

**Bitte die Blätter nicht trennen!**

Matrikelnummer:	
 <b>DHBW</b> Duale Hochschule Baden-Württemberg Stuttgart <b>ÜBUNGSKLAUSUR</b>	Fakultät: <b>Technik</b> Studiengang: <b>Informatik</b> Jahrgang / Kurs : <b>TINF23A</b> Studienhalbjahr: <b>3. Semester</b>
Datum: <b>November 2024</b>	Bearbeitungszeit: <b>90 Minuten</b>
Modul: <b>T3INF2002</b> Unit: <b>Formale Sprachen</b>	Dozent: <b>Kötter</b>
Hilfsmittel: <b>2 doppelseitige, handbeschriebene Blätter DIN A4</b>	

Aufgabe	Thema	gesamt
1	Reguläre Sprachen	4
2	Chomsky-Hierarchie	9
3	KFG und Pumping-Lemma	11
4	NFA und DFA	10
5	REs aus DFA	8
6	Chomsky-NF	5
7	CYK	11
8	Turing-Maschine	10
9	WHILE-Programm	12
10	Aussagen	10
Summe		90

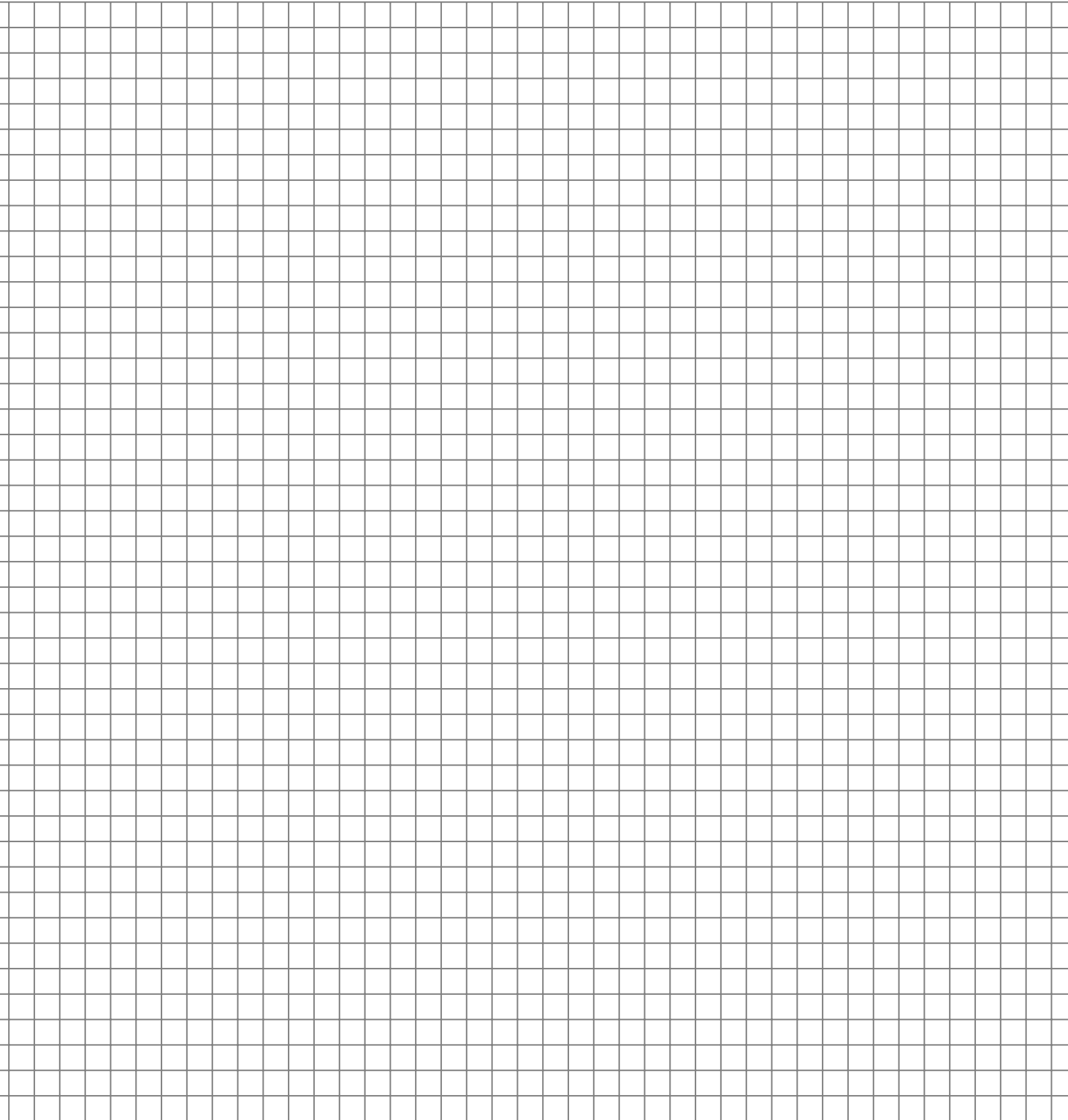
1. Sind Sie gesund und prüfungsfähig?
2. Sind Ihre Taschen und sämtliche Unterlagen, insbesondere alle nicht erlaubten Hilfsmittel, seitlich an der Wand zum Gang hin abgestellt und nicht in Reichweite des Arbeitsplatzes?
3. Haben Sie auch außerhalb des Klausorraumes im Gebäude keine unerlaubten Hilfsmittel oder ähnliche Unterlagen liegen lassen?
4. Haben Sie Ihr Handy ausgeschaltet und abgegeben?

(Falls Ziff. 2 oder 3 nicht erfüllt sind, liegt ein Täuschungsversuch vor, der die Note „nicht ausreichend“ zur Folge hat.)

