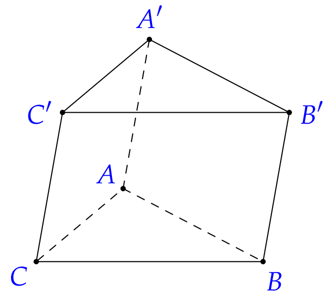
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có các đáy là các tam giác đều. Góc giữa hai đường thẳng AB và $C'A'$ có số đo bằng

A. 90°. **B** 60°. **C.** 30°. **D.** 120°.



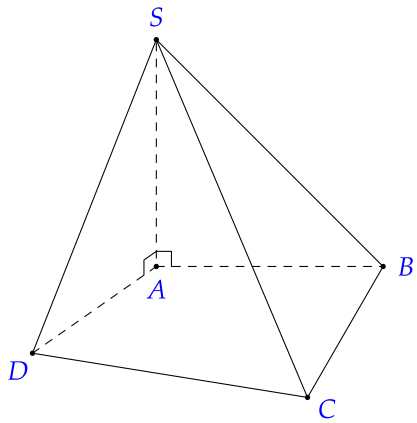
Lời giải.

Vì $C'A' \parallel CA$ nên $(AB, C'A') = (AB, CA)$.
Lại có tam giác ABC đều nên $(AB, CA) = 60^\circ$.
Vậy góc giữa hai đường thẳng AB và $C'A'$ có số đo bằng 60°.

Chọn đáp án B .... □

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$. Hình chiếu của đường thẳng SB lên mặt phẳng $(ABCD)$ là đường thẳng nào sau đây?

A. SA. **B.** AD. **C.** AC. **D** AB.



Lời giải.

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu của điểm S lên $(ABCD)$ là A.
Vì $B \in (ABCD)$ nên hình chiếu của B lên $(ABCD)$ là B.
Vậy hình chiếu của đường thẳng SB lên mặt phẳng $(ABCD)$ là đường thẳng AB.

Chọn đáp án D .... □

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = \log\left(-x^2 + 2x + 3\right)$ là

A. $\mathscr{D} = [-1; 3]$. **B.** $\mathscr{D} = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

C. $\mathscr{D} = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$. **D** $\mathscr{D} = (-1; 3)$.

Lời giải.

Hàm số đã cho xác định khi $-x^2 + 2x + 3 > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$.
Vậy tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = (-1; 3)$.

Chọn đáp án D .... □

Câu 4. Đạo hàm của hàm số $y = \tan\left(3x - \dfrac{\pi}{6}\right)$ là

A $y' = \dfrac{3}{\cos^2\left(3x - \dfrac{\pi}{6}\right)}$. **B.** $y' = -\dfrac{3}{\cos^2\left(3x - \dfrac{\pi}{6}\right)}$.

C. $y' = -\dfrac{1}{\cos^2\left(3x - \dfrac{\pi}{6}\right)}$. **D.** $y' = \dfrac{1}{\cos^2\left(3x - \dfrac{\pi}{6}\right)}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \dfrac{\left(3x - \dfrac{\pi}{6}\right)'}{\cos^2\left(3x - \dfrac{\pi}{6}\right)} = \dfrac{3}{\cos^2\left(3x - \dfrac{\pi}{6}\right)}$.

Chọn đáp án (A) .... □

Câu 5. Vị trí của một vật chuyển động thẳng được cho bởi phương trình $s = 2t^3 - t^2 + 3t$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 3$ giây bằng

A. $21\ \mathrm{m/s}$. **B.** $51\ \mathrm{m/s}$. **C.** $40\ \mathrm{m/s}$. **D.** $15\ \mathrm{m/s}$.

Lời giải.

Vận tốc của vật tại thời điểm t giây là $v(t) = s'(t) = 6t^2 - 2t + 3$.
Vậy vận tốc của vật tại thời điểm $t = 3$ giây là $v(3) = 6 \cdot 3^2 - 2 \cdot 3 + 3 = 51\ \mathrm{m/s}$.

Chọn đáp án (B) .... □

Câu 6. Hai bạn An và Kiên mỗi người tung một con xúc xắc cân đối và đồng chất một cách ngẫu nhiên và độc lập với nhau. Xác suất để xúc xắc của bạn An xuất hiện số chấm lẻ và xúc xắc của bạn Kiên xuất hiện số chấm bé hơn 2 là

A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{1}{12}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố: "Xúc xắc của bạn An xuất hiện số chấm lẻ" và B là biến cố: "Xúc xắc của bạn Kiên xuất hiện số chấm bé hơn 2".

