

Actividad 1
Temas Selectos I
Simulación Estocástica
Dr. Rubén Blancas Rivera
Otoño 2025

Introducción

1. **Lenguaje de programación:** Todos los ejercicios deben resolverse utilizando el lenguaje de programación **Python**. Asegúrate de que el código esté bien estructurado, comentado y que funcione correctamente.
2. **Presentación del trabajo:**
 - La entrega debe realizarse en un archivo en formato **PDF**.
 - El documento debe incluir:
 - Los **enunciados** de los ejercicios seleccionados.
 - Las **soluciones escritas** (resolución matemática o justificación conceptual, si aplica).
 - El **código en Python** correspondiente a cada ejercicio.
 - **Capturas de pantalla** o salidas del programa que evidencien su funcionamiento.
 - En los ejercicios 13 y 14, se debe incluir también el **algoritmo en pseudocódigo**, ya sea en forma de lista o dentro de un bloque claramente estructurado.
3. **Selección de ejercicios:** Equipos máximo de 3 deben elegir **resolver únicamente los ejercicios pares o impares**, pero **no ambos**. Esta elección debe indicarse claramente al inicio del documento.

Ejercicios

1. Si $x_0 = 5$ y $x_n = 2x_{n-1} \bmod 150$. Encontrar x_1, \dots, x_{10} .
2. Si $x_0 = 3$ y $x_n = (5x_{n-1} + 7) \bmod 200$. Encontrar x_1, \dots, x_{10} .

En los siguientes ejercicios utiliza la simulación para aproximar las siguientes integrales. Compara tu estimación con la respuesta exacta si es conocida.

3. $\int_0^1 \exp(e^x) dx$

4. $\int_0^1 (1-x^2)^{3/2} dx$
5. $\int_{-2}^2 e^{x+x^2} dx$
6. $\int_0^\infty e^{-x} dx$
7. $\int_0^\infty x(1+x^2)^{-2} dx$
8. $\int_{-\infty}^\infty e^{-x^2} dx$
9. $\int_0^1 \int_0^1 e^{(x+y)^2} dy dx$
10. $\int_0^\infty \int_0^x e^{-(x+y)} dy dx$
11. Use simulaci3n para aproximar $Cov(U, e^U)$, donde $U \sim \mathcal{U}(0, 1)$. Compare su aproximaci3n con la respuesta exacta.
12. Sea $U \sim \mathcal{U}(0, 1)$. Use simulaci3n para aproximar lo siguiente:
 - a) $Corr(U, \sqrt{1-U^2})$ (correlaci3n)
 - b) $Corr(U^2, \sqrt{1-U^2})$
13. Para variables aleatorias uniformes $(0, 1)$ U_1, U_2, \dots defina $N = \min \left[n : \sum_{i=1}^n U_i > 1 \right]$. Es decir, N es igual al n3mero de n3meros aleatorios que deben sumarse para superar 1.
 - a) Estimar $E[N]$ generando 100 valores de N .
 - b) Estimar $E[N]$ generando 1000 valores de N .
 - c) Estimar $E[N]$ generando 10,000 valores N
 - d) ¿Qu3 valor piense que es $E[N]$?
14. Sea $U_i, i \geq 1$ n3meros aleatorios. Defina N por $N = \max \left[n : \prod_{i=1}^n U_i \geq e^{-3} \right]$, donde $\prod_{i=1}^0 U_i = 1$.
 - a) Encontrar $E[N]$ por simulaci3n.
 - b) Encontrar $P[N = i]$ para $i = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ por simulaci3n.