Лабораторна робота № 10.

Тема. Розв'язання задач тривимірної геометрії у системі **MATLAB**.

Мета роботи: навчитись розв'язувати вправи зі стереометрії за допомогою команд системи **MATLAB**.

Теоретичний мінімум

Довільна лінія як на площині, так і в просторі, може бути задана множиною точок, координати яких в визначеній системі координат задовільняють рівнянню $F(x,y,z)=0$ [30, с. 159]. Лінію у просторі часто розглядають як лінію перетину двох поверхонь, кожна з яких задана рівнянням:

$$\begin{cases} F_1(x,y,z)=0 \\ F_2(x,y,z)=0 \end{cases}.$$

Зокрема, просторова пряма лінія може бути заданою:

$$\begin{cases} A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0 \\ A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0 \end{cases}$$

Нагадаємо, що рівняння, які визначають пряму в 3D-просторі:

$$\begin{cases} x=x_0+mt \\ y=y_0+nt \\ z=z_0+pt \end{cases}$$

називаються *параметричними рівняннями* просторової прямої. Використовується також і інша форма представлення прямої в просторі у вигляді наступного канонічного рівняння:

$$\frac{x-x_0}{m}=\frac{y-y_0}{n}=\frac{z-z_0}{p}.$$

Направляючими косинусами такої прямої є величини, що обчислюються за формулами:

$$\cos\alpha=\frac{m}{\sqrt{m^2+n^2+p^2}},\cos\beta=\frac{n}{\sqrt{m^2+n^2+p^2}},\cos\gamma=\frac{p}{\sqrt{m^2+n^2+p^2}},$$

де m, n, p – кутові коефіцієнти прямої, для яких має місце співвідношення: $m:n:p=\cos\alpha:\cos\beta:\cos\gamma$.

Гострий кут між прямою та площиною у просторі (даний кут формується між направляючим вектором прямої та нормальним вектором до плоскості) визначається за формулою:

$$\sin\varphi = \left|\frac{Am + Bn + Cp}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}\sqrt{m^2 + n^2 + p^2}}\right|.$$

Вправа 1. Розв’язання задач побудови рівнянь і знаходження площин.

З попередніх лабораторних робіт відомо, що для побудови функцій в системі **MATLAB** існує визначена кількість команд. В даній роботі для представлення функцій, що описують площини, використовуються деякі спеціальні команди з підпакету **Simbolic Math** [20,с.453].

Приклад 1. Побудувати пряму, яка визначається двома площинами, рівняння яких задані:

$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} - \frac{z}{6} = 1 \end{cases}.$$

Команда **ezsurfc** відтворює поверхні з нанесенням ліній рівня на координатну площину. Отримаємо з вихідних рівнянь залежність $z = z(x, y)$. З першого рівняння отримуємо: $z = 2 - x - y$, з другого рівняння; $z = \frac{x}{3} + \frac{y}{3} - \frac{1}{6}$.

Представлення шуканої прямої за допомогою команд системи **MATLAB** здійснюється у наступній формі:

```
>> ezsurfc('2–x–y')
>> hold on
>> ezsurfc('x/3+y/3–1/6')
```

Зауважимо, що для більш зручного зображення прямої у графічному вікні (тобто при необхідності здійснення розвороту площин, які задають вихідну пряму) треба скористатися кнопкою **Rotate 3D.** Команда, що реалізує цю операцію розташована у графічному вікні на панелі інструментів.

Приклад 2. Знайти рівняння площини, яка паралельна вісі Oz і проходить через задані точки $P_1(2, 3, -1)$ та $P_2(-1, 2, 4)$.

Рівняння площини, що паралельна вісі Oz має вигляд:

$$Ax + By + D = 0.$$

Підставляючи координати точок P_1 і P_2 в рівняння, отримаємо наступну систему рівнянь:

$$\begin{cases} 2A + 3B + D = 0 \\ -A + 2B + D = 0 \end{cases}.$$

Розв’язок такої системи однорідних лінійних рівнянь має вигляд:

$A=\begin{vmatrix} b_1 & d_1 \\ b_2 & d_2 \end{vmatrix} t,\ B=\begin{vmatrix} d_1 & a_1 \\ d_2 & a_2 \end{vmatrix} t,\ D=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} t$, t – параметр; важливо, принаймні, хоча б один з визначників розв’язку не дорівнює нулю. Позначимо визначники $M1=\begin{vmatrix} b_1 & d_1 \\ b_2 & d_2 \end{vmatrix}$, $M2=\begin{vmatrix} d_1 & a_1 \\ d_2 & a_2 \end{vmatrix}$, $M3=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$.

