



Magische Quadrate

Organisatorisches:

- Vorstellungsrunde (Lieblingsmathematiker oder Thema, Grund für Teilnahme am Zirkel)
- Themenwünsche
- Terminänderung? Montag 17:30

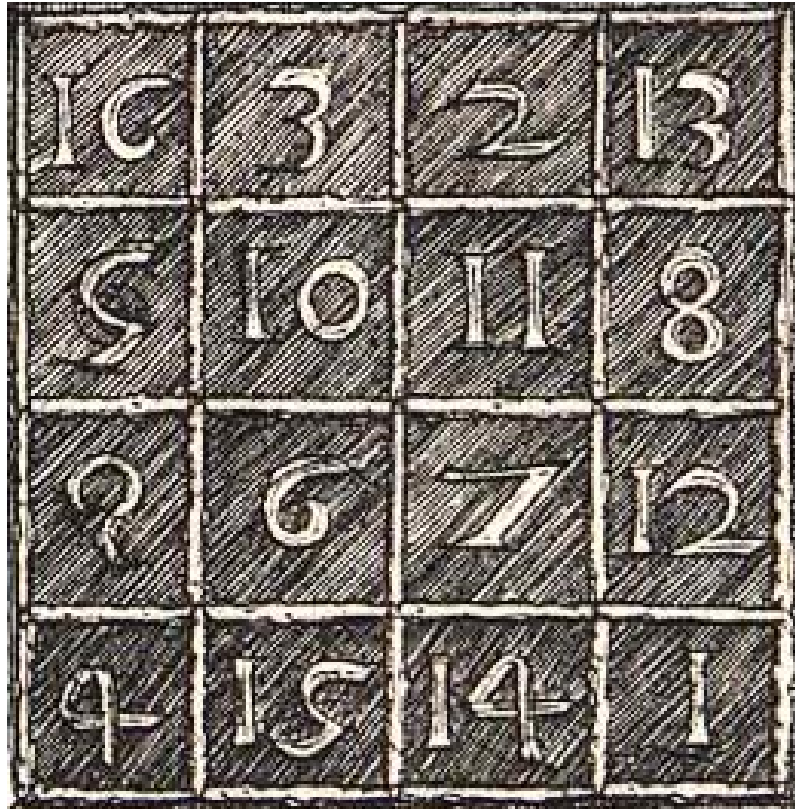
Aufgabe 1. *Albrecht Dürers Melancholia*



- Bild von Albrecht Dürer, heute in Karlsruhe zu finden
- 1514 gemalt
- sehr bekannt, gab viele Rätsel auf und wurde daher oft mit Verschwörungstheorien in Verbindung gebracht

Frage: Was hat das mit Mathe/Wissenschaft zu tun?

- Kugel
- geometrische Form (Polyeder)
- Sonnenaufgang = Erleuchtung in der Wissenschaft, Zeitmessung
- Sanduhr
- grübelndes Genie (Dürer selbst?)
- magisches Quadrat



16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

- 1514 Jahreszahl
- letzte Zeile: 4 und 1 entspricht D und A
- Summe jeder Zeile, Spalte, Diagonale, Teilquadrate ergibt 34
→ vollkommenes magisches Quadrat
- jede Zahl zwischen 1 und 16 kommt genau einmal vor

Aufgabe 2. Basen finden

Frage: Wie kann man solche systematisch Quadrate erzeugen?

- Forderung: Summe der Zeilen, Spalten und Diagonalen soll gleich sein
- Dimension 4×4
- zur Vereinfachung: nur mit 0 und 1

triviale Fälle:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

gesucht: Quadrat mit Summe 1:

Schritt 1:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & & \\ 0 & & 0 & \\ 0 & & & 0 \end{bmatrix}$$

Schritt 2:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ToDo: Findet die übrigen 7 Möglichkeiten

$$\mathcal{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{R} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{S} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{T} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{U} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{V} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{W} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 3. Basteln

Papier austeilen, ausschneiden lassen, kurz erklären

Aufgabe 4. Linearfaktoren finden

Finde die Basisquadrate, aus denen die magischen Quadrate zusammengesetzt sind!

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 7 & 3 \\ 7 & 3 & 2 & 0 \\ 3 & 7 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 3 & 7 \end{bmatrix} = 2 * \mathcal{Q} + 7 * \mathcal{S} + 3 * \mathcal{R}$$

Aufgabe 5. *Findest du's?*

Ergänze das untenstehende Quadrat so, dass die Summe der Zahlen aller Zeilen, Spalten und Diagonalen gleich ist.

$$\mathcal{B} = \begin{array}{|cccc|} \hline 2 & 7 & 9 & 8 \\ & 6 & & \\ & & 9 & \\ & & & 7 \\ \hline \end{array}$$

Tipp: Zwei weitere Zahlen sind leicht zu finden. Überlege dir danach, was in der unteren linken Ecke stehen muss, damit die beiden hieraus zu folgernden Zahlen keine der anderen Bedingungen verletzen. (Falls du nicht weiterkommst, kannst du zur Not alle einstelligen Zahlen ausprobieren.)

Zusatz: Es gibt insgesamt 12 verschiedene mögliche Lösungen, aber nur ein Quadrat erfüllt die zusätzliche Bedingung, dass auch die Summe aller Teilquadrate gleich sind. Findest du es?

Aufgabe 6. *Darstellung des Dürer-Quadrats*

$$\mathcal{D} = \begin{array}{|cccc|} \hline 16 & 3 & 2 & 13 \\ 5 & 10 & 11 & 8 \\ 9 & 6 & 7 & 12 \\ 4 & 15 & 14 & 1 \\ \hline \end{array} = 11 * \mathcal{Q} + 9 * \mathcal{B} + 5 * \mathcal{U} + 4 * \mathcal{R} + 3 * \mathcal{X} + \mathcal{S} + \mathcal{T}$$