**Теоретичний матеріал до лабораторної роботи №2**

# КЛАСИФІКАЦІЯ ЧИСЕЛ

Як ми вже знаємо з пройденого матеріалу, американські вчені У. Мак-Каллок та В. Піттс запропонували математичну модель нейрона мозку людини, назвавши її математичним нейроном. Так само як і біологічний нейрон мозку, математичний нейрон має декілька входів і один вихід. Крім того, він може існувати в збудженому та незбудженому стані, причому перехід у збуджений стан залежить від величини сигналів, які до нього надходять, і сил синаптичних зв’язків. Таким чином, математичний нейрон дуже правдоподібно імітує структуру та властивості свого прототипу – біологічного нейрона мозку. На цій підставі У. Мак-Каллок і В. Піттс висловили дуже сміливу здогадку, яка в подальшому стала основою сучасної нейроінформатики. Вони припустили, що якщо математичні нейрони зв’язати між собою провідниками електричного струму, що імітують нервові волокна, то такий штучний мозок буде здатний вирішувати інтелектуальні задачі, подібно до того, як це робить звичайний людський мозок.

Ідея Мак-Каллока – Питтса була втілена в життя у 1958 році американським ученим *Френком Розенблаттом,* який також вважається основоположником нейроінформатики. Спочатку він створив комп'ютерну програму для IBM -794, що емулювала діяльність математичних нейронів. Це була *перша нейронна мережа* або скорочено – *нейромережа.* Вона була названа *персептроном* від англійського слова *perception* – усвідомлення.

Пізніше, через два роки, Ф. Розенблатт змонтував електронний пристрій, у якому функції математичних нейронів виконували окремі електричні схеми, що працювали на електронних лампах. Це був перший *нейрокомп'ютер*, який успішно вирішував складну інтелектуальну задачу – розпізнавав букви латинського алфавіту, зображені на картах, які підносились до його зчитуючого пристрою – електронного ока.

Розберем принцип дії персептона на приклад дещо простішого завдання, ніж розпізнавання букв. На малюнку приведено один із простих варіантів виконання персептона, призначеного для класифікації чисел на парні та непарні. Уявимо собі матрицю з 12 фотоелементів, розташованих у вигляді чотирьох горизонтальних рядів по три фотоелемента у кожному ряді. На матрицю фотоелементів накладається карточка із зображенням цифри, наприклад «4», як показано на малюнку. Якщо на будь-який фотоелемент потрапляє фрагмент цифри, то цей фотоелемент виробляє сигнал у вигляді одиниці, в іншому випадку – нуль. На рисунку перший фотоелемент видає сигнал $x_1 = 0$, другий фотоелемент – $x_2 = 1$ і т. д.

У відповідності до формул

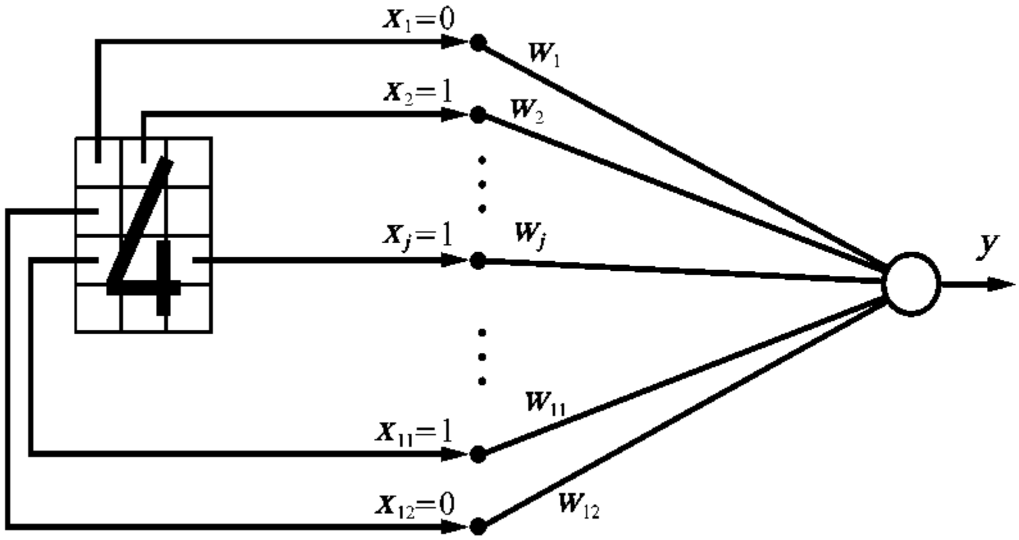
$$S = \sum_{j=1}^{J} w_j x_j . \tag{1}$$

$$y = \begin{cases} 1, \text{ если } S \ge \theta \\ 0, \text{ если } S < \theta \end{cases} , \tag{2}$$

математичний нейрон виконує сумування вхідних сигналів $x_j$, помножених на синаптичні ваги $w_j$ , після чого результат сумування $S$ порівнюється з порогом чутливості θ і виробляється вихідний сигнал $y$.