Ta có $\mathrm{P}(A) = \dfrac{1}{2}$ và $\mathrm{P}(B) = \dfrac{1}{6}$.

Vì A, B độc lập nên $\mathrm{P}(AB) = \mathrm{P}(A) \cdot \mathrm{P}(B) = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{6} = \dfrac{1}{12}$.

Vậy xác suất để xúc xắc của bạn An xuất hiện số chấm lẻ và xúc xắc của bạn Kiên xuất hiện số chấm bé hơn 2 là $\mathrm{P}(AB) = \dfrac{1}{12}$.

Chọn đáp án (B) .... □

Câu 7. Cho a là số thực dương khác 1. Khi đó $\sqrt[5]{a^3}$ bằng

A. $a^{\frac{1}{15}}$. **B.** a^{15}. **C.** $a^{\frac{3}{5}}$. **D.** $a^{\frac{5}{3}}$.

Lời giải.

Ta có $\sqrt[5]{a^3} = a^{\frac{3}{5}}$.

Chọn đáp án (C) .... □

Câu 8. Trong các hàm số sau, hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $y = 0{,}2^x$. **B.** $y = \log_2 x$. **C.** $y = 2^x$. **D.** $y = \log_{0{,}2} x$.

Lời giải.

Vì hàm số $y = 0{,}2^x$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có cơ số là $a = 0{,}2 < 1$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 9. Cho các biến cố M: "Bạn Giang học giỏi Toán" và N: "Bạn Giang học giỏi Tin". Nội dung của biến cố $G = M \cap N$ là

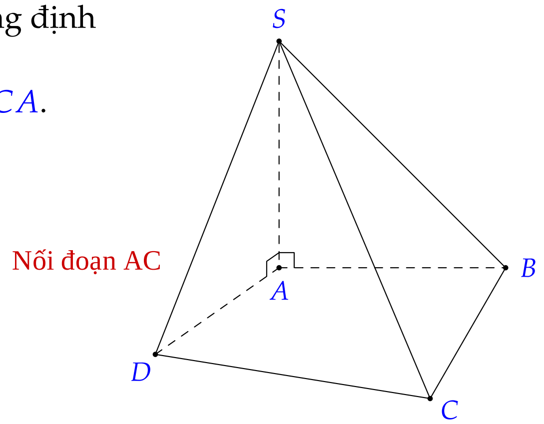
A. "Bạn Giang học giỏi Toán và Tin". **B.** "Bạn Giang học giỏi Toán hoặc Tin".
C. "Bạn Giang chỉ học giỏi Tin". **D.** "Bạn Giang chỉ học giỏi Toán".

Lời giải.

Nội dung của biến cố $G = M \cap N$ là "Bạn Giang học giỏi Toán và Tin".

Chọn đáp án (A) .... □

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?



A $SA \perp CS$. **B.** $SA \perp CB$. **C.** $SA \perp CD$. **D.** $SA \perp CA$.

Lời giải.

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp AC$.
Trong tam giác SAC vuông tại A thì góc $\widehat{CSA}$ là góc nhọn.
Vậy khẳng định $SA \perp CS$ là sai.
Chọn đáp án (A) .... □

Câu 11. Một hộp đựng 9 tấm thẻ cùng loại được ghi số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ trong hộp. Gọi biến cố A: "Số ghi trên tấm thẻ là số chẵn". Biến cố xung khắc với biến cố A là

A. G: "Số ghi trên tấm thẻ là chia hết cho 2".

B. F: "Số ghi trên tấm thẻ là số nhỏ hơn 9".

C H: "Số ghi trên tấm thẻ là số lẻ".

D. E: "Số ghi trên tấm thẻ là số chia hết cho 3".

Lời giải.

Biến cố xung khắc với biến cố A là H: "Số ghi trên tấm thẻ là số lẻ".
Chọn đáp án (C) .... □

Câu 12. Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{3x-7} \leq \dfrac{4}{9}$ là

A. $S = \left[-\dfrac{5}{3}; +\infty\right)$. **B** $S = [3; +\infty)$. **C.** $S = \left(-\infty; -\dfrac{5}{3}\right]$. **D.** $S = (-\infty; 3]$.

Lời giải.

