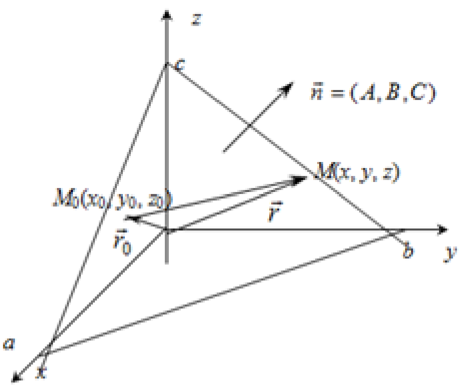
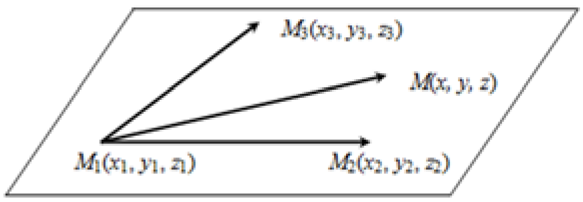
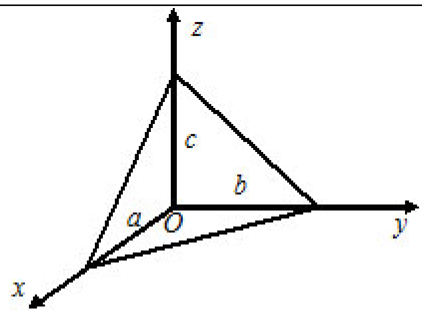
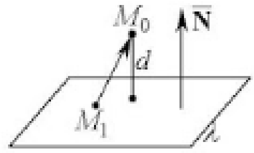
ПЛАН-КОНСПЕКТ ПРАКТИЧНОГО ЗАНЯТТЯ
з дисципліни «Математичні основи ІТ»

Викладач: студент групи 641м Бужак Андрій
Дата проведення: 19.10.2021
Група: 143(1)
Вид заняття: практичне заняття
Тривалість пари: 80 хвилин
Тема: ***Площина у просторі.***

Мета: *ознайомлення студентів із основними типами рівнянь площини у просторі, особливостями їх написання та застосування; формування компетенцій розв'язування типових задач із даної тематики.*

ХІД ЗАНЯТТЯ
1. Актуалізація опорних знань (5-7 хв.).

<table>
<tr><th colspan="3">Площина у просторі</th></tr>
<tr><th>№</th><th>Рівняння</th><th>Малюнок</th></tr>
<tr><td>1</td><td>Площина, що проходить через задану точку $M_0(x_0;y_0;z_0)$ перпендикулярно до даного вектора $\overrightarrow{N}=(A;B;C)$
$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$</td><td rowspan="2">
</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Загальне рівняння площини
$Ax+By+Cz+D=0$,
$\overrightarrow{N}=(A;B;C)$ - вектор нормалі
$A^2+B^2+C^2>0$</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Площина, що проходить через три задані точки, $M_1(x_1;y_1;z_1)$,
$M_2(x_2;y_2;z_2)$, $M_3(x_3;y_3;z_3)$,
які не лежать на одній прямій
$\left(\overrightarrow{M_1M}\times\overrightarrow{M_1M_2}\right)\cdot\overrightarrow{M_1M_3}=0$,
тобто
$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix}=0$</td><td>
</td></tr>
<tr><td>4</td><td>Рівняння площини у відрізках (на осях)
$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$,
$a^2+b^2+c^2>0$</td><td>
</td></tr>
</table>

*	*Відстань від точки* $M_0(x_0; y_0; z_0)$ *до площини* $Ax + By + Cz + D = 0$ $\lvert d \rvert = \dfrac{\lvert Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D \rvert}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$	 $d = \dfrac{\lvert(\mathbf{\overline{N}}, \mathbf{\overline{M_1M_0}})\rvert}{\lvert\mathbf{\overline{N}}\rvert} = \dfrac{\lvert Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D \rvert}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

