Міністерство освіти і науки України

Чернівецький національний університет

імені Юрія Федьковича

Інститут фізико-технічних та комп’ютерних наук

Відділ комп’ютерних технологій

Кафедра математичних проблем управління і кібернетики

**ЗВІТ**

**про виконання лабораторної роботи №2**

**з дисципліни «Числові методи».**

**Тема: Точне та наближене розв’язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь**

|  |  |
| --- | --- |
| Виконав студент | Бужак А.В. |
| Курс ІII |  |
| Група 341 |  |
| Викладач | Філіпчук О.І. |

Чернівці – 2018

**Хід роботи**

*Частина 1: Прямі (точні) методи розв’язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь*

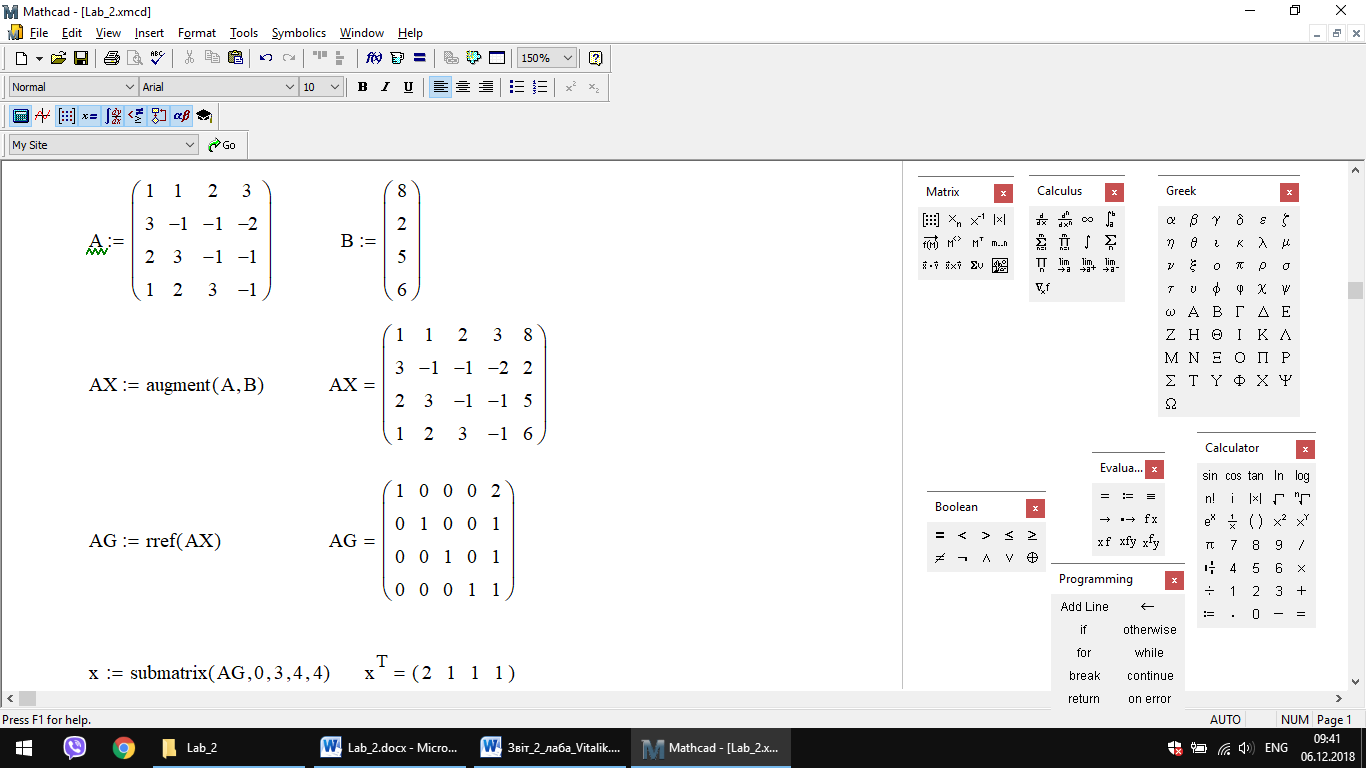
*Варіант №4*

**а) Метод Крамера.** Обчислимо головний визначник системи

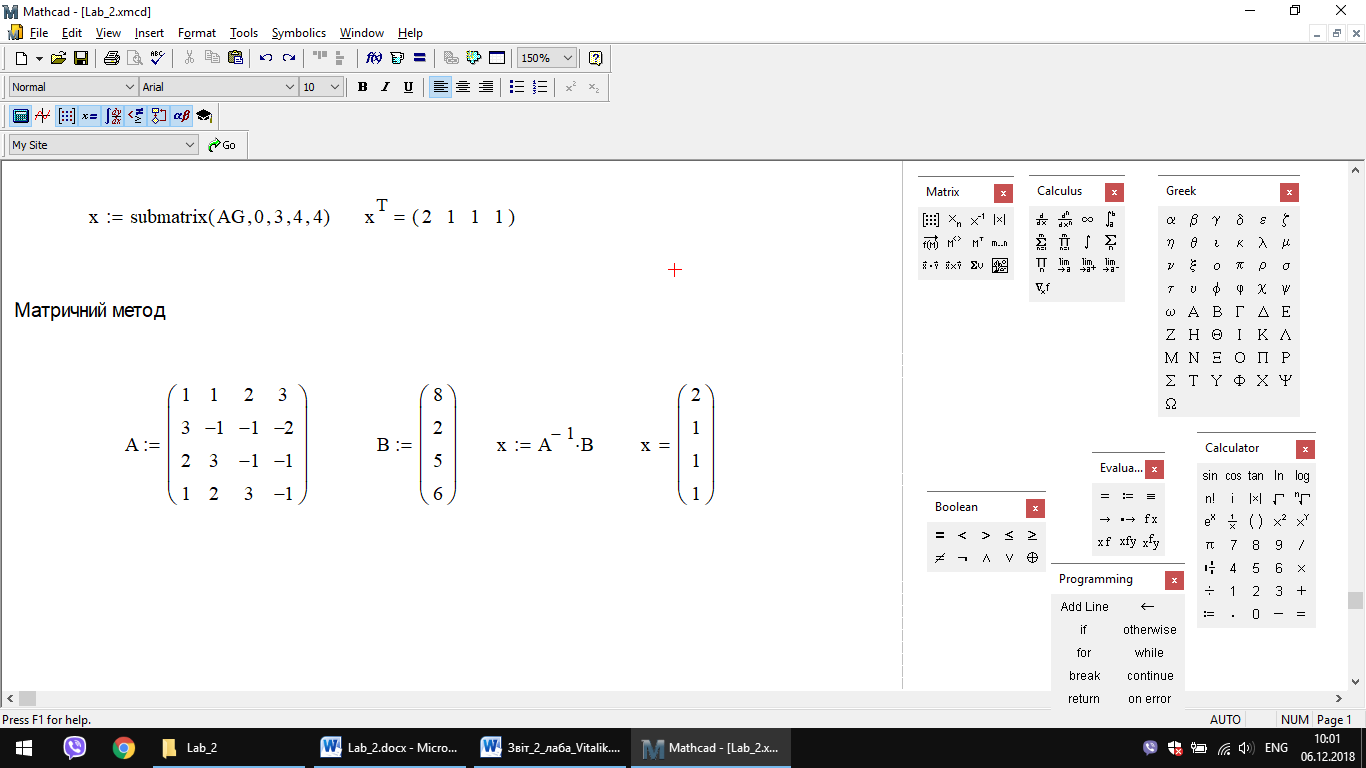
Головний визначник системи відмінний від нуля, тому за теоремою Крамера дана СЛАР має єдиний розв’язок, який знаходиться за формулами Крамера. Обчислимо ще три допоміжні визначники , замінюючи кожен раз -й стовпець стовпчиком правих частин вихідної системи:

Тоді

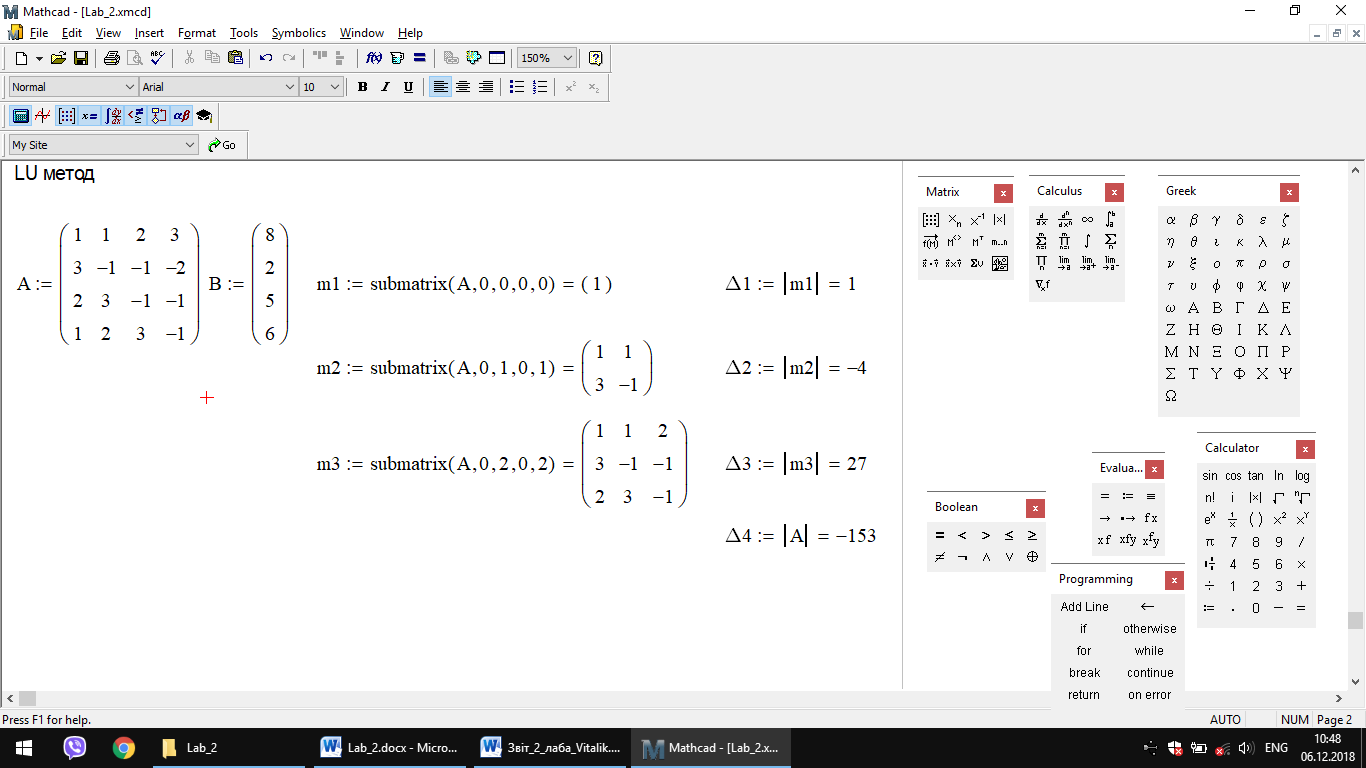
**б) Метод Гаусса.**



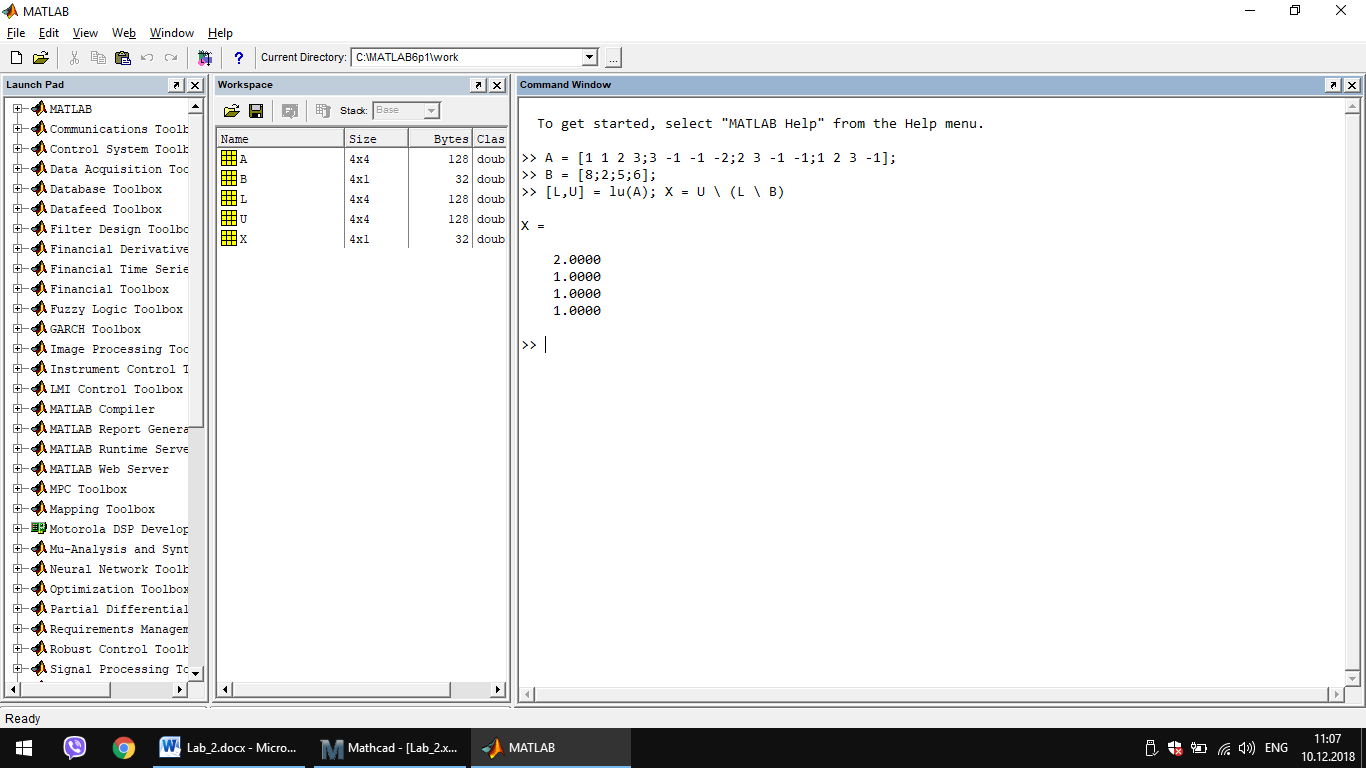
**в) Матричний метод (метод оберненої матриці).**



**г) Метод LU-розкладу.**



*Розв’язок у системі MatLab*



Усі головні мінори відмінні від нуля, тому для такої матриці можливий LU-розклад.

Подамо матрицю вихідної системи у вигляді добутку *A* = *LU*, де

- нижньотрикутна матриця з одиницями на головній діагоналі

- верхньотрикутна матриця.

Знайдемо елементи матриць L та U з рівності:

Виконаємо множення матриць у правій частині останньої рівності і отримаємо:

A=

→

Матриці L та U будуть мати вигляд:

Маємо *LUx* = *B*

Позначивши *Ux* = *y,* отримаємо *Ly* = *B*:

Звідси,

повернемось до системи Ux = y

Виконавши множення матриць у останній рівності, приходимо до східчастої системи

Відповідно до всіх методів, отримали розв’язок вихідної системи *x\* = (2, 1, 1, 1).*

*Частина 2: Наближені методи розв’язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь.*

[Теоретичні відомості та розв’язання типових прикладів]

***Хід роботи***

Попередньо звівши задану СЛАР до нормального вигляду, знайдемо наближене значення її розв’язку наближеними методами з точністю до ε = 0,001:

*Зведемо вихідну СЛАР до нормального (ітераційного) вигляду методом множення на матрицю (A - ε)-1* .

Матриця вихідної системи, очевидно, не задовольняє умовам діагонального переважання, адже

