Übungen zum Kapitel 3

Übung 3.1

Berechnen Sie die Jacobi-Matrix der folgenden Funktionen:

$a)$ $f(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_2$.

$b)$ $f(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} \sqrt{x_1^2 + x_2^2} \\ \ln(x_3 - x_1) \end{pmatrix}$,

$c)$ $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 - x_2^2 + e^{x_3}$.

$d)$ $f(x_1, x_2) = x_1(x_2 - 1) + x_1^3$

Übung 3.2

Berechnen Sie die Hesse Matrix der Funktionen

$a)$ $f(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_2$.

$b)$ $f(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} \sqrt{x_1^2 + x_2^2} \\ \ln(x_3 - x_1) \end{pmatrix}$,

$c)$ $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 - x_2^2 + e^{x_3}$.

$d)$ $f(x_1, x_2) = x_1(x_2 - 1) + x_1^3$

Übung 3.3

Berechnen Sie falls vorhanden die lokalen Extremumstellen der Funktionen:

$a)$ $c)$ $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 - x_2^2 + e^{x_3}$.

$b)$ $f(x_1, x_2) = x_1(x_2 - 1) + x_1^3$

Übung 3.4

Das Risiko bei einem Portfolio aus drei Aktien ist gegeben durch

$$R(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = \frac{1}{2}\alpha_1 + \frac{1}{2}\alpha_2 + \frac{1}{2}\alpha_3,$$

wobei

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1$$

$\alpha_j \in [0\,,1]$ die Anteile sind, die in der j-ten Aktie veranlagt wurden.

Bei welchen Anteilen ergibt sich das minimale Risiko?

Übung 3.5

Durch Lagerung und Transport zweier Produkte entstehen

bei einer Bestellmenge $x = (x_1, x_2)$ der beiden Produkte Kosten von

$$K(x) = \frac{a}{x_1} + \frac{b}{x_2} + cx_1 + dx_2 + e.$$

Bei welcher Bestellmenge $x = (x_1, x_2)$ sind die Kosten minimal?