Ta có $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{3x-7} \leq \dfrac{4}{9} \Leftrightarrow \left(\dfrac{2}{3}\right)^{3x-7} \leq \left(\dfrac{2}{3}\right)^{2} \Leftrightarrow 3x - 7 \geq 2 \Leftrightarrow x \geq 3$.
Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = [3; +\infty)$.
Chọn đáp án (B) .... □

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Hộp thứ nhất có 8 bi gồm 3 bi xanh và 5 bi đỏ, hộp thứ hai có 2 bi xanh và một số bi đỏ. Các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp 2 viên bi (việc lấy 2 bi từ hộp thứ nhất và hộp thứ hai là độc lập nhau), gọi A là biến cố "Lấy được hai bi màu xanh ở hộp thứ nhất" và B là biến cố "Lấy được hai bi màu xanh ở hộp thứ hai". Biết xác suất của biến cố B là $\dfrac{1}{15}$.

a Xác suất của biến cố A là $\dfrac{3}{28}$.

b) Xác suất để lấy được hai bi màu xanh ở hộp thứ nhất và hai bi màu xanh ở hộp thứ hai là $\dfrac{73}{420}$.

c Trong hộp thứ hai có 4 bi đỏ.

d) Xác suất để lấy được ít nhất một bi màu xanh là $\dfrac{5}{7}$.

Lời giải.

a) Đ Số cách chọn ra 2 bi ở hộp thứ nhất là C_8^2.
Số cách chọn ra 2 bi màu xanh ở hộp thứ nhất là C_3^2.
Vậy xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{\mathrm{C}_3^2}{\mathrm{C}_8^2} = \dfrac{3}{28}$.

b) S Vì A, B độc lập nên $\mathrm{P}(AB) = \mathrm{P}(A) \cdot \mathrm{P}(B) = \dfrac{3}{28} \cdot \dfrac{1}{15} = \dfrac{1}{140}$.
Vậy xác suất để lấy được hai bi màu xanh ở hộp thứ nhất và hai bi màu xanh ở hộp thứ hai là $\mathrm{P}(AB) = \dfrac{1}{140}$.

c) Đ Gọi số bi màu đỏ ở hộp thứ hai là x ($x \in \mathbb{N}$). Lúc đó tổng số bi ở hộp thứ hai là $2 + x$.
Số cách lấy 2 bi ở hộp thứ hai là $\mathrm{C}_{2+x}^2 = \dfrac{(2+x)(2+x-1)}{2} = \dfrac{(2+x)(1+x)}{2}$.
Số cách lấy 2 bi xanh từ 2 bi xanh ở hộp thứ hai là $\mathrm{C}_2^2 = 1$.
Từ đó có xác suất của biến cố B là

$$\mathrm{P}(B) = \frac{\mathrm{C}_2^2}{\mathrm{C}_{2+x}^2} = \frac{1}{\dfrac{(2+x)(1+x)}{2}} = \frac{2}{(2+x)(1+x)}.$$

Theo đề bài, $\mathrm{P}(B) = \dfrac{1}{15}$.
Do đó

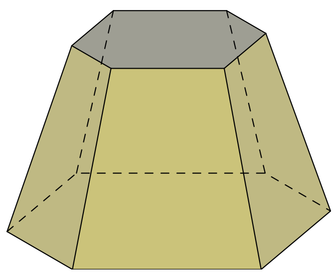
$$\begin{aligned} \frac{2}{(2+x)(1+x)} = \frac{1}{15} &\Leftrightarrow (2+x)(1+x) = 2 \cdot 15 = 30 \\ &\Leftrightarrow x^2 + 3x - 28 = 0 \\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -7 \text{ (loại)} \\ x = 4. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Vậy trong hộp thứ hai có 4 bi đỏ.

d) S Gọi C là biến cố "Lấy được ít nhất một bi màu xanh", E_1 là biến cố "Lấy được 2 bi màu đỏ từ hộp thứ nhất"và E_2 là biến cố "Lấy được 2 bi màu đỏ từ hộp thứ hai". Lúc đó biến cố đối của C là $\overline{C} = E_1E_2$.
Xác suất để lấy được 2 bi đỏ từ hộp thứ nhất là $\mathrm{P}\left(E_1\right) = \dfrac{\mathrm{C}_5^2}{\mathrm{C}_8^2} = \dfrac{5}{14}$.
Xác suất để lấy được 2 bi đỏ từ hộp thứ hai là $\mathrm{P}\left(E_2\right) = \dfrac{\mathrm{C}_4^2}{\mathrm{C}_6^2} = \dfrac{2}{5}$.
Vì E_1, E_2 độc lập nên $\mathrm{P}\left(\overline{C}\right) = \mathrm{P}\left(E_1E_2\right) = \mathrm{P}\left(E_1\right) \cdot \mathrm{P}\left(E_2\right) = \dfrac{5}{14} \cdot \dfrac{2}{5} = \dfrac{1}{7}$.
Vậy xác suất để lấy được ít nhất một bi màu xanh là $\mathrm{P}(C) = 1 - \dfrac{5}{7} = \dfrac{6}{7}$. 1/7