|a11| = 1 < 1+2+3 = |a12| + |a13| + |a14|

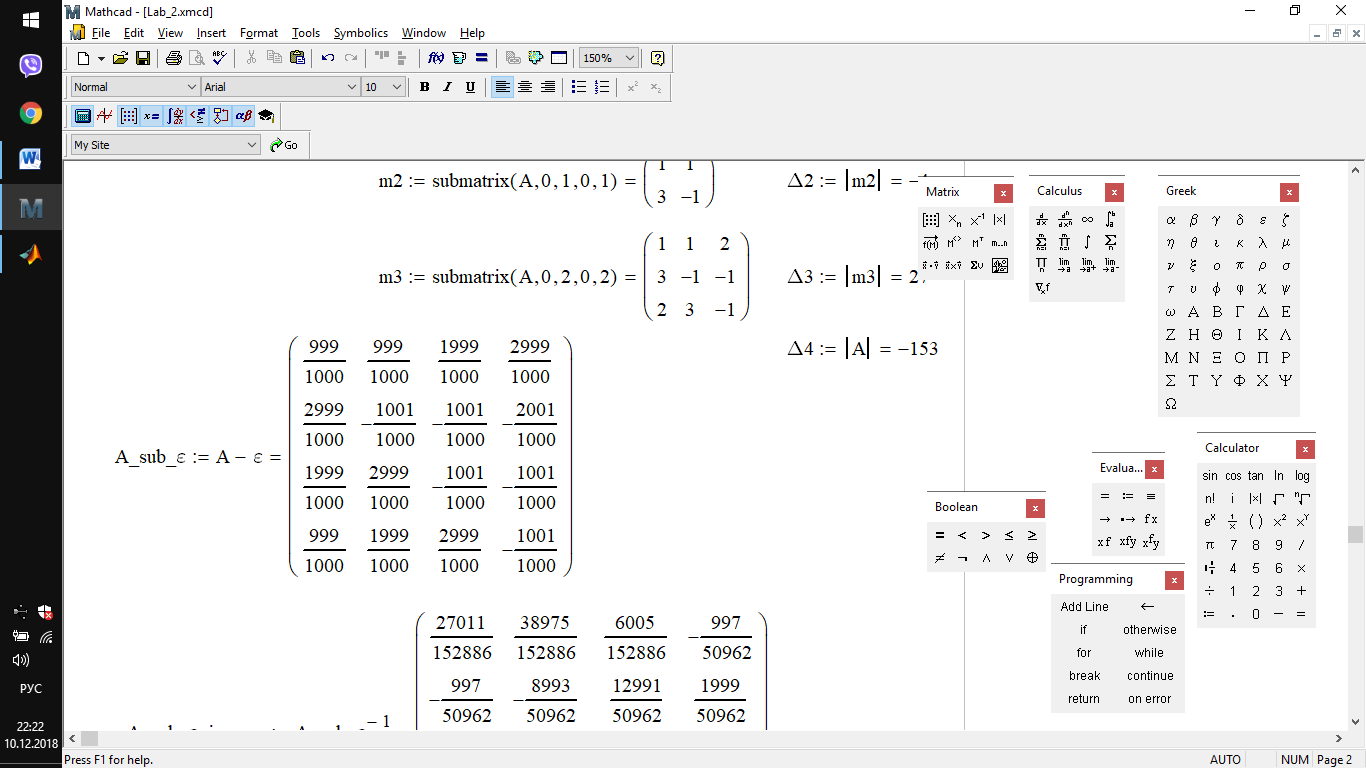
|a22| = 1 < 3+1+2 = |a21| + |a23| + |a24|

