ANÁLISE DE RISCO EM APLICAÇÕES FINANCEIRAS

MARCO ANTONIO LEONEL CAETANO

Blucher

Marco Antonio Leonel Caetano

ANÁLISE DE RISCO EM APLICAÇÕES FINANCEIRAS

Análise de risco em aplicações financeiras

Editora Edgard Blücher Ltda.

Blucher

Rua Pedroso Alvarenga, 1245, 4° andar
04531-934 – São Paulo – SP – Brasil
Tel.: 55 11 3078-5366
contato@blucher.com.br
www.blucher.com.br

Segundo Novo Acordo Ortográfico, conforme 5. ed. do *Vocabulário Ortográfico da Língua Portuguesa*, Academia Brasileira de Letras, março de 2009.

FICHA CATALOGRÁFICA

Caetano, Marco Antonio Leonel
Análise de risco em aplicações financeiras / Marco Antonio Leonel Caetano. — São Paulo: Blucher, 2017.
264 p. ; il.

Bibliografia
ISBN 978-85-212-1144-0

1. Finanças – Investimentos – Avaliação de riscos 2. Administração de risco - Matemática 3. Sistemas de avaliação de risco de crédito (Finanças) 4. Mercado financeiro 5. Probabilidades I. Título.

15-1526 CDD 332.604

Índice para catálogo sistemático:
1. Investimentos – Avaliação de riscos

CONTEÚDO

CAPÍTULO 1
TRATAMENTO, QUANTIFICAÇÃO E VISUALIZAÇÃO DE DADOS

1.1 INTRODUÇÃO

Na divulgação de relatórios, estrategistas e analistas preocupam-se com a melhor maneira de apresentar os dados obtidos por meio dos resultados das operações nos investimentos financeiros. Necessariamente, toda divulgação deve começar sempre pela divulgação dos resultados com técnicas estatísticas adequadas.

Na estatística, existe um amplo campo de técnicas para expressar e representar resultados de investimentos em três subáreas bastante distintas e muito bem conectadas: estatística descritiva, probabilidade e inferência estatística. Na estatística descritiva são utilizadas ferramentas como objeto de apresentação, como gráficos, tabelas e análises de formas e estruturas de representações dos dados. Esse tipo de estatística não tem valor de inferência, ou seja, as conclusões são sempre limitadas, e também não permite a extensão direta dos resultados para a população da qual foram coletadas as amostras. No campo da probabilidade, teoremas garantem os tipos de distribuição que regem um evento ocorrido no mercado, destacam quais são as distribuições mais adequadas e mostram com que confiança os dados podem ser coletados de forma que sejam representativos de uma população de dados. Finalmente, na inferência estatística, técnicas garantem as conclusões indicando os erros e as confiabilidades dos resultados obtidos. Também nesse campo é possível fazer previsões de tendências e correlações entre variáveis e parâmetros obtidos experimentalmente.

Desse modo, realizar uma projeção ou divulgação de relatórios de investimentos sem o devido cuidado com seu tratamento e forma de apresentação pode comprometer todo trabalho realizado, por falta de compreensão por parte dos leitores ou de interpretações incorretas de determinados resultados obtidos.

1.2 REPRESENTAÇÃO GRÁFICA

A melhor forma de representar dados é com gráficos, que muitas vezes, por si sós, são bastante explicativos e conclusivos dependendo do evento observado. Para exemplificar alguns tipos de gráficos, são usados os dados fornecidos a seguir das exportações brasileiras no ano de 2001 em milhões de dólares. Esses dados foram obtidos mês a mês.

Tabela 1.1 – Exportações (total em milhões de dólares – US$)

Mês	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
US$	4.538	4.083	5.167	4.730	5.367	5.042	4.965	5.727	4.755	5.003	4.500	4.346

Fonte: Ministério do Desenvolvimento, Indústria e Comércio Exterior (2001).

