А. А. Соколов, И. М. Тернов, О поляризационных и спиновых эффектах в теории синхротронного излучения, *Докл. АН СССР*, 1963, том 153, номер 5, 1052–1054

Доклады Академии наук СССР
1963. Том 153, № 5

ФИЗИКА

А. А. СОКОЛОВ, И. М. ТЕРНОВ

О ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ И СПИНОВЫХ ЭФФЕКТАХ В ТЕОРИИ СИНХРОТРОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

(Представлено академиком Н. Н. Боголюбовым 4 VII 1963)

Как известно, синхротронное излучение сильно поляризовано. В частности, в классическом приближении $^7/_8$ полной интенсивности излучения следует отнести к σ-компоненте (электрический вектор поля излучения направлен по радиусу к центру траектории) и $^1/_8$ — к π-компоненте (электрический вектор поля излучения почти перпендикулярен к плоскости орбиты, см. ([1])). Этот вывод был экспериментально подтвержден опытами Ф. А. Королева и др. ([2]).

В настоящей статье мы хотим исследовать влияние ориентации спина электрона на поляризацию и интенсивность излучения, если электрон движется в постоянном и однородном магнитном поле.

При исследовании спиновых эффектов решения уравнения Дирака удобно разбить на два состояния, которые характеризуют ориентацию спина либо а) по движению или против движения, либо б) по полю и против поля, т. е. в нашей задаче почти перпендикулярно к движению.

Уравнение Дирака

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = \mathscr{H}\psi, \quad \mathscr{H} = c(\vec{\alpha}\mathbf{P}) + \rho_3 m_0 c^2, \tag{1}$$

где

$$\mathbf{P} = \mathbf{p} - \frac{e}{c}\mathbf{A}, \quad A_x = A_1 = -{}^1/_2 yH, \quad A_2 = {}^1/_2 xH, \quad A_3 = 0, \tag{2}$$

описывающее движение электрона в постоянном и однородном магнитном поле, имеет решение ([3])

$$\psi_{1,3} = e^{-i\varepsilon cKt}\frac{e^{ik_3z}}{\sqrt{L}}\frac{e^{i(l-1)\varphi}}{\sqrt{2\pi}}f_{1,3}(\rho), \quad \psi_{2,4} = e^{-ic\varepsilon Kt}\frac{e^{ik_3z}}{\sqrt{L}}\frac{e^{il\varphi}}{\sqrt{2\pi}}f_{2,4}(\rho); \tag{3}$$

$$\begin{aligned} f_1 &= \sqrt{2\gamma}C_1 I_{n-1,\,s}(\rho), & f_2 &= \sqrt{2\gamma}iC_2 I_{n,\,s}(\rho),\\ f_3 &= \sqrt{2\gamma}C_3 I_{n-1,\,s}(\rho), & f_4 &= \sqrt{2\gamma}iC_4 I_{n,\,s}(\rho). \end{aligned} \tag{4}$$

В этих формулах $\rho = \gamma r^2$, $\gamma = e_0H/2c\hbar$; $e_0 = -e > 0$ — элементарный заряд; $E = \varepsilon c\hbar K = \varepsilon c\hbar\sqrt{k_0^2 + k_3^2 + 4\gamma n}$; $n = l + s = 0, 1, \ldots$ — главное квантовое число; $l = 0, \pm 1, \ldots, -\infty \leqslant l \leqslant n$, — азимутальное квантовое число; $s = 0, 1, \ldots$ — радиальное квантовое число. Величина $\varepsilon = \pm 1$ характеризует знак энергии, а функции $I_{n,\,s}(\rho)$ связаны с полиномами Лагерра $Q_s^l(\rho)$ соотношением

$$I_{n,\,s}(\rho) = \frac{1}{\sqrt{n!\,s!}}e^{-\frac{1}{2}\rho}\rho^{\frac{n-s}{2}}Q_s^{n-s}(\rho). \tag{5}$$

Для однозначного определения коэффициентов C_μ, кроме уравнения Дирака (1) и условия нормировки, волновую функцию необходимо подчинить еще дополнительному условию, характеризующему направление спина.

