Bitte die Blätter nicht trennen!

Matrikelnummer:			
DHBW Duale Hochschule Baden-Württemberg Stuttgart **KLAUSURDECKBLATT**		Fakultät Studiengang: Jahrgang / Kurs : Studienhalbjahr:	**Technik** **Angewandte Informatik** **2016 B/K/ITA** **3. Semester**
Datum:	**23.11.2017**	Bearbeitungszeit:	**105 Minuten**
Modul: Unit:	**T2INF2002** **Formale Sprachen**	Dozent:	**Stephan Schulz** **Jan Hladik**
Hilfsmittel:	**Vorlesungsskript, eigene Notizen**		

Aufgabe	erreichbar	erreicht
1	12	
2	10	
3	8	
4	10	
5	11	
6	10	
7	10	
8	9	
9	10	
10	15	
11	5	
Summe	110	

1. Sind Sie gesund und prüfungsfähig?
2. Sind Ihre Taschen und sämtliche Unterlagen, insbesondere alle nicht erlaubten Hilfsmittel, seitlich an der Wand zum Gang hin abgestellt und nicht in Reichweite des Arbeitsplatzes?
3. Haben Sie auch außerhalb des Klausurraumes im Gebäude keine unerlaubten Hilfsmittel oder ähnliche Unterlagen liegen lassen?
4. Haben Sie Ihr Handy ausgeschaltet und abgegeben?

(Falls Ziff. 2 oder 3 nicht erfüllt sind, liegt ein Täuschungsversuch vor, der die Note „nicht ausreichend“ zur Folge hat.)

Aufgabe 1 (2+2+2+6P)

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Geben Sie (in grafischer Darstellung) deterministische endliche Automaten (*DFAs*) an, die die folgenden Sprachen erkennen.

a) $L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a \bmod 3 = 0\}$

b) $L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid w = va, v \in \Sigma^*, |v| \geq 1\}$ (d.h. w hat mindestens zwei Zeichen und endet mit a)

c) Verwenden Sie das in der Vorlesung gezeigte Verfahren, um aus dem Automaten A_2 für Aufgabenteil b) einen deterministischen endlichen Automaten (DFA) für die Sprache $L_3 = \overline{L_2}$ (*complement*) zu erzeugen.

d) Verwenden Sie die bisher erzeugten Automaten, um den Produktautomaten (*product automaton*) für die Sprache $L_4 = L_1 \cap \overline{L_2} = L_1 \backslash L_2$ zu erzeugen.

(Platz für Aufgabe 1)

Aufgabe 2 (6+4P)

Gegeben seien der reguläre Ausdruck $r_2 = (a + \varepsilon)(a + b)^*$ und die Sprache $L_2 = L(r_2)$ über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.

a) Verwenden Sie *exakt* das in der Vorlesung gezeigte Verfahren, um aus dem regulären Ausdruck r_2 einen nichtdeterministischen endlichen Automaten (NFA), der L_2 erkennt. Berücksichtigen Sie insbesondere alle ε-Übergänge. Es reicht die Darstellung des Ergebnisses in graphischer Form.

b) Zeigen Sie (mit Hilfe der algebraischen Äquivalenzen aus der Vorlesung) oder widerlegen Sie (durch Angabe eines geeigneten Wortes): $L_2 = L((a(a + b)^* + (b + a)(b + a)^* + \varepsilon))$

(Platz für Aufgabe 2)

Aufgabe 3 (8P)

Betrachten Sie den deterministischen endlichen Automaten A_3. Minimieren Sie den Automaten mit dem in der Vorlesung vorgestellten Verfahren und zeichnen Sie das Ergebnis. Sie können die unten stehende Tabelle verwenden.