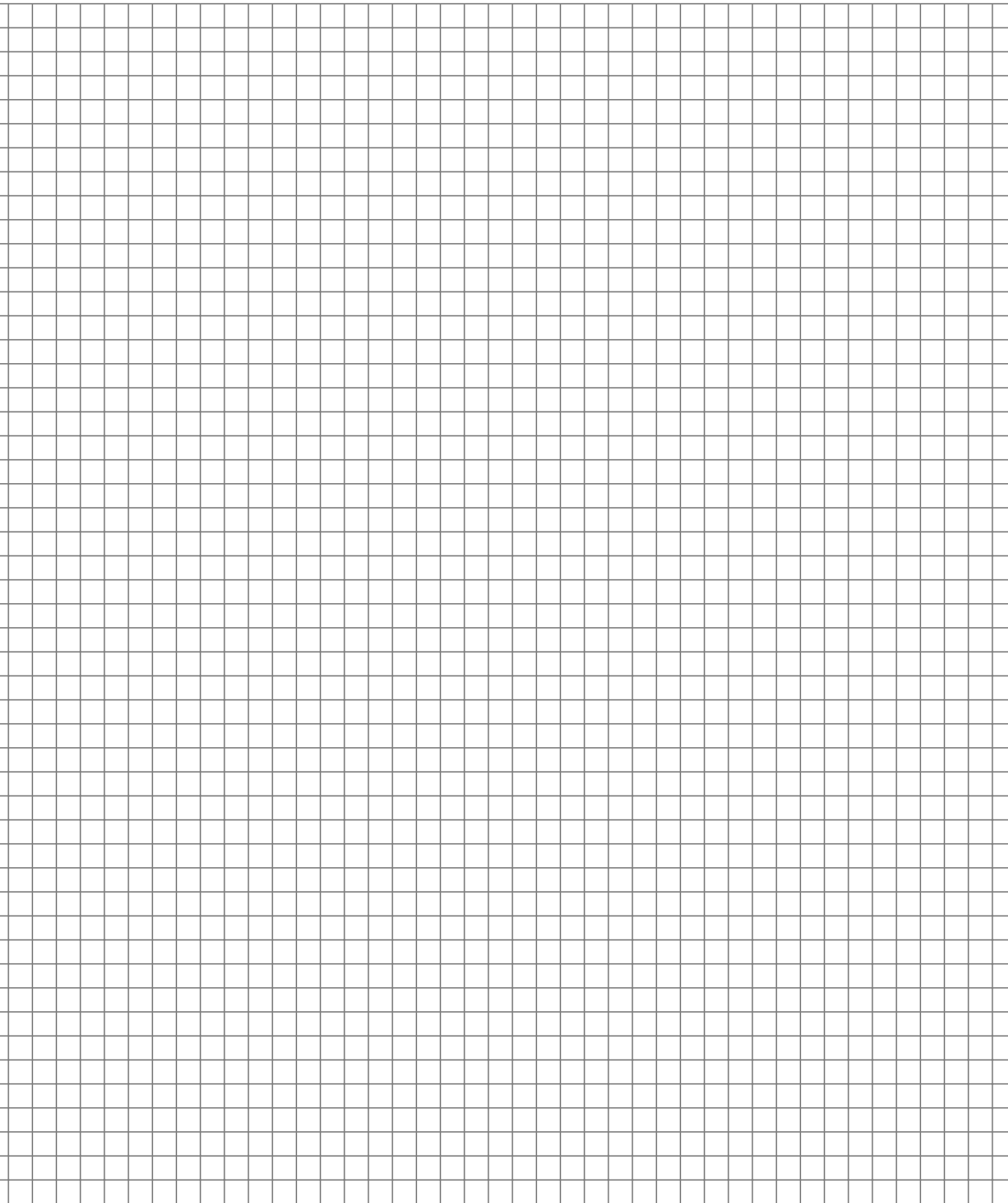
**Aufgabe 1 (1+3 Punkte)**

Betrachten Sie das Alphabet  $\Sigma = \{a, b\}$  und die Sprache  $L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid aa \text{ oder } bb \text{ ist ein Teilwort von } w\}$ . Beachten Sie dass  $aa$  ein Teilwort von  $aa$  ist, d.h.  $aa, bb \in L$ .

- a) Geben Sie einen regulären Ausdruck  $r$  mit  $L(r) = L_1$  an.
- b) Geben Sie einen deterministischen endlichen Automaten  $A$  mit  $L(A) = L_1$  in graphischer Darstellung an.



(Platz für Aufgabe 1)



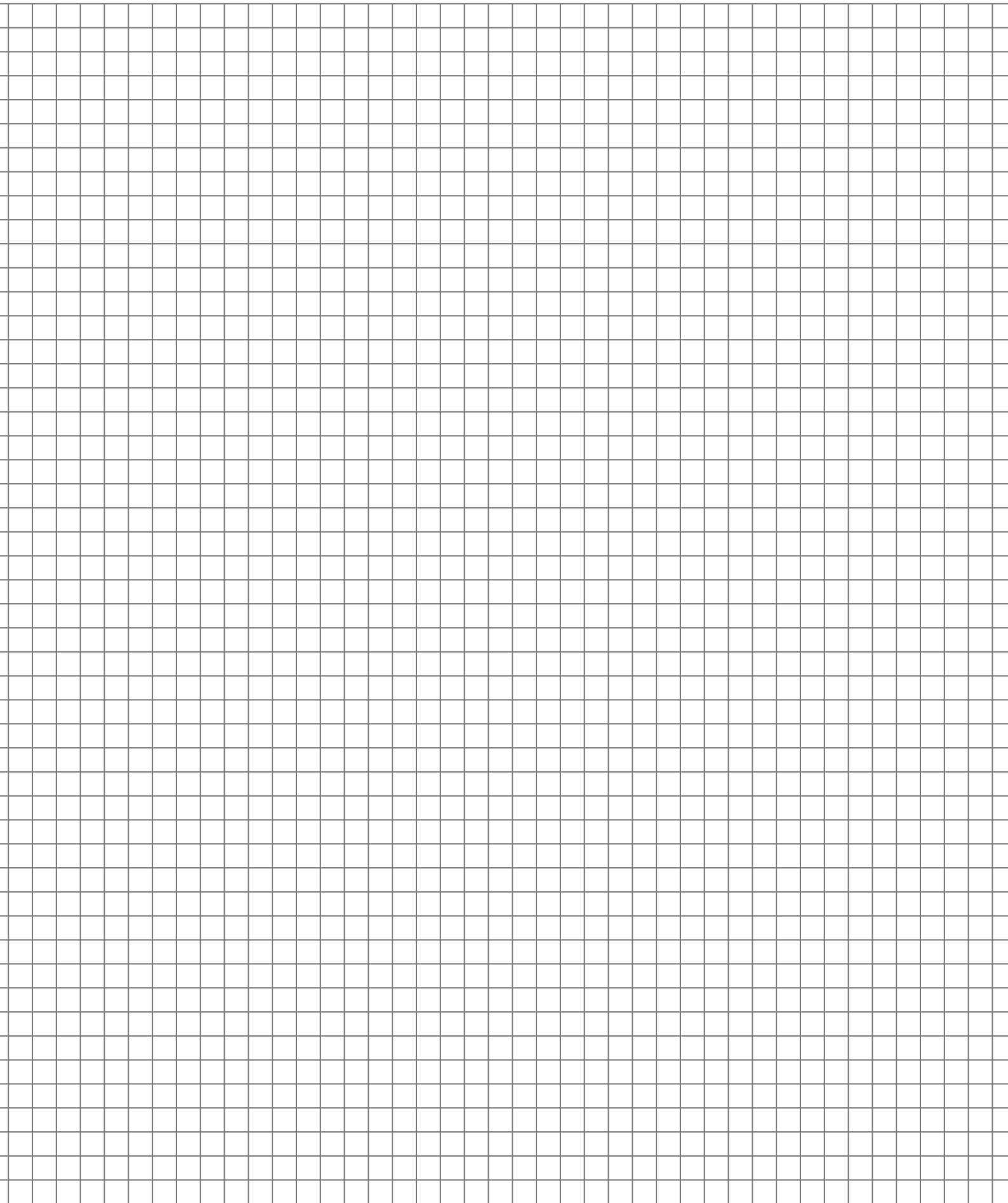
**Aufgabe 2 (1+2+2+4 Punkte)**

Betrachten Sie die Grammatik  $G_1 = (N, \Sigma, P, S)$  mit  $N = \{S, C, D, E\}$ ,  $\Sigma = \{a, b\}$  und folgenden Produktionen:

$$P = \{ \begin{array}{l} S \rightarrow CSD \\ S \rightarrow EaE \\ C \rightarrow cC \\ D \rightarrow d \\ aE \rightarrow aaE \\ aE \rightarrow a \\ Ea \rightarrow Eba \\ Eb \rightarrow Ebb \\ Eb \rightarrow b \end{array} \}$$

- a) Welcher ist der maximale Typ der *Grammatik* (in der Chomsky-Hierarchie)?  
Begründen Sie Ihre Antwort.
- b) Geben Sie Ableitungen für zwei Worte aus  $L(G_1)$ .
- c) Geben Sie die von der Grammatik erzeugte Sprache formal als Menge an.
- d) Welcher ist der maximale Typ dieser *Sprache* (in der Chomsky-Hierarchie)?  
Geben Sie eine äquivalente Grammatik mit dem maximal möglichen Typ an.

