Napredne teme & heuristike

Goran Žužić

24. siječnja 2015.

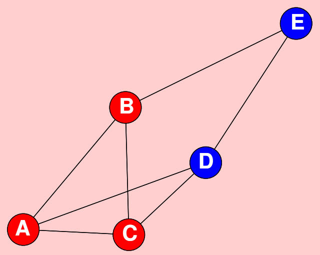
Zadatak “Bojanje grafa“ (HONI 14/15, 4. kolo, 7. zadatak)

Obojite graf s $n \leq 3000$ vrhova u 2 boje tako da niti vrh nema ≥ 2 susjeda iste boje kao i on. Stupanj svakog vrha je ≤ 3.

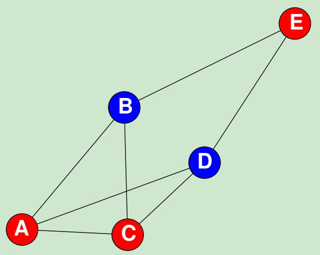
Zadatak "Bojanje grafa" (HONI 14/15, 4. kolo, 7. zadatak)

Obojite graf s $n \leq 3000$ vrhova u 2 boje tako da niti vrh nema ≥ 2 susjeda iste boje kao i on. Stupanj svakog vrha je ≤ 3.

Neispravno bojanje



Ispravno bojanje



Zadatak "Bojanje grafa" (HONI 14/15, 4. kolo, 7. zadatak)

Obojite graf s $n \leq 3000$ vrhova u 2 boje tako da niti vrh nema ≥ 2 susjeda iste boje kao i on. Stupanj svakog vrha je ≤ 3.

Pitanja (5 minuta):

- Ispravno ili ne: "Generiraj slucajno bojanje dok ne dobijes ispravan rezultat."
- Ispravno ili ne: "Uzmi neko bojanje i (najvise jednom) promijeni boju svakom vrhu koji nije dobar. Slozenost je $O(n)$."
- Ispravno ili ne: "Dok nemamo dobro bojanje, mijenjaj boju nekog vrha koji nije dobar."

Zadatak "Bojanje grafa" (HONI 14/15, 4. kolo, 7. zadatak)

Obojite graf s $n \leq 3000$ vrhova u 2 boje tako da niti vrh nema ≥ 2 susjeda iste boje kao i on. Stupanj svakog vrha je ≤ 3.

Pitanja (5 minuta):

- Ispravno ili ne: "Generiraj slucajno bojanje dok ne dobijes ispravan rezultat."
    - Ne! Primjerice, slucajno bojanje 600 duplikata prethodnog grafa ima vjerjoatnost $(\frac{31}{32})^{600} < 10^{-9}$ da bude ispravan.
- Ispravno ili ne: "Uzmi neko bojanje i (najvise jednom) promijeni boju svakom vrhu koji nije dobar. Slozenost je $O(n)$."
- Ispravno ili ne: "Dok nemamo dobro bojanje, mijenjaj boju nekog vrha koji nije dobar."

Zadatak "Bojanje grafa" (HONI 14/15, 4. kolo, 7. zadatak)

Obojite graf s $n \leq 3000$ vrhova u 2 boje tako da niti vrh nema ≥ 2 susjeda iste boje kao i on. Stupanj svakog vrha je ≤ 3.

Pitanja (5 minuta):

- Ispravno ili ne: "Generiraj slucajno bojanje dok ne dobijes ispravan rezultat."
  - Ne! Primjerice, slucajno bojanje 600 duplikata prethodnog grafa ima vjerjoatnost $(\frac{31}{32})^{600} < 10^{-9}$ da bude ispravan.
- Ispravno ili ne: "Uzmi neko bojanje i (najvise jednom) promijeni boju svakom vrhu koji nije dobar. Slozenost je $O(n)$."
  - Ne! Poneke vrhove je potrebno bojati vise puta!
- Ispravno ili ne: "Dok nemamo dobro bojanje, mijenjaj boju nekog vrha koji nije dobar."

Zadatak "Bojanje grafa" (HONI 14/15, 4. kolo, 7. zadatak)

Obojite graf s $n \leq 3000$ vrhova u 2 boje tako da niti vrh nema ≥ 2 susjeda iste boje kao i on. Stupanj svakog vrha je ≤ 3.