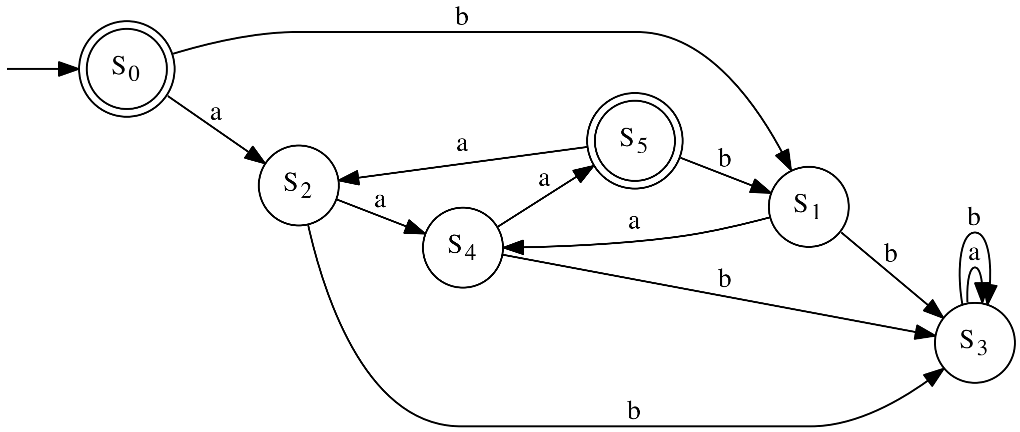


Abbildung 1: Automat A_3

	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
S_0	o					
S_1		o				
S_2			o			
S_3				o		
S_4					o	
S_5						o

(Platz für Aufgabe 3)

Aufgabe 4 (4+2+4P)

Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$. Sei $L_4 = \{a^n b^m c^{2n} \mid n, m \in \mathbb{N}\}$.

a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G mit $L(G) = L_4$ an.

b) Bestimmen Sie, welche der folgenden Wörter in L_4 sind. Geben Sie im positiven Fall eine Ableitung in G an.

   b1) bb

   b2) abc

   b3) $aaacccccc$

c) Zeigen Sie (durch Angabe eines geeigneten endlichen Automaten oder regulären Ausdrucks) oder widerlegen Sie (mittels Pumping-Lemma): L_4 ist regulär.

(Platz für Aufgabe 4)

Aufgabe 5 (2+3+6P)

Betrachten Sie den nichtdeterministischen endlichen Automaten A_5 in Abbildung 2.

a) Geben Sie zwei Läufe (*runs*) des Automaten A_5 auf der Eingabe $abbba$ an, von denen einer akzeptierend und einer nicht akzeptierend ist.

b) Beschreiben Sie $L(A_5)$ formal als Menge.

c) Konvertieren Sie A_5 mit dem in der Vorlesung angegebenen Verfahren in einen deterministischen endlichen Automaten. Geben Sie das Ergebnis als Tabelle an und zeichnen Sie die graphische Darstellung.

(Der Automat ist auf der nächsten Seite noch einmal abgebildet, falls Sie mehr als eine Seite benötigen.)

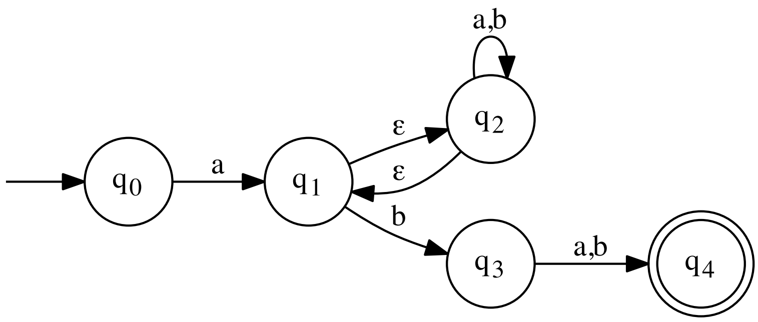
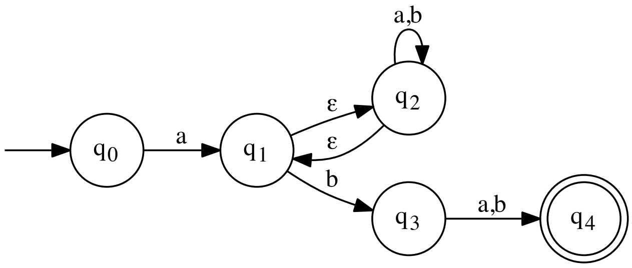
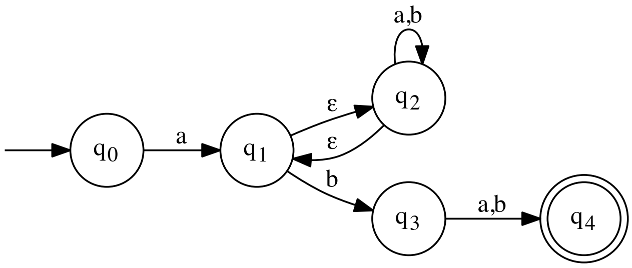


Abbildung 2: Automat A_5



(Platz für Aufgabe 5)



(Platz für Aufgabe 5)

Aufgabe 6 (4+6P)

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Betrachten Sie den Automaten A_6 in Abbildung 3.