(Platz für Aufgabe 2)

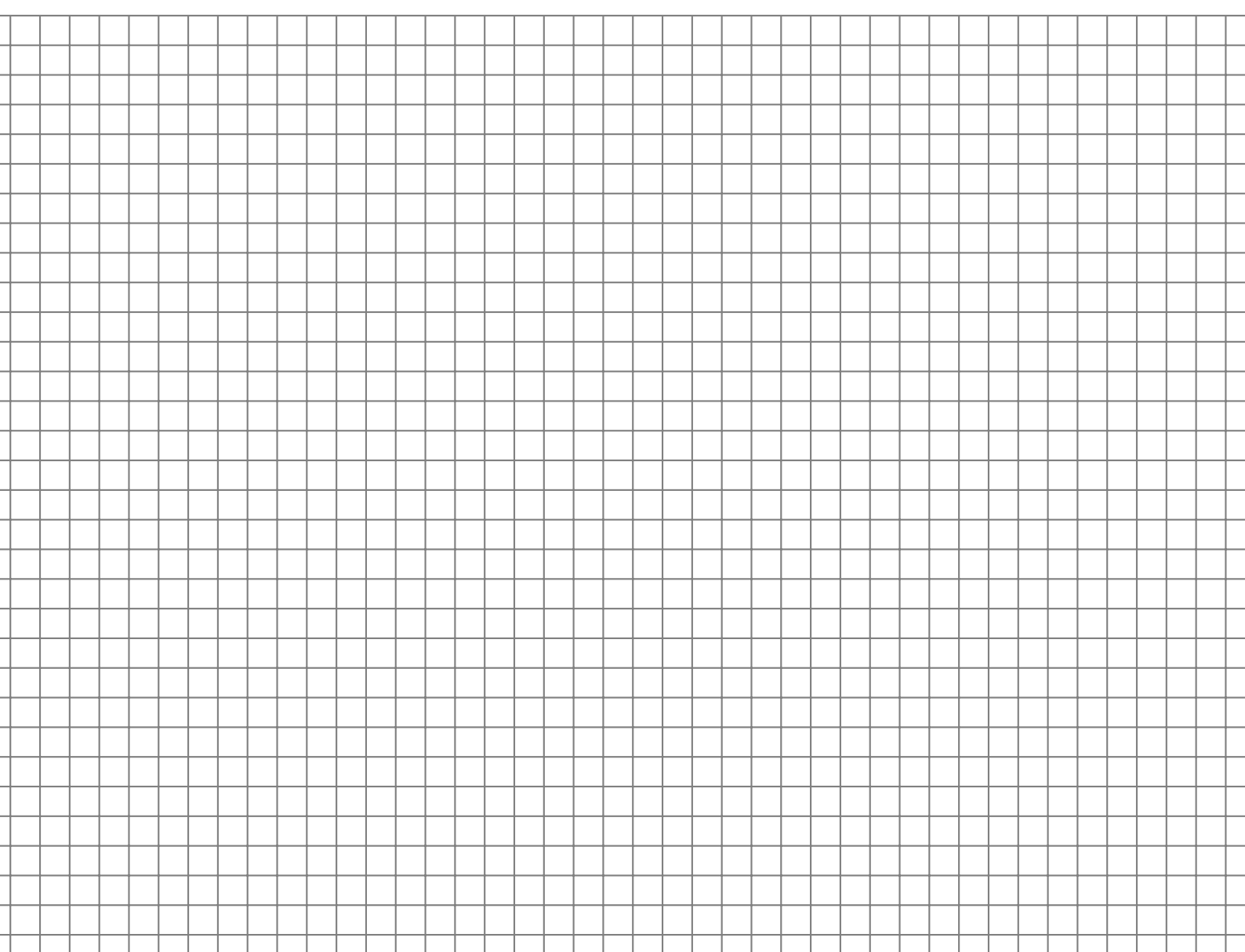


**Aufgabe 3 (3+2+4+2 Punkte)**

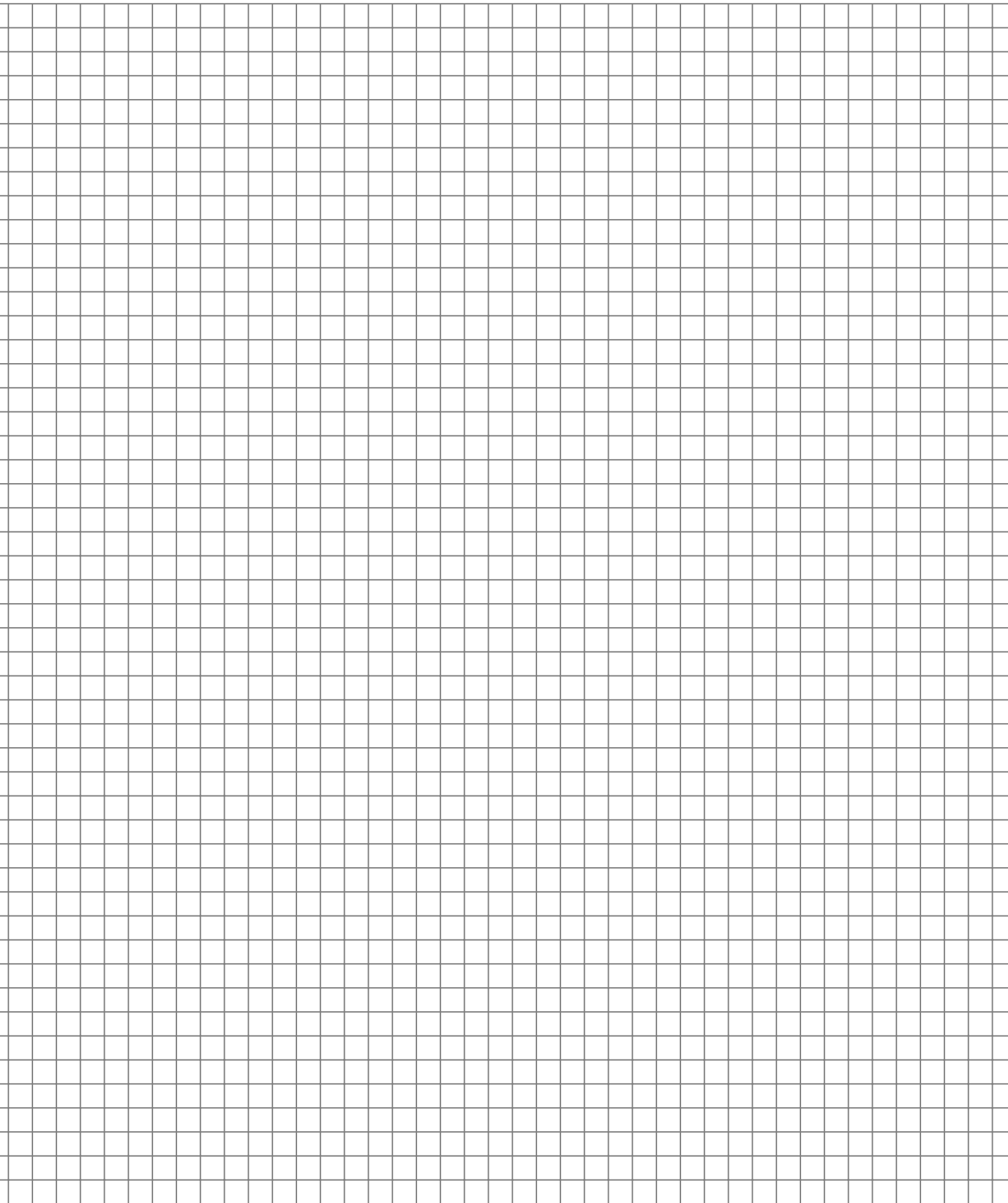
Sei  $\Sigma = \{a, b, c\}$ . Sei  $L_{4a} = \{w_1cw_2 \mid w_1, w_2 \in \{a, b\}^*, |w_1|_a = |w_2|_a\}$ .