Неповне рівняння площини		
Коефіцієнт, що дорівнює нулеві	*Вигляд рівняння*	*Розташування площини у просторі*
$A = 0$	$By + Cz + D = 0$	Паралельна осі Ox
$B = 0$	$Ax + Cz + D = 0$	Паралельна осі Oy
$C = 0$	$Ax + By + D = 0$	Паралельна осі Oz
$D = 0$	$Ax + By + Cz = 0$	Проходить через початок координат
$A = B = 0$	$Cz + D = 0$	Перпендикулярна осі Oz, паралельна площині Oxy
$A = C = 0$	$By + D = 0$	Перпендикулярна осі Oy, паралельна площині Oxz
$B = C = 0$	$Ax + D = 0$	Перпендикулярна осі Ox, паралельна площині Oyz
$A = D = 0$	$By + Cz = 0$	Проходить через вісь Ox
$B = D = 0$	$Ax + Cz = 0$	Проходить через вісь Oy
$C = D = 0$	$Ax + By = 0$	Проходить через вісь Oz
$A = B = D = 0$	$z = 0$	Збігається з площиною Oxy
$A = C = D = 0$	$y = 0$	Збігається з площиною Oxz
$B = C = D = 0$	$x = 0$	Збігається з площиною Oyz.

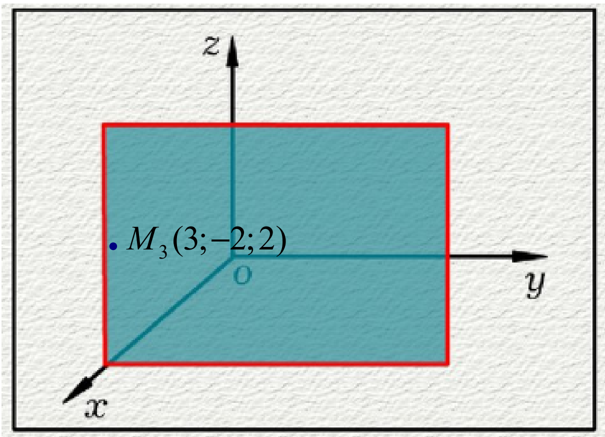
Спосіб задання / *Назва правила чи формули*	***Площини задані загальними рівняннями*** $\pi_1 : A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$, $\quad \overrightarrow{N}_1 = (A_1; B_1; C_1)$ $\pi_2 : A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ $\quad \overrightarrow{N}_2 = (A_2; B_2; C_2)$
Кут φ між площинами/ прямими/ прямою та площиною	Кут між векторами нормалей цих площин, тобто $\varphi = (\pi_1 \widehat{,} \pi_2) = (\overrightarrow{N_1} \widehat{,} \overrightarrow{N_2})$

Тригонометрична функція кута	$\cos\varphi = \dfrac{A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$
Умова паралельності	$\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2}$
Умова перпендикулярності	$A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$

2. Розв'язування задач (70 хв.)

<u>Задача 1.</u> *Скласти рівняння площини, що проходить через точку $M_3(-3;-2;2)$ паралельно до площини Oyz.*

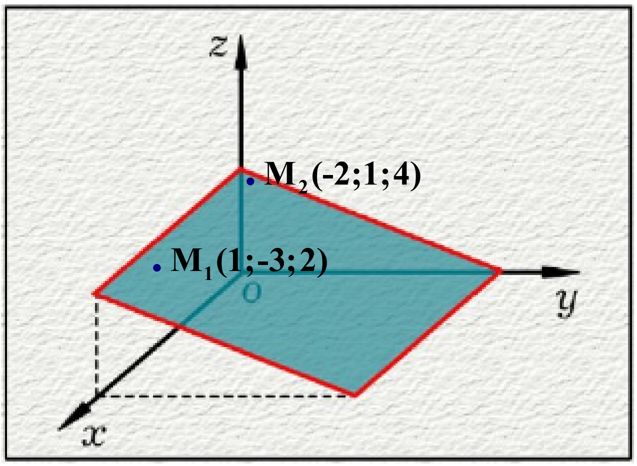
<u>Розв'язання</u>.