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d sai | .... □

Câu 2. Một chụp đèn hình chóp cụt đều (tham khảo hình vẽ) có chiều cao bằng 42 cm, đáy là lục giác đều, độ dài cạnh đáy lớn bằng 17 cm và độ dài cạnh đáy nhỏ bằng 10 cm.



a) Khoảng cách giữa hai đáy là 27 cm.
b Diện tích đáy bé là $S' = 150\sqrt{3}$ cm^2.
c Diện tích đáy lớn là $S = \dfrac{867\sqrt{3}}{2}$ cm^2.
d) Thể tích phần không gian bên trong của chụp đèn bé hơn $20\,000$ cm^3.

Lời giải.

a) (S) Khoảng cách giữa hai đáy là 42 cm.

b) (Đ) Diện tích đáy nhỏ là $S' = 6 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{4} \cdot 10^2 = 150\sqrt{3}\,\text{cm}^2$.

c) (Đ) Diện tích đáy lớn là $S = 6 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{4} \cdot 17^2 = \dfrac{867\sqrt{3}}{2}\,\text{cm}^2$.

d) (S) Thể tích phần không gian bên trong của chụp đèn là

$$\begin{aligned}
V &= \frac{1}{3} \cdot h \cdot \left(S + S' + \sqrt{S \cdot S'}\right)\\
&= \frac{1}{3} \cdot 42 \cdot \left(\frac{867\sqrt{3}}{2} + 150\sqrt{3} + \sqrt{\frac{867\sqrt{3}}{2} \cdot 150\sqrt{3}}\right)\\
&= 11\,739\sqrt{3} \approx 20\,333\,\text{cm}^3.
\end{aligned}$$

Vậy $V > 20\,000\,\text{cm}^3$.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c đúng | d sai | .... □

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 2ax^3 + 24$ (a là hằng số). Tìm a biết $f''(2) = 72$. Đáp án: | 3 | | | |

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 6ax^2$, suy ra $f''(x) = 12ax$.
Theo giả thiết thì $f''(2) = 72$, suy ra $12a \cdot 2 = 72$. Từ đó có $a = 3$.
Đáp án: 3 .... □

Câu 2. Một vật chuyển động theo qui luật là $s = -\dfrac{1}{3}t^3 + 3t^2 + t$ với t giây là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s mét là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Tính quãng đường vật đi được bắt đầu từ lúc vật chuyển động tới thời điểm vật đạt vận tốc lớn nhất. Đáp án: | 2 | 1 | | |

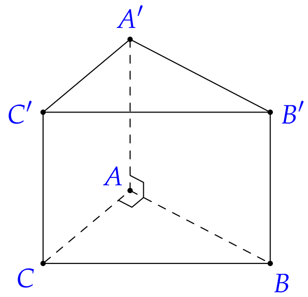
Lời giải.

Vận tốc của vật tại thời điểm t giây là $v(t) = s'(t) = -t^2 + 6t + 1$.
Ta có $v(t) = -t^2 + 6t + 1 = -(t-3)^2 + 10 \leq 10$.
Suy ra vận tốc đạt giá trị lớn nhất bằng 10 m/s tại $t = 3$ s.
Khi đó quãng đường vật đi được là $s = s(3) = 21$ m.
Đáp án: 21 .... □

Câu 3. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = 3$. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(ACC'A')$. Đáp án: | 3 | | | |

Lời giải.

Theo giả thiết thì ABC là tam giác vuông cân tại A nên ta có $BA \perp AC$.
Vì $ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ đứng nên $AB \perp AA'$.
Vậy $AB \perp (ACC'A')$.
Từ đó có khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng $AB = 3$.



Đáp án: 3 .... □

Câu 4. Hai bạn Tý và Tèo cùng chơi cờ với nhau. Trong một ván cờ, xác suất Tý thắng Tèo là $0{,}3$ và xác suất để Tèo thắng Tý là $0{,}4$. Hai bạn dừng chơi khi có người thắng, người thua (biết rằng một ván cờ có ba khả năng xảy ra: thắng, thua, hòa). Tính xác suất để hai bạn dừng chơi sau hai ván cờ. Đáp án: $\boxed{0}\boxed{,}\boxed{2}\boxed{1}$

Lời giải.

