Uji Hipotesis - Lanjutan

Metode Statistik

Vitri A. Handayani

Outline

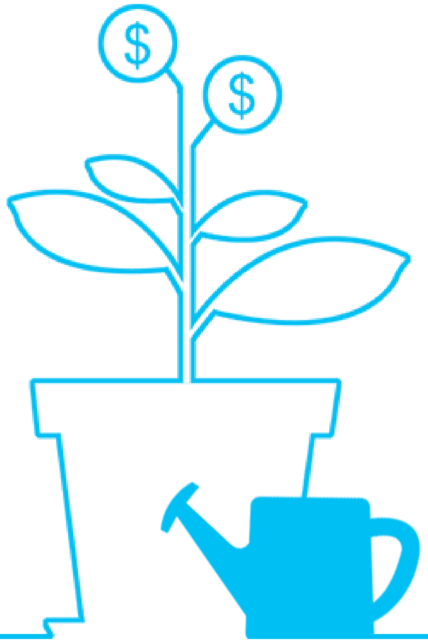
01 **Langkah-Langkah Pengujian Hipotesis**

02 **Uji Rata-Rata Sampel Berukuraan Besar**

03 **Uji Rata-Rata Sampel Berukuraan Kecil**

04 **Uji Perbedaan Dua Rata-Rata Sampel Berukuran Besar dan Kecil**

05 **Uji Dua Sampel Berpasangan (Paired T-Test)**



01 Langkah-Langkah Pengujian Hipotesis

01 Langkah-Langkah Pengujian Hipotesis

1. Menentukan Formulasi Hipotesis

Hipotesis Nol (H_0)

- Suatu pernyataan yang akan di uji
- Bisa diterima dan bisa ditolak

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

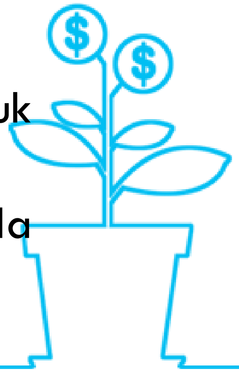
Hipotesis Alternatif (H_1) Atau (H_a)

- Alternatif keputusan apabila H_0 ditolak
- Ditetapkan berlawanan dengan H_0

$$H_1 : \mu < \mu_0$$
$$H_1 : \mu > \mu_0$$
$$H_1 : \mu \neq \mu_0$$

H_0 awalnya dianggap benar → sampel diambil dari populasi untuk diuji apakah cukup kuat untuk menerima dan menolak H_0 tersebut

Ex : seseorang yang dituduh bersalah dalam persidangan dianggap tidak bersalah sebelum ada keputusan (H_0 dianggap benar)



01 Langkah-Langkah Pengujian Hipotesis

1. Menentukan Formulasi Hipotesis

Terdapat 3 Alternatif Dalam Penyusunan H_0 dan H_1

1) **Alternatif Pertama**

   H_0 : Ukuran statistic $=$ nilai tertentu

   H_1 : ukuran statistic $\neq$ nilai tertentu

$$\boxed{\begin{aligned} H_0 &: \mu = \mu_0 \\ H_1 &: \mu \neq \mu_0 \end{aligned}} \qquad \boxed{\begin{aligned} H_0 &: \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 &: \mu_1 \neq \mu_2 \end{aligned}}$$

- **Uji hipotesisnya disebut uji hipotesis dua sisi (two tailed test)**
- **Ex : standard berat minuman "x" adalah 250 ml, perusahaan ingin menguji apakah isi setiap kaleng sudah sesuai dengan standard**

01 Langkah-Langkah Pengujian Hipotesis

1. Menentukan Formulasi Hipotesis

Terdapat 3 Alternatif Dalam Penyusunan H_0 dan H_1

2) Alternatif Kedua

H_0 : Ukuran statistic $=$ nilai tertentu

H_1 : ukuran statistic $<$ nilai tertentu

$$\boxed{\begin{array}{l} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu < \mu_0 \end{array}}$$