На основі вище виписаного розв’язку реалізуємо алгоритм вирішення вихідної вправи.

Складаємо головну матрицю коефіцієнтів системи M :

```
>> M=[2 3 1;–1 2 1];
```

Знаходимо з матриці M системи визначники M1, M3, вибираючи необхідні рядки й стовпці:

```
>> M1=M(1:2,2:3);
>> A=det(D1)
A =
    1
M3=M(1:2,1:2)
M3 =
    2    3
   –1    2
>> D=det(D3)
D =
    7
```

Виводимо з матриці M другий стовпець та змінюємо місцями стовпці, що залишаються:

```
>> M(:,2)=[]
M =
    2    1
   –1    1
>> M2=fliplr(M)
M2 =
    1    2
    1   –1
>> B=det(M2)
B =
   –3
```

Знайдені коефіцієнти $A=1, B=-3, D=7$ підставляємо у рівняння площини: $x-3y+7=0$. Рекомендуємо зробити перевірку результата за допомогою підстановки координат відомих точок А і В в отримане рівняння площини.

Вправа 2. Задачі на пряму лінію у просторі.

Приклад 1. Побудувати сукупність паралельних прямих, які належать однієї площині.

Цю задачу можна розв'язати за допомогою команди **ribbon([x1,x2],[y1,y2]),** яка дозволяє представити на графіку площину у вигляді сукупності прямих. Наприклад**:**

```
>> ribbon([4 –1],[2 –2]);grid on;hold on
```

Команда для побудови прямої лінії має структуру **line([x1,x2],[y1,y2],[z1,z2]), яка** дозволяє задати просторову пряму у графічному вікні:

```
>> line([0 1],[0 3],[–5 6]);grid on.
```

Багатокутник або багатогранник у просторі, який задається точками (координатами вершин), може бути визначен структурою:

fill3([x1,x2,x3, …],[y1,y2,y3, …],[z1,z2,z3, …]).

Приклад 2. Побудувати піраміду, яка визначається чотирма точками: $A(0,0,0)$, $B(0,4,0)$, $D(2, 2, 4)$. $C(4,0,0)$, $E(4, 4, 0)$.

Сукупність команд для побудови піраміди має вигляд**:**

```
>> fill3([4 0 0 4],[0 0 4 4],[0 0 0 0],'c'); grid on;hold on
>> fill3([4 0 2],[0 0 2],[0 0 4],'y'); fill3([0 0 2],[0 4 2],[0 0 4],'m');
>> fill3([4 4 2],[0 4 2],[0 0 4],'g'); fill3([4 0 2],[4 4 2],[0 0 4],'r');
```

Приклад 3. Знайти точки перетину прямої $y = x$ та площини

$$\frac{x}{3}+\frac{y}{3}+\frac{z}{3}=0$$

Результати розв'язання отримуємо при застосуванні наступної сукупності команд:

```
>> ezsurfc('3–x–y'); hold on
>> ezplot('x–y'); [x y]=solve('3–x–y','x–y')
x =
3/2
y =
3/2
```

Вправа 3. Візуалізація перетинів поверхонь та знаходження ліній перетину поверхонь.

Візуалізувати перетин поверхонь можна за допомогою команд з пакету **Symbolic Math** та деяких спеціальних команд тривимірної графіки, наприклад, **fill3(x,y,z,c)**.

Приклад 1. Візуалізувати перетин поверхні, що описується рівнянням $z = x^2 + y^2 - 1$, з площиною, яка задається трьома точками: $A(-6,0,0), B(6,0,80), C(7,0,30)$.

Ця задача вирішується наступною послідовністю команд:

```
>>ezsurfc('Y^2+X^2–1');hold on
>>X=[–6 6 7];Y=[0 0 0];Z=[0 80 30];
>>fill3(X,Y,Z,'g')
```

Приклад 2. Знайти лінію перетину двох параболоїдів: $z = y^2 + x^2 - 25$ та $z = 25 - x^2 - y^2$.

