

Bitte die Blätter nicht trennen!

Matrikelnummer:			
 DHBW Duale Hochschule Baden-Württemberg Stuttgart		Fakultät	Technik
		Studiengang:	Informatik
		Jahrgang:	2020
		Kurs:	TINF19B/E
		Studienhalbjahr:	1. Semester
KLAUSUR			
Datum:	19.5.2021	Bearbeitungszeit:	90 Minuten
Modul:	T3INF1002	Dozent:	Jan Hladik
Unit:	Grundlagen und Logik		
Hilfsmittel: Open Book; Vorlesungspräsentation und eigene Notizen elektronisch			
Aufgabe	Thema	erreichbar	erreicht
1	Mengen	12	
2	KNF	12	
3	Tableau	14	
4	Formalisierung	11	
5	Unifikation	7	
6	Resolution	12	
7	Prolog-Programm	18	
8	Prolog-Anfragen	6	
Summe		92	

1. Sind Sie gesund und prüfungsfähig?
2. Sind Ihre Taschen und sämtliche Unterlagen, insbesondere alle nicht erlaubten Hilfsmittel, seitlich an der Wand zum Gang hin abgestellt und nicht in Reichweite des Arbeitsplatzes?
3. Haben Sie auch außerhalb des Klausorraumes im Gebäude keine unerlaubten Hilfsmittel oder ähnliche Unterlagen liegen lassen?
4. Haben Sie Ihr Handy ausgeschaltet und abgegeben?

(Falls Ziff. 2 oder 3 nicht erfüllt sind, liegt ein Täuschungsversuch vor, der die Note „nicht ausreichend“ zur Folge hat.)

Aufgabe 1 ((1+1+1)+3+1+(1+2)+(1+1) Punkte)

Gegeben seien die Funktion

$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, x \mapsto x^2 - 3x + 3$$

und die Menge $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, weiterhin die Trägermenge $M = \{1, 2, 3, \dots, 14, 15\}$ mit den drei Teilmengen

- $A = \{x \in M \mid \text{es gibt ein } y \in S \text{ mit } x = f(y)\}.$
- $B = \{x \in M \mid x \text{ ist Vielfaches von 2, aber nicht Vielfaches von 4}\}$
- $C = \{x \in M \mid x \text{ ist zweistellig}\}$ (in der normalen Dezimaldarstellung)

a1) Geben Sie A explizit (als Aufzählung der Elemente) an.

a2) Geben Sie B explizit (als Aufzählung der Elemente) an.

a3) Geben Sie C explizit (als Aufzählung der Elemente) an.

b) Zeichnen Sie ein Venn-Diagramm, das die Beziehungen zwischen A , B , C und M visualisiert und die Lage *aller* Elemente von M zeigt.

c) Bestimmen Sie $(A \cup C) \setminus (A \cap C)$.

d1) Geben Sie die Menge $(A \cup B) \cap C$ an.

d2) Geben Sie die Potenzmenge $2^{(A \cup B) \cap C}$ an.

e1) Geben Sie die Menge $(A \setminus C)$ an.

e2) Geben Sie die Mächtigkeit $|(A \setminus C) \times \{c, y, m, k\}|$ an.

Aufgabe 2 (12 Punkte)

Gegeben sei die folgende aussagenlogische Formel mit den Aussagenvariablen A, B und C :

$$\varphi = (A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C) \rightarrow C$$

Konvertieren Sie φ in die konjunktive Normalform und vereinfachen Sie das Ergebnis mit Hilfe der bekannten Äquivalenzen so weit wie möglich.

Aufgabe 3 (9+5 Punkte)

Betrachten Sie die unten gezeigten aussagenlogischen Formeln φ_1 und φ_2 mit den Aussagenvariablen A, B, C, D . Wenden Sie jeweils das aus der Vorlesung bekannte Tableau-Verfahren an, um ein vollständiges Tableau für die Formel zu konstruieren. Erzeugen Sie in jedem Fall das gesamte Tableau, auch wenn Sie eine Clash-freie Spalte finden.

Geben Sie jeweils an, ob die Formel erfüllbar oder unerfüllbar ist. Falls die Formel erfüllbar ist, geben Sie ein Modell der Formel an.

a) $\varphi_1 = (B \wedge C \wedge D \vee \neg A \vee B) \wedge ((\neg B \vee C) \wedge A \wedge \neg C \vee B \wedge C \wedge D) \wedge A$

b) $\varphi_2 = (A \vee B) \wedge (\neg B \vee (C \wedge \neg C)) \wedge \neg A$

Aufgabe 4 (1+2+2+2+2+2 Punkte)

Formalisieren Sie die folgenden Aussagen in der Prädikatenlogik:

1. Alle Katzen sind Säugetiere.
2. Jedes Säugetier hat mindestens zwei (verschiedene!) Beine.
3. Wer (mindestens) ein Bein hat, hat auch (mindestens) einen Fuß.
4. Katzen haben keine Schlüsselbeine.
5. Anna mag keine schwarzen Katzen.
6. Anna hat eine kleine Katze.

