

Justificaciones de los ejercicios de repaso del primer parcial

1. Subir aquí el archivo con las justificaciones de los ejercicios del examen que lo soliciten.
2. Todas las justificaciones deben llevar el número y enunciado del ejercicio del examen correspondiente. Se invalidará la calificación del ejercicio que no lleve enunciado completo y número.
3. Subir los archivos que sean necesarios con las justificaciones: fotos de la libreta con los cálculos, excel con fórmulas, archivos en R, etc.
4. En caso de subir códigos en R, se deben escribir los resultados numéricos aparte.

Nota: En todas las respuestas a_t es un ruido blanco con media cero y varianza constante.

Ejercicio 1

Obtener los parámetros de un proceso AR(3) cuyas 3 primeras autocorrelaciones son

$$\rho_1 = 0.2, \rho_2 = -0.15, \rho_3 = -0.003$$

Escribir el resultado de ϕ_1 (redondeado a dos decimales) y verificar si el proceso es estacionario o no. Justificar su respuesta calculando los tres parámetros y realizando la verificación de estacionariedad.

```
In [1]: import numpy as np
```

```
In [2]: # Ya lo había hecho para el último de la tarea

rho1 = 0.2
rho2 = -0.15
rho3 = -0.003

# Es resolver un sistema de ecuaciones
A = np.array([[1, rho1, rho2], [rho1, 1, rho1], [rho2, rho1, 1]]) # Matriz de coeficientes
b = np.array([rho1, rho2, rho3]) # Vector de términos independientes
phi = np.linalg.solve(A, b)

print(f"phi1 = {phi[0]}")
print(f"phi2 = {phi[1]}")
print(f"phi3 = {phi[2]}")

print(f"\nEl proceso es AR(3) es  $W_t = X_t(1 - \{phi[0]\}B - \{phi[1]\}B^2 - \{phi[2]\}B^3)$ ")

# Calcular estacionariedad
roots = np.roots([-phi[2], -phi[1], -phi[0], 1])
print("\n", roots)

inversos = []
for root in roots:
    modulo = np.sqrt(root**2)
    print(modulo)
    inversos.append(1/modulo)

print("\n", inversos)

if all([inverso < 1 for inverso in inversos]):
    print("\nEl proceso es estacionario")
```

```
phi1 = 0.2551439864483343
phi2 = -0.21675324675324678
phi3 = 0.0786222473178995
```

El proceso es AR(3) es $W_t = X_t(1 - 0.2551439864483343B - 0.21675324675324678B^2 - 0.0786222473178995B^3)$

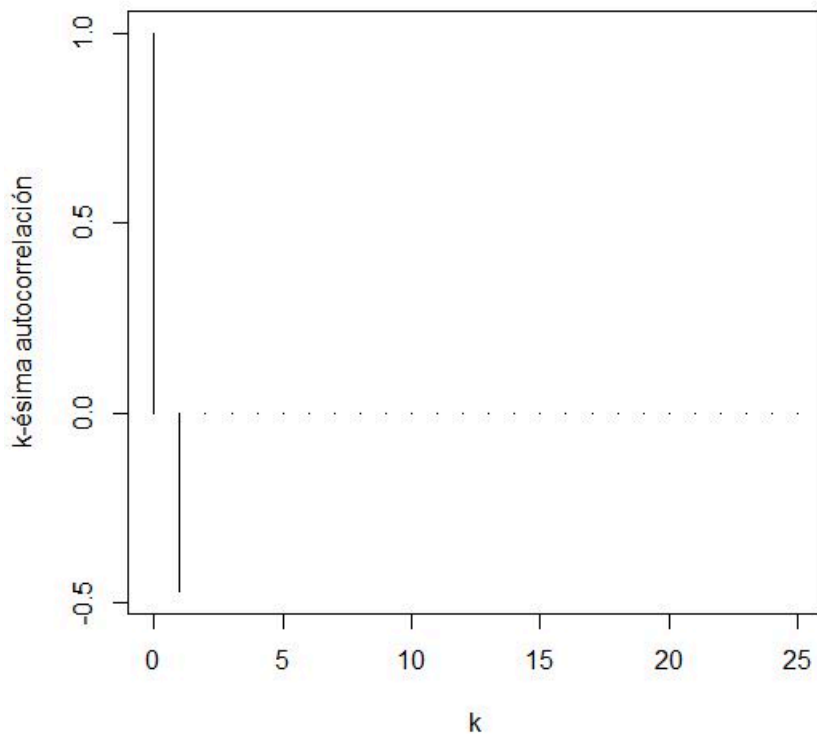
```
[ 3.05658025+0.j          -0.14984284+2.03439146j -0.14984284-2.03439146j]
(3.056580246536118+0j)
(0.1498428380052026-2.03439145831926j)
(0.1498428380052026+2.03439145831926j)

[(0.3271630120404181+0j), (0.03600951279604181+0.48889520664285624j), (0.03600951279604181-0.48889520664285624j)]
```

