Tarea del segundo parcial de Econometría II

1. Para el proceso $ARMA(1,2)$, calcule $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_k, k > 2$. Exprese $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_k$ en términos de los parámetros autorregresivos, de media móvil y de σ_Z^2.
2. Considere los siguientes modelos

I. $\tilde{X}_t - 0.9\tilde{X}_{t-1} = Z_t + 0.8Z_{t-1}$

II. $\tilde{X}_t + 0.1\tilde{X}_{t-1} = Z_t + 0.8Z_{t-1}$

III. $\tilde{X}_t + 0.1\tilde{X}_{t-1} = Z_t + 0.2Z_{t-1} - 0.7Z_{t-2}$

En donde $\{Z_t\}$ es un proceso de ruido blanco con media cero y varianza constante.

a) Verifique si los procesos son estacionarios e invertibles. Identifique la región admisible de cada proceso (solo para el proceso I y II).
b) Calcule las 5 primeras autocorrelaciones simples teóricas de cada proceso.
c) Calcule las 3 primeras autocorrelaciones parciales teóricas de cada proceso.

3. Los procesos del ejercicio anterior pueden expresarse también como $\pi(B)\tilde{X}_t = Z_t$ y como $\tilde{X}_t = \psi(B)Z_t$. Para cada uno de los modelos, encuentre $\pi_1, \dots, \pi_5$ y $\psi_1, \dots, \psi_5$.
4. Considere el proceso ARIMA(1,1,2) descrito por

$$(1 - 0.4B)\nabla Z_t = (1 + 0.5B - 0.14B^2)a_t$$

Donde a_t es un ruido blanco con media cero y varianza constante.

Diga si cada uno de los siguientes procesos es estacionario y/o invertible. Justifique su respuesta.

a) Z_t
b) ∇Z_t
c) $\nabla^2 Z_t$
d) $\frac{1}{2}\nabla Z_t + \frac{1}{2}\nabla Z_{t-1}$