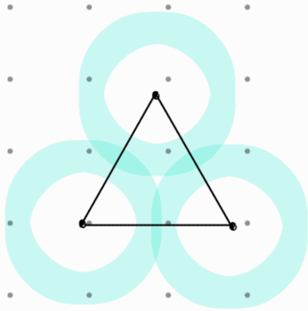
Punto extra

$C_\varepsilon(M) \subset VR_{2\varepsilon}(M) \subset C_{2\varepsilon}(M)$



$C_\varepsilon(M) \subset VR_{2\varepsilon}(M)$

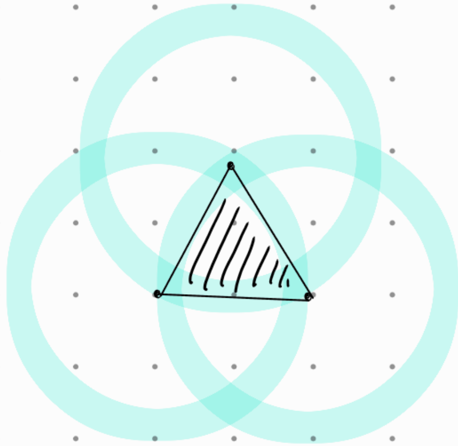
Sea σ un simplejo,

El complejo de Čech se define como:

$\exists x \in X : d(x, x_i) < \varepsilon \quad , \forall i \in \{0, 1, \dots, k\}$

Por desigualdad del triángulo:

$$\begin{aligned} d(x, x_j) &\leq d(x, x_i) + d(x_i, x_j) \\ &\leq \varepsilon + \varepsilon \\ &= 2\varepsilon \end{aligned}$$



Entonces todos los puntos estan a una distancia menor que 2ε.

Por lo que σ también es un simplejo en $VR_{2\varepsilon}(M)$

$VR_{2\varepsilon}(M) \subset C_{2\varepsilon}(M)$

Sea $\varepsilon' = 2\varepsilon$.

Cuando $VR_{\varepsilon'}$ y $C_{\varepsilon'}$ tienen la misma ε',

VR_ε es subcomplejo de $C_{\varepsilon'}$, la distancia que necesita

$C_{\varepsilon'}$ para formar un simplejo es menor que la distancia

que necesita $VR_{\varepsilon'}$ para formar un simplejo. (entre dos puntos es la mitad)

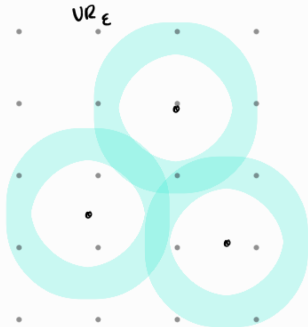
porque en Čech ε' es el radio de las bolas,

mientras que en VR ε' es la distancia entre

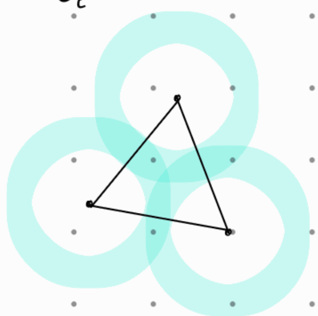
los puntos, por lo que todos los simplejos en $VR_{\varepsilon'}(M)$ están en $C_{\varepsilon'}(M)$

$VR_{\varepsilon'}(M) \subset C_{\varepsilon'}(M)$

VR_ε



C_ε $\cap$



Por transitividad: $C_\varepsilon(M) \subseteq VR_{2\varepsilon}(M) \subseteq C_{2\varepsilon}(M)$