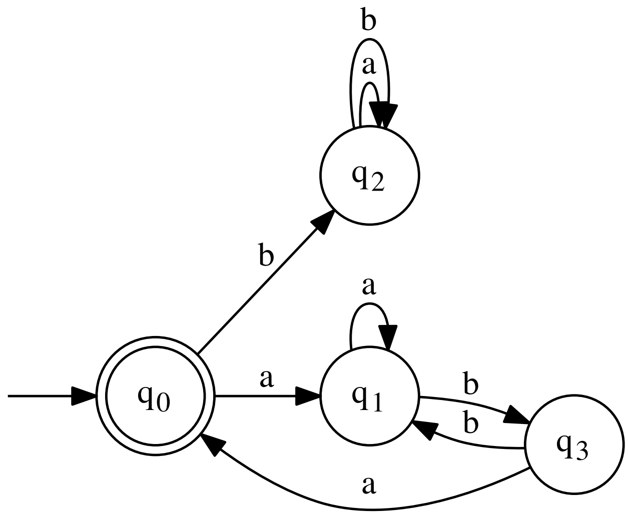


Abbildung 3: Automat A_6

a) Stellen Sie ein Gleichungssystem auf, das die an den verschiedenen Zuständen akzeptierten Sprachen beschreibt.

b) Lösen Sie dieses Gleichungssystem und geben Sie so einen regulären Ausdruck an, der die von A_6 akzeptierte Sprache beschreibt.

(Platz für Aufgabe 6)

Aufgabe 7 (10 Punkte)

Betrachten Sie die folgende Grammatik $G_7 = (N, \Sigma, P, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, o, c, d, s, e\}$, $N = \{R, L, X\}$, Startsymbol R, und P mit den folgenden Produktionen:

1. $R \to L$
2. $R \to RdR$
3. $R \to oRc$
4. $R \to Rs$
5. $R \to XL$
6. $R \to e$
7. $L \to a$
8. $L \to b$

Konvertieren Sie G_7 mit dem Verfahren aus der Vorlesung in Chomsky-Normalform. Geben Sie nach jedem wesentlichen Zwischenschritt den Zustand der Regelmengen (*productions*) an, am Ende die gesamte entstandene Grammatik in CNF.

(Platz für Aufgabe 7)

Aufgabe 8 (1+3+4+1P)

Gegeben sei der Kellerautomat (PDA) $A_8 = (\{0,1,2\}, \{a,b,c\}, \{Z,A,B\}, \Delta, 0, Z)$ mit der Übergangsrelation Δ in der folgenden Tabelle:

Q (Ausgangs-zustand)	Σ (Alphabet-symbol)	Γ (gelesenes Stacksymbol)	Γ* (geschriebene Stacksymbole)	Q (Ziel-zustand)
0	ε	Z	ε	0
0	a	Z	AZ	0
0	a	A	AA	0
0	b	Z	BZ	1
0	b	A	ε	1
1	b	A	ε	1
1	b	Z	BZ	1
1	b	B	BB	1
1	ε	Z	ε	1
1	c	B	ε	2
2	c	B	ε	2
2	ε	Z	ε	2

a) Ist A_8 deterministisch? Begründen Sie Ihre Antwort.

b) Geben Sie jeweils eine vollständige Konfigurationsfolge von A_8 auf den folgenen Wörtern an, d.h. eine Folge, bei der die letzte Konfiguration keine mögliche Nachfolgekonfiguration hat. Wenn das Wort in $L(A_8)$ ist, muss die Konfigurationsfolge akzeptierend sein.

   b1) $abbbcc$

   b2) $aabbcc$

   b3) $bbcc$

c) Beschreiben Sie die von A_8 akzeptierte Sprache formal als Menge.

d) Geben Sie, falls möglich, einen regulären Ausdruck für $L(A_8)$ an. Anderenfalls begründen Sie, warum dies nicht möglich ist (ohne Beweis).