I спосіб	*II спосіб*
Шукана площина паралельна до Oyz, а значить, перпендикулярна до осі Ox, тобто $\vec{i} \parallel \vec{n} = (A;B;C)$, зокрема, можна взяти $\vec{n} = \vec{i} = (1;0;0)$. Крім того, площина проходить через точку $M_3(-3;-2;2)$, отже, можемо написати рівняння прямої, що проходить через точку перпендикулярно до даного вектора: $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$. Підставляючи координати точки і вектора, маємо: $1\cdot(x-(-3))+0\cdot(y-(-2))+0\cdot(z-2)=0$. Спрощуючи, отримаємо $x+3=0.$	Шукана площина паралельна до Oyz, а значить, у загальному рівнянні $Ax+By+Cz+D=0$ виконуються рівності $B=C=0$, тобто її загальне рівняння має вигляд $Ax+D=0$. Точка $M_3(-3;-2;2)$ належить шуканій площині, а значить, її координати задовольняють рівняння. Тому $A(-3)+D=0$, звідки $D=3A$. Тоді $Ax+3A=0$, а значить, $x+3=0.$

<u>Відповідь:</u> $x+3=0.$

<u>Задача 2.</u> *Скласти рівняння площини, що проходить через точки $M_1(1;-3;2)$ і $M_2(-2;1;4)$ паралельно до осі Ox.*



<u>*Розв'язання*</u>. Площина паралельна до осі Ox, отже, в її загальному рівнянні

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

виконується рівність $A = 0$, тобто рівняння шуканої площини має вигляд

$$By + Cz + D = 0.$$

Точки $M_1(1;-3;2)$ і $M_2(-2;1;4)$ лежать у цій площині, отже, їхні координати задовольняють рівняння площини, тобто

$$\begin{cases} B \cdot (-3) + C \cdot 2 + D = 0, \\ B \cdot 1 + C \cdot 4 + D = 0. \end{cases}$$

Віднімемо перше рівняння від другого: $4B + 2C = 0$, звідки $C = -2B$. З другого рівняння $D = -B - 4C$. Тоді

$$D = -B - 4C = \{C = -2B\} = -B - 4(-2B) = 7B.$$

Підставимо знайдені вирази $C = -2B$ і $D = 7B$ у рівняння

$$By + Cz + D = 0.$$

Маємо:

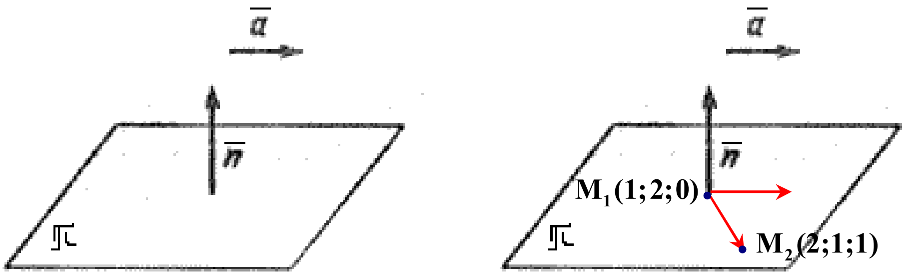
$$By - 2Bz + 7B = 0.$$

Поділивши на $B \neq 0$, отримуємо:

$$y - 2z + 7 = 0.$$

<u>Відповідь</u>: $y - 2z + 7 = 0.$

<u>Задача 3.</u> *Скласти рівняння площини, що проходить через точки $M_1(1;2;0)$ і $M_2(2;1;1)$ паралельно до вектора $\vec{a} = (3;0;1)$. Знайти кут між цією площиною та площиною $x - y - z - 10 = 0$.*



<u>*Розв'язання*</u>. ***1)*** Очевидно, що вектор нормалі $\vec{n} = (A;B;C)$ шуканої площини є перпендикулярним одночасно до двох векторів:

$$\vec{a} = (3;0;1) \text{ та } \vec{b} = \overrightarrow{M_1M_2} = (2-1;1-2;1-0) = (1;-1;1),$$