El proceso es estacionario

Ejercicio 2

¿ A cuál proceso corresponde la siguiente gráfica de la FAC (teórica)? Justifique su respuesta y calcule las tres primeras autocorrelaciones del proceso que elija.



Es un MA(1), solo tiene una autocorrelación, las demás son cero 0.

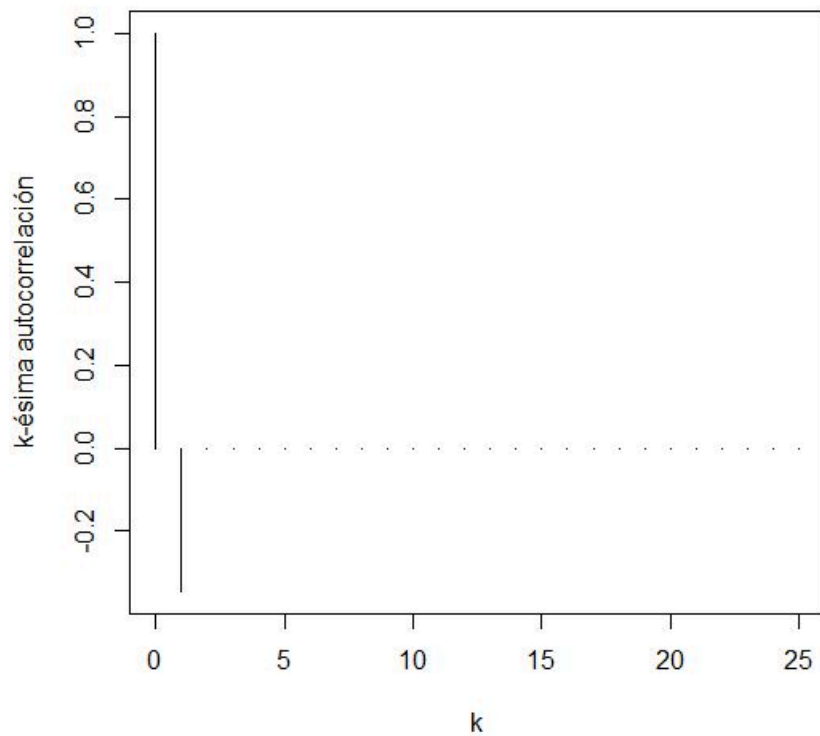
```
In [3]: rho1 = (-0.7)/(1+0.7**2)

print("rho1 =", rho1)
print("rho1 =", 0)
print("rho1 =", 0)
```

```
rho1 = -0.4697986577181208
rho1 = 0
rho1 = 0
```

Ejercicio 3

¿ A cuál proceso corresponde la siguiente gráfica de la FAC (teórica)? Justifique su respuesta y calcule las tres primeras autocorrelaciones del proceso que elija.