- **Uji hipotesisnya disebut uji hipotesis satu sisi (*one tailed test*) → sisi kiri**
- **Ex standard berat minuman "x" adalah 250 ml, perusahaan ingin menguji apakah merugikan konsumen atau tidak dari segi banyaknya isi (terlalu sedikit)**

01 Langkah-Langkah Pengujian Hipotesis

1. Menentukan Formulasi Hipotesis

Terdapat 3 Alternatif Dalam Penyusunan H_0 dan H_1

3) **Alternatif Ketiga**

H_0 : Ukuran statistic $=$ nilai tertentu

H_1 : ukuran statistic $>$ nilai tertentu

$$H_0 : \mu = \mu_0$$
$$H_1 : \mu > \mu_0$$

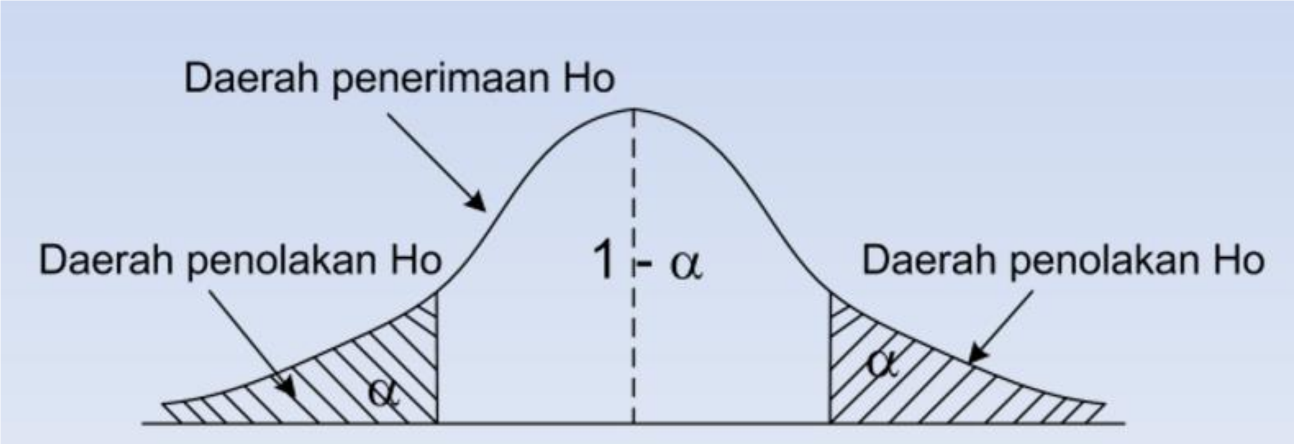
- **Uji hipotesisnya disebut uji hipotesis satu sisi (*one tailed test*) → sisi kanan**
- **Ex standard berat minuman "x" adalah 250 ml, perusahaan ingin menguji apakah merugikan perusahaan atau tidak dari segi banyaknya isi (terlalu banyak)**

01 Langkah-Langkah Pengujian Hipotesis

2. Menentukan Taraf Nyata (*Significant Level*)

Besarnya batas toleransi dalam menerima kesalahan hasil hipotesis yang dilakukan.

$$\boxed{\alpha \rightarrow \% \,;\, 1\%, 5\%\,, 10\%}$$



Besarnya kesalahan disebut sbg daerah kritis pengujian (*critical region of a test*) atau daerah penolakan (*region of rejection*)

01 Langkah-Langkah Pengujian Hipotesis

3. Menentukan Kriteria Pengujian

Formulasi Hipotesis	Kriteria Pengujian
$H_0 : \mu = \mu_0$ $H_1 : \mu > \mu_0$	1. H_0 diterima jika $Z_0 \leq Z_\alpha$ 2. H_0 ditolak jika $Z_0 > Z_\alpha$
$H_0 : \mu = \mu_0$ $H_1 : \mu < \mu_0$	1. H_0 diterima jika $Z_0 \geq -Z_\alpha$ 2. H_0 ditolak jika $Z_0 < -Z_\alpha$
$H_0 : \mu = \mu_0$ $H_1 : \mu \neq \mu_0$	1. H_0 diterima jika $-Z_{\alpha/2} \leq Z_0 \leq Z_{\alpha/2}$ 2. H_0 ditolak jika $Z_0 < -Z_{\frac{\alpha}{2}}$; $Z_0 > Z_{\frac{\alpha}{2}}$