Pitanja (5 minuta):

- Ispravno ili ne: "Generiraj slucajno bojanje dok ne dobijes ispravan rezultat."
  - Ne! Primjerice, slucajno bojanje 600 duplikata prethodnog grafa ima vjerjoatnost $(\frac{31}{32})^{600} < 10^{-9}$ da bude ispravan.
- Ispravno ili ne: "Uzmi neko bojanje i (najvise jednom) promijeni boju svakom vrhu koji nije dobar. Slozenost je $O(n)$."
  - Ne! Poneke vrhove je potrebno bojati vise puta!
- Ispravno ili ne: "Dok nemamo dobro bojanje, mijenjaj boju nekog vrha koji nije dobar."
  - Da! No, preostaje pitanje hoce li se uopce zavrsiti te, ako da, zasto je dovoljno brzo?

Zadatak "Bojanje grafa" (HONI 14/15, 4. kolo, 7. zadatak)

Obojite graf s $n \leq 3000$ vrhova u 2 boje tako da niti vrh nema ≥ 2 susjeda iste boje kao i on. Stupanj svakog vrha je ≤ 3.

Zasto je algoritam "mijenjanja boju loseg dok nemamo dobro bojanje" dovoljno brz?

$$f(\text{graf } G) = \sum_{\text{brid } e} [\text{e spaja dva vrha iste boje}]$$

Zato jer:

1. svaka promjena boje loseg vrha smanje f za barem 1.

Zadatak "Bojanje grafa" (HONI 14/15, 4. kolo, 7. zadatak)

Obojite graf s $n \leq 3000$ vrhova u 2 boje tako da niti vrh nema ≥ 2 susjeda iste boje kao i on. Stupanj svakog vrha je ≤ 3.

Zasto je algoritam "mijenjanja boju loseg dok nemamo dobro bojanje" dovoljno brz?

$$f(\text{graf } G) = \sum_{\text{brid } e} [e \text{ spaja dva vrha iste boje}]$$

Zato jer:

1. svaka promjena boje loseg vrha smanje f za barem 1.
2. $0 \leq f(G) \leq \text{broj bridova} |E|$

Zadatak “Bojanje grafa“ (HONI 14/15, 4. kolo, 7. zadatak)

Obojite graf s $n \leq 3000$ vrhova u 2 boje tako da niti vrh nema ≥ 2 susjeda iste boje kao i on. Stupanj svakog vrha je ≤ 3.

Zasto je algoritam “mijenjanja boju loseg dok nemamo dobro bojanje” dovoljno brz?

$$f(\text{graf } G) = \sum_{\text{brid } e} [e \text{ spaja dva vrha iste boje}]$$

Zato jer:

1. svaka promjena boje loseg vrha smanje f za barem 1.
2. $0 \leq f(G) \leq \text{broj bridova} |E|$
3. f ne moze beskonacno dugo padati

Zadatak "Bojanje grafa" (HONI 14/15, 4. kolo, 7. zadatak)

Obojite graf s $n \leq 3000$ vrhova u 2 boje tako da niti vrh nema ≥ 2 susjeda iste boje kao i on. Stupanj svakog vrha je ≤ 3.

Zasto je algoritam "mijenjanja boju loseg dok nemamo dobro bojanje" dovoljno brz?

$$f(\text{graf } G) = \sum_{\text{brid } e} [e \text{ spaja dva vrha iste boje}]$$

Zato jer:

1. svaka promjena boje loseg vrha smanje f za barem 1.
2. $0 \leq f(G) \leq \text{broj bridova}|E|$
3. f ne moze beskonacno dugo padati
4. najveci broj iteracija je upravo $|E| = \frac{3}{2}n \leq 4500$

Zadatak "Kule" (DMIH 05/06, I. podskupina, I. dan, 3. zadatak)

Zadana je $n \times n$ (najvise 300×300) sahovska ploca, na svakom polju je napisan prirodan broj. Postavi dvije kule tako da je suma napadnutih polja maksimizirana.

Primjer

94	88	70	74	28	33
47	102	94	79	85	47
20	53	6	82	17	74
82	5	92	31	63	20
98	94	20	40	53	26
44	90	48	17	101	59

Zadatak "Kule" (DMIH 05/06, I. podskupina, I. dan, 3. zadatak)

Zadana je $n \times n$ (najvise 300×300) sahovska ploca, na svakom polju je napisan prirodan broj. Postavi dvije kule tako da je suma napadnutih polja maksimizirana.