- a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik  $G$  mit  $\mathcal{L}(G) = L_{4a}$  an. Verwenden Sie hierzu möglichst wenige Nichtterminalsymbole.
- b) Bestimmen Sie, welche der folgenden Wörter in  $L_{4a}$  sind. Geben Sie im positiven Fall eine Ableitung in  $G$  an.
  - b1)  $abcbab$
  - b2)  $baacaac$
  - b3)  $cbb$
- c) Zeigen Sie (durch Angabe eines geeigneten endlichen Automaten oder regulären Ausdrucks) oder widerlegen Sie (mittels Pumping-Lemma):  $L_{4a}$  ist regulär.
- d) Gegeben die zu  $L_{4a}$  ähnliche Sprache  $L_{4b} = \{w_1cw_2 \mid w_1, w_2 \in \{a, b\}^*, |w_1|_b = |w_2|_b\}$ . Gelten folgende Aussagen?
  - d1)  $L_{4a} \cup L_{4b}$  ist regulär.
  - d2)  $L_{4a} \cap L_{4b}$  ist kontextfrei.

Begründen Sie ihre Entscheidung kurz. Ein vollständiger Beweis ist nicht notwendig.



(Platz für Aufgabe 3)



**Aufgabe 4 (1+3+6 Punkte)**

Betrachten Sie den nichtdeterministischen endlichen Automaten (NFA)  $A_5$  über  $\Sigma = \{a, b\}$  in Abbildung 1.

- Geben Sie einen Lauf (*run*) des Automaten  $A_5$  auf der Eingabe  $abaa$  an, bei dem das Wort akzeptiert wird.
- Geben Sie eine formale Beschreibung von  $L(A_5)$  als Menge und einen regulären Ausdruck  $r$  mit  $L(r) = L(A_5)$  an.
- Konvertieren Sie  $A_5$  mit dem in der Vorlesung angegebenen Verfahren in einen deterministischen endlichen Automaten (DFA). Geben Sie das Ergebnis tabellarisch und graphisch an.

(Der Automat ist auf der nächsten Seite noch einmal abgebildet, falls Sie mehr als eine Seite benötigen.)

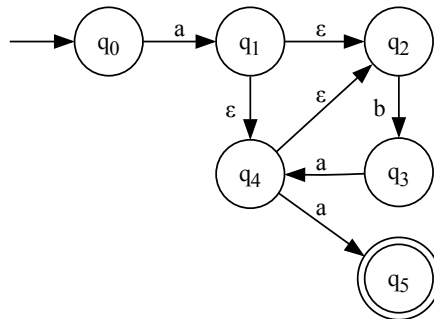
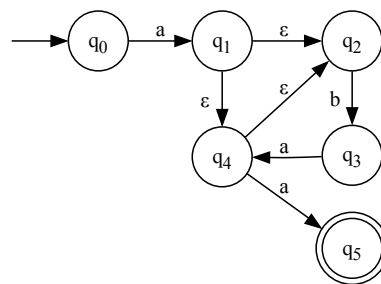


Abbildung 1: Automat  $A_5$



(Platz für Aufgabe 5)



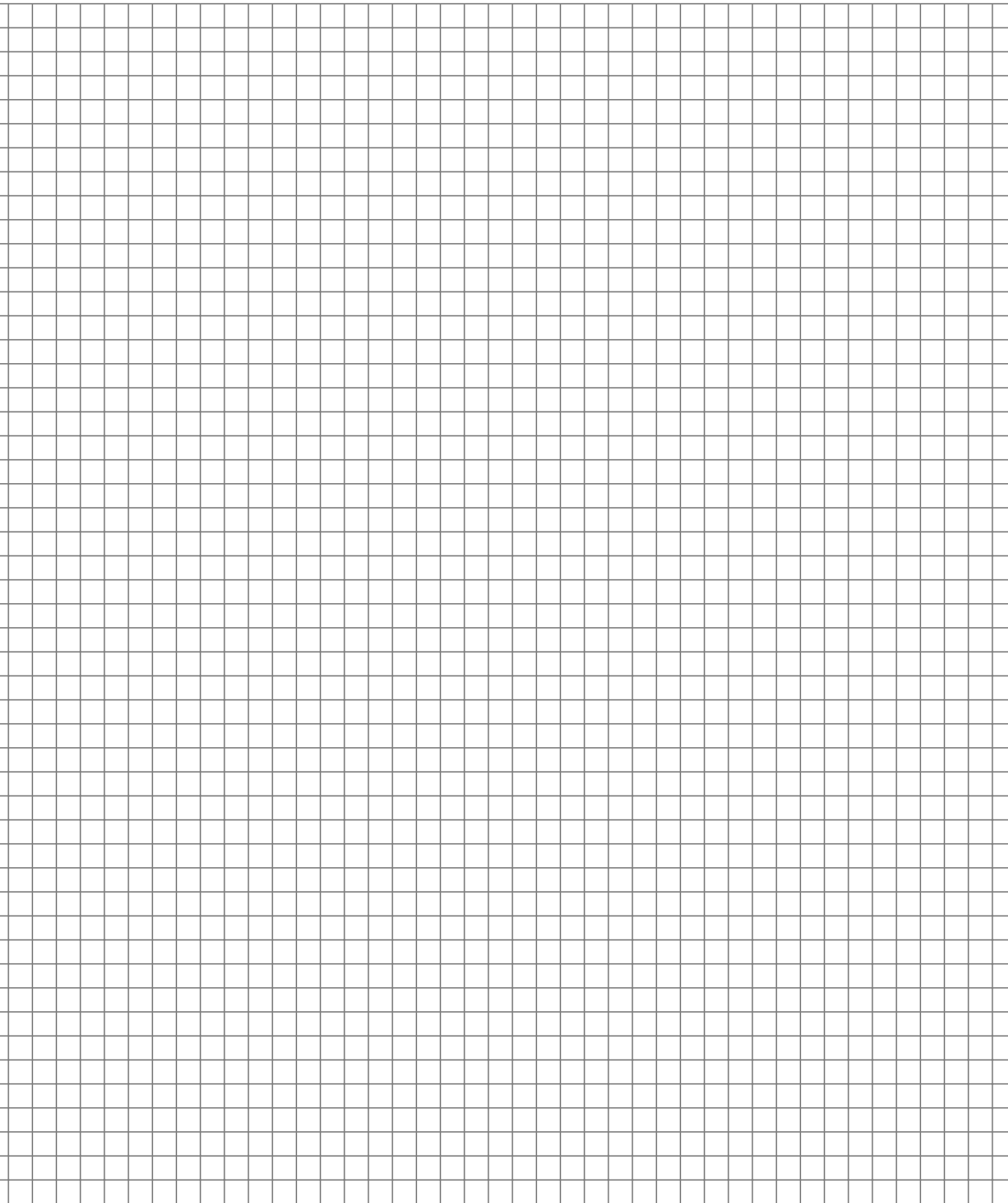
**Aufgabe 5 (1+2+2+3 Punkte)**

Betrachten Sie den Automaten  $A_6$  in tabellarischer Form:

$A_6 : \delta$		a	b
$\rightarrow$	0	1	2
	1	3	0
	2	2	2
*	3	2	2

- Geben Sie die Zustandsmenge  $Q$ , das Alphabet  $\Sigma$ , die Menge der akzeptierenden Zustände  $F$  und den Startzustand  $q_0$  an.
- Stellen Sie den Automaten in graphischer Form dar.
- Stellen Sie ein Gleichungssystem auf, das die an den verschiedenen Zuständen akzeptierten Sprachen beschreibt.
- Lösen Sie dieses Gleichungssystem und geben Sie so einen regulären Ausdruck an, der die von  $A_6$  akzeptierte Sprache beschreibt. Vereinfachen Sie das Ergebnis soweit wie möglich.

(Platz für Aufgabe 5)

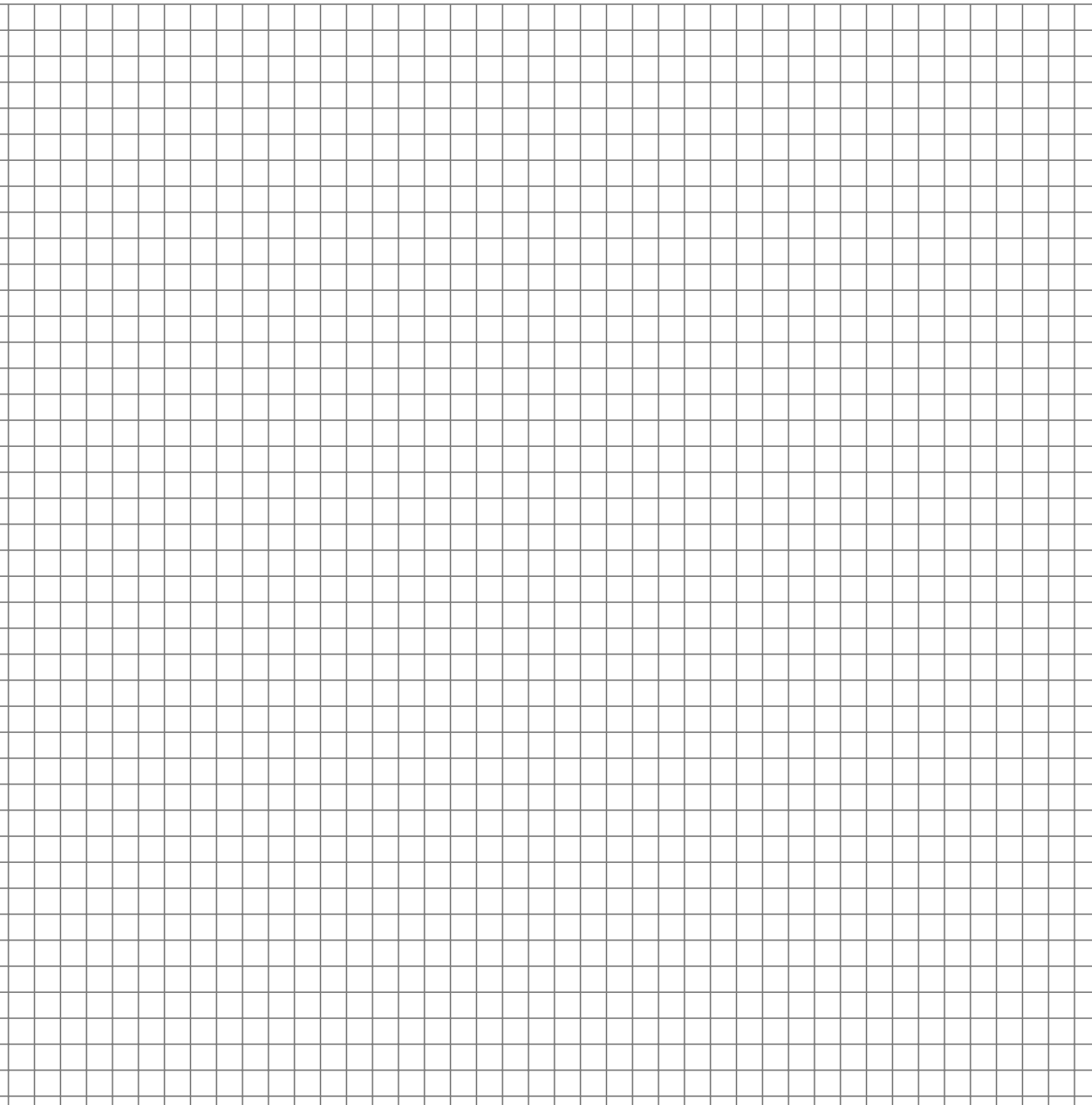


**Aufgabe 6 (3+2 Punkte)**

a) Gegeben sei die Grammatik  $G_{7a} = (N, \Sigma_{ab}, P, S)$  mit  $N = \{S, A, B, C\}$  und  $P$  wie folgt:

$$\begin{array}{lcl} S & \rightarrow & AB|a \\ A & \rightarrow & aA|B|CC \\ B & \rightarrow & bB|\varepsilon|C \\ C & \rightarrow & aa|b \end{array}$$