Для розв’язування використовуємо наступну послідовність команд:

```
>> ezsurfc('Y^2+X^2–25');hold on
>> ezsurfc('–Y^2–X^2+25');hold on
>> [x,y]=solve('Y^2+X^2=25','–Y^2–X^2=-25')
x =
[  (25–Y^2)^(1/2)]
[ –(25–Y^2)^(1/2)]
```

Лінія перетину має форму кола з радіусом $r = 5$.

Приклад 3. Візуалізувати перетин двох поверхонь: $z = y^2 + x^2 - 64$ та $z = y^2 - x^2 - 49$ і знайти точки проекцій перетину визначених поверхонь на площині xOy.

Для розв’язку задачи використовуємо наступні команди:

```
>> ezsurfc('Y^2+X^2–64');hold on
>> ezsurfc('Y^2–X^2–49');hold on
>> [x y]=solve('Y^2+X^2=64','Y^2–X^2=49')
 x =
[  1/2*30^(1/2)]
[ –1/2*30^(1/2)]
[  1/2*30^(1/2)]
[ –1/2*30^(1/2)]
y =
[  1/2*226^(1/2)]
[  1/2*226^(1/2)]
[ –1/2*226^(1/2)]
[ –1/2*226^(1/2)]
```

Вправа 4. Пошук линії перетину сфери $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ та параболоїда обертання $z = x^2 + y^2$.

Для розв’язання використовуємо команду **fsolve.** Звернемо увагу, що при розв’язанні задач такого типу, в більшості випадків, трудомісткість і успіх процесу розв’язання залежать від вдалого вибору процедури параметризації. Виконаємо параметризацію цих поверхонь.

Рівняння сфери $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ може бути приведено до наступної форми:

$$\begin{cases} x(u,v) = 5\sin(u)\cos(v) \\ y(u,v) = 5\sin(u)\sin(v) \\ z(u,v) = 5\cos(u) \end{cases}.$$

Рівняння параболоїду $z = x^2 + y^2$ може бути приведено до наступної форми:

$$\begin{cases} x(r,t) = r\cos(t) \\ y(r,t) = r\sin(t) \\ z(r,t) = r^2 \end{cases}.$$

Для формування команди **fsolve** необхідно скласти **m-**файл, що описує вихідні поверхні в параметричній формі представлення:

```
function f=myfyn3(p,t)
f(1)=5*sin(p(1))*cos(p(2))–p(3)*cos(t);
f(2)=5*sin(p(1))*sin(p(2))–p(3)*sin(t);
f(3)=5*cos(p(1))–p(3)^2;
```

Тепер випишимо **m-**файл, який буде використаний в команді **fsolve.** Цей файл містить в собі розв'язок вихідної задачи і задає команду на побудову геометричних фигур з лінією перетину в одному графічному вікні:

```
function myfyn4(i, j)
T=0:2*pi/100:2*pi;
M=length(T);
for i=1:M
c=T(i);
Vector=fsolve(@myfyn3,[1,1,1],optimset('Display','off'),c);
U(i)=Vector(1);
V(i)=Vector(2);
R(i)=Vector(3);
end;
for i=1:M
X(i)=5*sin(U(i))*cos(V(i));
Y(i)=5*sin(U(i))*sin(V(i));
Z(i)=5*cos(U(i));
end;
u=0:pi/20:pi; m=length(u);
v=0:2*pi/20:2*pi; n=length(v);
for i=1:m
for j=1:n
Sx(i,j)=5*sin(u(i))*cos(v(j));
Sy(i,j)=5*sin(u(i))*sin(v(j));
Sz(i,j)=5*cos(u(i));
end;
```

```
end;
r=0:5/20:sqrt(10); t=0:2*pi/20:2*pi; mP=length(r); nP=length(t);
for i=1:mP
for j=1:nP
Px(i,j)=r(i)*cos(t(j));
Py(i,j)=r(i)*sin(t(j));
Pz(i,j)=r(i)^2;
end;
end;
mesh(Sx,Sy,Sz);
hold on
mesh(Px,Py,Pz);
hold on
plot3(X,Y,Z,'bo-');
```

Після цього залишається викликати цей **m**-файл з командного рядка **myfyn4**.