01 Langkah-Langkah Pengujian Hipotesis

4. Menentukan Nilai Statistik Uji

Uji Hipotesis Satu Rata-Rata

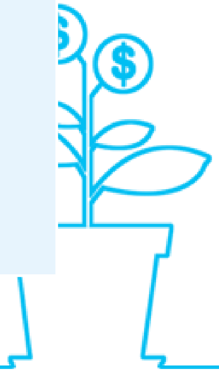
	Sampel Besar	Sampel kecil
Simpangan Baku Populasi diketahui	$Z_0 = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma_{\bar{x}}} = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$	$t_0 = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma_{\bar{x}}} = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$
Simpangan baku populasi tidak diketahui	$Z_0 = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{S_{\bar{x}}} = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$	$t_0 = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{S_{\bar{x}}} = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$

01 Langkah-Langkah Pengujian Hipotesis

4. Menentukan Nilai Statistik Uji

Uji Hipotesis Dua Rata-Rata

	Sampel Besar
Simpangan Baku Populasi diketahui	$Z_0 = \dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}$; $\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{n_1}}$
Simpangan baku populasi tidak diketahui	$Z_0 = \dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}$; $S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\dfrac{S_1^2}{n_1} + \dfrac{S_2^2}{n_1}}$



01 Langkah-Langkah Pengujian Hipotesis

4. Menentukan Nilai Statistik Uji

Uji Hipotesis Dua Rata-Rata

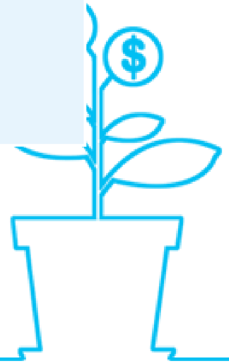
	Sampel Kecil
Pengamatan tidak berpasangan	$$t_0 = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}}$$ Distribusi $db = n_1 + n_2 - 2$
Pengamatan berpasangan	$$t_0 = \frac{\bar{d}}{\frac{S_d}{\sqrt{n}}}$$

$\bar{d}$ = rata-rata nilai d

S_d = simpangan baku nilai d

n = Banyaknya pasangan

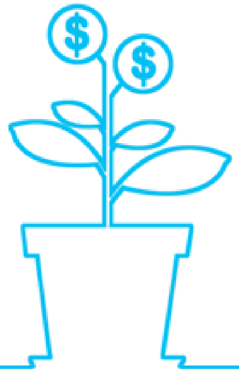
t_0 berdistribusi db = n-1



01 Langkah-Langkah Pengujian Hipotesis

5. Membuat kesimpulan

Pembuatan kesimpulan merupakan penetapan keputusan dalam hal penerimaan atau penolakan hipotesis nol yang sesuai dengan kriteria pengujiaanya.



02 Uji Rata-Rata Sampel Berukuraan Besar

Uji Rata-rata untuk Sampel Berukuran Besar ($n \geq 30$)

Data statistik sampel:

- Ukuran sampel : $n \geq 30$
- Rata-rata sampel : $\bar{x}$
- Standard deviasi sampel $= s$
- Rata-rata distribusi sampling untuk rata-rata $\mu = \mu$
- Standard deviasi populasi $= \sigma$
- Standard deviasi distribusi sampling untuk rata-rata

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Karena $n > 30$ jika σ tidak diketahui bisa diestimasikan dengan s

02 Uji Rata-Rata Sampel Berukuraan Besar

Contoh:

Populasi ikan lemuru hasil tangkapan purse seine panjang rata-rata 80 cm dengan simpangan baku 7 cm. Setelah 3 tahun beroperasi, konsumen meragukan panjang ikantersebut. Guna meyakinkan keabsahan hipotesis itu, seorang peneliti mengambil sampel acak 100 ekor ikan lemuru dan diperoleh hasil perhitungan panjang rata-rata ikan adalah 83 cm dan standar deviasinya tetap.