В случае исследования продольной поляризации в качестве дополнительного условия лучше всего взять условие сохранения проекции спина на направление движения:

$$(\overrightarrow{\sigma \mathbf{P}})\,\psi = \hbar \tilde{k} \tilde{\zeta} \psi. \tag{6}$$

Оператор $(\overrightarrow{\sigma \mathbf{P}})$ представляет собой временную составляющую $T_{\mu 4}$ псевдовектора поляризации электронов, имеющую в общем случае вид

$$T_{\mu 4} = {}^1/_2 \{P_4 \sigma_\mu + \sigma_\mu P_4\}, \tag{7}$$

где $\sigma_\mu = \{\vec{\sigma}, i\rho_1\}$ — псевдовектор спина, а $P_4 = (\hat{\mathscr{H}} - e\Phi)\frac{1}{c}$ — четвертая составляющая обобщенного импульса, причем в нашем случае скалярный потенциал $\Phi = 0$ (см. [4]).

При проектировании спина на направление поля удобнее подчинить волновую функцию условию (см. [5])

$$\{m_0 c \sigma_3 + \rho_2 [\overrightarrow{\sigma \mathbf{P}}]_3\}\,\psi = \hbar k \zeta \psi. \tag{8}$$

Оператор, стоящий в левой части уравнения, представляет собой составляющую F_{124} тензора поляризации 3-го ранга:

$$F_{\mu\nu\lambda} = {}^1/_2 \{P_\lambda \alpha_{\mu\nu} + \alpha_{\mu\nu} P_\lambda\}, \tag{9}$$

где $\alpha_{23} = \rho_3 \sigma_1$, $\alpha_{14} = i\rho_2 \sigma_1$ и т. д.— компоненты тензора собственного магнитного и электрического моментов.

Заметим, что операторы, стоящие в левой части уравнений (6) и (8), являются интегралами движения, т. е. коммутируют с гамильтонианом $\hat{\mathscr{H}}$. В этих уравнениях величины $\tilde{\zeta}$ и ζ равны ± 1 и характеризуют соответствующие два возможных направления спина. Величины $\tilde{k}$ и k равны

$$\tilde{k} = \sqrt{K^2 - k_0^2}, \quad k = \sqrt{K^2 - k_3^2}. \tag{10}$$

При исследовании движения, когда спин направлен по движению или против движения ($\tilde{\zeta} = \pm 1$), коэффициенты в уравнении (4) будут равны:

$$C_1 = \tilde{\zeta} \tilde{a} \tilde{A}, \quad C_2 = \tilde{a} \tilde{B}, \quad C_3 = \varepsilon \tilde{b} \tilde{A}, \quad C_4 = \varepsilon \tilde{\zeta} \tilde{b} \tilde{B}, \tag{11}$$

где

$$\begin{gathered} \tilde{a} = \sqrt{\frac{1}{2}\left(1 + \varepsilon \frac{k_0}{K}\right)}, \quad \tilde{b} = \sqrt{\frac{1}{2}\left(1 - \varepsilon \frac{k_0}{K}\right)}, \\ \tilde{A} = \sqrt{\frac{1}{2}\left(1 + \tilde{\zeta} \frac{k_3}{\tilde{k}}\right)}, \quad \tilde{B} = \sqrt{\frac{1}{2}\left(1 - \tilde{\zeta} \frac{k_3}{\tilde{k}}\right)}. \end{gathered} \tag{12}$$

В частности, из последних равенств при $\varepsilon = 1$ следует результат работы [6].

При проектировании спина на направление поля мы должны положить:

$$C_1 = aA, \quad C_2 = -\zeta bB, \quad C_3 = bA, \quad C_4 = \zeta aB, \tag{13}$$

где

$$\begin{gathered} A = \sqrt{\frac{1}{2}\left(1 + \zeta \frac{k_0}{K}\right)}, \quad B = \sqrt{\frac{1}{2}\left(1 - \zeta \frac{k_0}{K}\right)}, \\ a = \frac{1}{2}\left\{\sqrt{1 + \varepsilon \frac{k_3}{K}} + \varepsilon \zeta \sqrt{1 + \varepsilon \frac{k_3}{K}}\right\}, \\ b = \frac{1}{2}\left\{\sqrt{1 + \varepsilon \frac{k_3}{K}} - \varepsilon \zeta \sqrt{1 - \varepsilon \frac{k_3}{K}}\right\}. \end{gathered} \tag{14}$$

Используя в дальнейшем метод, развитый в работе [1] (см. также [7]), можно найти интенсивность синхротронного излучения π- и σ-компонент с учетом направления спина.

