

Übungen zum Kapitel 5

Übung 5.1

Lösen Sie die folgenden GDL

a) $y^2 = -9 + y'$,

b) $y^2 = -1 + y \cdot y'$,

c) $y' \tan(x) - 2\sqrt{y} = 0$,

d) $e^{y \cdot y'} - x = 0$,

Übung 5.2

Gegeben ist die lineare Differenzialgleichung erster Ordnung

$$y' - \frac{y}{x} = x$$

- 1) Berechnen Sie die allgemeine Lösung der homogenen Differenzialgleichung durch Separation.
- 2) Bestimmen Sie eine partikuläre Lösung durch Variation der Konstanten und skizzieren Sie einige Lösungskurven.
- 3) Jede Kurve der Lösungsschar besitzt genau einen Extremwert. Bestimmen Sie die Ortskurve aller Extrempunkte direkt aus der Differenzialgleichung.

Übung 5.3

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme:

a) $y'' + 4y' + (4 + \omega^2)y = 0, y(0) = 1, y'(0) = \omega - 2$,

b) $y'' - 2ky' + k^2y = 0, y(0) = \sqrt{2}, y'(0) = k\sqrt{2}$

Übung 5.4

Berechnen Sie für $x \geq 0$ die allgemeine Lösung der Differenzialgleichung

$$2xy'' - y' = 9x^2.$$

Übung 5.5

Berechnen Sie die allgemeine Lösung der folgenden Differenzialgleichungen:

$$a) y'' + 2y' + 5y = 50x + 8e^{-x}$$

$$b) y'' + 2y' + 5y = \cos(2x)$$

$$c) y''' + y = 12 \cosh(x)$$

Übung 5.6

Welche Lösungskurve der Differenzialgleichung

$$y'' + 2y' - 3y = 2\sin(x)$$

geht mit der Steigung 1 durch den Nullpunkt?