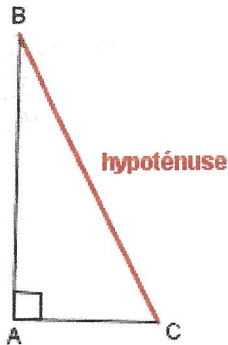


# Le théorème de Pythagore et sa réciproque

## I) Le théorème de Pythagore



Si un triangle est rectangle alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés

Exemple :

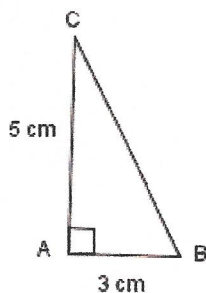
Si ABC est un triangle rectangle en A alors  $BC^2 = AB^2 + AC^2$

## II) Application :

### Pour calculer une longueur :

#### 1) Exemple 1 :

ABC est rectangle en A AB = 3 cm et AC = 5 cm .Calculer BC



Le triangle ABC est rectangle en A d'après le théorème de Pythagore on a :

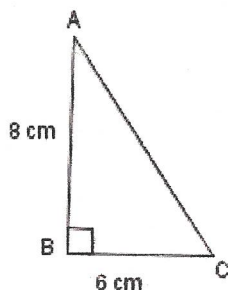
$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \quad BC^2 = 3^2 + 5^2$$

$$BC^2 = 9 + 25 = 34$$

$$\text{Donc } BC = \sqrt{34} \text{ cm} \approx 5,83 \text{ cm}$$

## 2) Exemple 2

ABC est un triangle rectangle en **B** AB = 6 cm et BC = 8 cm Calculer AC



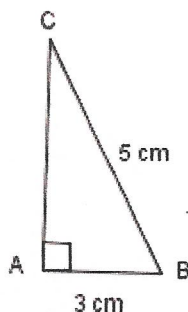
Le triangle ABC est rectangle en **B**  
d'après le théorème de Pythagore on a :

$$AC^2 = BA^2 + BC^2 \quad AC^2 = 6^2 + 8^2$$

$$AC^2 = 36 + 64 = 100$$

$$\text{Donc } AC = \sqrt{100} \text{ cm.} \quad AC = 10 \text{ cm}$$

## 3) Exemple 3



ABC est un triangle rectangle en **A**  
AB = 3 cm et BC = 5 cm Calculer AC

Le triangle ABC est rectangle en **A** d'après le théorème de Pythagore on a :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \quad 5^2 = 3^2 + AC^2$$

$$25 = 9 + AC^2 \quad AC^2 = 25 - 9 = 16$$

$$\text{Donc } AC = \sqrt{16} \text{ cm. } AC = 4 \text{ cm}$$

## III) Réciproque du théorème de Pythagore

### 1) Réciproque du théorème :

Si le carré du plus grand côté d'un triangle est égal à la somme des carrés des deux autres côtés alors le triangle est rectangle

Si un triangle ABC est tel que  $BC^2 = AB^2 + AC^2$ , [BC] étant le côté qui a la plus grande longueur, alors il est rectangle en A

## 2) Exemples :

### 1) Exemple 1

Soit le triangle ABC tel que :  $AB = 4,5 \text{ cm}$  ;  $BC = 6 \text{ cm}$  et  $AC = 7,5 \text{ cm}$   
Montrer que ce triangle est rectangle :

a) On calcule le carré du plus grand côté :  $AC^2 = 7,5^2 = 56,25$

b) On calcule la somme des carrés des deux autres côtés :

$$AB^2 + BC^2 = 4,5^2 + 6^2 = 20,25 + 36 = 56,25$$

c) On remarque que  $AC^2 = AB^2 + BC^2$

d) **Conclusion** : Le triangle ABC est rectangle en **B** d'après la réciproque du théorème de Pythagore

### 2) Exemple 2

Soit ABC un triangle tel que  $AB = 3 \text{ cm}$   $AC = 4 \text{ cm}$  et  $BC = 5 \text{ cm}$

a) BC est le côté le plus grand :  $BC^2 = 5^2 = 25$

b)  $AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

c) On a bien  $AB^2 + AC^2 = BC^2$

d) Le triangle ABC est rectangle en **A** d'après la réciproque du théorème de Pythagore

## IV) Prouver qu'un triangle n'est pas rectangle

**Si le carré du plus grand côté d'un triangle n'est pas égal à la somme des carrés des deux autres côtés alors le triangle n'est pas rectangle**

### a) Exemple 1 :

Soit ABC un triangle tel que  $AB = 3,2 \text{ cm}$   $AC = 2,4 \text{ cm}$  et  $BC = 4,1 \text{ cm}$ . Montrer que ce triangle n'est pas rectangle.

**Méthode :**

a) On calcule le carré du plus grand côté :  $BC^2 = 4,1^2 = 16,81$

b) On calcule la somme des carrés des deux autres côtés :

$$AB^2 + AC^2 = 3,2^2 + 2,4^2 = 10,24 + 5,76 = 16$$

c) On remarque que  $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$

d) **Conclusion** : Le triangle ABC n'est pas rectangle

### **b) Exemple 2 :**

Soit ABC un triangle tel que  $AB = 3 \text{ cm}$   $AC = 4 \text{ cm}$  et  $BC = 5,02 \text{ cm}$

a) BC est le côté le plus grand :  $BC^2 = 5,02^2 = 25,2004$

b)  $AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

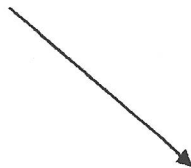
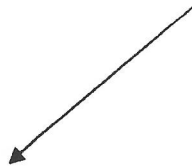
c)  $25 \neq 25,004$  alors  $AB^2 + AC^2 \neq BC^2$

d) Le triangle ABC n'est pas rectangle

**Remarque :** Si vous faites une figure vous avez l'impression (même en prenant une équerre que le triangle est rectangle) en effet la différence des deux résultats est de 0,2004 qui est non perceptible à l'œil nu

### **V) Méthode : Comment prouver qu'un triangle est rectangle ou non**

- 1) On calcule le carré du **plus grand côté**
- 2) On calcule **séparément** la somme des carrés des deux autres côtés
- 3) On compare



**Si les résultats sont égaux** alors le triangle est rectangle d'après la réciproque du théorème de Pythagore

**Si les résultats ne sont pas égaux** alors le triangle n'est pas rectangle