|a33| = 1 < 2+3+1 = |a31| + |a32| + |a34|

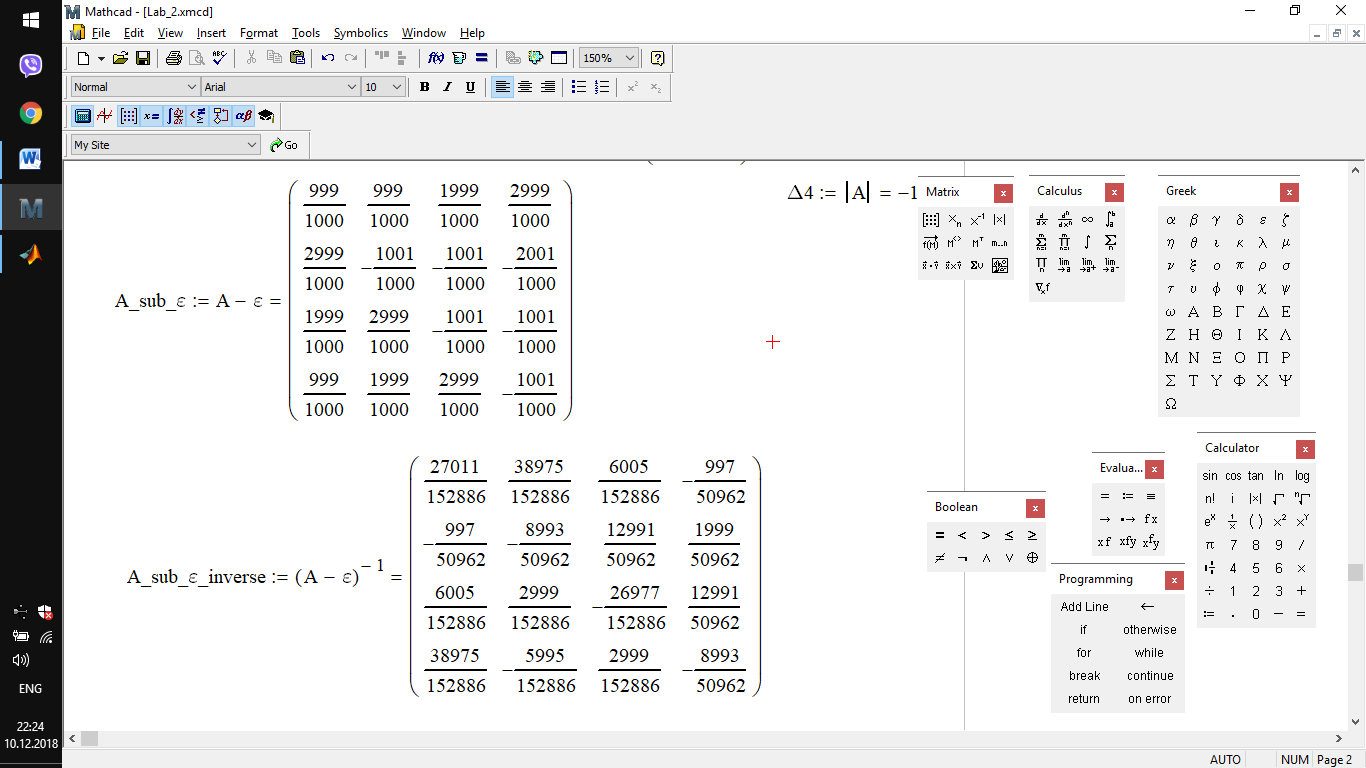
|a44| = 1 < 1+2+3 = |a41| + |a42| + |a43|

Матриця A є невиродженою, тому що визначник відмінний від 0, det(A) = -153.

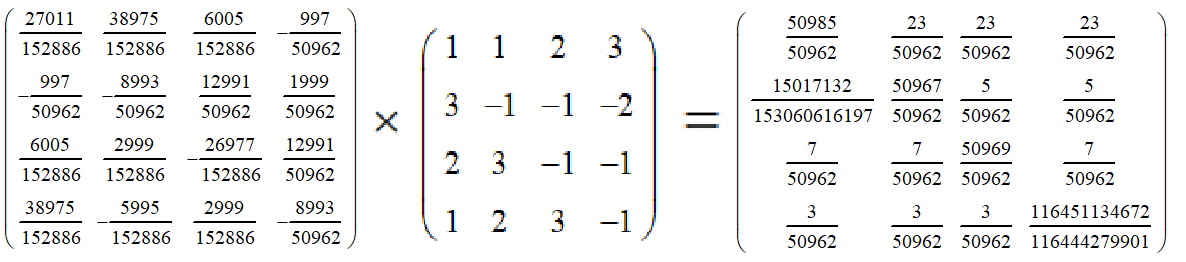
Візьмемо ε = 0,001 і побудуємо матрицю (*A ε* )-1 . Матриця A ε має вигляд

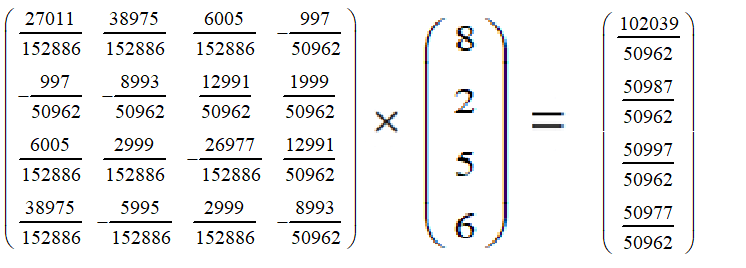


Тоді (*A ε* )-1 матиме вигляд:

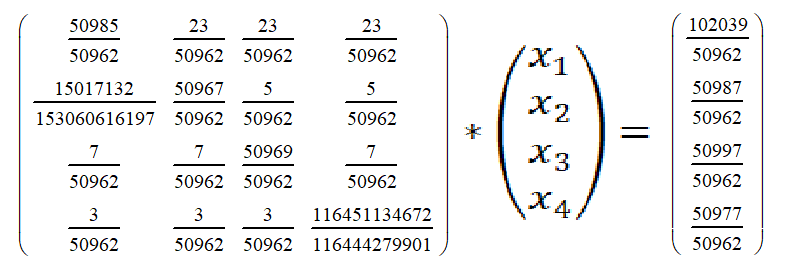


Помножимо матрицю A та B на знайдену матрицю (*A ε* )-1 :





Отримуємо таку рівність:

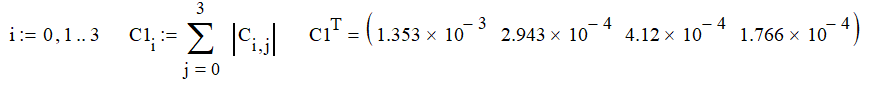


Дана матриця задовольняє умови діагонального переважання. Якщо помножити рівняння на 50962, ми отримаємо систему:

Далі розв’язуємо рівняння перетвореної системи відносно x і отримуємо систему у нормальному вигляді:

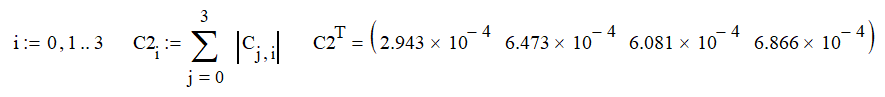
Знайдемо норми матриці С:





< 1





< 1



Нехай, наприклад ми зупинились на обчиленні норми . Тоді

Умова зупинки ітераційного процесу:



оскільки .

**Метод простої ітерації (Якобі)**

*Нульова ітерація.* В якості початкового наближення візьмемо нульовий вектор *x*(0) = (0,0,0,0)T. Оскільки попереднього наближення на цьому кроці немає, то і відхилень *ei* (*i* = 1,2,3,4) на цьому етапі немає.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *k* | *x1(k)* | *x2(k)* | *x3(k)* | *x4(k)* | *e1* | *e2* | *e3* | *e4* | *max |ei*| |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | - | - | - | - | - |
| 1 | 2,001 | 1 | 1,001 | 1 | 2,001 | 1 | 1,001 | 1 | 2,001 > ε |
| 2 | 1,99964 | 0,99960 | 1,00045 | 0,99976 | -0,00135 | -0,00039 | -0,00055 | -0,00024 | 0,00135 > ε |
| 3 | 1,99964 | 0,99960 | 1,00045 | 0,99976 | 5,31E-07 | 2,1E-07 | 2,72E-07 | 1,35E-07 | 5,3E-07 < ε |

заокруглимо отримані значення:

**Метод Зейделя**

МЗ, як і МПІ, застосовується до систем нормального вигляду , причому, умова завершення ітераційного процесу у МЗ така сама, як у МПІ. Отже, МЗ для даної системи ми розпочинаємо з її нормального вигляду

який був отриманий раніше і, оскільки то умова завершення ітераційного процесу у МЗ – це та сама умова



|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *k* | *x1(k)* | *x2(k)* | *x3(k)* | *x4(k)* | *e1* | *e2* | *e3* | *e4* | *max |ei*| |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | - | - | - | - | - |
| 1 | 2,001 | 0,999804 | 1,000588 | 0,99976 | 2,001 | 0,999804 | 1,000588 | 0,999764 | 2,001 > ε |
| 2 | 1,99964 | 0,999608 | 1,000451 | 0,99976 | -0,00135 | -0,0002 | -0,00014 | 9,93E-08 | 0,00135 > ε |
| 3 | 1,99964 | 0,999608 | 1,000451 | 0,99976 | 1,5E-07 | 1,34E-08 | -3,6E-11 | -9,6E-12 | 1,5E-07 < ε |

заокруглимо отримані значення:

*Порівняльна таблиця*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *№* | *Метод* |  |  |  |  | *Кількість ітерацій* |
| 1 | Точні методи | 2 | 1 | 1 | 1 | --- |
| 2 | МПІ | 1.9997 | 0.9996 | 1.0005 | 0.9998 | 4 |
| 3 | МЗ | 1.9997 | 0.9996 | 1.0005 | 0.9998 | 4 |