- 1. Una compañía fabrica tres tipos de cajas de cartón: pequeñas, medianas y grandes. El costo para elaborar una caja pequeña es de \$2.50, para la mediana es de \$4.00 y \$4.50 para la caja grande. Los costos fijos son de \$8000.
  - a) Exprese el costo de elaborar x cajas pequeñas, y cajas medianas y z cajas grandes como una función de tres variables: C = f(x, y, z).
  - b) Encuentre f(3000, 5000, 4000) e interprételo.
  - c) ¿Cuál es el dominio de f?.
- 2. Consideremos la función  $f(x,y) = 1 + \sqrt{x-y-1}$ 
  - a) Evalúe f(3,1), f(4,2) y f(1,0).

## Solución:

$$f(3,1) = 1 + \sqrt{3 - 1 - 1} = 1 + \sqrt{1} = 2$$

$$f(4,2) = 1 + \sqrt{4 - 2 - 1} = 1 + \sqrt{1} = 2$$

$$f(1,0) = 1 + \sqrt{1 - 0 - 1} = 1 + \sqrt{0} = 1$$

- b) Encuentre el dominio y rango de f.
- 3. Determinar y representar el dominio de las siguientes funciones.
  - a)  $f(x,y) = \frac{\sqrt{y-x^2}}{1-x^2}$ .
  - b)  $f(x,y) = \sqrt{9 x^2 9y^2}$ .
  - c)  $f(x,y) = \sqrt{9 x^2 y^2} \ln(x^2 + y^2 4)$ .
  - d)  $f(x,y) = \arcsin\left(\frac{x}{x+y}\right)$ .
  - e)  $f(x,y) = \sqrt{1-x^2} \sqrt{1-y^2}$ .

## Solución:

(a)

$$c^2 = a^2 + b^2$$

- 4. Calcule los siguientes límites en caso de que existan; de lo contrario, demostrar que no existen.

- $\begin{array}{ll} \text{a)} & \lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{3xy^3}{2y^6+x^2}, & \text{b)} \lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{x^3-y^3}{x^2+y^2}, & \text{c)} \lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{x^3+y^3}{x^2-y^2}, \\ \text{d)} & \lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{(x+y)^2}{x^2+y^2}, & \text{e)} \lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{x^4+y^4}{|x|+|y|}, & \text{f)} \lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{\cos(x-y)}{x-y} \end{array}$

**Solución:** a) No existe, b) Existe, c) No existe, d) No existe, e) Existe, f) No existe.

- 5. Estudie la continuidad de las siguientes funciones en el punto (0,0).
  - a) Sea

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{2xy^2}{x^2 + 8y^4} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

b) Sea

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{|x|+|y|} & \text{si} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si} \quad (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

c) Sea

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + xy + y^2} & \text{si} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si} \quad (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

- 6. Consideremos la función  $f(x,y) = x^4y^3 + 8x^2y + 4y$ .
  - a) Calcule  $f_x(x, y)$ ,  $f_y(x, y)$ ,  $f_{xy}(x, y)$ ,  $f_{xx}(x, y)$  y  $f_{yy}(x, y)$ .
  - b) Evalúe  $f_x(1,2)$  y  $f_{xy}(3,0)$ .
- 7. Sea

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2} & \text{si} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si} \quad (x,y) = (0,0). \end{cases}$$