Pitanja (5 minuta):

- Smislite sporo ("brute force") rjesenje.
- Ispravno ili ne: "Jedna ce kula uvijek biti na polju s kojeg napada najvecu mogucu sumu."

Zadatak "Kule" (DMIH 05/06, I. podskupina, I. dan, 3. zadatak)

Zadana je $n \times n$ (najvise 300×300) sahovska ploca, na svakom polju je napisan prirodan broj. Postavi dvije kule tako da je suma napadnutih polja maksimizirana.

Pitanja (5 minuta):

- Smislite sporo ("brute force") rjesenje.
  - Na sve nacine postavimo dvije kule - $O(n^4)$, potom idemo po svim napadnutim poljima i pozbrajamo ih - $O(n)$. Ukupno $O(n^5)$.
- Ispravno ili ne: "Jedna ce kula uvijek biti na polju s kojeg napada najvecu mogucu sumu."

Zadatak "Kule" (DMIH 05/06, I. podskupina, I. dan, 3. zadatak)

Zadana je $n \times n$ (najvise 300×300) sahovska ploca, na svakom polju je napisan prirodan broj. Postavi dvije kule tako da je suma napadnutih polja maksimizirana.

Pitanja (5 minuta):

- Smislite sporo ("brute force") rjesenje.
  - Na sve nacine postavimo dvije kule - $O(n^4)$, potom idemo po svim napadnutim poljima i pozbrajamo ih - $O(n)$. Ukupno $O(n^5)$.
- Ispravno ili ne: "Jedna ce kula uvijek biti na polju s kojeg napada najvecu mogucu sumu."
  - Ne!

Sluzbeno rjesenje

Pretpostavimo retke kula - $O(n^2)$. Potom napravimo analizu slucajeva te pohlepno odredimo stupce gdje staviti kule. Ukupna slozenost je $O(n^3)$ uz veliku konstantu (potrebna je optimizacija).

"Osreckijeva heuristika"

Za svako polje izracunamo sumu polja napadnutih s njega. Sortiramo i odaberemo 200 polja s najvecom sumom, te pokusamo postaviti jednu kulu na svako od tih polja. drugu kulu postavimo na sve moguce nacine. Slozenost $O(200n^2) \approx n^3$.

- Brute force $O(n^6)$ – 20% bodova
- Brute force $O(n^5)$ – 30% bodova
- Sluzbeno rjesenje $O(n^3)$ – 100% bodova
- Osreckijeva heuristika $O(200n^2)$ – 100% bodova
  - provjera samo najboljeg polja - 60% bodova, prva 4 polja - 90% bodova, prvih 5 polja - 100% bodova

Zadatak “Duzine“ (vlastiti zadatak)

Zadano je $n \leq 100$ duzina u ravnini. Definiramo

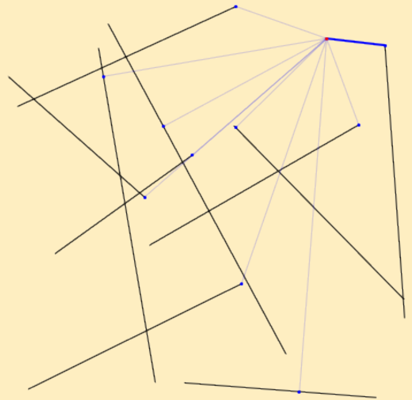
$$f(x, y) = \sum_{\text{duzina d}} \text{udaljenost}([x, y], d)$$

gdje se udaljenost tocke T i duzine definira kao minimalna udaljenost T i bilo koje tocke na duzini.

Primjer

Na sljedecem slideu...

Primjer



Zadatak “Duzine“ (vlastiti zadatak)

Zadano je $n \leq 100$ duzina u ravnini. Definiramo

$$f(x, y) = \sum_{\text{duzina d}} \text{udaljenost}([x, y], d)$$

gdje se udaljenost tocke T i duzine definira kao minimalna udaljenost T i bilo koje tocke na duzini.

Pitanja (5 minuta):

- Ako je zadana samo jedna duzina, je li tada funkcija $f(x, y)$ konveksna?
- Je li $f(x, y)$ konveksna i u opcenitom slucaju. *Napomena:* suma konveksnih funkcija je i dalje konveksna.

Zadatak "Duzine" (vlastiti zadatak)

Zadano je $n \leq 100$ duzina u ravnini. Definiramo

$$f(x,y) = \sum_{\text{duzina d}} \text{udaljenost}([x,y], d)$$

gdje se udaljenost tocke T i duzine definira kao minimalna udaljenost T i bilo koje tocke na duzini.