1.2.1 GRÁFICO DE LINHAS

É uma das formas mais simples de apresentação. Esse tipo de gráfico é apresentado com a união simples de retas entre os pontos do experimento. É muito útil, principalmente, quando se quer, em primeira instância, verificar as tendências dos resultados obtidos. A Figura 1.1 apresenta um gráfico típico de linhas.

Figura 1.1 – Gráfico de linhas com dados das exportações brasileiras em 2001.

1.2.2 GRÁFICO DE PONTOS

Forma de gráfico bastante interessante quando há frequências nos dados coletados. Nesse caso, o leitor consegue visualizar o valor que mais se repete em uma amostragem. Os dados do exemplo são referentes à frequência da exportação brasileira entre 1999 e 2001 observada nos dias úteis do mês.

CAPÍTULO 3
DISTRIBUIÇÃO NORMAL

3.1 INTRODUÇÃO

Desde que Carl Friedrich Gauss apresentou a curva conhecida como gaussiana, utilizada em tabelas de probabilidade, sua aplicação é amplamente divulgada em diversas áreas. Em todos os setores, trabalhar com probabilidade implica fazer amostragens de tamanho suficiente para utilizar a curva gaussiana, usando suas propriedades e áreas. Também conhecida como distribuição de probabilidade normal, a curva de Gauss serve tanto para medir confiança como para dizer a chance de um fracasso.

Em termos de finanças, uma metodologia que foi criada e usada na teoria moderna de portfólio quantifica um risco (ELTON; GRUBER; BROWN; GOETZMANN, 2003; BREALEY; MYERS, 1992). Sendo a área embaixo da curva normal igual a 1, as regiões em sua cauda direita e esquerda podem ser usadas para identificar anomalias fora do padrão estabelecido como normalidade.

Para uma curva normal, o elemento central é a média, e o ponto no eixo das abscissas (eixo horizontal), onde a concavidade da curva muda de direção, chama-se desvio-padrão, já definido no primeiro capítulo. A curva-padrão é aquela com média zero e desvio-padrão igual a um. O desvio-padrão é uma medida de variabilidade das observações para determinado experimento. Curvas mais alongadas e esticadas representam dados com maior variabilidade que curvas estreitas e pontiagudas em torno da média. Quanto mais distante e mais para a cauda os dados vão caindo, maiores são as anomalias da amostra.

A geração de números aleatórios nem sempre obedece à distribuição normal, mas *Sir* Francis Galton inventou um experimento bastante interessante conhecido como quadro de Galton, que mostrava por que a distribuição normal pode ser aplicada a uma grande quantidade de dados. Com seu experimento, Galton demonstrou o teorema conhecido como lei dos grandes números, afirmando que dados gerados aleatoriamente e de forma independente têm sua soma parcial dos valores gerados convergindo para a distribuição normal.

O experimento, mostrado na Figura 3.1, a seguir, consiste em colocar bolinhas em um funil que, ao cair, passam por um conjunto de obstáculos.

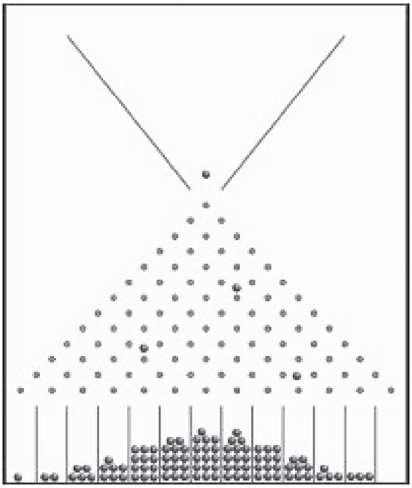


Figura 3.1 – Quadro de Galton para a lei dos grandes números.

À medida que as bolinhas caem, depois dos obstáculos existem recipientes para armazená-las. Quanto mais bolinhas são lançadas, mais os recipientes mostram o impressionante padrão da distribuição normal. Com isso, Galton mostrou que, para grande quantidade de números gerados aleatoriamente, mesmo de forma isolada e discreta no tempo, uma função contínua pode ser usada para representar o evento aleatório. Essa função é a distribuição de probabilidade normal. A fórmula para a função é:

$$f(x) = \frac{e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2s^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}}$$

Nessa fórmula, μ é a média aritmética da população de dados e σ representa o desvio-padrão populacional, variáveis que determinam a forma da curva normal. Em muitas ocasiões a média populacional é substituída pelo estimador representado por $\overline{x}$, nomeado de média amostral. Nesse caso, o desvio-padrão pode ser estimado e substituído pelo desvio-padrão amostral, representado por *s*.