Apakah ada alasan untuk meragukan bahwa ratarata panjang ikan lemuru yang dihasilkan alat tangkap purse seine sama dengan 80 cm pada taraf signifikan 5% ?

02 Uji Rata-Rata Sampel Berukuraan Besar

Solusi:

Diketahui:

$n = 100$; $\alpha = 5\%$; $\mu_0 = 80$ cm ; $\sigma = 7$ cm ; $\bar{X} = 83$ cm

a. Formulasi Hipotesis

$$\boldsymbol{H_0 : \mu = 80}$$
$$\boldsymbol{H_1 : \mu \neq 80}$$

b. Taraf nyata dan Nilai Z table

$$\alpha = 5\% \; ; \; Z\alpha/_2 \text{ (Uji dua arah)}$$

c. Kriteria Pengujian

$\boldsymbol{H_0}$ diterima jika : $-1.96 < Z_0 < 1.96$

$\boldsymbol{H_0}$ ditolak jika : $Z_0 > 1.96$ atau $Z_0 < -1.96$

02 Uji Rata-Rata Sampel Berukuraan Besar

Solusi:

Diketahui:

$n = 100$; $\alpha = 5\%$; $\mu_0 = 80$ cm ; $\sigma = 7$ cm ; $\bar{X} = 83$ cm

d. Uji Statistik

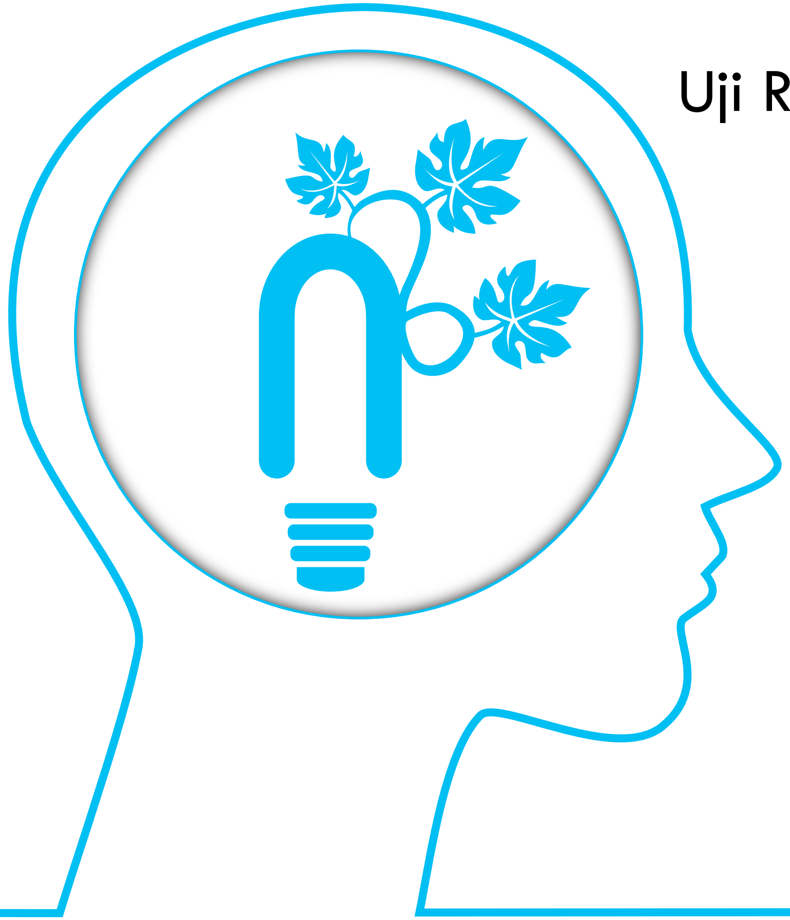
$$Z_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{(83 - 80)}{\frac{7}{\sqrt{100}}} = 4.29$$

$Z_0 > 1.96$, maka $\boldsymbol{H_0}$ ditolak

e. Kesimpulan

Pada taraf nyata 5% terdapat perbedaan signifikan $\bar{X} = 83$ cm dengan $\mu_0 = 80$ cm tidak terjadi karena faktor kebetulan

