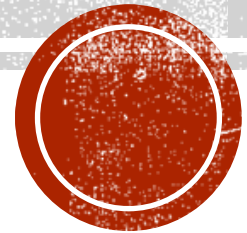


KONSEP DASAR PROBABILITAS & DISTRIBUSI PROBABILITAS

Vitri Aprilla H



EKSPERIMEN

Suatu percobaan yang dapat diulang-ulang dengan kondisi yang sama.

Contoh:

Eksperimen : melempar dadu 1 kali

Hasilnya : tampak angka 1 atau 2 atau 3 atau 4 atau 5 atau 6



RUANG SAMPEL (S)

- Himpunan semua hasil (outcome) yang mungkin dalam satu eksperimen
- Contoh:

Ruang sampel pelemparan dadu 1 kali

$$s = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$n(s) = 6$$



PERISTIWA (EVENT)

- Himpunan bagian dari ruang sampel
- Contoh

Eksperimen : melempar dadu 1 kali

Peristiwa A : hasil pelemparan dadu berupa angka genap
 $\{2, 4, 6\}$ $n(A) = 3$



PROBABILITAS

- Bila A merupakan suatu peristiwa maka probabilitas terjadinya peristiwa A didefinisikan:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{banyaknya peristiwa } A \text{ yang terjadi}}{\text{Banyaknya ruang sampel}}$$



PROBABILITAS

- Contoh
- Eksperimen : melempar dadu 1 kali
- Probabilitas tampak titik genap:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$A = \{2, 4, 6\}$$