а значить, $\vec{n}$ колінеарний до $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$, зокрема, можна взяти

$$\vec{n}=\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 3 & 0 & 1\\ 1 & -1 & 1\end{vmatrix}=0-3\vec{k}+\vec{j}-0+\vec{i}-3\vec{j}=\vec{i}-2\vec{j}-3\vec{k}.$$

Отже, $\vec{n}=\vec{a}\times\vec{b}=(1;-2;-3)$ і площина проходить через, наприклад, точку $M_1(1;2;0)$. Пишемо рівняння прямої, що проходить через точку перпендикулярно до даного вектора: $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0.$

Підставляючи координати точки і вектора, маємо:

$$1\cdot(x-1)+(-2)\cdot(y-2)+(-3)\cdot(z-0)=0.$$

Відкриваючи дужки та зводячи подібні, дістаємо шукане рівняння:

$$x-2y-3z+3=0.$$

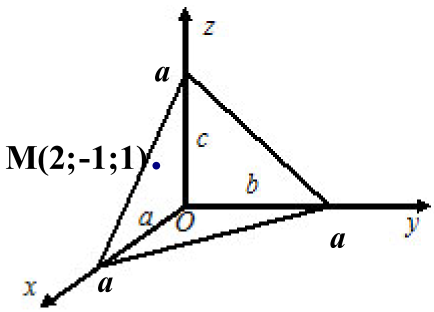
2) Знайдемо кут між площиною (π) $x-2y-3z+3=0$ та площиною (π_1) $x-y-z-10=0$. Кут між площинами дорівнює куту φ між їхніми векторами нормалі $\vec{n}=(1;-2;-3)$ та $\vec{n}_1=(1;-1;-1)$. Знайдемо косинус кута φ:

$$\cos\varphi=\frac{A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}=$$

$$=\frac{1\cdot1+(-2)\cdot(-1)+(-3)\cdot(-1)}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-3)^2}\sqrt{1^2+(-1)^2+(-1)^2}}=\frac{6}{\sqrt{14}\sqrt{3}}=\frac{6}{\sqrt{42}}$$

<u>Відповідь:</u> $x-2y-3z+3=0;\ \cos\varphi=\dfrac{6}{\sqrt{42}}$

<u>Задача 4.</u> *Скласти рівняння площини, що проходить через точку $M(2;-1;1)$ та відтинає на координатних осях рівні відрізки. Знайти об'єм піраміди, яку відтинає ця площина від координатного кута та відстань від початку координат до цієї площини .*



<u>Розв'язання</u>. ***1)*** Запишемо рівняння площини у відрізках:

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1.$$

За умовою задачі $b=c=a$. Тому

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{a}+\frac{z}{a}=1.$$

Точка $M(2;-1;1)$ належить шуканій площині, отже, $\dfrac{2}{a}+\dfrac{-1}{a}+\dfrac{1}{a}=1.$

Тоді $\dfrac{2}{a}=1$, отже, $a=2$. Таким чином, шукане рівняння має вигляд

$$\frac{x}{2}+\frac{y}{2}+\frac{z}{2}=1.$$

Домножаючи обидві частини на 2 та переносячи константу вліво, маємо

$$x+y+z-2=0.$$

2) Знаходимо далі об'єм піраміди, яку відтинає дана площина від першого координатного кута. Це прямокутна піраміда, в основі якої прямокутний рівнобедрений трикутник з катетом a=2, а висота піраміди - це відрізок довжини a=2, який площина відтинає на вісі Oz.