03 Uji Rata-Rata Sampel Berukuraan Kecil



Uji Rata-rata untuk Sampel Berukuran Kecil ($n < 30$)

Data statistik sampel:

- Ukuran sampel : $n < 30$
- Rata-rata sampel : $\bar{x}$
- Standard deviasi sampel $= s$

03 Uji Rata-Rata Sampel Berukuraan Kecil

Contoh

Seorang peneliti ingin mengetahui apakah catchability gillnet rata-rata masih tetap 30 ekor ikan atau lebih kecil dari itu. Data-data sebelumnya diketahui bahwa simpangan catchability 25 ekor. Sampel yang diambil 100 trip untuk diteliti dan diperoleh rata-rata tangkap 27 ekor. Apakah nilai tersebut masih dapat diterima sehingga catchability gillnet 30 ekor? Ujilah dengan taraf nyata 5%.

03 Uji Rata-Rata Sampel Berukuraan Kecil

Solusi:

Diketahui:

$n = 100$; $\alpha = 5\%$; $\mu_0 = 30$ cm ; $\sigma = 25$; $\bar{X} = 27$

a. Formulasi Hipotesis

$$\boldsymbol{H_0 : \mu = 30}$$
$$\boldsymbol{H_1 : \mu < 30}$$

b. Taraf nyata dan Nilai Z table

$$\alpha = 5\% \; ; \; Z_{0.05} = -1.65 \text{ (Uji sisi kiri)}$$

c. Kriteria Pengujian

$\boldsymbol{H_0}$ diterima jika : $Z_0 \geq -1.65$

$\boldsymbol{H_0}$ ditolak jika : $Z_0 < -1.65$

03 Uji Rata-Rata Sampel Berukuraan Kecil

Solusi:

Diketahui:

$n = 100$; $\alpha = 5\%$; $\mu_0 = 30$ cm ; $\sigma = 25$; $\bar{X} = 27$

d. Uji Statistik

$$Z_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{(27 - 30)}{\frac{25}{\sqrt{100}}} = -1.2$$

$Z_0 \succ -1.65$, maka $\boldsymbol{H_0}$ diterima

e. Kesimpulan

Catchability gillnet sebesar 30 ekor

04 Uji Perbedaan Dua Rata-Rata Sampel Berukuran Besar & kecil

1. Jika $n_1; n_2 \geq 30$ dan $\sigma_1; \sigma_2$ diketahui atau jika tidak diketahui $\sigma_1; \sigma_2$ maka diestimasi dengan $s_1; s_2$

Data statistik sampel:

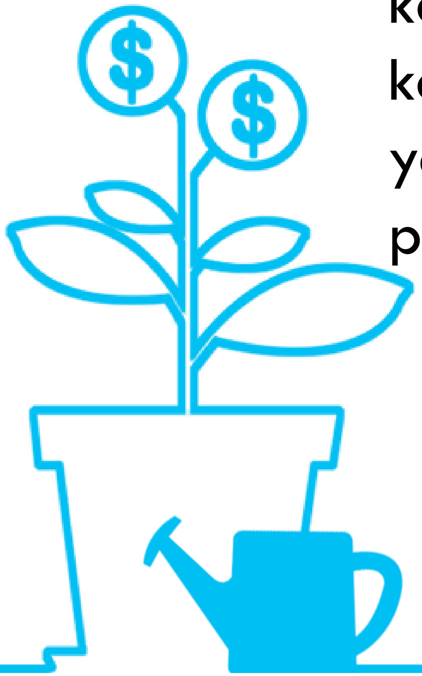
- Ukuran sampel 1: n1 ≥ 30
- Ukuran sampel 2: n2 ≥ 30
- Rata-rata sampel 1: $\bar{x}1$
- Rata-rata sampel 2 : $\bar{x}2$
- Standard deviasi sampel 1 $= s1$
- Standard deviasi sampel 2 $= s2$
- Statistik Uji

$$Z_0 = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_1}}}$$

04 Uji Perbedaan Dua Rata-Rata Sampel Berukuran Besar & kecil

Contoh:

Sebuah test dilakukan pada 2 kelas yang berbeda yang masing-masing terdiri dari 40 dan 50 mahasiswa. Dalam kelas pertama diperoleh nilai rata-rata 74 dengan standar deviasi 8, sementara di kelas kedua nilai rata-ratanya 78 dengan standar deviasi 7. Apakah kedua kelas tersebut bisa dikatakan mempunyai tingkat kemampuan yang berbeda? Jika ya, apakah kelas kedua lebih baik dari kelas pertama? Gunakan tingkat signifikansi 0,05.