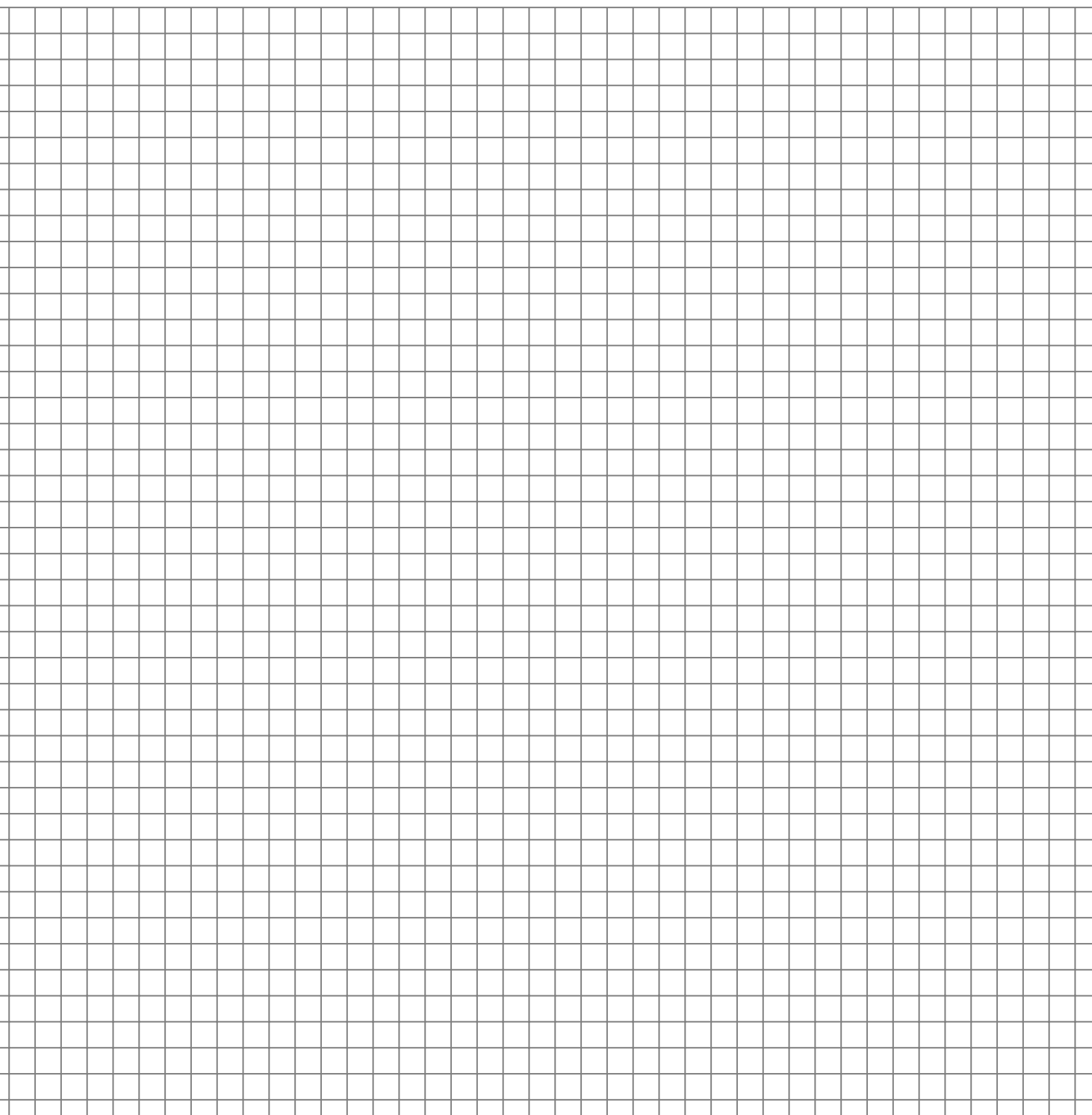
Transformieren Sie  $G_{7a}$  mit dem in der Vorlesung gezeigten Verfahren in eine äquivalente  $\varepsilon$ -freie Grammatik. Geben Sie die für die Transformation berechneten Mengen an.



b) Gegeben sei die Grammatik  $G_{7b} = (N, \Sigma_{ab}, P, S)$  mit  $N = \{S, A, B, C\}$  und  $P$  wie folgt:

$$\begin{array}{lcl} S & \rightarrow & A|aA|C \\ A & \rightarrow & aC|B|S \\ B & \rightarrow & SC|AS \\ C & \rightarrow & a|b \end{array}$$

Transformieren Sie  $G_{7b}$  mit dem in der Vorlesung gezeigten Verfahren in eine äquivalente Grammatik ohne Kettenregeln. Geben Sie die für die Transformation berechneten Mengen an.



**Aufgabe 7 (4+5+2 Punkte)**

Betrachten Sie die Grammatik  $G_9 = (\{S, E, G, J, M, O, P, T, Z\}, \{g, o, m, n, s\}, P, S)$  mit

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow ZE \\ S \rightarrow ZJ \\ S \rightarrow ZT \\ S \rightarrow s \\ E \rightarrow TJ \\ G \rightarrow g \\ G \rightarrow n \\ J \rightarrow o \\ M \rightarrow SM \\ M \rightarrow m \\ O \rightarrow o \\ P \rightarrow OG \\ T \rightarrow OG \\ T \rightarrow SM \\ T \rightarrow TM \\ T \rightarrow TP \\ T \rightarrow m \\ Z \rightarrow s \end{array} \right\}$$

Bestimmen Sie mit Hilfe des CYK-Algorithmus, ob die folgenden Wörter in  $L(G_9)$  enthalten sind:

- $w_1 = smogon$
- $w_2 = smogmog$  (Tabelle auf der nächsten Seite)
- Geben Sie anhand des Ergebnisses aus Teil b) an, für welche Teilwörter von *smogmog* Sie aus der Tabelle ablesen können, dass sie in  $L(G_9)$  enthalten sind. Begründen Sie ihre Antwort.

Tabelle für Teil a)