Es un MA(1), solo tiene una autocorrelación, las demás son cero 0.

```
In [4]: rho1 = (-0.4)/(1+0.4**2)
```

```
print("rho1 =", rho1)
print("rho1 =", 0)
print("rho1 =", 0)
```

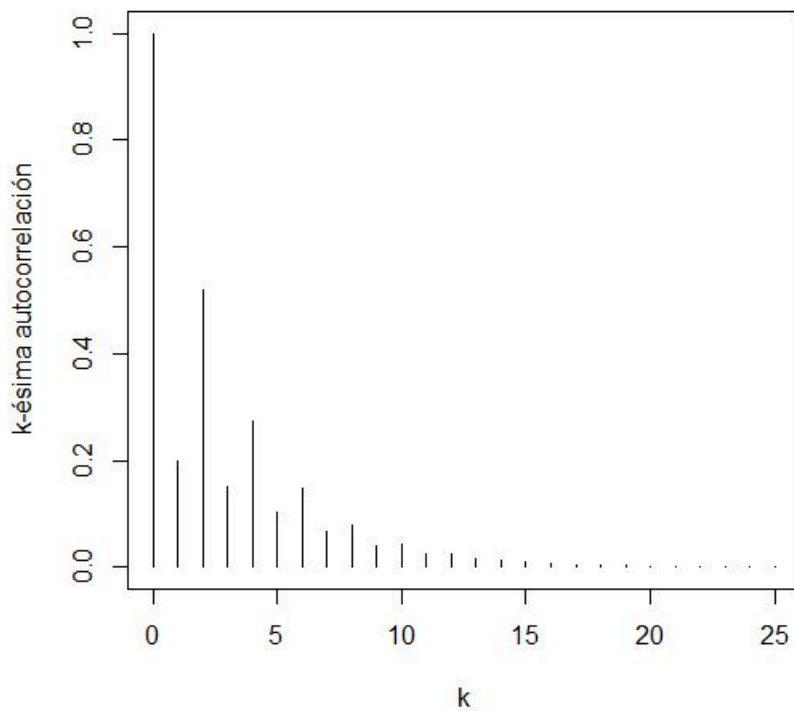
```
rho1 = -0.3448275862068965
```

```
rho1 = 0
```

```
rho1 = 0
```

Ejercicio 4

¿ A cuál proceso corresponde la siguiente gráfica de la FAC (teórica)? Justifique su respuesta y calcule las tres primeras autocorrelaciones del proceso que elija.



Es un AR con discriminante ≥ 0 y $\phi_1 > 0$

```
In [5]: def discriminante(phi):
        return phi[1]**2 + 4*phi[2]

def fac_teorica_AR2(phi):
    rho = []
    rho0 = 1
    rho1 = phi[1] / (1 - phi[2])
    rho2 = phi[2] + phi[1]**2 / (1 - phi[2])
    rho3 = phi[1]*rho2 + phi[2]*rho1
    rho.append(rho0)
    rho.append(rho1)
    rho.append(rho2)
    rho.append(rho3)
    return rho

proceso = [1, 0.1, 0.5]
print(f"Discriminante: {discriminante(proceso)}")

rho = fac_teorica_AR2(proceso)
for i in range(len(rho)):
    print(f"rho{i} = {rho[i]}")
```

```
Discriminante: 2.01
rho0 = 1
rho1 = 0.2
rho2 = 0.52
rho3 = 0.15200000000000002
```

Ejercicio 5

Verifique si el siguiente proceso es estacionario o invertible. Justifique su respuesta haciendo los cálculos necesarios.