Verwenden Sie hierzu

- das Konstantensymbol a für Anna;
- die einstelligen Prädikate
 - $K(x)$ (x ist eine Katze),
 - $T(x)$ (x ist ein Säugetier),
 - $B(x)$ (x ist ein Bein),
 - $F(x)$ (x ist ein Fuß),
 - $S(x)$ (x ist ein Schlüsselbein),
 - $N(x)$ (x ist ein schwarz),
 - $P(x)$ (x ist klein),
- die zweistelligen Prädikate
 - $H(x, y)$ (x hat y),
 - $M(x, y)$ (x mag y),
 - $x = y$ für Gleichheit von Elementen,
- und die Variablenmenge $\{r, s, t, x, y, z\}$.

Aufgabe 5 (3+4 Punkte)

Gegeben seien die Signatur $(\{P^{(3)}, Q^{(2)}\}, \{f^{(2)}, g^{(1)}, h^{(1)}, a^{(0)}, b^{(0)}\})$ und die Variablenmenge $\{x, y, z\}$.

Wenden Sie das in der Vorlesung gezeigte Unifikationsverfahren auf die folgenden Paare von Atomen an. Geben Sie im Erfolgsfall den gefundenen Unifikator und das unifizierte Atom an, anderenfalls den Grund, warum die Atome nicht unifizierbar sind.

a) $\varphi_1 = Q(h(h(f(a, g(x))))), x)$
 $\varphi_2 = Q(h(z), a)$

b) $\psi_1 = P(x, f(x, y), y)$
 $\psi_2 = P(a, f(z, z), b)$

Aufgabe 6 (6 + 6 Punkte)

a) Wenden Sie den in der Vorlesung gezeigten Resolutionsalgorithmus für die Aussagenlogik auf die Klauselmenge M_1 an, die aus den Klauseln 1–5 besteht (X , Y und Z sind Aussagenvariablen).

- (1) $\{\neg Y, \neg Z\}$
- (2) $\{\neg X, \neg Y, Z\}$
- (3) $\{X, Z\}$
- (4) $\{Y, \neg Z\}$
- (5) $\{\neg X, Y, Z\}$

Ist M_1 erfüllbar oder nicht?

b) Wenden Sie den in der Vorlesung gezeigten Resolutionsalgorithmus für die Prädikatenlogik auf die Klauselmenge M_2 an, die aus den Klauseln 6–9 besteht. Hierbei ist a ein Konstantensymbol, f ein Funktionssymbol, t, y und z Variablen und A, C und L Prädikate.

- (6) $\{\neg A(a, y), L(a)\}$
- (7) $\{\neg C(z), \neg L(z)\}$
- (8) $\{\neg C(t), A(t, f(t))\}$
- (9) $\{C(a)\}$

Verdeutlichen Sie für jeden Resolutionsschritt Elternklauseln und Resolvente und geben Sie, falls notwendig, jeweils die entsprechenden Unifikatoren an.

Ist M_2 erfüllbar oder nicht?

Aufgabe 7 (14 + 2 + 2 Punkte)

Gegeben sei das folgende Prolog-Programm:

```
a([],0,0).  
a([H|T],X,Y) :- H mod 2 == 1, a(T,A,Y), X is A + H.  
a([H|T],X,Y) :- H mod 2 == 0, a(T,X,A), Y is A + H.
```

- a) Geben Sie den Berechnungsbaum für die Anfrage `a([1,2,3],X,Y).` an. (Sie können nach der ersten Antwort abbrechen.) Welche Werte erhalten die Variablen `X` und `Y`?
- b) Welche Operation führt das Programm durch?
- c) Warum ist das Programm in dieser Form ineffizient? Skizzieren Sie, wie man es effizienter machen könnte. (Sie brauchen kein Programm zu schreiben.)

Aufgabe 8 (6 Punkte)

Welche Antworten gibt der Prolog-Interpreter auf die folgenden Anfragen? (Wir gehen davon aus, dass alle Variablen zunächst ungebunden sind.)

1. `length([],X).`
2. `length([],X).`
3. `length([],X).`
4. `length([],X).`
5. `[[]|[]] = [].`
6. `[[],[]] = [[]|[]].`