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						
$w_2 =$	s	m	o	g	o	n

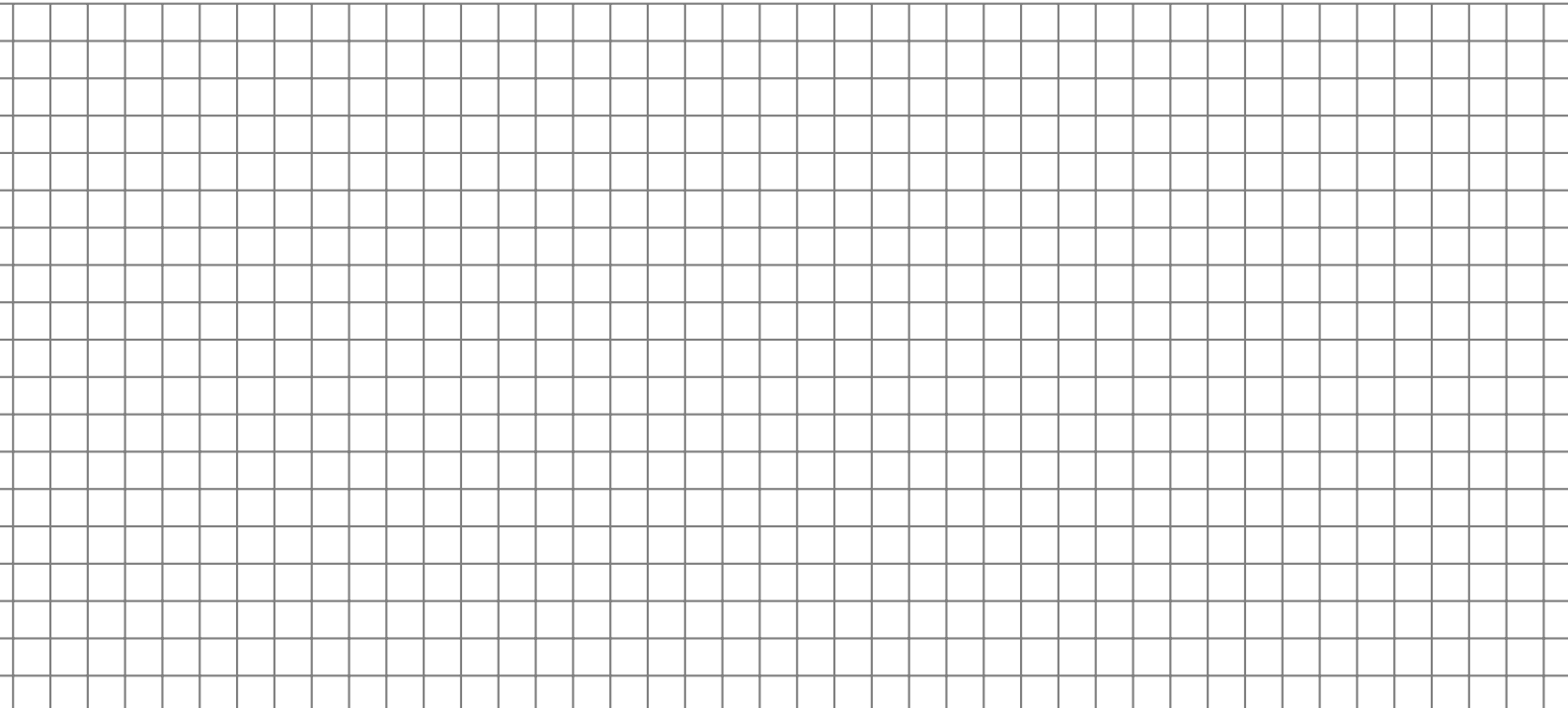
Ist  $w_1 \in L(G_9)$ ? Ja ☐ Nein ☐

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow ZE \\ S \rightarrow ZJ \\ S \rightarrow ZT \\ S \rightarrow s \\ E \rightarrow TJ \\ G \rightarrow g \\ G \rightarrow n \\ J \rightarrow o \\ M \rightarrow SM \\ M \rightarrow m \\ O \rightarrow o \\ P \rightarrow OG \\ T \rightarrow OG \\ T \rightarrow SM \\ T \rightarrow TM \\ T \rightarrow TP \\ T \rightarrow m \\ Z \rightarrow s \end{array} \right\}$$

Tabelle für Teil b)

	1	2	3	4	5	6	7
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
$w_2 =$	s	m	o	g	m	o	g

Ist  $w_2 \in L(G_9)$ ? Ja ☐    Nein ☐



**Aufgabe 8 (5+1+1+2+1 Punkte)**

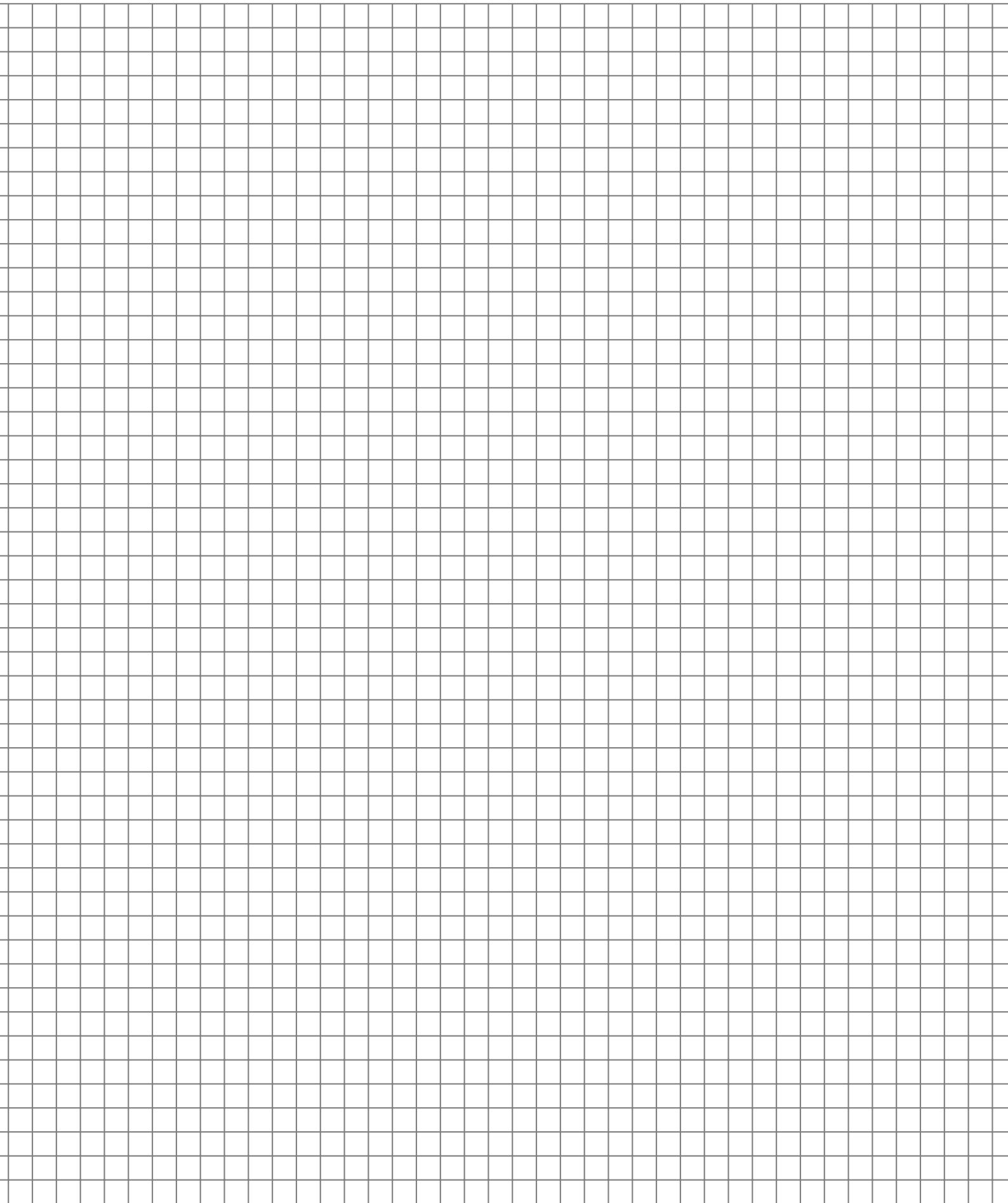
Gegeben sei die Turing-Maschine  $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}, \{a, b, c\}, \{a, b, c, \square\}, \Delta, q_0, \{q_6\})$ , wobei  $\Delta$  in der folgenden Tabelle gegeben ist:

$Q$ (Ausgangszustand)	$\Gamma$ (gelesenes Bandsymbol)	$Q$ (Folge- zustand)	$\Gamma$ (geschriebenes Bandsymbol)	$\{\ell, r, n\}$ (Kopf- bewegung)
$q_0$	$\square$	$q_6$	$\square$	$n$
$q_0$	$a$	$q_1$	$a$	$n$
$q_1$	$a$	$q_1$	$a$	$r$
$q_1$	$b$	$q_1$	$b$	$r$
$q_1$	$c$	$q_1$	$c$	$r$
$q_1$	$\square$	$q_2$	$\square$	$l$
$q_2$	$c$	$q_3$	$c$	$n$
$q_3$	$c$	$q_3$	$\square$	$l$
$q_3$	$b$	$q_4$	$\square$	$l$
$q_4$	$b$	$q_4$	$\square$	$l$
$q_4$	$a$	$q_5$	$\square$	$l$
$q_5$	$a$	$q_5$	$\square$	$l$
$q_5$	$c$	$q_3$	$\square$	$l$
$q_5$	$\square$	$q_6$	$\square$	$n$

- Geben Sie die Berechnung von  $\mathcal{M}$  für  $w_1 = abc$ ,  $w_2 = bbcc$ ,  $w_3 = abcba$  an.
- Geben Sie ein Wort mit Länge 9 an, das von  $\mathcal{M}$  akzeptiert wird.
- Von welchem Typ ist  $\mathcal{L}(\mathcal{M})$ ?
- Definieren Sie  $\mathcal{L}(\mathcal{M})$  formal.
- Hält  $\mathcal{M}$  immer? Falls ja, begründen Sie kurz, falls nein, geben Sie ein Gegenbeispiel.