3.2 CÁLCULO DE PROBABILIDADES COM DISTRIBUIÇÃO NORMAL

A curva forma duas caudas, uma à esquerda da média e outra à direita. Essas caudas, com áreas fora do intervalo que se compõe entre o desvio-padrão com sinal

CAPÍTULO 5

O VALOR EM RISCO

5.1 INTRODUÇÃO

O valor em risco, ou *value at risk*, representado na literatura especializada pela sigla VaR, é a perda máxima esperada da carteira de ações ou de uma ação a um índice de significância de α%. O VaR responde à questão: "Quanto eu posso perder com α% de probabilidade em um horizonte de tempo predefinido?". Ao maximizar o retorno de um investimento, o VaR define a restrição necessária a ser imposta ao modelo de carteira de um investidor (ELTON et al., 2003; DANÍELSSON, 2011; BREALEY; MYERS, 1992; BENNINGA; WIENER, 1988; MARSHALL, 2002).

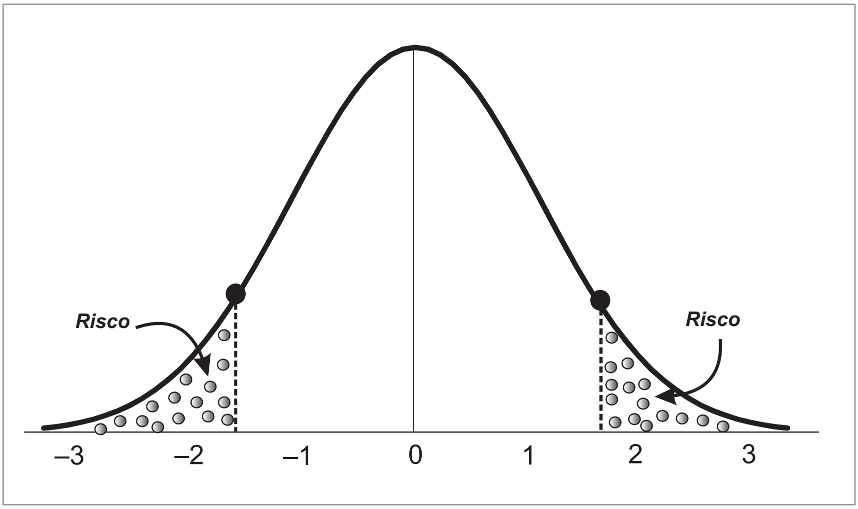


Figura 5.1 – Representação do risco na distribuição normal.

Duas técnicas dividem o cálculo do VaR em VaR paramétrico e VaR não paramétrico. O VaR paramétrico baseia-se no conhecimento prévio de uma distribuição de probabilidade, frequentemente adotada como a normal. Essa é uma hipótese forte e necessária para se encontrar o ponto além do qual as perdas são severas. O VaR não paramétrico não precisa de nenhuma hipótese sobre a distribuição de probabilidade dos retornos dos ativos. O histórico dos próprios dados de retornos é usado para gerar os pontos das informações sobre as perdas. Dentre as técnicas do VaR não paramétrico estão a simulação histórica e a simulação de Monte Carlo.

Neste capítulo, vamos abordar a discussão voltada para o uso do VaR paramétrico. Como a área de risco está sempre na cauda das distribuições de probabilidades, o VaR paramétrico busca descobrir a área crítica da cauda embaixo da distribuição normal, que é ajustada aos dados de média e desvio-padrão.