Таким чином,

$$V=\frac{1}{3}S_{осн}h=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}a^2\cdot a=\frac{a^3}{6}\ \ (од.^3)$$

При $a=2$ маємо: $V=\frac{a^3}{6}=\frac{2^3}{6}=\frac{4}{3}\ (од.^3)$

3) Знаходимо відстань від початку координат $O(0;0;0)$ до площини $x+y+z-2=0$. Використовуємо формулу

$$|d|=\frac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}.$$

Підставляємо $x_0=y_0=z_0=0$, $A=B=C=1$, $D=-2$:

$$|d|=\frac{|1\cdot 0+1\cdot 0+1\cdot 0-2|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\frac{2}{\sqrt{3}}.$$

<u>Відповідь:</u> $x+y+z-2=0;V=\frac{4}{3}\ (од.^3);|d|=\frac{2}{\sqrt{3}}$

<u>Задача 5.</u> *Визначити координати та напрямні косинуси вектора нормалі площини, яка проходить через точки $M_1(1;2;0)$, $M_2(2;1;1)$ і $M_3(3;0;1)$. З'ясувати, який кут дана площина утворює з площиною $x-y+3z-4=0$.*

<u>Розв'язання</u>. ***1)*** Запишемо рівняння площини, що проходить через три точки

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix}=0.$$

Підставимо координати заданих точок:

$$\begin{vmatrix} x-1 & y-2 & z-0 \\ 2-1 & 1-2 & 1-0 \\ 3-1 & 0-2 & 1-0 \end{vmatrix}=0.$$

Перетворимо:

$$\begin{vmatrix} x-1 & y-2 & z-0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \end{vmatrix}=0,$$

$$\underline{-(x-1)}\cancel{-2z}+\underline{\underline{2(y-2)}}\cancel{+2z}+\underline{2(x-1)}\underline{\underline{-(y-2)}}=0,$$

$$x-1+y-2=0,$$

$$(\pi)\ \ x+y-3=0\,.$$

2) Вектор нормалі знайденої площини має вигляд $\vec{n}=(1;1;0)$. Шукаємо його напрямні косинуси. Для вектора $\vec{a}=(a_x;a_y;a_z)$ напрямні косинуси (косинуси кутів, які утворює цей вектор з додатними напрямками координатних осей) обчислюють за формулами:

$$\cos\alpha=\frac{a_x}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}},\ \ \cos\beta=\frac{a_y}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}},\ \cos\gamma=\frac{a_z}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}}.$$

Підставляємо координати вектора $\vec{n}=(1;1;0)$:

$$\cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{1^2+1^2+0^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}},\ \ \cos\beta=\frac{1}{\sqrt{1^2+1^2+0^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}},$$

$$\cos\gamma=\frac{1}{\sqrt{1^2+1^2+0^2}}=\frac{0}{\sqrt{2}}=0.$$

3) Знаходимо косинус кута між площиною (π) $x+y-3=0$ з вектором нормалі $\vec{n}=(1;1;0)$ та площиною (π_1) $x-y+3z-4=0$ з вектором нормалі $\vec{n}_1=(1;-1;3)$:

$$\cos\varphi=\frac{A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}=$$

$$=\frac{1\cdot1+1\cdot(-1)+0\cdot3}{\sqrt{1^2+1^2+0^2}\sqrt{1^2+(-1)^2+3^2}}=\frac{0}{\sqrt{2}\sqrt{11}}=0,$$

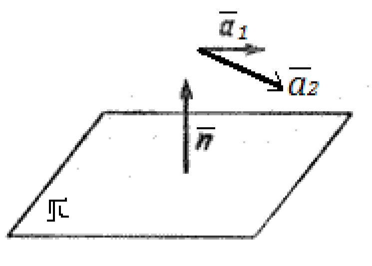
Отже, площини (π) та (π_1) перпендикулярні.

<u>Відповідь:</u> $x+y-3=0$; $\cos\alpha=\cos\beta=\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\cos\gamma=0$ ($\alpha=\beta=45^0$, $\gamma=90^0$);

площини перпендикулярні.