Gọi A là biến cố: "Tý thắng Tèo trong ván cờ", B là biến cố: "Tèo thắng Tý trong ván cờ" và C là biến cố: "Tèo và Tý hoà nhau trong ván cờ".
Lúc đó A, B, C là các biến cố xung khắc.
Để hai bạn dừng chơi sau hai ván cờ thì ván đấu thứ nhất hai bạn phải hoà nhau và ván đấu thứ hai sẽ có thắng thua. Lúc đó

- Ở ván đấu thứ nhất, ta có $\mathrm{P}(C) = 1 - \mathrm{P}(A) - \mathrm{P}(B) = 1 - 0{,}3 - 0{,}4 = 0{,}3$.
- Ở ván đấu thứ hai, ta có $\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) = 0{,}3 + 0{,}4 = 0{,}7$.

Xác suất để hai bạn dừng chơi sau hai ván đấu là $\mathrm{P} = 0{,}3 \cdot 0{,}7 = 0{,}21$.
Đáp án: $\boxed{0{,}21}$ .... □

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1. Giải phương trình $\log_5\left(3x^2+2\right) = 1$.

Lời giải.

Ta có $\log_5\left(3x^2+2\right) = 1 \Leftrightarrow 3x^2+2 = 5 \Leftrightarrow 3x^2 = 3 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 1. \end{array}\right.$ \hoac

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{-1; 1\}$.

Câu 2. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-3}$ tại tiếp điểm có hoành độ $x_0 = 4$.

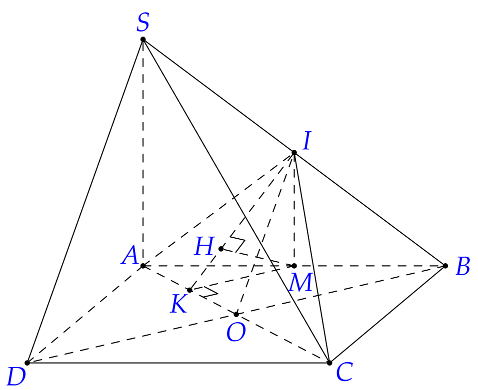
Lời giải.

Ta có $y' = -\dfrac{7}{(x-3)^2}, \forall x \neq 3$.
Do đó hệ số góc của tiếp tuyến là $k = f'(4) = -7$.
Ngoài ra, ta có $f(4) = 9$.
Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = -7(x-4) + 9 \Leftrightarrow y = -7x + 37$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) vuông góc với đáy và $SA = 3a$. Gọi I là trung điểm SB. Tính khoảng cách giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (ACI).

Lời giải.

Ta có hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) vuông góc với $(ABCD)$, suy ra $SA \perp (ABCD)$.
Gọi O là tâm hình vuông. Ta có $IO \parallel SD$, suy ra $SD \parallel (ACI)$.
Từ đó có $\mathrm{d}(SD, (ACI)) = \mathrm{d}(D, (ACI)) = \mathrm{d}(B, (ACI))$.



Gọi M là trung điểm AB. Lúc đó $IM \parallel SA$, suy ra $IM \perp (ABCD)$ và $\mathrm{d}(B,(ACI)) = 2\mathrm{d}(M,(ACI))$.
Trong $(ABCD)$ kẻ $MK \perp AC$ tại K, trong (MIK) kẻ $MH \perp IK$ tại H.
Vì $IM \perp (ABCD)$ nên $IM \perp AC$, kết hợp với $MK \perp AC$ suy ra $AC \perp (IMK)$.
Từ đó có $AC \perp HM$. $\quad (1)$. \hfill (1)
Lại có $KI \perp HM$. $\quad (2)$ \hfill (2)
Từ (1) và (2) ta có $HM \perp (IAC)$. Suy ra $\mathrm{d}(M,(ACI)) = MH$.

vuông tại M

Trong tam giác MIK, ta có $MH = \dfrac{IM \cdot MK}{\sqrt{IM^2 + MK^2}}$, với $IM = \dfrac{SA}{2} = \dfrac{3a}{2}$, $MK = \dfrac{OB}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.

Suy ra $MH = \dfrac{3a\sqrt{19}}{38}$.

Vậy $\mathrm{d}(SD,(ACI)) = 2MH = \dfrac{3a\sqrt{19}}{19}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. B	2. D	3. D	4. A	5. B	6. B	7. C	9. A	10. A	11. C	12. B

PHẦN II.

Câu 1. a Đ b S c Đ d S	Câu 2. a S b Đ c Đ d S

PHẦN III.

Câu 1. 3	Câu 2. 21	Câu 3. 3	Câu 4. 0,21