04 Uji Perbedaan Dua Rata-Rata Sampel Berukuran Besar & kecil

Ingin diketahui apakah kedua kelas memiliki kemampuan yang berbeda?

Diketahui:

n1 = 40 ; $\bar{x}_1 = 74$; s1 = 8

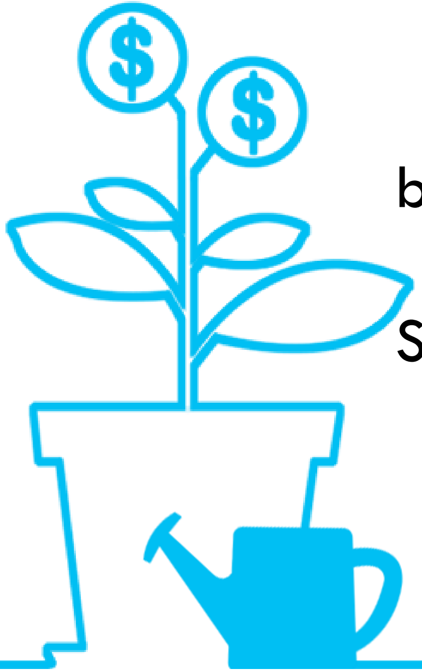
n2 = 50 ; $\bar{x}_2 = 78$; s2 = 7

a. Formulasi hipotesis

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$
$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

b. Tingkat signifikansi & Statistik uji

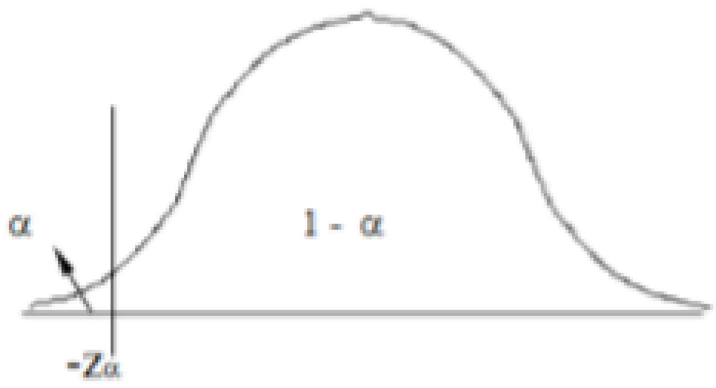
$$\alpha = 5\% = 0.05$$



Statistik Uji

$$Z_0 = \frac{74 - 78}{\sqrt{\frac{8^2}{40} + \frac{7^2}{50}}} = -2.4$$

04 Uji Perbedaan Dua Rata-Rata Sampel Berukuran Besar & kecil



c. Formulasi hipotesis

H_0 diterima jika : $Z_0 \geq -1.96$

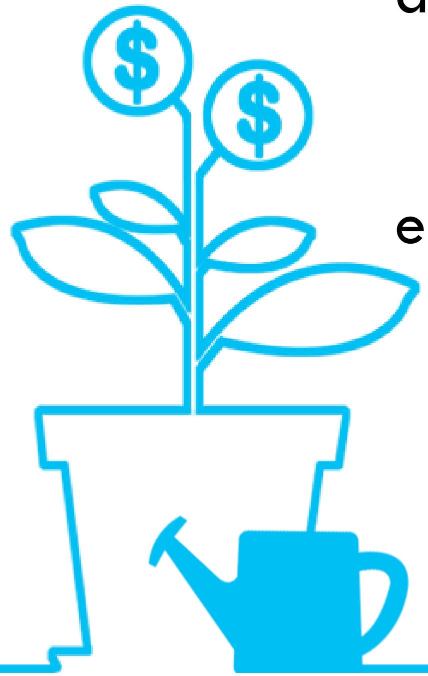
H_0 ditolak jika : $Z_0 < -1.96$

d. Daerah kritis

Karena diperoleh nilai Z_0 yaitu sebesar -2.4 < -1.96, maka tolak H_0

e. Simpulan

H_0 ditolak pada tingkat signifikansi 5%. Artinya kedua kelas mempunyai kemampuan yang berbeda.