(Platz für Aufgabe 8)

Aufgabe 9 (5+5P)

Betrachten Sie die Grammatik $G_9 = (\{C, D, K, F, S, X, Y\}, \{a, b, c, d, e, k, f\}, P, S)$ mit

$$P = \left\{ \begin{array}{lcl} S & \rightarrow & SX \\ X & \rightarrow & DS \\ S & \rightarrow & FY \\ Y & \rightarrow & SC \\ S & \rightarrow & SK \\ S & \rightarrow & a \\ S & \rightarrow & b \\ D & \rightarrow & d \\ F & \rightarrow & f \\ C & \rightarrow & c \\ K & \rightarrow & k \end{array} \right\}$$

Bestimmen Sie mit Hilfe des CYK-Algorithmus, ob die folgenden Wörter in $L(G_9)$ enthalten sind:

a) $w_1 = fadbck$

b) $w_2 = addbkf$

Tabelle für Teil a)

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						
$w_1 =$	f	a	d	b	c	k

Ist $w_1 \in L(G_9)$? Ja □ Nein □

(Platz für Aufgabe 9)

$$P = \left\{ \begin{array}{lcl} S & \rightarrow & SX \\ X & \rightarrow & DS \\ S & \rightarrow & FY \\ Y & \rightarrow & SC \\ S & \rightarrow & SK \\ S & \rightarrow & a \\ S & \rightarrow & b \\ D & \rightarrow & d \\ F & \rightarrow & f \\ C & \rightarrow & c \\ K & \rightarrow & k \end{array} \right\}$$

Tabelle für Teil b)

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						
$w_1 =$	a	d	d	b	k	f

Ist $w_2 \in L(G_9)$? Ja □ Nein □

Aufgabe 10 (1+6+3+2+3P)

Gegeben sei die Turing-Maschine $\mathcal{M} = (\{0,1,2,3,4,5,6\}, \{a,b\}, \{a,b,\square\}, \Delta, 0, \{6\})$, wobei Δ in der folgenden Tabelle gegeben ist:

Q (Ausgangs-zustand)	Γ (gelesenes Bandsymbol)	Γ (geschriebenes Bandsymbol)	$\{\ell, r, n\}$ (Kopf-bewegung)	Q (Folge-zustand)
0	a	$\square$	r	1
0	b	$\square$	r	2
0	$\square$	$\square$	n	6
1	a	a	r	1
1	b	b	r	1
1	$\square$	$\square$	ℓ	3
2	a	a	r	2
2	b	b	r	2
2	$\square$	$\square$	ℓ	4
3	a	$\square$	ℓ	5
3	$\square$	$\square$	n	6
4	b	$\square$	ℓ	5
4	$\square$	$\square$	n	6
5	a	a	ℓ	5
5	b	b	ℓ	5
5	$\square$	$\square$	r	0

1. Ist $\mathcal{M}$ deterministisch? Begründen Sie Ihre Antwort.
2. Geben Sie jeweils eine Berechnung von $\mathcal{M}$ auf den Wörtern aba und baa an, die in einer Stop-Konfiguration endet. Welche(s) der Wörter werden (wird) akzeptiert?
3. Welche Sprache akzeptiert $\mathcal{M}$?
4. Wie viele Schritte führt $\mathcal{M}$ für eine Eingabe der Länge n aus ($\mathcal{O}$-Notation)?
5. Beschreiben Sie informell, wie eine Turing-Maschine vorgehen könnte, die dieselbe Sprache deutlich effizienter erkennt. (Sie müssen die TM *nicht* detailliert angeben.) Sie können hierfür sämtliche in der Vorlesung verwendeten Varianten der Turing-Maschine einsetzen. Wie effizient ist Ihre Lösung ($\mathcal{O}$-Notation)?

(Platz für Aufgabe 9)

Aufgabe 11 (5P)

In der Vorlesung wurde das Wortproblem (WP) auf das Halteproblem (HP) für Turing-Maschinen reduziert.

Zeigen Sie jetzt die entgegengesetzte Richtung, d.h. reduzieren Sie das Halteproblem auf das (allgemeine) Wortproblem. Geben Sie hierzu eine Funktion f an, die Paare $(\mathcal{M}, w)$ von Turing-Maschinen $\mathcal{M}$ und Wörtern w auf Paare $(\mathcal{M}', w')$ abbildet, so dass gilt:

$$(\mathcal{M}, w) \in \text{HP genau dann, wenn } (\mathcal{M}', w') \in \text{WP}.$$

Ende