A variância, o desvio-padrão e o coeficiente de variação são medidas de risco, pois medem a forma como os dados dispersam na distribuição de probabilidade. No entanto, o valor em risco conhecido como (VaR) paramétrico quantifica a área da distribuição mais exposta e mais longe da média. E quantificar essa área significa representar, em termos de probabilidade, o que se pode esperar em termos de perda, dependendo da área da distribuição em que os dados amostrados se encontram.

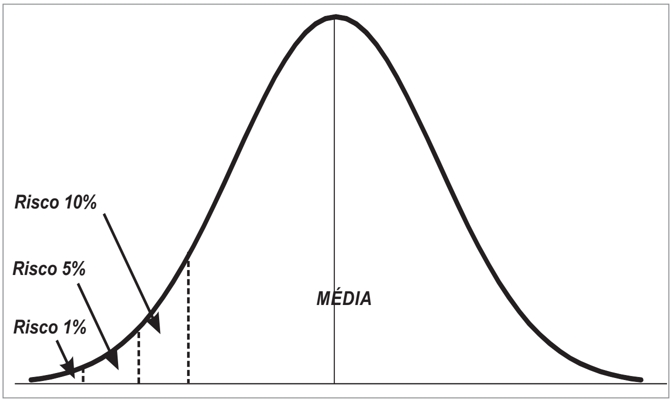


Figura 5.2 – Patamares de risco da distribuição normal.

Conforme apresentado nessa figura, o VaR geralmente pode ser calculado sobre três áreas de risco: 1%, 5% e 10%. Essas áreas dizem, quando se observam os pontos nas abscissas, quais os valores mais extremos esperados para a distribuição. Como se está sempre interessado nos valores extremos de perdas, o lado esquerdo da média da distribuição é utilizado no cálculo do VaR.

5.2 O CÁLCULO DO VALOR EM RISCO (*VALUE AT RISK*)

Vamos supor uma amostra de dados aleatórios em reais (R$), como a apresentada na Figura 5.3, a partir da qual se deseja estimar o VaR. O valor encontrado vai representar a perda máxima esperada para um evento que segue esse padrão.

CAPÍTULO 7
RISCO EXTREMO DE MUDANÇAS ABRUPTAS CALCULADO COM WAVELETS

7.1 INTRODUÇÃO

Nos anos 1930, vários matemáticos desenvolveram a noção de espaços para a correlação entre frequência, amplitude e disposição dos dados no tempo. Entre 1960 e 1980, com o advento de computadores que suportavam maior capacidade de processamento, a teoria de wavelets passou a ser implementada por meio de algoritmos computacionais. Tiveram início, então, os primeiros processamentos de dados usando, por exemplo, fotos, imagens de satélites na área de astronomia e a compactação de dados.

Desde o início, cada wavelet foi sendo desenvolvida e estudada por matemáticos, físicos e engenheiros e, dependendo das aplicações novas, wavelets-mães foram sendo construídas. Cada pesquisador que encontrava uma nova forma de onda dava uma nomenclatura, podendo ser seu próprio nome ou nomes de matemáticos famosos, como Gauss. Assim, quando se trabalha com transformada wavelet, primeiro precisa-se escolher qual wavelet-mãe se pretende usar, como: Gauss, Chapéu Mexicano, Morlet etc. Então, escolhendo uma wavelet-mãe, pode-se tentar ajustar curvas ao conjunto de dados. Para aperfeiçoar o ajuste, utiliza-se compressão e expansão da escala (ou frequências) de forma que os dados sejam enquadrados da melhor maneira possível. Além da expansão e da contração, é possível ainda deslocar as wavelets no tempo.

Para cada tipo de problema ou série envolvendo dados reais, uma wavelet-mãe ajusta-se perfeitamente ou não. A técnica de expandir ou contrair é importante, pois, se a série original não se adapta aos dados, com uma expansão, pode perfeitamente representar uma parte da curva original. A noção de expandir e contrair uma função para se adaptar a dados coletados como fonte de algum evento real é muito interessante e constitui a base do sucesso e da adaptação da teoria das wavelets para diversas aplicações (WALKER, 1999; MERTINS, 1999; BALEANU, 2012; MALLAT, 1999).

