

Aufgabenblatt 17

Unendliches Produkt

Bestimmen Sie $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{e} \cdot \sqrt[4]{e} \cdot \sqrt[8]{e} \cdot \sqrt[16]{e} \cdots \sqrt[2^n]{e}$.

Ableitungen

Leiten Sie die folgenden Funktionen ab.

$$f(x) = \frac{1}{40}(x^4 - 26x^2 + 48x - 23) \quad g(x) = \frac{x^3 - 5x^2 - x + 5}{3x^2}$$

$$h(x) = \frac{3x^3}{3x^2 - 4}$$

$$k(x) = x^2 e^x$$

$$\ell(x) = e^{-3x+2}$$

$$m(x) = e^{-2x^2}$$

$$n(x) = x e^{-x}$$

$$p(x) = \sin(e^{2x^2})$$

$$q(x) = \frac{3(x-1)^2}{x^3 - 2}$$

$$\cosh(x) := \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$$

$$\sinh(x) := \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$$

$$\tanh(x) := \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

$$\cot(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$$

$$r(x) = \frac{(x^2 + 1)e^x}{x - 1}$$

$$s(x) = (x^3 - 8x^2)^8$$

$$t(x) = \frac{1}{(2x^3 + x)^3}$$

$$u(x) = \sin(2x) \cos(x)$$

$$v(x) = e^{-3x} \cos(x)$$

$$w(x) = \frac{e^x \cos(x)}{e^x + \sin(x)}$$

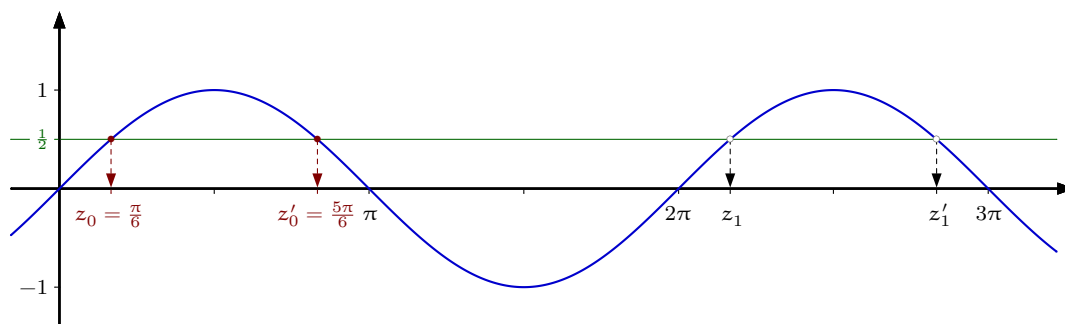
$$z(x) = \frac{e^{-3x}}{\cos(2x)}$$

Eine Gleichung mit vielen Lösungen

Finden Sie alle Lösungen der Gleichung $\cos(2x - 1) = \frac{1}{2}$.

Hinweis: Wie löst man z. B. $\sin(3x - 1) = \frac{1}{2}$?

a) Man setzt $3x - 1 = z$ und sucht alle Lösungen z_k von $\sin(z) = \frac{1}{2}$. Dazu macht man sich eine Skizze, an der man die beiden Grundlösungen z_0 und z'_0 ablesen kann:



Dann bildet man die beiden Lösungsfolgen $z_k = z_0 + k \cdot 2\pi$ und $z'_k = z'_0 + k \cdot 2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

b) Man löst $3x_k - 1 = z_k$ bzw. $3x'_k - 1 = z'_k$ nach x_k bzw. x'_k auf.

Kurvendiskussion

Führen Sie eine vollständige Kurvendiskussion für die Funktion

$$q(x) := \frac{3x^3}{3x^2 - 4}$$

durch.

Bestimmen Sie alle Tangenten durch den Punkt $A := [-1, 3]$.

Fertigen Sie eine sorgfältige Skizze an.