T6. Soluciones básicas

Heriberto Espino Montelongo

Universidad de las Américas Puebla

P24-LII2042-3: Teoría y Técnicas de Optimización

Dr. Abraham Benito Barragán Amigón

14 de febrero de 2024

Ejercicio 1

Si $z1, z2$ y $z3$ son las variables de holgura que permiten llevar al problema en su forma estándar, el punto esquina que se obtiene al considera a las variables y y $z2$ como no básicas es

$$\begin{aligned}
&\text{máx } 2x - y \\
&s.a. \ x + y \leq 6 \\
&\qquad -x + y \leq 1 \\
&\qquad x - 4y \leq 0 \\
&\qquad x, y \geq 0
\end{aligned}$$

El problema en su forma estándar es:

$$x + y + z_1 = 6$$

$$-x + y + z_2 = 1$$

$$x - 4y + z_3 = 0$$

Tomando a las variables y y $z2$ como no básicas:

$$x + z_1 = 6$$

$$-x = 1$$

$$x + z_3 = 0$$

Nos queda:

$$z_1 = 7$$

$$x = -1$$

$$z_3 = 1$$

El punto esquina es $(-1, 0)$

Ejercicio 2

Si $z1, z2$ y $z3$ son las variables de holgura que permiten llevar al problema en su forma estándar, el valor de la función objetivo que se obtiene al considera a las variables x y $z2$ como no básicas es

$$\begin{aligned} &\text{máx } 2x - y \\ &s.a.\ x + y \leq 6 \\ &\qquad -x + y \leq 1 \\ &\qquad x - 4y \leq 0 \\ &\qquad x, y \geq 0 \end{aligned}$$

El problema en su forma estándar es:

$$x + y + z_1 = 6$$

$$-x + y + z_2 = 1$$

$$x - 4y + z_3 = 0$$

Tomando a las variables x y $z2$ como no básicas:

$$y + z_1 = 6$$

$$y = 1$$

$$-4y + z_3 = 0$$

Nos queda:

$$z_1 = 5$$
$$y = 1$$
$$z_3 = 4$$

Con esto el punto esquina es $(0, 1)$.

Dado que la función objetivo es $2x - y$, sustituyendo con los valores del punto esquina $V(P) = 2(0) - 1 = -1$.

Ejercicio 3

Considérese el siguiente programa lineal. Para hallar las soluciones básicas el número de variables que se hacen cero son

$$\begin{aligned} &\max\ 2x - y \\ &s.a.\ x + y \leq 6 \\ &\quad\quad -x + y \leq 1 \\ &\quad\quad x - 4y \leq 0 \\ &\quad\quad x, y \geq 0 \end{aligned}$$

Para encontrar el número de variables que se hacen cero haremos $n - m$, donde n representa el número de variables y m el número de ecuaciones. Tenemos 5 variables x, y, z_1, z_2, z_3 y 3 ecuaciones, entonces $5 - 3 = 2$.

Ejercicio 4

Considérese el siguiente programa lineal. El número de puntos esquina (factibles y no factibles) que se obtienen al considerar al problema en su forma estándar es

$$\begin{aligned}
&\text{máx } 2x - y \\
&s.a.\ x + y \leq 6 \\
&\qquad -x + y \leq 1 \\
&\qquad x - 4y \leq 0 \\
&\qquad x, y \geq 0
\end{aligned}$$

Para conocer el número de puntos esquina, necesitamos las combinaciones ${}_nC_m$ donde n representa el número de variables y m el número de ecuaciones. Tenemos 5 variables x, y, z_1, z_2, z_3 y 3 ecuaciones, entonces ${}_5C_3 = \frac{5!}{(5-3)!3!} = 10$

Ejercicio 5

Si $z1, z2$ y $z3$ son las variables de holgura que permiten llevar al problema en su forma estándar, la solución básica que se obtiene al considerar a las variables $z1$ y $z2$ como no básicas es

$$\begin{aligned}&\text{máx } 2x - y\\ &s.a.\ x + y \leq 6\\ &\qquad -x + y \leq 1\\ &\qquad x - 4y \leq 0\\ &\qquad x, y \geq 0\end{aligned}$$

El problema en su forma estándar es:

$$x + y + z_1 = 6$$

$$-x + y + z_2 = 1$$

$$x - 4y + z_3 = 0$$

Tomando a las variables $z1$ y $z2$ como no básicas:

$$x + y = 6$$

$$-x + y = 1$$

$$x - 4y + z_3 = 0$$

Por la segunda ecuación conocemos que $y = x + 1$, sustituyendo.

$$x + (x + 1) = 6$$
$$-x + y = 1$$
$$x - 4y + z_3 = 0$$

Las soluciones básicas son:

$$x = \frac{5}{2}$$
$$y = \frac{7}{2}$$
$$z_3 = \frac{23}{2}$$

Es decir:

$$x = 2.5$$
$$y = 3.5$$
$$z_3 = 11.5$$

Las soluciones básicas son $(2.5, 3.5, 11.5)$.

Con esto el punto esquina es $(\frac{5}{2}, \frac{7}{2})$.

Dado que la función objetivo es $2x - y$, sustituyendo con los valores del punto esquina $V(P) = 2(\frac{5}{2}) - 1(\frac{7}{2}) = \frac{3}{2}$.