Таким чином, команда **myfyn4** побудує сферу, параболоїд і лінію перетину даних поверхонь. Слід зазначити, що масштаб по координатних вісях різний, тому сфера виглядає як еліпсоїд. Всі параметри графіка регулюються або програмно, або в інтерактивному режимі в системі **MATLAB**. У відповідному графічному вікні можна задати діапазони значень, які управляють вибором кольору, товщиною ліній та іншими параметрами. Рекомендуємо розібратися з особливостями такого управління

Вправа 5. Обчислення об'ємів геометричних тіл.

Як відомо, об'єм циліндричного тіла, обмеженого з боків циліндричною поверхнею, утворююча якої паралельна вісі Oz, може бути знайдений за допомогою подвійного інтегралу

$$V = \iint\limits_{(\sigma)} f(x, y)dxdy\,.$$

Напрямною цього циліндричного тіла є контур, який задає область інтегрування (σ), що знаходиться у площині xOy і є нижньою основою цілиндричного тіла. Зверху тіло обмежено поверхнею, яка описується рівнянням $z = f(x, y)$. Припускається, що функція $f(x, y)$ – неперервна та однозначна в області (σ) [31, с.375].

Таким чином, об'єм такого тіла знаходиться за формулою:

$$V = \iint\limits_{(\sigma)} z\,dx\,dy\,.$$

У разі переходу до полярної системи координат дана формула отримує вигляд:

$$V = \iint\limits_{(\sigma)} f(r\cos\varphi, r\sin\varphi) r dr d\varphi .$$

У випадку, коли відома площа поперечного перерізу, об’єм тіла може бути знайдений за формулою $V = \int_c^d S(y)dy$.

Приклад 1. Знайдемо об’єм сфери, радіус якої дорівнює 2, а центр сфери знаходиться в точці $C(0,2,0)$.

Область інтегрування представляє собою круг, що розташован на площині xOy з центром в точці (0, 2) і радіусом $r = 2$. Площа поперечного перерізу у цьому випадку $S(y) = \pi(y-2)^2$, відповідні команди, що дозволяють визначити цю площину:

```
>> V=2*int('pi*(y–2)^2',0,2)
V =
16/3*pi
```

Приклад 2. Знайти об’єм тіла, який відсікає площина $y = 4$ від еліптичного параболоїду $y = \frac{x^2}{36} + \frac{z^2}{25}$.

В результаті перетинання параболоїд площиною, отримуємо фігуру, яка є еліпсом. Рівняння цього еліпсу визначається з рівняння параболоїду, якщо обидві частині рівняння розділити на y: $1 = \frac{x^2}{36y} + \frac{z^2}{25y}$. Полувісі еліпсу: $6\sqrt{y}, 5\sqrt{y}$. Площа поперечного перерізу: $S(y) = \pi \cdot 6\sqrt{y} \cdot 5\sqrt{y}$. Об’єм тіла знаходимо за допомогою наступних команд:

```
>> V=int(pi*30*y,0,4)
V =
180*pi
```

Приклад 3. Обчислимо об’єм тіла, обмеженого поверхнями: $z = 4x^2 + 2y^2 + 1;\ x + y - 3 = 0;\ x = 0;\ y = 0;\ z = 0$.

Перша поверхня – це еліптичний параболоїд, у якого вісь сіметрії є координатна вісь Oz.

Друга поверхня – площина, яка паралельна вісі Oz, інші поверхні – координатні площини yOz, xOz, xOy.

На площині xOy тіло вирізає трикутник, який обмежений координатними вісями Ox, Oy та прямою $x + y - 3 = 0$.

Об’єм тіла обчислюється за формулою:

$$V = \iint\limits_{(\sigma)} (4x^2 + 2y^2 + 1) dx dy .$$

Перетворюємо подвійний інтеграл у повторний. Внутрішнє інтегрування будемо вести по змінній x, зовнішнє – по змінній y. При постійному y

змінна x змінюється від 0 до $x = 3 - y$, а змінна y змінюється в діапазоні від 0 до 3.