<u>Задача 8.</u> *Скласти рівняння площини, що проходить через точку $M_1(1;1;1)$ паралельно векторам $\overrightarrow{a_1}=(0;1;2)$ та $\overrightarrow{a_2}=(-1;0;1)$.*

<u>Розв'язання.</u>



Задача зводиться до задачі №3. Оскільки площина паралельна двом векторам $\overrightarrow{a_1}=(0;1;2)$ та $\overrightarrow{a_2}=(-1;0;1)$, то її вектор нормалі можна шукати у вигляді векторного добутку векторів $\overrightarrow{a_1}$ та $\overrightarrow{a_2}$:

$$\vec{n}=\overrightarrow{a_1}\times\overrightarrow{a_2}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\0&1&2\\-1&0&1\end{vmatrix}=\left(\begin{vmatrix}1&2\\0&1\end{vmatrix};-\begin{vmatrix}0&2\\-1&1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}0&1\\-1&0\end{vmatrix}\right)=\left(1;-2;1\right).$$

Пишемо рівняння прямої, що проходить через точку $M_1(1;1;1)$ перпендикулярно до вектора $\vec{n}=(1;-2;1)$:

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0.$$

Підставляючи координати точки і вектора, маємо:

$$1\cdot(x-1)+(-2)\cdot(y-1)+1\cdot(z-1)=0.$$

Відкриваючи дужки та зводячи подібні, дістаємо шукане рівняння:

$$x-2y+z=0.$$

Відповідь: $x-2y+z=0$.

Задача 6. *Скласти рівняння площини, яка проходить через точку* $M_0(1;0;-1)$ *і :*

а) *паралельна площині* $2x-y+3z=0$*;*

б) *перпендикулярна до площин* $x+2y+1=0$ *та* $3x-2y+z-4=0$.

Розв'язання. ***а)*** Шукана площина (π_1) паралельна площині (π) $2x-y+3z=0$, тому рівняння (π_1) можна шукати у вигляді

$$2x-y+3z+D=0.$$

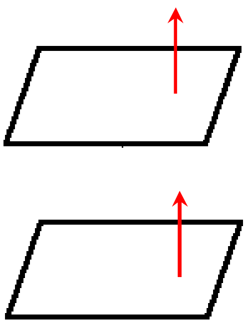
Невідомий коефіцієнт D знайдемо з умови, що точка $M_0(1;0;-1)$ лежить у площині (π_1):

$$2\cdot1-0+3\cdot(-1)+D=0,$$

звідки $D=1$. Отже, рівняння шуканої площини

$$2x-y+3z+1=0.$$

АБО Рівняння площини (π_1) можна записати, виходячи з умови, що вектором нормалі для (π_1) буде той самий вектор, що й для (π) - це вектор $\vec{n}=(2;-1;3)$



і (π_1) проходить через точку $M_0(1;0;-1)$. Цього досить, щоб записати рівняння вигляду

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0.$$

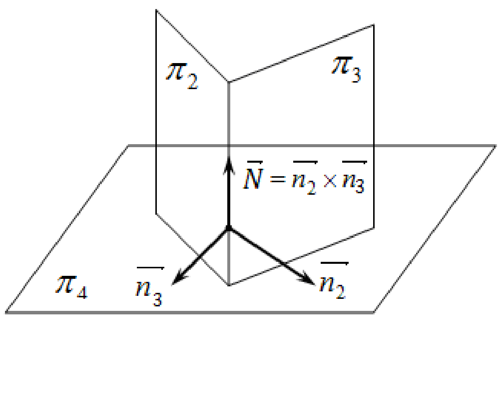
Підставляючи координати $\vec{n}=(2;-1;3)$ та $M_0(1;0;-1)$, записуємо рівняння шуканої площини:

$$2(x-1)+(-1)(y-0)+3(z-(-1))=0,$$

звідки

$$2x-y+3z+1=0.$$

б) Шукана площина π_4 перпендикулярна до площин (π_2) $x+2y+1=0$ та (π_3) $3x-2y+z-4=0$.