$$(1 - 0.4B - 0.9B^2 + 0.2B^3)W_t = a_t$$

a_t es un ruido blanco con media cero y varianza constante.

```
In [6]: # Calcular las raíces del polinomio 1 - 0.4x - 0.9x^2 + 0.2x^3
roots = np.roots([0.2, -0.9, -0.4, 1])
print(roots, "\n")

inversos = []
for root in roots:
    inverso = 1 / np.sqrt(root**2)
    print(inverso)
    inversos.append(inverso)

print("\n", inversos, "\n")

if all([inverso < 1 for inverso in inversos]):
    print("El proceso es estacionario")
else:
    print("El proceso no es estacionario")
```

```
[ 4.69918041 -1.13589785  0.93671744]
```

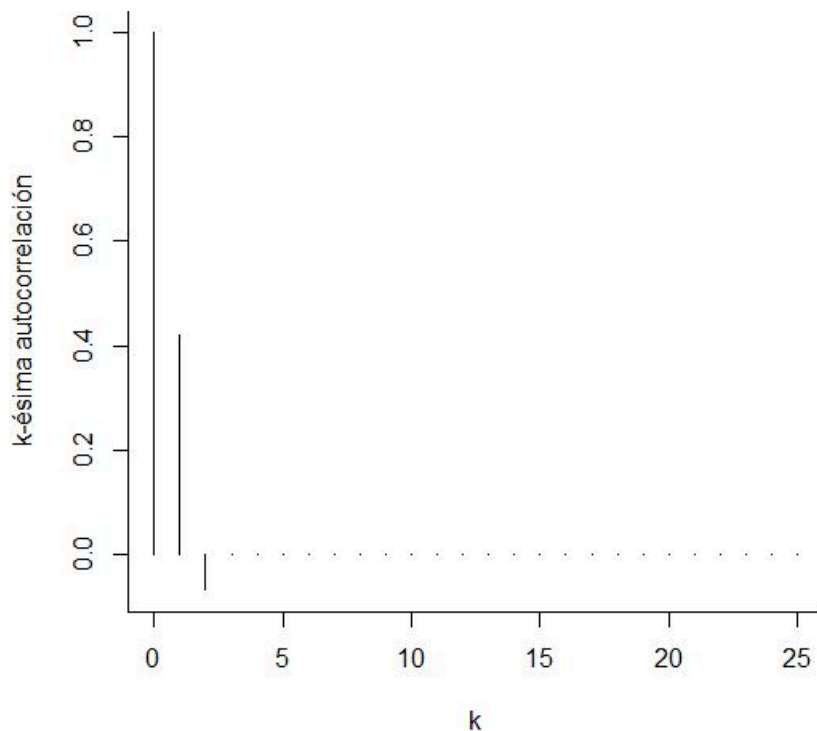
```
0.2128030663415731
0.8803608518720515
1.0675577855304785
```

```
[0.2128030663415731, 0.8803608518720515, 1.0675577855304785]
```

El proceso no es estacionario

Ejercicio 6

¿ A cuál proceso corresponde la siguiente gráfica de la FAC (teórica)? Justifique su respuesta y calcule las tres primeras autocorrelaciones del proceso que elija.



Es un MA(2) con discriminante ≥ 0 y $\phi_1 < 0$

```
In [7]: def discriminante(phi):
        return phi[1]**2 + 4*phi[2]

def fac_teorica_MA2(phi):
    rho = []
```

```

rho0 = 1
rho1 = -phi[1]*(1-phi[2]) / (1 + phi[1]**2 + phi[2]**2)
rho2 = -phi[2]/(1 + phi[1]**2 + phi[2]**2)
rho3 = 0
rho.append(rho0)
rho.append(rho1)
rho.append(rho2)
rho.append(rho3)
return rho

```

```

proceso = [1, -0.7, 0.1]
print(f"Discriminante: {discriminante(proceso)}\n")

```

```

rho = fac_teorica_MA2(proceso)
for i in range(len(rho)):
    print(f"rho{i} = {rho[i]}")