У якості початкових значень синаптичних ваг $w_j$ і порогу чутливості θ Ф. Розенблатт задавав випадкові числа, тому на виході персептрону випадковим чином вироблявся сигнал: або 0, або 1.

Задача полягала в наступному. Потрібно було підібрати значення синаптичних ваг $w_j$ такими, щоби вихідний сигнал $y$ приймав значення одиниці, якщо на карточці було зображено парне число, і нуль, якщо число було непарним.



Персептрон, який класифікує числа на парні і непарні

Це завдання Ф. Розенблатт вирішив шляхом почергового накладання на фотоелементи карток і навчання персептрона, що полягало в корекції синаптичних ваг $w_j$ . Якщо, наприклад, на входи персептрона подавалась картка з цифрою «4» і вихідний сигнал $y$ випадково виявлявся рівним одиниці, що означала парність, то коригувати синаптичні ваги не було потреби, оскільки реакція персептрона правильна. А якщо вихідний сигнал виявлявся рівним нулю, що неправильно, то слід було збільшити ваги тих активних входів, які сприяли збудженню нейрона. У даному випадку збільшенню підлягали $w_2$, $w_{11}$ та інші.

Відповідно до цієї ідеї, можна сформулювати *ітераційний алгоритм* корекції синаптичних ваг, що забезпечує навчання персептрона у потрібному напрямку.

***Крок 1.*** Генератором випадкових чисел всім синаптичним вагам $w_j$ ( $j$ = 1, ..., 12) і порогу чутливості нейрона θ присвоїти деякі малі випадкові значення.

***Крок 2.*** Представити персептрону будь-яку цифру. Системою фотоелементів виробляється вхідний вектор $x_j$ ( $j$ = 1, ..., 12).

***Крок** 3.* Нейрон виконує зважене сумування вхідних сигналів

$$S = \sum_{j=1}^{12} w_j x_j$$

і виробляє вихідний сигнал $y = 1$, якщо $S \geq \theta$ або $y = 0$, якщо $S < \theta$.

***Крок 4, а.*** Якщо вихідний сигнал правильний, то перейти на *крок 2.*

***Крок 4, б.*** Якщо вихідний сигнал неправильний і рівний нулю, то збільшити ваги активних входів, додати кожній $j$ -ій синаптичній вазі величину $j$-го вхідного сигналу:

$$w_j (t + 1) = w_j (t) + x_j .$$

Тоді, якщо вхід був неактивним, тобто $x_j = 0$, то $j$ -а синаптична вага не зміниться. Якщо ж вхід був активний, тобто $x_j = 1$, то $j$ -а синаптична вага буде збільшена на 1.

Тут і далі буква $t$ означає номер ітерації, які в штучному інтелекті називають *епохами;* $w_j (t + 1)$ – нове значення (на новій епосі) $j$ -ї синаптичної ваги; $w_j(t)$ - її старе значення (на попередній епосі).

***Крок 4, в.*** Якщо вихідний сигнал неправильний і рівний одиниці, то зменшити вагу активних входів, наприклад за допомогою аналогічної формули:

$$w_j (t + 1) = w_j (t) - x_j .$$

***Крок 5.*** Перейти на *крок 2* або завершити процес навчання.

У наведеному тут алгоритмі *крок 4, б* називають *першим правилом Хебба,* а *крок 4, в – другим правилом Хебба* на честь канадського вченого фізіолога Д.О. Хебба, який запропонував цей алгоритм у 1949 р. Відзначимо, що правила Хебба дивовижно нагадують процес навчання дитини або школяра за методом "заохочення - покарання" (або дресировки тварини методом «кнута і пряника»). Як і у випадках з дитиною, яку навчають за цим методом, алгоритм навчання персептрона за скінченне число спроб (їх називають *ітераціями* або *епохами)* може привести до цілі – персептрон в кінцевому підсумку засвоїть необхідні знання, закодує їх у вигляді конкретних значень матриці сил синаптичних зв'язків $w_j$ і, таким чином, навчиться розрізняти парні і непарні числа.

Природньо виникає питання, чи завжди алгоритм навчання персептрона приводить до бажаного результату. Відповідь на це питання дає *теорема збіжності персептрона:*

*Якщо існує множина значень ваг, що забезпечують коректне розпізнавання зображень, то в кінцевому підсумку алгоритм навчання персептрона приводить або до цієї множини, або до еквівалентної їй множини, такої, що дане розпізнавання зображень буде досягнуто.*

В даний час вважається, що за кількістю виконаних доказів теорема збіжності персептрона займає перше місце у світі. Раніше найбільш доведеною у світі теоремою вважалась теорема Піфагора.