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$



SIFAT PROBABILITAS

- $0 \leq P \leq 1 \rightarrow$ karena $0 \leq n(A) \leq n(S)$

$P(\emptyset) = 0 \rightarrow$ tidak mungkin terjadi

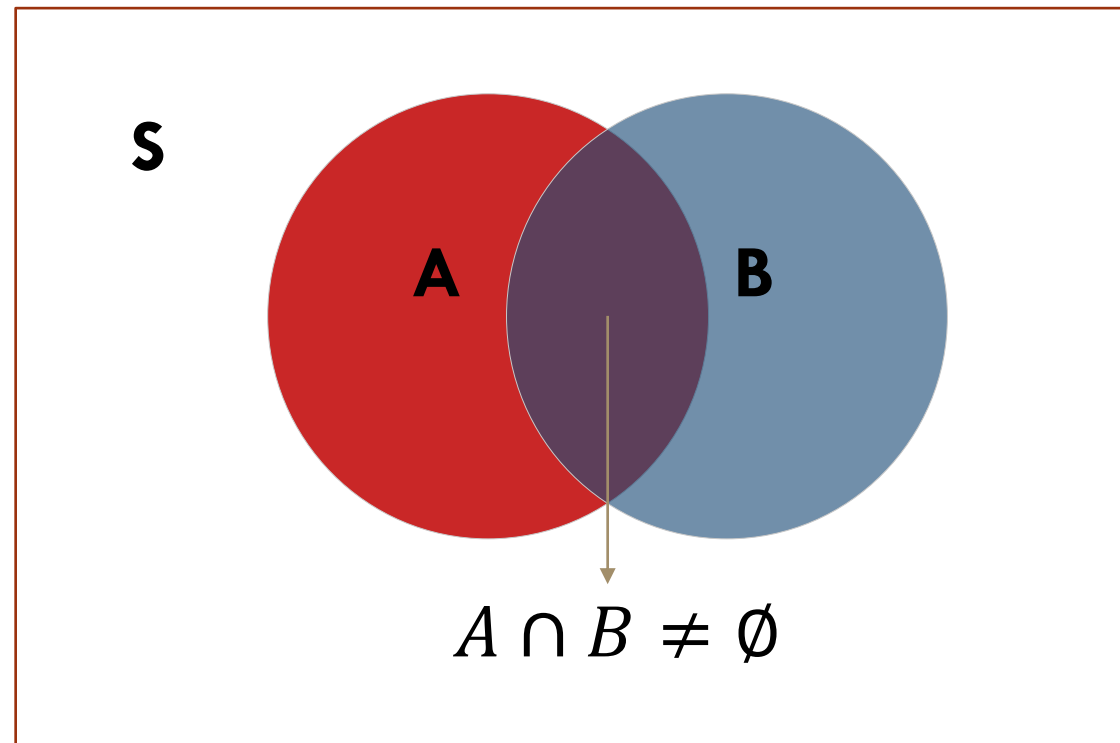
$P(S) = 1 \rightarrow$ Pasti terjadi



SIFAT PROBABILITAS

- Bila peristiwa A dan B saling berserikat

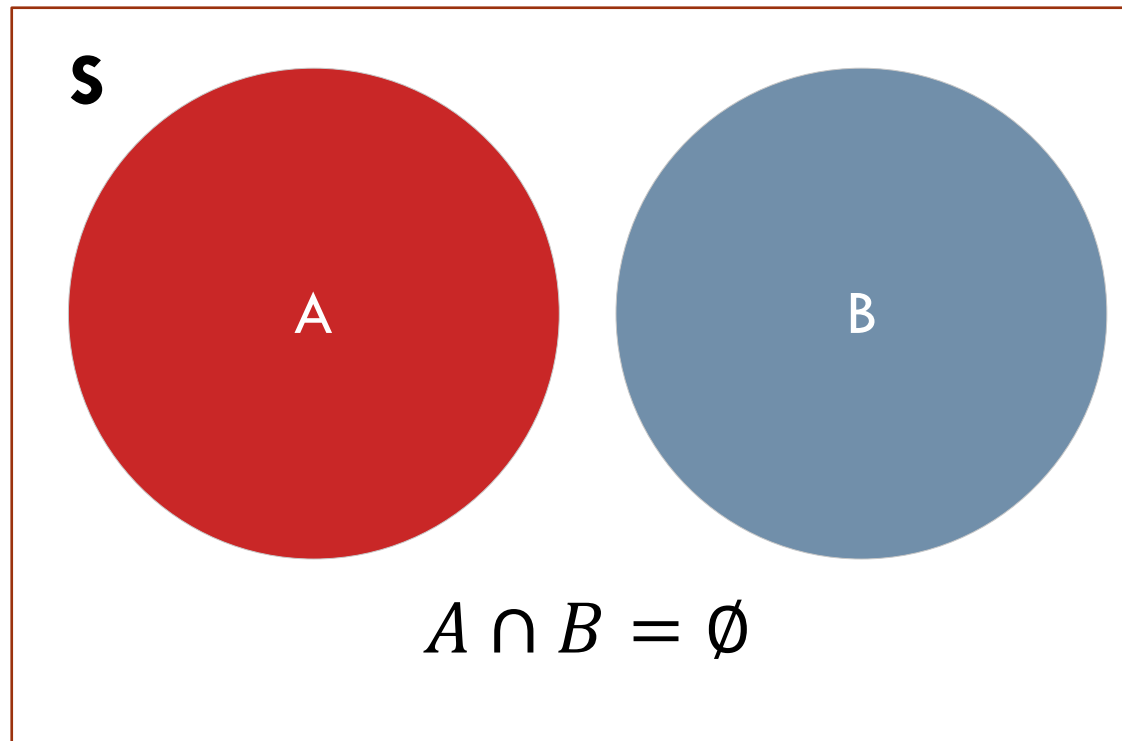
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