При исследовании продольной поляризации электрона (см. дополнительное условие (6)) интенсивность излучения, связанная с изменением ориентации спина, не зависит от того, как направлен начальный спин (по движению или против движения). В случае же поляризации электрона вдоль поля интенсивность излучения уже будет зависеть от начального направления спина (по полю или против поля):

$$
\begin{aligned}
W_\sigma^{\uparrow\uparrow} &= W^{\text{кл}}\left\{\frac{7}{8} - \xi\left(\frac{25\sqrt{3}}{12} - \zeta\right) + \xi^2\left[\frac{335}{18} + \frac{245\sqrt{3}}{48}\zeta\right] + \ldots\right\},\\
W_\sigma^{\uparrow\downarrow} &= W^{\text{кл}}\left\{\xi^2\frac{1}{18}\right\},\\
W_\pi^{\uparrow\uparrow} &= W^{\text{кл}}\left\{\frac{1}{8} - \xi\frac{5\sqrt{3}}{24} + \xi^2\frac{25}{18} + \ldots\right\},\\
W_\pi^{\uparrow\downarrow} &= W^{\text{кл}}\xi^2\frac{23}{18}\left\{1 + \zeta\frac{105\sqrt{3}}{184}\right\}.
\end{aligned}
\tag{15}
$$

Здесь

$$
W^{\text{кл}} = \frac{2}{3}\frac{e^2c}{R^2}\left(\frac{E}{m_0c^2}\right)^4, \qquad \xi = \frac{3}{2}\frac{\hbar}{mcR}\left(\frac{E}{m_0c^2}\right)^2.
$$

Стрелки указывают относительное направление спина в начальном и конечном состояниях, причем при $\zeta = 1$ первоначальный спин направлен по полю, а при $\zeta = -1$ против поля (см. [8]).

Определяем аналогичным способом вероятности переходов и обозначаем через n_1 число электронов, спин которых направлен против поля, а через $n_2 = n_0 - n_1$ число электронов, спин которых направлен по полю. Для изменения этих величин благодаря излучению находим:

$$
n_{1,2} = \frac{(15 \pm 8\sqrt{3})\,n_0 \mp (15\,(n_{20} - n_{10}) + 8\sqrt{3}\,n_0)\,e^{-t/\tau}}{30}. \tag{16}
$$

Здесь верхние знаки относятся к n_1, а нижние к n_2, в начальный момент времени $n_1 = n_{10}$ и $n_2 = n_{20}$.

Время жизни τ равно

$$
\tau = \left[\frac{5\sqrt{3}}{8}\frac{\hbar}{m_0cR}\left(\frac{E}{m_0c^2}\right)^5\frac{e_0^2}{m_0cR^2}\right]^{-1} \tag{17}
$$

и для $E \sim 1$ Бэв, $H \sim 10^4$ эрст. имеет порядок часа.

Для моментов времени $t \gg \tau$ отношение n_1/n_2 стремится к предельному значению

$$
\frac{n_1}{n_2} = \frac{15 + 8\sqrt{3}}{15 - 8\sqrt{3}} \tag{18}
$$

независимо от начального распределения электронов по спиновым состояниям вдоль поля. Из (18) видно, что в этом предельном случае примерно у 95% электронов спин должен стать повернутым против поля, если пренебречь другими факторами, способными перевернуть силы электронов.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
26 VI 1963

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] А. А. Соколов, И. М. Тернов, ЖЭТФ, **31**, 473 (1956). [2] Ф. А. Королев идр., ДАН, **110**, 542 (1956). [3] А. А. Соколов, И. М. Тернов, ЖЭТФ, **25**, 698 (1953). [4] A. A. Sokolow, J. Phys. USSR, **9**, 363 (1945). A. A. Sokolow, Ann. Phys., **8**, 237 (1961); D. M. Fradkin, R. H. Good. Rev. Mod. Phys., **33**, 343 (1961). [5] А. А. Соколов, М. М. Колесникова, ЖЭТФ, **38**, 1778 (1960); J. Hiegevoord, S. A. Wouthuysen, Nucl. Phys., **40**, 1 (1963). [6] И. М. Тернов, В. С. Туманов, ДАН, **124**, 1038 (1959). [7] А. А. Соколов, А. Н. Матвеев, И. М. Тернов, ДАН, **102**, 65 (1956). [8] И. М. Тернов, Ю. М. Лоскутов, Л. И. Коровина, ЖЭТФ, **41**, 1294 (1961).