(Platz für Aufgabe 8)



**Aufgabe 9 (6 + 4 + 2 Punkte)**

Betrachten Sie die folgenden WHILE-Programme mit Eingaben  $x_1, x_2$  und Ausgabe  $x_0$ . Beachten Sie, dass alle Variablen außer  $x_1, x_2$  am Anfang den Wert 0 haben.

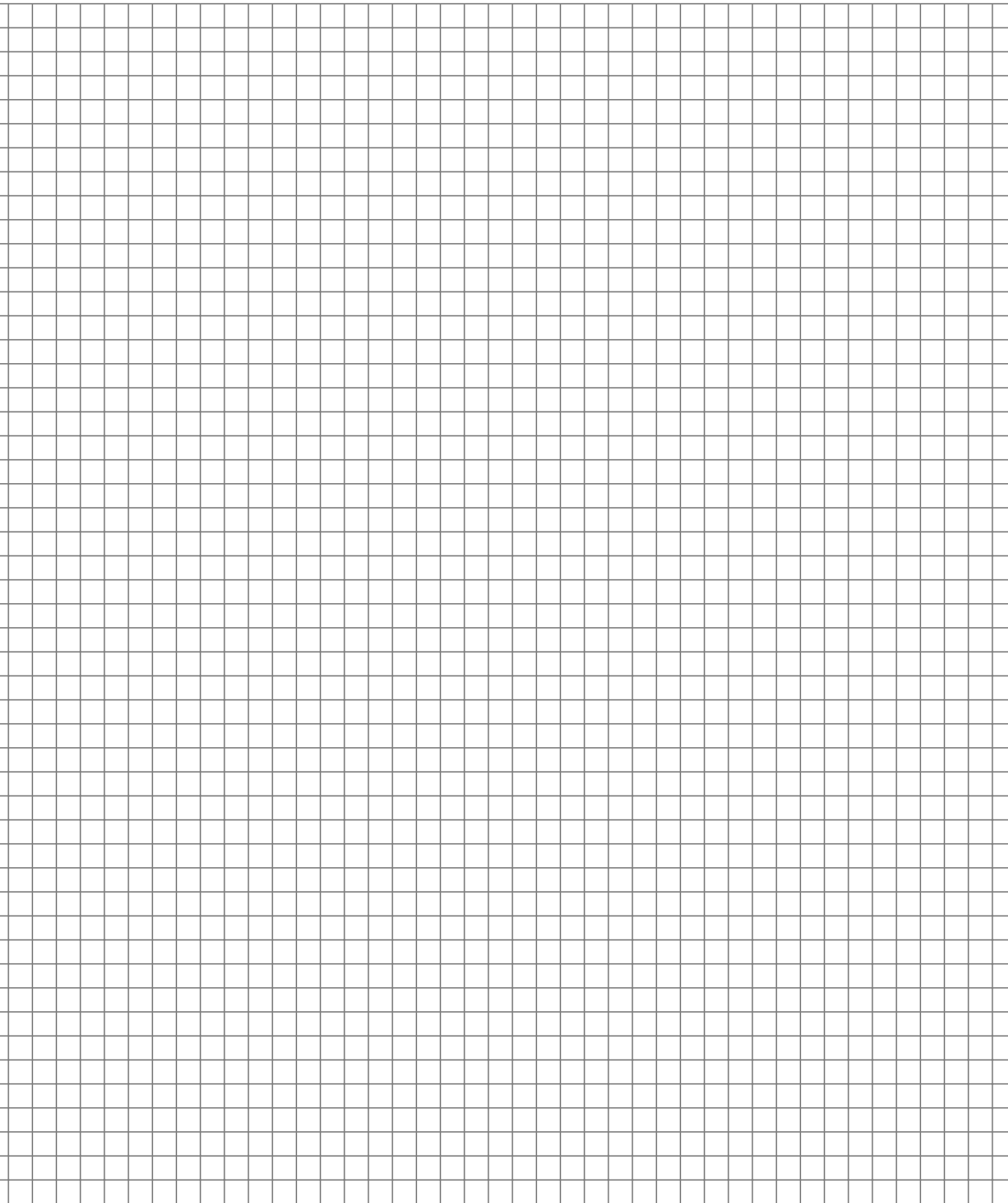
```
#Programm w1
x1 := x1 + 1;
while x2 do
  x1 := x1 - 1;
  x2 := x2 - 1;
end;
while x1 do
  x0 := x3 + 1;
  x1 := x3 + 0;
end;

#Programm w2
while x1 do
  x3 := x3 + 100;
  x1 := x1 - 1;
end;
x3 := x3 + 1;
while x3 do
  x4 := x2 + 0;
  while x4 do
    x3 := x3 - 1;
    x4 := x4 - 1;
  end;
  x5 := x3 + 0;
  while x5 do
    x0 := x0 + 1;
    x5 := x6 + 0;
  end;
end;
end;
```

Lösen sie für beide Programme  $w_1$  und  $w_2$  folgende Aufgaben:

- Bestimmen Sie für die Eingaben  $x_1 = 2, x_2 = 0$ , sowie  $x_1 = 5, x_2 = 15$ , , sowie  $x_1 = 5, x_2 = 2$ , ob das Programm terminiert, und welche Ausgabe es ggf. erzeugt.
- Was berechnet das Programm? Geben Sie die Antwort als Funktion  $f(x)$  .
- Befindet sich  $f(x)$  in  $P$ ? Befindet sich  $f(x)$  in  $NP$ ? Begründen Sie ihre Antwort.

(Platz für Aufgabe 9)



**Aufgabe 10 (10 Punkte)**

Gegeben sind formale Sprachen mit dem Alphabet  $\Sigma = \{a, b, c\}$ .

$\overleftarrow{w}$  bedeutet  $\overleftarrow{w} = a_n \dots a_1$  für  $w = a_1 \dots a_n$ , also  $w$  rückwärts.

Kreuzen Sie in der folgenden Tabelle für jede Sprache an, ob und mit welcher Maschine diese sich entscheiden lässt. Falls mehrere Maschinen möglich sind, kreuzen Sie alle an.

DEA Deterministischer endlicher Automat

NEA Nichtdeterministischer endlicher Automat

NKA Nichtdeterministischer Kellerautomat

DTM Deterministische Turingmaschine

NTM Nichtdeterministische Turingmaschine

Sprache	Beispiel	DEA	NEA	NKA	DTM	NTM	keine
$\{wcv w \in \{a\}^*\}$	aca						
$\{wcv w \in \{a, b\}^*\}$	abcab						
$\{wcv w \in \{a, b, c\}^*\}$	abccabc						
$\{ww \in \{a\}^*\}$	aa						
$\{ww w \in \{a, b\}^*\}$	abab						
$\{wc\overleftarrow{w} w \in \{a\}^*\}$	aca						
$\{wc\overleftarrow{w} w \in \{a, b\}^*\}$	abcba						
$\{wc\overleftarrow{w} w \in \{a, b, c\}^*\}$	cbacabc						
$\{w\overleftarrow{w} w \in \{a\}^*\}$	aa						
$\{w\overleftarrow{w} w \in \{a, b\}^*\}$	abba						

# Ende