Um sistema fez aquisição de dados das ações da Petrobras (PETR4) na Bovespa a cada 15 minutos, como apresentado na Figura 7.1.

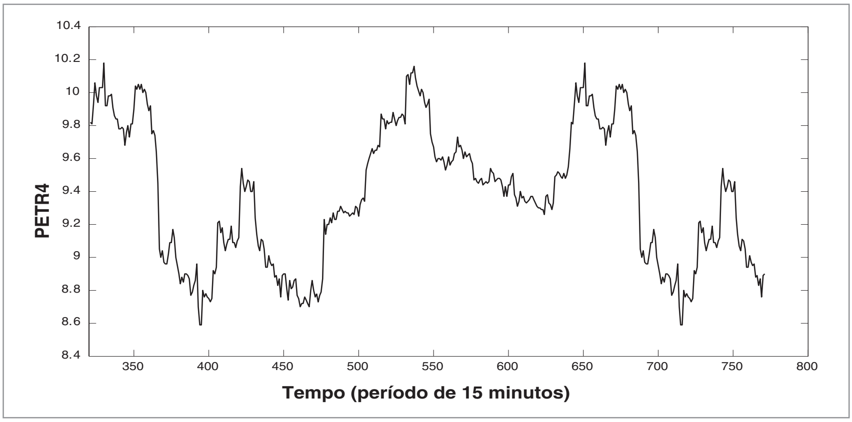


Figura 7.1 – Ação da Petrobras (PETR4) com dados intradiários.

Segundo a teoria das wavelets, existe uma função que descreve alguns trechos desse conjunto de dados. Essa função seria a wavelet-mãe, e, ao alongá-la ou comprimi-la, pode-se prever com boa precisão eventos futuros. Ou, ainda, com essa função mãe esticada ou reduzida, é possível filtrar um sinal ruidoso.

Na Figura 7.2, a seguir, são apresentados os mesmos dados originais da Figura 7.1 com uma sobreposição de uma wavelet-mãe no canto superior esquerdo com gráfico de linhas e círculos. Observa-se, nessa figura, um bom ajuste no início do intervalo. Mas o que aconteceria se uma expansão ocorresse com essa wavelet? Já a Figura 7.3 mostra que a wavelet expandida permite uma adaptação para um período ainda maior. Ela ajusta-se quase perfeitamente aos dados da ação, permitindo até mesmo certa previsão dos preços. Quedas, picos e vales se repetem com bom comportamento partindo do período de observação inicial.

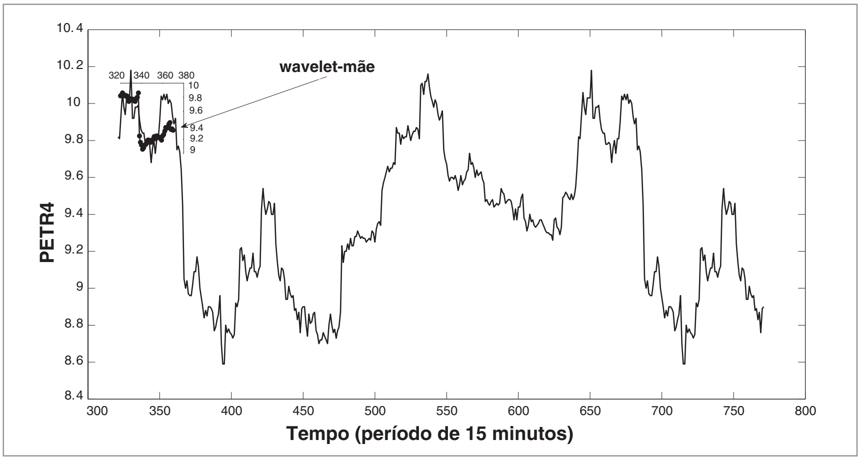


Figura 7.2 – Wavelet-mãe para dados intradiários da PETR4.