Зрозуміло, що вектор нормалі $\overrightarrow{N}$ шуканої площини можна шукати у вигляді векторного добутку векторів нормалей $\overrightarrow{n_2}$ і $\overrightarrow{n_3}$ площин π_2 та π_3:

$$\overrightarrow{N} = \overrightarrow{n_2} \times \overrightarrow{n_3} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix} = \vec{i}\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = 2\vec{i} - \vec{j} - 8\vec{k}.$$

Отже, можна записати рівняння площини, що проходить через точку $M_0(1;0;-1)$ перпендикулярно до вектора $\overrightarrow{N} = (2;-1;-8)$:

$$2(x-1) + (-1)(y-0) + (-8)(z-(-1)) = 0.$$

Спрощуючи, отримаємо: $2x - y - 8z - 10 = 0$.

<u>Відповідь</u>: а) $2x - y + 3z + 1 = 0$ ***; б)*** $2x - y - 8z - 10 = 0$

<u>Задача 7.</u> *Серед трьох пар площин знайти пару паралельних і знайти відстань між ними:*

а) $3x + y - z - 3 = 0$ *та* $6x + 2y - 2z - 6 = 0$;

б) $2x - y + z + 4 = 0$ *та* $x + y - z - 1 = 0$;

в) $2x - 3y + 5z - 1 = 0$ *та* $4x - 6y + 10z + 2 = 0$.

<u>Розв'язання</u>. Площини $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ та $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ паралельні, якщо

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2},$$

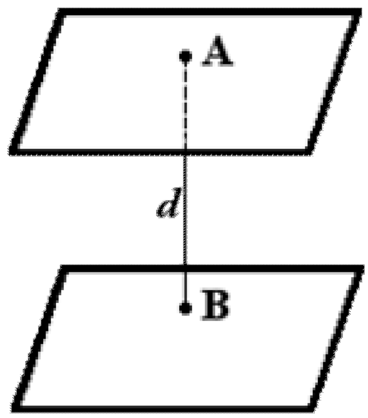
співпадають, якщо

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}$$

Перевіряємо пару площин а):

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = \frac{-1}{-2} = \frac{-3}{-6},$$

отже, площини цієї пари співпадають.



Перевіряємо пару площин б):

$$\frac{2}{1} \neq \frac{-1}{1} = \frac{1}{-1} \neq \frac{4}{-1},$$

отже, площини не паралельні.

Перевіряємо пару площин в):

$$\frac{2}{4} = \frac{-3}{-6} = \frac{5}{10} \neq \frac{-1}{2},$$

значить, площини паралельні, але не співпадають. Знайдемо відстань між цими площинами. Для цього візьмемо точку в одній площині та знайдемо відстань від неї до іншої площини. Беремо, наприклад, точку у площині (π) $2x - 3y + 5z - 1 = 0$ та шукаємо відстань від неї до площини (π_1) $4x - 6y + 10z + 2 = 0$. Щоб вибрати точку у площині, задамо 2 координати точки довільно, а третю знайдемо з рівняння площини, підставивши в нього дві довільно обрані нами. Нехай $x_0 = 0$, $y_0 = -2$, тоді, підставимо ці значення у рівняння площини (π) та знайдемо відповідну координату z_0:

$2 \cdot 0 - 3 \cdot (-2) + 5z_0 - 1 = 0 \Rightarrow z_0 = -1,$

отже, точка $M_0(0;-2;-1)$ належить площині (π). Шукаємо відстань від $M_0(0;-2;-1)$ до (π_1) $4x-6y+10z+2=0$:

$$|d|=\frac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}=\frac{|4\cdot 0-6\cdot(-2)+10\cdot(-1)+2|}{\sqrt{4^2+(-6)^2+10^2}}=\frac{4}{\sqrt{152}}=\frac{4}{2\sqrt{38}}=\frac{2}{\sqrt{38}}.$$

<u>Відповідь</u>: *пара паралельних площин -* ***в)****;* $|d|=\frac{2}{\sqrt{38}}$

3. Підведення підсумків заняття, оголошення домашнього завдання (до 5 хв.)

Д/з: пряма у просторі, взаємне розміщення прямої та площини у просторі, зб. задач Дубовик В.П., Юрик І.І. с. 66-67, №171, 174 (1), 175(1), 177(а), 179, 181, 185.