2.374 |
| 6 | 1.717 |
| 7 | 4.426 |
| 8 | 10.967 |
| 9 | 5.435 |
| 10 | 6.141 |
| 11 | 5.649 |
| 12 | 5.862 |
| 13 | 4.892 |
| 14 | -1.977 |
| 15 | ... |

$\xi mean := mean(\xi)$ $\xi mean = 1.598$

$$Mx1 := \frac{1}{N1} \cdot \sum_{i=0}^{N1-1} \xi_i$$

$Mx1 = 1.598$

$$Dx1 := \frac{1}{N1-1} \sum_{i=0}^{N1-1} \left(\xi_i - Mx1\right)^2$$

$Dx1 = 15.432$

$\zeta := rnorm(N2, a, \sigma)$

$\zeta =$

| | 0 |
|---|---|
| 0 | 3.951 |
| 1 | 9.241 |
| 2 | -0.389 |
| 3 | 4.404 |
| 4 | 8.386 |
| 5 | -5.087 |
| 6 | 7.432 |
| 7 | -1.996 |
| 8 | 4.037 |
| 9 | -2.009 |
| 10 | -2.769 |
| 11 | 3.896 |
| 12 | -5.466 |
| 13 | 1.704 |
| 14 | 3.853 |
| 15 | ... |

$\zeta mean := mean(\zeta) = 2.668$

$$Mx2 := \frac{1}{N2} \cdot \sum_{i=0}^{N2-1} \zeta_i \qquad Mx2 = 2.668$$

$$Dx2 := \frac{1}{N2-1} \sum_{i=0}^{N2-1} (\zeta_i - Mx2)^2 \qquad Dx2 = 16.454$$

$a1 := a \qquad \sigma 1 := \sigma \qquad a2 := 3.1 \qquad \sigma 2 := 4.5 \qquad \alpha := 0.05$

H0 $\quad a1 := a2$

H1 $\quad a1 \neq a2$

$$\phi := \frac{\xi mean - \zeta mean}{\sqrt{\frac{\sigma 1^2}{N1} + \frac{\sigma 2^2}{N2}}} \qquad \phi = -1.865$$

$$Xright := qnorm\left(1 - \frac{\alpha}{2}, 0, 1\right) \qquad Xright = 1.96$$

$Xleft := -(Xright) \qquad Xleft = -1.96$

Якщо $\varphi < x_{l,a}$ чи $\varphi > x_{r,a}$, то гіпотеза $H_0$ відкидається і приймається гіпотеза $H_1$. Якщо ж $x_{l,a} < \varphi < x_{r,a}$, то приймається гіпотеза $H_0$.

У цьому випадку приймається гіпотеза H0

---

$\alpha := 0.1$

H0 $\quad a1 := a2$

H1 $\quad a1 \neq a2$

$$\phi := \frac{Mx1 - Mx2}{\sqrt{\left(\frac{1}{N1} + \frac{1}{N2}\right) \cdot \frac{(N1-1) \cdot Dx1 + (N2-1) \cdot Dx2}{N1 + N2 - 2}}} \qquad \phi = -1.975$$

$$xL := qt\left(\frac{\alpha}{2}, N1 + N2 - 2\right) \qquad Xleft = -1.96$$

$$xR := qt\left(1 - \frac{\alpha}{2}, N1 + N2 - 2\right) \qquad Xright = 1.96$$

Якщо $\varphi < x_{l,a}$ чи $\varphi > x_{r,a}$, то гіпотеза $H_0$ відкидається і приймається гіпотеза $H_1$. Якщо ж $x_{l,a} < \varphi < x_{r,a}$, то приймається гіпотеза $H_0$.

У цьому випадку приймається гіпотеза H0, тому що критерій входить у інтервал.