CAPÍTULO 9
CÁLCULO DE ITÔ

9.1 INTRODUÇÃO

Em 1915, a ilha de Honshu, no Japão, ganhava um novo filho que um dia seria ilustre. Na área de matemática pura e, mais recente, na área de matemática financeira, Kiyoshi Itô é muito conhecido pelo lema que leva seu nome: lema de Itô (MCKEAN, 1969; ARNOLD ,1973; KRISHNAN,1984; CHUNG; WILLIANS, 1990; ALLEN, 2007; OKSENDAL, 2013). Falecido em 2008, Itô tornou-se doutor em Matemática na Universidade de Tóquio. Entre 1938 e 1945, publicou trabalhos na área de processos estocásticos e probabilidade. Esses processos são eventos que se desenvolvem no tempo, mas que sofrem perturbações que os retiram da trajetória determinística. Um automóvel na rodovia muitas vezes não anda em linha reta ao trafegar em virtude do atrito dos pneus, das rajadas de vento da natureza ou dos caminhões que cruzam próximo ao veículo.

Vamos imaginar que estamos em determinado dia com amigos em um bar, nos deliciando com um bom refrigerante gelado. Olhamos para as bolhas que saem do fundo do nosso copo. Elas começam a subir em linha reta, mas alguns centímetros acima do fundo começam a fazer zigue-zague. Na parte de cima de seu copo, a cada momento, aquela pequena bolha que surgiu lá embaixo estaciona em um lugar e outra, que estava próxima, estaciona em outro lugar completamente diferente. Seria possível prever a trajetória dessas bolhas? Elas surgem graças ao gás liberado no processo de engarrafamento da bebida.

Essa pergunta sobre bolhas foi feita de uma maneira diferente pelo biólogo Robert Brown. Trabalhando inicialmente na Marinha britânica, Brown coletava diversas espécies em suas viagens para catalogação e arquivamento para o acervo do governo britânico. Em 1827, quando examinava suspensão aquosa de grãos de pólen, erroneamente achou que era uma nova espécie em movimento. A trajetória da “nova espécie” no microscópio intrigou o biólogo, que resolveu pesquisar mais sobre partículas de pó.

Reparou, então, que também nas partículas mortas de sujeira o movimento sempre ocorria no microscópio, mas não conseguiu explicar a causa. Mesmo assim, cunhou o termo "movimento browniano", usado até os dias atuais.

A descrição matemática surgiu pela primeira vez em 1880 com Thorvald N. Thiele, que, por sua vez, foi seguido por Louis Bachelier, em 1900, e por Mattew Fontaine M. Osborne, ambos conhecidos nas finanças atuais (OSBORNE, 1959).

É possível fazer previsões de fenômenos que seguem movimentos brownianos utilizando o computador. Assim, pode-se encontrar numericamente (método de Monte Carlo) soluções de qualquer ordem e estimar com certa segurança qual a probabilidade de o evento estar em lugares predefinidos (DANÍELSSON, 2011). Na época de Itô, computadores existiam apenas em órgãos de guerra, governos ou empresas de grande porte. A preocupação de todo pesquisador é descobrir a solução "fechada", ou seja, a intenção é sempre descobrir uma fórmula que, alimentada com alguns valores, fornece uma previsão sobre o futuro.

A fórmula a seguir é tradicional e descreve o movimento aleatório de qualquer evento. A letra grega σ (lê-se sigma) indica uma variabilidade do fenômeno no tempo e a letra também grega μ (lê-se mi) aponta a direção média a ser seguida. O termo "*dt*" representa uma variação no passo de observação no tempo. O termo "dB_t" indica como a perturbação aleatória atrapalha o movimento.

$$dX_t = \mu dt + \sigma dB_t \tag{9.1}$$

Conhecendo-se as duas letras gregas, é possível saber o caminho do evento denominado X_t. O problema que surge é que, se a letra grega sigma que está no segundo termo for algo que dependa da trajetória de X_t, a previsão é impossível em muitos casos. Na verdade, a solução é impossível, mas numericamente conseguimos estimar onde X_t vai estar. A equação diferencial (9.1) é uma representação simplificada de uma integral estocástica, cujo aprofundamento foge do escopo deste livro. A título de conhecimento, a Equação (9.1) representa a integral a seguir:

$$X(t) = X(0) + \int_0^t \mu\big(X(s)\big)\, ds + \int_0^t \sigma\,\big(X(s)\big)\, dB(s)$$