SIFAT PROBABILITAS

- Bila peristiwa A dan B saling berserikat

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$



SIFAT PROBABILITAS

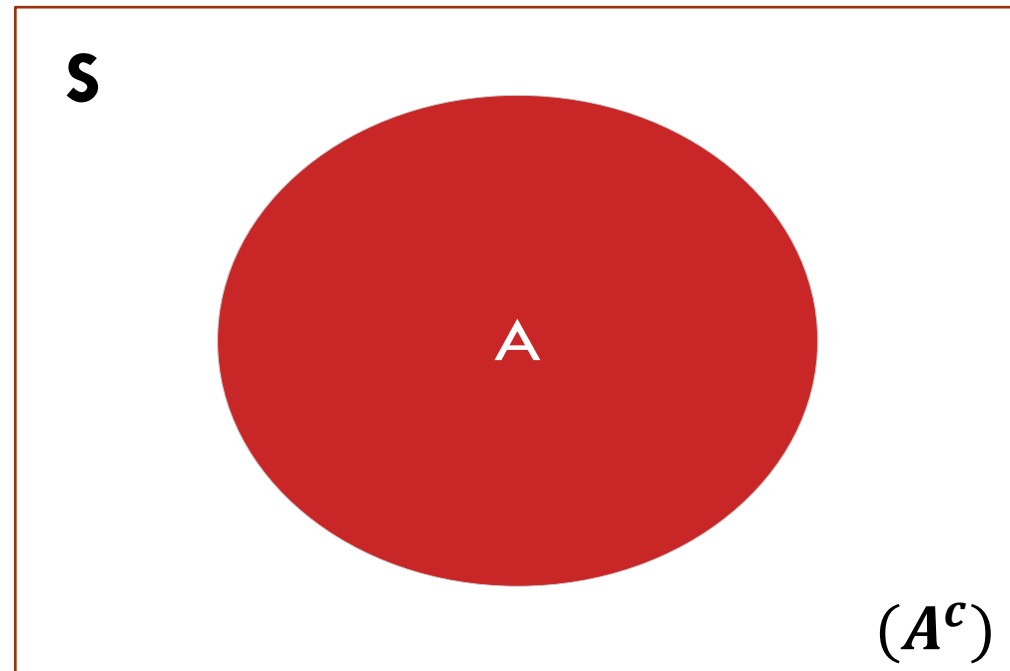
■ $P(A^c) = 1 - P(A) \rightarrow P(A) + P(A^c) = 1$



Non A



Karena Max = 1

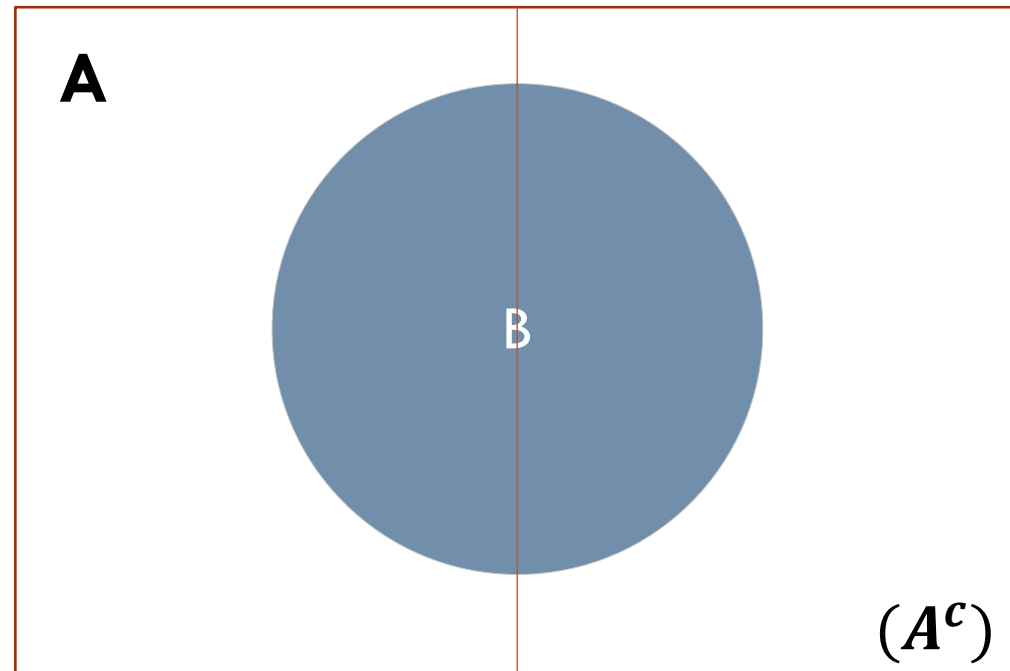


SIFAT PROBABILITAS

- $P(B) = P(A \cap B) + P(B \cap A^c)$



**Probabilitas B di A dan
Probabilitas B di Non A**



PROBABILITAS BERSYARAT

- Misal, dari populasi 100 mahasiswa dan mahasiswi

	IP > 2.5	IP ≤ 2.5	Jumlah
Mahasiswa	15	50	65
Mahasiswi	10	25	35
Total	25	75	100

Dipilih secara acak

$$A = \text{Terpilih mahasiswa} \quad P(A) = \frac{65}{100} = 0.65$$

$$B = \text{terpilih IP} > 2.5 \quad P(B) = \frac{25}{100} = 0.25$$

Bila kebetulan terpilih mahasiswa, berapa probabilitas dia memiliki IP > 2.5 ?