```

Discriminante: 0.8899999999999999

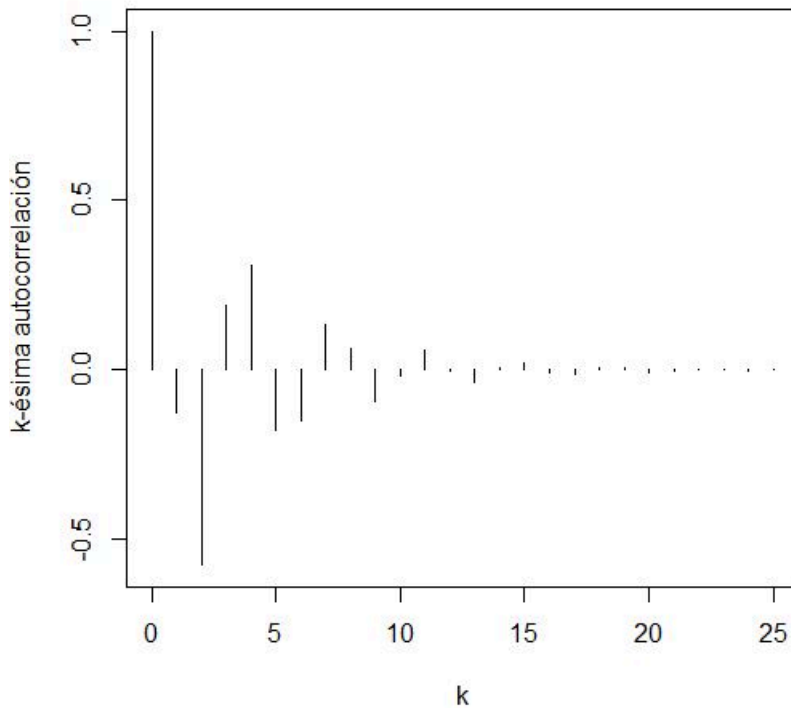
```

rho0 = 1
rho1 = 0.42
rho2 = -0.06666666666666667
rho3 = 0

```

Ejercicio 7

¿ A cuál proceso corresponde la siguiente gráfica de la FAC (teórica)? Justifique su respuesta y calcule las tres primeras autocorrelaciones del proceso que elija.



Es un AR con discriminante < 0 y $\phi_1 < 0$

```

In [8]: proceso = [1, -0.2, -0.6]
print(f"Discriminante: {discriminante(proceso)}, \n")

```

```

rho = fac_teorica_AR2(proceso)
for i in range(len(rho)):
    print(f"rho{i} = {rho[i]}")

```

Discriminante: -2.36,

```
rho0 = 1  
rho1 = -0.125  
rho2 = -0.575  
rho3 = 0.19
```

Ejercicio 8

Verificar si el siguiente proceso es estacionario e invertible. Justificar su respuesta realizando los cálculos correspondientes.

