Matheschülerzirkel
Universität Augsburg
Schuljahr 2018/2019
Klasse 8./9./10

Vektoren, Basen, Matrizen

Einführung

- letztes Mal: magische Quadrate: Dürer-Quadrat: wer hat es gelöst?
  $\rightarrow$ hinschreiben:

$$D = 11 * \mathcal{Q} + 9 * \mathcal{B} + 5 * \mathcal{U} + 4 * \mathcal{R} + 3 * \mathcal{X} + \mathcal{S} + \mathcal{T}$$

- haben festgestellt, dass man nur eine endliche Anzahl an Quadraten braucht, um alle anderen zu konstruieren
- Dazu heute etwas mehr Theorie: Vektoren, Matrizen

Aufgabe 1. *Was sind Vektoren*

mathematisch/physikalisch

- jeder Punkt in einer Ebene kann mit Koordinaten (x_1, x_2) angegeben werden (Zahlentupel)
- jeder Punkt im 3-dimensionalen kann mit den Koordinaten (x_1, x_2, x_3) angegeben werden usw.
- stellt man sich diese Koordinaten nun mit einer Verbindung zum Ursprung (Nullpunkt) vor, so erhält man einen sogenannten Vektor, der eine Gerade vom Ursprung zum Punkt symbolisiert. (Ortsvektor)
- Vektoren haben eine Richtung und eine Länge, "Wegbeschreibungen"(Pfeil mit Richtung)
- Verschiebungen
- Bsp letztes Mal: Vektoren im vierdim. Raum wären Spalten unseres Magischen Quadrats
- Vektoren addieren (Wie?)
- Skalare zu Vektoren multiplizieren (wie?)
- Frage: Basis des $\mathbb{R}^3$

Anwendungsbezogen Bsp: Bestellvektoren

Aufgabe 2. *Rechnen mit Vektoren*

a) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} =$

b) $\begin{pmatrix} 12 \\ 7 \\ 19 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \\ -16 \end{pmatrix} =$

c) $3 * \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} - 0.5 * \begin{pmatrix} 12 \\ -8 \\ 8 \end{pmatrix} =$

d) $4 * \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \\ -1 \\ 2 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix} =$

Aufgabe 3. *Matrizen*

Hinführung

- Dürer Quadrat: mehrere Vektoren in einer Reihe: Matrix
- Matrix = Anordnung von Zahlen
- Dimension etc klären
- Wollen damit Rechnen, dazu Aufgabe:

Aufgabe 4. *Anwendungsaufgabe:*

Ein bekanntes schwedisches Möbelhaus bietet ein neues System an, bei dem sich die Kunden ihre Schränke selbst zusammenstellen können. Dazu gibt es fünf verschiedene Modelle, die aus den Grundelemente "Korpus", "Tür", Ëinlegebodenünd SSchubladen"gebastelt werden können.

	ASKHOLMEN	IDEALISK	MALM	SKÄNKA	URSKOG
Korpus	1	1	1	1	1
Türen	0	0	1	1	2
Einlegeboden	3	0	3	3	6
Schubladen	1	2	0	1	0

Einfacher als Matrix:

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 3 & 3 & 6 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \end{matrix}$$

Die Uni Augsburg möchte nun ihre Büros sanieren und hat die Dozenten befragt, welche Schränke gewünscht werden. Beim schwedischen Möbelhaus kommt folgende Bestellung an:

- ASKHOLMEN: 20 Stück
- IDEALISK: 25 Stück
- MALM: 40 Stück
- SKÄNKA: 50 Stück
- URSKOG: 70 Stück

Berechne, wie viele Schrankelemente jeweils hergestellt werde müssen.

- Bestellvektor aufstellen
- Produktionsvektor berechnen
- $\rightarrow$ Multiplikation Matrix mit Vekor
- Beachte Dimensionen!!

Aufgabe 5. *Möbelshopping extended*

Da das Möbelhaus sehr beliebt ist, ist die Uni Augsburg nicht der einzige Auftraggeber. Innerhalb der selben Woche, erhält der Möbelschreiner weitere Großaufträge.

	Kunde X	Kunde Y	Kunde Z
ASKHOLMEN	10	30	25
IDEALISK	15	40	25
MALM	40	20	50
SKÄNKA	40	10	40
URSKOG	50	10	30

Berechne für die einzelnen Aufträge die Anzahl der jeweils erforderlichen Schrankelemente. Beschreibe den Lösungsweg. Schreibe das Ergebnis als Matrix.

Aufgabe 6. *Übungen*

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} =$

b) $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 12 \\ 8 \\ 11 \end{pmatrix} =$

c) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} =$

d) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 3 \\ 11 \\ 5 \end{pmatrix} =$

e) $\begin{pmatrix} 1 & -4 & 7 \\ 2 & 6 & -10 \\ 8 & -2 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 13 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} =$

Aufgabe 7. *Matrixmultiplikation*

Betrachte nun statt nur einem Kunden mehrere, schließlich ist die Uni Augsburg ja nicht der einzige Schrankkäufer (vgl. Bsp. Blatt)

a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 5 & -3 & 17 \\ 4 & 12 & -8 \\ -7 & 9 & 1 \end{pmatrix} =$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 4 & 4 & 8 \\ 3 & 5 & 2 \\ 6 & 6 & 9 \end{pmatrix} =$

c) $\begin{pmatrix} 0 & 5 & 7 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 27 & -14 & 9 \\ 1 & -5 & 7 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} =$