Pitanja (5 minuta):

- Ako je zadana samo jedna duzina, je li tada funkcija $f(x,y)$ konveksna?
  - Da! Opcenito vrijedi da je $f(v) = \inf_{k \in K} \text{udaljenost}(k, v)$ konveksna funkcija ako je K konveksan skup. Vise informacija u knjizi *Boyd, Vandenberghe:* "Convex Optimization".
- Je li $f(x,y)$ konveksna i u opcenitom slucaju. *Napomena:* suma konveksnih funkcija je i dalje konveksna.

Zadatak "Duzine" (vlastiti zadatak)

Zadano je $n \leq 100$ duzina u ravnini. Definiramo

$$f(x,y) = \sum_{\text{duzina d}} \text{udaljenost}([x,y], d)$$

gdje se udaljenost tocke T i duzine definira kao minimalna udaljenost T i bilo koje tocke na duzini.

Pitanja (5 minuta):

- Ako je zadana samo jedna duzina, je li tada funkcija $f(x,y)$ konveksna?
  - Da! Opcenito vrijedi da je $f(v) = \inf_{k \in K} \text{udaljenost}(k, v)$ konveksna funkcija ako je K konveksan skup. Vise informacija u knjizi *Boyd, Vandenberghe:* "Convex Optimization".
- Je li $f(x,y)$ konveksna i u opcenitom slucaju. *Napomena:* suma konveksnih funkcija je i dalje konveksna.
  - Da, izravno slijedi iz prethodnog! Hint: ako $f'' > 0$ i $g'' > 0$, tada $(f+g)'' > 0$.

Zadatak “Duzine“ (vlastiti zadatak)

Zadano je $n \leq 100$ duzina u ravnini. Definiramo

$$f(x, y) = \sum_{\text{duzina d}} \text{udaljenost}([x, y], d)$$

gdje se udaljenost tocke T i duzine definira kao minimalna udaljenost T i bilo koje tocke na duzini.

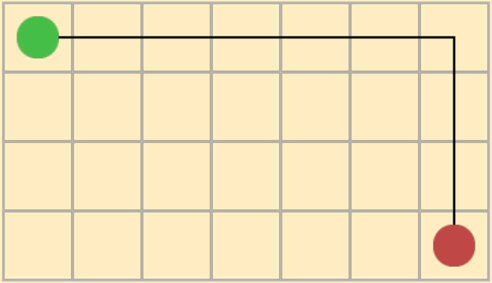
Rjesenja

- Ternary search! 2D ili prvo po jednoj, pa onda po drugoj dimenziji.
- Gradijentni spust, evolucijski algoritmi, Newton–Raphson, konjugirani gradijenti...

Zadatak "Cosmic Cabbages" UVA ACM, Vol CX, Problem 11012

Udaljenost izmedju dvije 2D tocke $A = (A_x, A_y)$ i $B = (B_x, B_y)$ se racuna kao $d(A, B) = |A_x - B_x| + |A_y - B_y|$. Zadano je $n \leq 10^6$ 2D tocaka, odredite maksimalnu udaljenost neke dvije tocke.

Ilustracija udaljenosti



Zadatak "Cosmic Cabbages" UVA ACM, Vol CX, Problem 11012

Udaljenost izmedju dvije 2D tocke $A = (A_x, A_y)$ i $B = (B_x, B_y)$ se racuna kao $d(A, B) = |A_x - B_x| + |A_y - B_y|$. Zadano je $n \leq 10^6$ 2D tocaka, odredite maksimalnu udaljenost neke dvije tocke.

Pitanja (5 minuta):

- Rijesite zadatak u $O(n)$ kada bi udaljenost bila zadana kao $g(A, B) = (A_x - B_x) + (A_y - B_y)$.
- Oznacimo s $M(p)$ najudaljeniju tocku od tocke p (standardna udaljenost d). Koliko cemo tocaka posjetiti u obilasku $p \to M(p) \to M(M(p)) \to M(M(M(p))) \to ...$?

[1] citati: "ne znam"

Zadatak "Cosmic Cabbages" UVA ACM, Vol CX, Problem 11012

Udaljenost izmedju dvije 2D tocke $A = (A_x, A_y)$ i $B = (B_x, B_y)$ se racuna kao $d(A, B) = |A_x - B_x| + |A_y - B_y|$. Zadano je $n \leq 10^6$ 2D tocaka, odredite maksimalnu udaljenost neke dvije tocke.