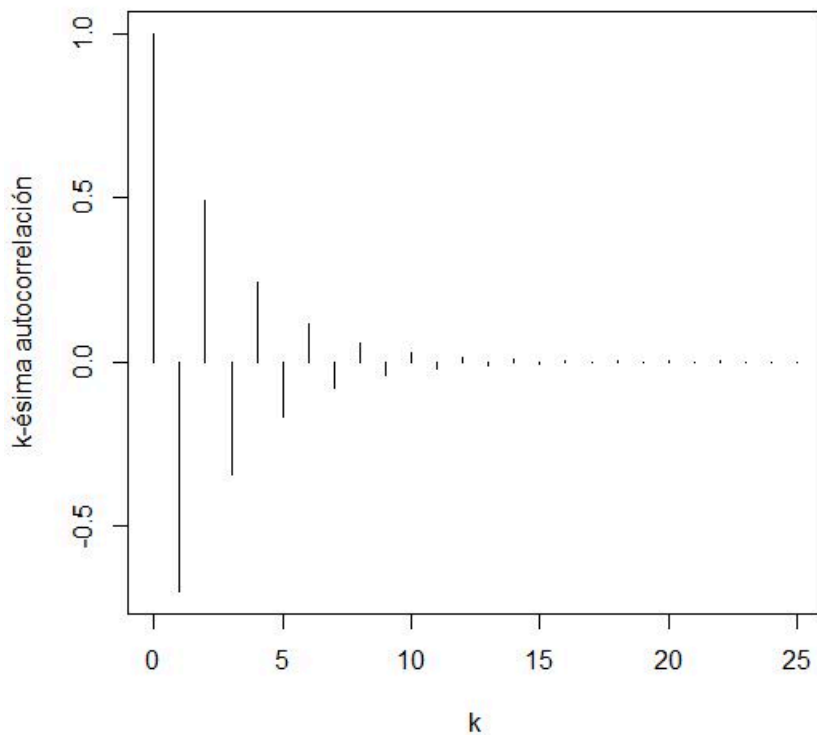
$$(1 + 0.5B - 0.5B^2)W_t = a_t$$

a_t es un ruido blanco con media cero y varianza constante.

Un AR siempre es invertible.

Ejercicio 9

¿ A cuál proceso corresponde la siguiente gráfica de la FAC (teórica)? Justifique su respuesta y calcule las tres primeras autocorrelaciones del proceso que elija.



```

proceso = [1, -0.7]

rho = fac_teorica_AR1(proceso)
for i in range(len(rho)):
    print(f"rho{i} = {rho[i]}")

```

```

rho0 = 1
rho1 = -0.7
rho2 = 0.48999999999999994
rho3 = -0.34299999999999999

```

Ejercicio 10

Obtener los parámetros de un proceso AR(3) cuyas 3 primeras autocorrelaciones son

$$\rho_1 = 0.1, \rho_2 = -0.6, \rho_3 = 0.3$$

Escribir el resultado de ϕ_1 (redondeado a dos decimales) y verificar si el proceso es estacionario o no. Justificar su respuesta calculando los tres parámetros y realizando la verificación de estacionariedad.

```

In [10]: # Ya lo había hecho para el último de la tarea

rho1 = 0.1
rho2 = -0.6
rho3 = 0.3

# Es resolver un sistema de ecuaciones
A = np.array([[1, rho1, rho2], [rho1, 1, rho1], [rho2, rho1, 1]]) # Matriz de coeficientes
b = np.array([rho1, rho2, rho3]) # Vector de términos independientes
phi = np.linalg.solve(A, b)

print(f"phi1 = {phi[0]}")
print(f"phi2 = {phi[1]}")
print(f"phi3 = {phi[2]}")

print(f"\nEl proceso es AR(3) es W_t = X_t(1 - {phi[0]}B - {phi[1]}B^2 - {phi[2]}B^3)")

# Calcular estacionariedad
roots = np.roots([-phi[2], -phi[1], -phi[0], 1])
print("\n", roots)

inversos = []
for root in roots:
    modulo = np.sqrt(root**2)
    print(modulo)
    inversos.append(1/modulo)

print("\n", inversos)

if all([inverso < 1 for inverso in inversos]):
    print("\nEl proceso es estacionario")

```

```

phi1 = 0.6217105263157895
phi2 = -0.7368421052631579
phi3 = 0.7467105263157895

```

El proceso es AR(3) es $W_t = X_t(1 - 0.6217105263157895B - -0.7368421052631579B^2 - 0.7467105263157895B^3)$

```

[ 1.21174267+0.j          -0.11247926+1.04524609j -0.11247926-1.04524609j]
(1.211742668095443+0j)
(0.11247926356314017-1.045246085896448j)
(0.11247926356314017+1.045246085896448j)

```

```

[(0.8252577270153821+0j), (0.10177360034979632+0.9457606143864775j), (0.10177360034979632-0.9457606143864775j)]

```

El proceso es estacionario