Chapitre … # Approche fréquentiste et probabilités

I) Expérience aléatoire et vocabulaire

Définitions :
Une expérience aléatoire est une expérience dont on ne peut pas prévoir le résultat. Elle dépend uniquement du hasard. Les résultats possibles de cette expérience sont les **issues.**

Exemple : Je lance un dé équilibré à 6 faces. Je regarde le chiffre au dessus.
Est-ce une expérience aléatoire ? Oui, car le dé est équilibré. Je ne peux pas prédire le résultat d'un lancer.
Quelles sont les issues possibles ? Les issues sont : 1; 2; 3; 4 ; 5 et 6

Définitions et vocabulaire :

On appelle événement une condition qui peut être réalisée (ou non) lors d'une expérience aléatoire.

- Un événement qui ne peut être réalisé que par une seule issue est un événement **élémentaire**
- Un événement qui ne peut pas être réalisé est un événement **impossible** : aucune issue ne le réalise.
- Un événement toujours réalisé est un **certain** : toutes les issues le réalisent.
- Deux événements qui ne peuvent pas se produire en même temps sont dits **incompatibles.**
- L'événement **contraire** d'un événement A est celui qui se réalise lorsque A n'est pas réalisé. On note $\bar{A}$

Exemples: Je lance un dé cubique équilibré

A : « J'obtiens un 2 » est un événement élémentaire
B : « J'obtiens un 7 » est un événement impossible
C : « J'obtiens un nombre compris entre 1 et 6 » est un événement certain
D : « J'obtiens un nombre pair »
E : « J'obtiens un nombre impair »
Les événements A et E sont incompatibles
Les événements D et E sont contraires

II) Fréquence et notion de propabibilté

Définition: Si on effectue un très grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence de réalisation d'un événement se rapproche d'une « fréquence théorique » appelée probabilité de cet événement.

La probabilité d'un événement A représente la « proportion de chances » que l'événement se réalise lors d'une expérience aléatoire. Cette probabilité se note p(A).

Exemple : chaque élèves lance 100 fois un dé à six faces et note les effectifs d'apparition de chaque face dans le tableau :

Faces	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**Total**
Effectifs	**20**	**14**	**10**	**22**	**16**	**18**	**100**

On regroupe ensuite l'ensemble des résultats de la classe dans un même tableau puis on calcule les fréquences d'apparition de chaque face.

Faces	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**Total**
Effectifs	**434**	**456**	**443**	**459**	**435**	**473**	**2700**
Fréquences	**16,1 %**	**16,9 %**	**16,9 %**	**17 %**	**16,1 %**	**17,5 %**	**100 %**

Les fréquences d'apparitions sont très proches les unes des autres.

Théoriquement, il y a autant de chance d'obtenir un 1, un 2 , un …..ou un 6. En effectuant un nombre encore plus grand de lancers, les fréquences se rapprocheraient les unes des autres de façon encore plus évidente.

Définition: Lorsque toutes les issues d'une expérience aléatoire ont la même probabilité on dit que les issues sont **équiprobables.**

Exemple : obtenir 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ou 6 est une situation d'équiprobabilité

Propriété : On réalise une expérience aléatoire où toutes les issues équiprobables. Alors pour tout évènement A on a :

$$P(A) = \frac{nb\ de\ cas\ \ favorable\ à\ \ A}{nombre\ total\ \ de\ cas}$$

Exemple: Un sac contient 5 boules noires, 3 grises et 1 blanche. On tire au hasard une boule du sac.
N: "On tire une boule noire"
G: "On tire une boule grise"
B: "On tire une boule blanche"
Quelle est la probabilité de chaque événement ?
Nombre de cas total: 9, car il y a 9 boule en tous.

$$P(N) = \frac{5}{9} \quad P(G) = \frac{3}{9} \quad P(B) = \frac{1}{9}$$

Propriétés:

- Une probabilité est un nombre compris entre 0 et 1

Exemple : la probabilité d'obtenir le chiffre 2 en lançant un dé est de p(2)= 1/6

- La somme des probabilités d'obtenir chaque issue est égale à 1

Exemple : Soit l'évènement A « obtenir le chiffre 1;2 ;3 ;4 ;5 ; ou 6 » est de

P(A) = P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1

- La probabilité d'un événement impossible est égale à 0

Exemple : Obtenir 7 en lançant un dé classique.

- La probabilité d'un événement certain est égale à 1

Exemple : Soit B l'événement « obtenir 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ou 6 » est P(B)=1

- La somme des probabilités d'un événement A et de son contraire $\overline{A}$ est égale à 1.

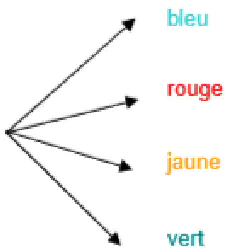
Exemple : Soit A l'événement « obtenir un nombre pair » ; son évènement contraire est « obtenir un nombre impair » ; On a P(A) + P(A) = 1

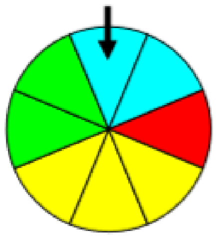
III) Schématisation et calculs

1) Arbre des possibles

Exemple :

Lorsqu'on fait tourner la roue, quatre issues sont possibles. On e schématise sur l'arbre des possibles :





L'arbre des possibles permet de visualiser les issues d'une expérience aléatoire.

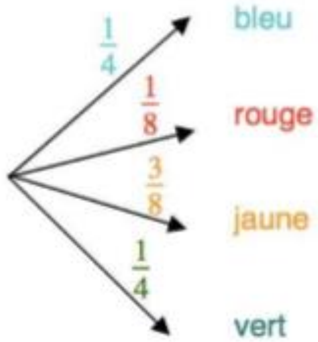
2) Probabilité

Exemple :

2 secteurs sur 8 sont de couleur bleue. Lors d'une experience aléatoire, il y a donc 2 chances sur 8 d'obtenir un secteur de couleur bleue.

On dit que la probabilité d'obtenir un secteur bleu est égale à $\frac{2}{8}$ $soit \frac{1}{4}$

On inscrit sur l'arbre des possibles les probabilités des différentes issues.



3) Evènement

Exemple :

Soit l'événement E « la roue s'arrête sur un secteur bleu ou rouge».

On pourrait se demander qu'elle est la probabilité que cet événement se réalise ?

On dit que la probabilité que l'événement E se réalise est égale à $\frac{3}{8}$ et on note :

P(E)= $\frac{3}{8}$

Un événement est constitué par plusieurs issues d'une même expérience aléatoire.

Méthode :

On considère l'expérience aléatoire suivante :

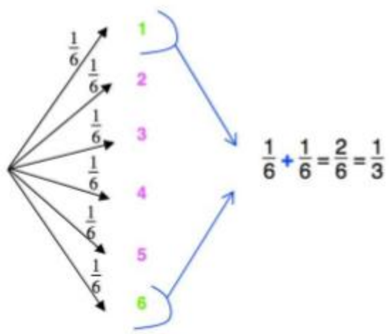
On lance un dé à six faces et on regarde le nombre de points inscrits sur la face du dessus. Soit E l'événement : « la face du dessus est un 1 ou un 6 »

Quelle est la probabilité que l'événement E se réalise ?

On construit un arbre des possibles de l'expérience aléatoire :

Chaque issue à la même probabilité : il y a une chance sur six de sortir un 1, un 2…ou un 6.

On dit qu'il y a équiprobabilité.



Ainsi P(E) = $\frac{1}{3}$

Il y a donc une chance sur trois d'obtenir un 1 ou un 6 en lançant un dé.