04 Uji Perbedaan Dua Rata-Rata Sampel Berukuran Besar & kecil

Ingin diketahui apakah kelas kedua lebih baik dari kelas pertama?

a. Formulasi hipotesis

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$
$$H_1: \mu_1 < \mu_2$$

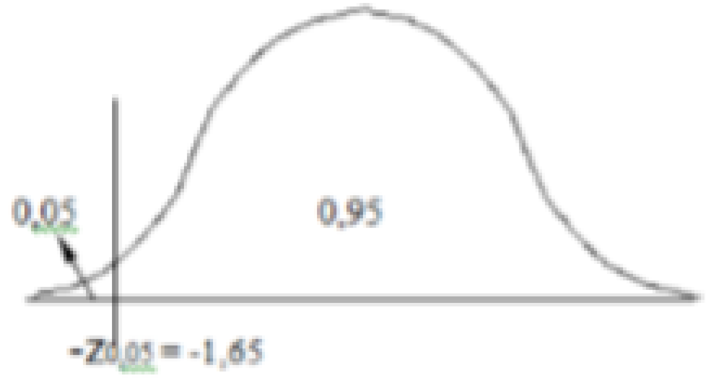
b. Tingkat signifikansi & Statistik uji

$$\alpha = 5\% = 0.05$$

Statistik Uji

$$Z_0 = \frac{74 - 78}{\sqrt{\frac{8^2}{40} + \frac{7^2}{50}}} = -2.4$$

04 Uji Perbedaan Dua Rata-Rata Sampel Berukuran Besar & kecil



c. Formulasi hipotesis

H_0 diterima jika : $Z_0 \geq -1.65$

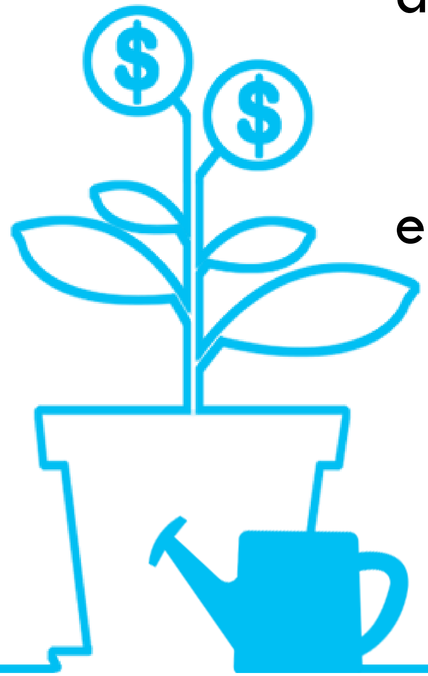
H_0 ditolak jika : $Z_0 < -1.65$

d. Daerah kritis

Karena diperoleh nilai Z_0 yaitu sebesar -2.4 < -1.65, maka tolak H_0

e. Simpulan

H_0 ditolak pada tingkat signifikansi 5%. Artinya kelas kedua mempunyai kemampuan yang lebih baik dari kelas pertama.



Latihan!!!

Seorang pemilik perusahaan produksi bohlam berpendapat bahwa bohlam merek PUTIH dan ORANGE tidak memiliki perbedaan rata-rata lamanya menyala. Untuk menguji pendapatnya, dilakukan percobaan dengan menyalakan 75 bohlam merek TERANG dan 40 bohlam merek SINAR sebagai sampel random. Ternyata diperoleh bahwa ratarata menyalanya adalah 945 jam dan 993 jam dengan simpangan baku 88 jam dan 97 jam. Ujilah pendapat tersebut dengan taraf nyata 6%!