Визначимо символьні змінні та виконаємо інтегрування за допомогою команди підсистеми **Simbolic Math**:

```
>> syms x y
```

Внутрішній інтеграл:

```
>> int('4*x^2+2*y^2+1',0,3–y)
ans =
4/3*(3–y)^3+2*y^2*(3–y)+3-y
```

Зовнішній інтеграл:

```
>> int('4/3*(3–y)^3+2*y^2*(3-y)+3–y',0,3)
ans =
45
```

Приклад 4. Знайти об’єм поверхні, що описується рівнянням $f(x,y) = x^3y - 2xy^2 + y - 0.2 = 0$ при $x, y = [0.1]$.

Побудуємо графік неявно заданої функції $f(x,y) = 0$ за допомогою команди **contour (**для функціонування цієї команди треба задати крок дискретизації h та діапазон зміни аргументу **x**):

```
>> h=.02; x=0:h:1;
>> [X,Y]=meshgrid(x);
>> f=X.^3.*Y–2*X.*Y.^2+Y–.2;
>> v=[0,0];
>> contour(x,x,f,v), grid
```

В графічному вікні зелена лінія представляє графік перетину поверхні з $f(x,y) = 0$ з координатною площиною xOy. Область в першому квадранті між цими кривими позначимо через G. З'ясуємо, який знак має функція $f(x,y)$ в області G, для чого використовуємо команду **mesh 3D**-графіків:

```
>> mesh(x,x,f.*(f>0))
```

Обчислимо площу S області G:

```
>> S=h^2*sum(f(:) >=0)
    (S=0.7296).
```

Для порівняння результатів обчислимо площу при різних h. Тобто при h=0.01 площа буде дорівнювати S=0.7204, а при h=0.005 площа S=0.7152.

З'ясуємо, який об'єм утворюється між поверхнею $f(x,y)$ і областю G, де $f(x, y) \geq 0$. Для цього задамо крок h=0.02 і обчислимо об’єм:

```
>> V=h^2*sum(f(f>=0))
     (V=0.1268)
```

У випадку, коли $h = 0.01$ отримуємо об’єм V=0.1235, а коли $h = 0.005$ отримуємо об’єм V=0.1219.

Практичні завдання лабораторної роботи № 10

Виконати наступні завдання :

Завдання 1. Знайти рівняння площини, яка буде паралельна вказаній вісі і проходитиме через вказані точки (див. табл. 10.1):

Таблиця 10.1 – Варіанти зо завдання №1

№ п/п	Вісь	Точки
1	Ox	$A(2,-3,2),\ B(7,1,0)$
2	Oy	$A(2,1,-2),\ B(-7,-2,1)$
3	Oz	$A(1,2,-4), B(3,1,-1)$
4	Ox	$A(1,-5,2),\ B(6,1,3)$
5	Oy	$A(3,1,-4),\ B(-6,-1,2)$
6	Oz	$A(0,7,-4), B(5,-1,-1)$
7	Ox	$A(-4,-3,2),\ B(3,1,7)$
8	Oy	$A(1,2,-3),\ B(-7,-2,1)$
9	Oz	$A(-5,7,-4), B(9,1,-6)$
10	Ox	$A(6,-6,7),\ B(7,1,2)$
11	Oy	$A(4,1,-5),\ B(7,-2,1)$
12	Oz	$A(5,3,-4), B(2,4,-9)$
13	Ox	$A(4,-6,5),\ B(8,2,0)$
14	Oy	$A(0,1,-2),\ B(-7,2,-5)$

Завдання 2. Розв’язати наступні задачі (див. табл. 10.2):*)

Таблиця 10.2 – Варіанти до завдання №2

№ п/п	Зміст завдання
1	Знайти точки перетину еліпсу $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{36}=1$ і площини $2x-y+3z+3=0$.
2	Знайти мінімальну відстань від точки (1,3,2) до площини $3x+y+z-6=0$.
3	Знайти точки перетину прямої $\frac{x-1}{3}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-2}{5}$ з площиною $x+y-2z-4=0$ (рівняння прямої привести до каноничного вигляду з використанням параметру t).
4	Знайти гострий кут між прямою $\begin{cases} x+y+z-4=0 \\ 2x-y+4z+5=0 \end{cases}$ та площиною $x+y+3z+5=0$ (вказівка: скласти матрицю кутових коефіцієнтів).