Nessa equação, os incrementos diferenciais *dB*(s) são números infinitesimais e aleatórios, o que torna a resolução analítica da integral bastante complicada. Para se ter uma ideia, a diferença de $X(t)$ entre dois instantes é um número aleatório que depende da distribuição de probabilidade normal:

$$\Delta X = X(t + \Delta t) - X(t) \sim\ N(0, \sqrt{\Delta t})$$

O que entendemos como risco? Estamos acostumados a relacionar essa palavra ao resultado negativo de eventos, processos ou tarefas. Na realidade, o risco não se refere apenas a resultados negativos, mas também a resultados advindos de retornos positivos sobre diversas atividades, entre elas aquelas ligadas ao mercado financeiro.

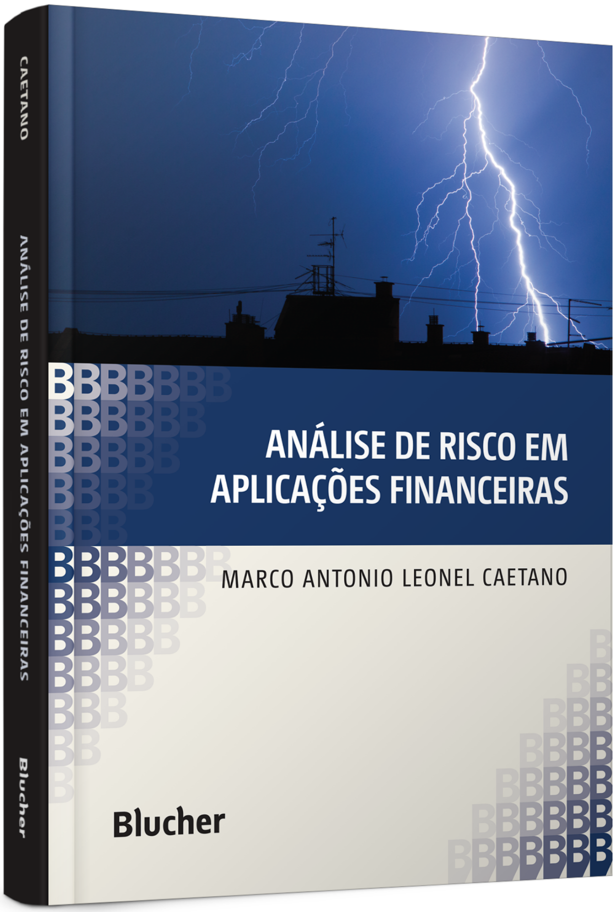
Este livro começa descrevendo o risco como uma medida básica de estatística, relacionando diversos comandos do Microsoft Excel com exemplos práticos e reais do mercado financeiro.

A descrição da medida de risco ultrapassa os limites das disciplinas tradicionais de administração, economia e finanças, abordando temas que também serão de interesse da matemática, estatística, engenharia e computação, como ferramentas para se entender os movimentos erráticos dos negócios.

O livro tem diversos níveis, começando por temas bem compreendidos por alunos de graduação e se aprofundando nos últimos capítulos para atingir os cursos de pós-graduação. A última parte descreve formulações estocásticas e suas soluções analítica e numérica. Com dados reais de ações na bolsa de valores, o livro descreve o mercado de opções como parte importante do entendimento do risco nas aplicações financeiras, utilizando para isso exemplos e conceitos do modelo Black-Scholes, operação de *call*, operação de *put*, volatilidade histórica e volatilidade implícita.

www.blucher.com.br

Blucher



Análise de Risco em Aplicações Financeiras

Marco Antonio Leonel Caetano

ISBN: 9788521211440
Páginas: 264
Formato: 17x24 cm
Ano de Publicação: 2017