PROBABILITAS BERSYARAT

- Karena yang telah terpilih adalah mahasiswa, maka ruang sampel dibatasi pada sub populasi mahasiswa dan probabilitasnya:

$$P(B/A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{15}{65} = \frac{3}{13}$$

Probabilitas B dengan syarat A

$$P(B/A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{n(A \cap B)/n(S)}{n(A)/n(S)} = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$



KEJADIAN ATAU PERISTIWA YANG DEPENDEN & INDEPENDENT

- Dua peristiwa A dan B dikatakan saling independent jika $P(A \cap B) = P(A)P(B)$
- Karena $P(A \cap B) = \begin{cases} P(B)P(A/B) \\ P(A)P(B/A) \end{cases}$

Maka peristiwa A & B saling independent jika

$$P(A) = P(A/B) \text{ dan } P(B) = P(B/A)$$

- Jika peristiwa A tidak dipengaruhi oleh B dan sebaliknya B tidak dipengaruhi oleh A



CONTOH

- Eksperimen : pengambilan 1 kartu sdari 1 set kartu bridge kemudian dikembalikan lagi, dikocok dan diambil kartu kedua.
- A_1 = diperoleh kartu As pada pengambilan pertama
- A_2 = diperoleh kartu As pada pengambilan kedua
- Maka:

$$P(A_1 \cap A_2) = \frac{4}{52} \cdot \frac{4}{52} = \frac{1}{13} \cdot \frac{1}{13} = \frac{1}{169} = P(A_1) \cdot P(A_2)$$

A_1 dan A_2 independen



CONTOH

- Jika pengambilan kartu kedua dilakukan tanpa mengembalikan kartu pertama, maka:

$$P(A_1 \cap A_2) = \frac{4}{52} \cdot \frac{3}{51} = \frac{1}{13} \cdot \frac{1}{17} = \frac{1}{221} = P(A_1) \cdot P(A_2/A_1)$$

A_1 dan A_2 independent

- Independen : identic dengan pengambilan dengan pengambilan (hasil berikutnya tidak dipengaruhi kejadian sebelum)
- Dependen : identic dengan pengambilan tanpa pengembalian



PERMUTASI

- Banyaknya susunan yang berbeda yang dapat dibentuk dari k objek yang diambil dari sekumpulan objek berbeda → permutasi k objek yang berbeda dari n objek yang berbeda.

$${}_nP_k = \frac{n!}{(n - k)!}$$



KOMBINASI

- Banyaknya cara memilih k objek yang berbedaa dari sejumlah objek tanpa memperhatikan urutannya \rightarrow kombinasi k objek yang berbeda dari n objek.

$$nCk = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k! (n - k)!}$$



DISTRIBUSI PROBABILITAS

1. DISTRIBUSI PROBABILITAS DISKRIT

- Untuk data atribut → karakteristik yang diukur hanya membicarakan nilai-nilai tertentu (0,1,2,3)
- Distribusi probabilitas binomial, hipergeometrik, poisson

2. DISTRIBUSI PROBABILITAS CONTINUOUS

- Untuk data variabel → karakteristik yang diukur adalah berbagai nilai (ketepatan pengukuran proses)
- distribusi probabilitas normal, exponential



1. DISTRIBUSI PROBABILITAS BINOMIAL

$$f(k) = p(x = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$$

p = P sukses

q = P gagal = $1 - p$

$k = 0, 1, 2, 3, \dots, n$

n = banyaknya percobaan

Dinamakan distribusi binomial dengan parameter n dan p

Mean $\rightarrow \mu = np$

Variance $\rightarrow \sigma^2 = np(1 - p)$



SIFAT

- Eksperimen dilakukan dalam n trial
- Tiap trial menghasilkan kejadian sukses dan gagal
- Masing-masing trial identik dan independen
- Untuk tiap trial $p = P(\text{sukses})$ dan $q = P(\text{gagal}) = 1 - p$
- Variabel random x menyatakan banyaknya sukses dalam n trial



CONTOH

- Terdapat 25 soal ujian dengan pilihan sbb:

1.a	2.a	25. a
b	b		b
c	c		c
d	d		d
e	e		e

Diantara 5 pilihan jawaban soal yang dijawab benar

X = banyaknya soal yang dijawab benar

$= 0, 1, 2, 3, \dots, 25$



- P (menjawab benar 25 soal) =

$$P(x = 25) = \frac{25!}{25! 0!} \left(\frac{1}{5}\right)^{25} = \left(\frac{1}{5}\right)^{25} \approx 0$$

- P (semua soal dijawab salah) =

$$P(x = 0) = \frac{25!}{25! 0!} \left(\frac{4}{5}\right)^{25} = \left(\frac{4}{5}\right)^{25} = 0.0038$$

- P (menjawab benar 10 soal) =

$$P(x = 10) = \frac{25!}{10! 15!} \left(\frac{1}{5}\right)^{10} \left(\frac{4}{5}\right)^{15} = 0.0118$$



2. DISTRIBUSI PROBABILITAS HIPERGEOMETRIK

Misal dalam suatu populasi terdiri N dengan :

- a elemen dengan sifat tertentu (kejadian sukses)
- $(N-a)$ elemen tidak mempunyai sifat tertentu (kejadian tidak sukses)
- Bila dari populasi diambil sampel random berukuran n dengan tanpa pengembalian maka:

$$f(k) = P(x = k) = \frac{\binom{a}{k} \binom{N-a}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

$$\text{Mean} \rightarrow \mu = n \frac{a}{N}$$

$$\text{Variance} \rightarrow \sigma^2 = n \frac{a}{N} \frac{N-a}{N} \frac{N-n}{N-1}$$

$$X = 0, 1, 2, 3, \dots, a \quad \text{bila } a < n$$

$$X = 0, 1, 2, 3, \dots, n \quad \text{bila } a > n$$



SIFAT

- Eksperimen dilakukan dalam beberapa trial yang dependen
- Tiap trial menghasilkan kejadian sukses dan gagal
- Probabilitas sukses dalam suatu trial akan dipengaruhi trial sebelumnya
- Variabel random x menyatakan banyaknya sukses dalam n trial dependen

- Distribusi binomial :kejadian sampling dengan pengembalian
- Distribusi Hipergeometrik :kejadian sampling tanpa pengembalian



CONTOH

- Sebuah toko menjual obral 15 radio, bila diantara 15 radio tersebut sebetulnya terdapat 5 radio yang rusak dan seorang pembeli melakukan tes dengan cara mengambil sampel 3 buah radio yang dipilih secara random
 - a. Tuliskan distribusi probabilitas untuk x bila x adalah banyaknya radio rusak dalam sampel
 - b. Bila pembeli akan membeli semua radio bila dalam sampel yang diperiksa paling banyak 1 radio rusak, berapa kemungkinan pembeli tsb akan membeli semua radio?



$$N = 15$$

$$N = 5, N - a = 10$$

$$n = 3$$

$$X = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$a. P(x = 0) = \frac{\binom{5}{0} \binom{15-5}{3-0}}{\binom{15}{3}} = \frac{\binom{5}{0} \binom{10}{3}}{\binom{15}{3}} = \frac{1 \times 120}{455} = 0.264$$

Contoh perhitungan kombinasi

$$\binom{15}{3} = \frac{15!}{3! (15 - 3)!} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12!}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 12!} = \frac{2730}{6} = 455$$



$$P(x = 1) = \frac{\binom{5}{1}\binom{10}{2}}{\binom{15}{3}} = \frac{225}{455} = 0.494$$

$$P(x = 2) = \frac{\binom{5}{2}\binom{10}{1}}{\binom{15}{3}} = \frac{100}{455} = 0.220$$

$$P(x = 3) = \frac{\binom{5}{3}\binom{10}{0}}{\binom{15}{3}} = \frac{10}{455} = 0.022$$

Distribusi probabilitas dari x :

x	0	1	2	3
$P(x)$	0.264	0.494	0.220	0.022



b. Pembeli tersebut akan membeli semua radio (paling banyak 1 radio rusak)

$$\begin{aligned}P(x \leq 1) &= P(x = 0) + P(x = 1) \\&= 0.264 + 0.494 \\&= 0.758 \\&= 75.8\%\end{aligned}$$