Закінчення таблиці 10.2

5	Знайти точку перетину сфери радіусу 5 з центром на початку координат і прямої, що проходить через точки A(0;0;3) та B(3;3;0). Отримати всі розв'язки.
6	Знайти точку перетину поверхонь: сфери радіусу 5 з центром в початку координат і площини $\frac{x}{3}+\frac{y}{3}+\frac{z}{3}=1$.
7	Побудувати лінію перетину поверхонь $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ та $x^2+y^2=9$. Знайти точки перетину проекцій поверхонь на xOy
8	Визначити сліди прямої $\begin{cases} 5x+3y-4z+8=0 \\ x-y+z+5=0 \end{cases}$ на координатних площинах (слідом прямої на площині називається точка перетину прямої з площиною)
9	З точки A(-4;4;4) опустити перпендикуляр на поверхню, що описується рівнянням $x+\frac{y}{5}+z+5=0$.
10	Опустити перпендикуляр з точки A(10;5;8) на поверхню сфери радіусу 4 з центром в початку координат.
11	Знайти точку перетину поверхонь: сфери радіусу 10 з центром в точці (1, 1, 1) та площиною $\frac{x}{5}+\frac{y}{5}+\frac{z}{5}=1$.
12	Знайти точку перетину сфери радіусу 4 з центром на початку координат і прямої, що проходить через точки A(0;0;2) та B(2;2;0). Отримати всі розв'язки.
13	З точки A(0;0;-10) опустити перпендикуляр на поверхню, що описується рівнянням $2x+3y-5z+30=0$.
14	Знайти точки перетину відповідних ліній рівня на площині xOy двох поверхонь $x^2+\left(\frac{9}{4}\right)^2 y^2+z^2=9$ та $4-x^2-y^2=0$.

***)** Методичні вказівки:

- задачі №№ 5–8 вирішувати за допомогою команд **fsolve** або **solve**;
- задачі №№ 9–13 вирішувати за допомогою команди **fzero**.

Завдання 3. Знайти об'єм тіла, що обмежено заданими поверхнями (див. табл. 10.3):

Таблиця 10.3 – Варіанти до завдання №3

№ п/п	Рівняння поверхонь	№ п/п	Рівняння поверхонь
1	$z=16-x^2,\ x+y=4,$ $y=2x,\ z=0,\ y=0$	8	$10(x^2+y^2)+9z=90,\ z=0$

Закінчення таблиці 10.3

2	$12(x^2+y^2)+4z=48,\ z=0$	9	$z=36-x^2,\ x^2+y^2=36,$ $x=1,\ y=1,\ z=1$
3	$z=16-x^2,\ x^2+y^2=16,$ $x=0,\ y=0,\ z=0$	10	$z=25-x^2,\ x+y=5,$ $y=2x,\ z=0,\ y=0$
4	$z=9-x^2,\ x+y=3,$ $y=2x,\ z=0,\ y=0$	11	$6(x^2+y^2)+4z=24,\ z=0$
5	$8(x^2+y^2)+4z=32,\ z=0$	12	$z=36-x^2,\ x+y=6,$ $y=2x,\ z=0,\ y=0$
6	$z=49-x^2,\ x+y=7,$ $y=2x,\ z=0,\ y=0$	13	$z=25-x^2,\ x^2+y^2=25,$ $x=0,\ y=0,\ z=0$
7	$z=64-x^2,\ x^2+y^2=64,$ $x=0,\ y=0,\ z=0$	14	$15(x^2+y^2)+9z=135,\ z=0$

Контрольні питання

1. За допомогою якої команди с підпакету **Simbolic Math** можна побудувати графічне зображення площини?
2. Як побудувати графічне зображення площини, якщо вона проходить через три задані точки?
3. За допомогою якої функції можна побудувати лінію у просторі, що проходить через три задані точки (через дві задані точки)? Поясніть синтаксис написання команд.
4. Яка команда виконує побудову сукупності паралельних прямих, що належать одній площині?
5. Який спосіб побудови графіку неявно заданої функції можна використовувати в системі **MATLAB**?
6. Визначити етапи візуалізації ліній перетину поверхонь.
7. Як знайти об’єм тіла за допомогою команд у системі **MATLAB**?