Pitanja (5 minuta):

- Rijesite zadatak u $O(n)$ kada bi udaljenost bila zadana kao $g(A, B) = (A_x - B_x) + (A_y - B_y)$.
  - $g(A, B) = (A_x - B_x) + (A_y - B_y) = (A_x + A_y) - (B_x + B_y)$. Nadjemo tocke s max. i min. vrijednostima $x + y$.
- Oznacimo s $M(p)$ najudaljeniju tocku od tocke p (standardna udaljenost d). Koliko cemo tocaka posjetiti u obilasku $p \to M(p) \to M(M(p)) \to M(M(M(p))) \to ...$?

[1] citati: "ne znam"

Zadatak "Cosmic Cabbages" UVA ACM, Vol CX, Problem 11012

Udaljenost izmedju dvije 2D tocke $A = (A_x, A_y)$ i $B = (B_x, B_y)$ se racuna kao $d(A, B) = |A_x - B_x| + |A_y - B_y|$. Zadano je $n \leq 10^6$ 2D tocaka, odredite maksimalnu udaljenost neke dvije tocke.

Pitanja (5 minuta):

- Rijesite zadatak u $O(n)$ kada bi udaljenost bila zadana kao $g(A, B) = (A_x - B_x) + (A_y - B_y)$.
  - $g(A, B) = (A_x - B_x) + (A_y - B_y) = (A_x + A_y) - (B_x + B_y)$. Nadjemo tocke s max. i min. vrijednostima $x + y$.
- Oznacimo s $M(p)$ najudaljeniju tocku od tocke p (standardna udaljenost d). Koliko cemo tocaka posjetiti u obilasku $p \to M(p) \to M(M(p)) \to M(M(M(p))) \to ...$?
  - Tesko je reci[1]. Intuitivno, biti ce ih malo: 2 ili 3. Motivacija: najudaljeniji cvorovi na stablu...

[1] citati: "ne znam"

Zadatak "Cosmic Cabbages" UVA ACM, Vol CX, Problem 11012

Udaljenost izmedju dvije 2D tocke $A = (A_x, A_y)$ i $B = (B_x, B_y)$ se racuna kao $d(A, B) = |A_x - B_x| + |A_y - B_y|$. Zadano je $n \leq 10^6$ 2D tocaka, odredite maksimalnu udaljenost neke dvije tocke.

Sluzbeno rjesenje

Za svaku tocku (x, y) dodamo fiktivne tocke $(-x, y)$, $(x, -y)$, $(-x, -y)$ te rijesimo uz udaljenost $(A_x - B_x) + (A_y - B_y)$. Slozenost je $O(n)$. Dokaz nije tezak, ali je zapetljan.

"Sluganoviceva heuristika"

Odaberemo slucajnu tocku p te isprobamo udaljenosti $p \leftrightarrow M(p) \leftrightarrow M(M(p)) \leftrightarrow M(M(M(p)))$. Postupak ponavljamo 50 puta, slozenost $O(50n)$.

Skica dokaza sluzbenog rjesenja

- $|x| = \max(x, -x)$

Skica dokaza sluzbenog rjesenja

- $|x| = \max(x, -x)$
- $\max(a, b) + \max(x, y) = \max(a + x, a + y, b + x, b + y)$

Skica dokaza sluzbenog rjesenja

- $|x| = \max(x, -x)$
- $\max(a, b) + \max(x, y) = \max(a + x, a + y, b + x, b + y)$
-

$$\begin{aligned} & |A_x - B_x| + |A_y - B_y| \\ = \ & max(A_x - B_x, -A_x + B_x) + max(A_y - B_y, -A_y + B_y) \\ = \ & max(\cdot, \cdot, \cdot, \cdot) \end{aligned}$$

Skica dokaza sluzbenog rjesenja

- $|x| = \max(x, -x)$
- $\max(a, b) + \max(x, y) = \max(a + x, a + y, b + x, b + y)$
- $$\begin{aligned} & |A_x - B_x| + |A_y - B_y| \\ = & \ max(A_x - B_x, -A_x + B_x) + max(A_y - B_y, -A_y + B_y) \\ = & \ max(\cdot, \cdot, \cdot, \cdot) \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} & max(|A_x - B_x| + |A_y - B_y|, |C_x - D_x| + |C_y - D_y|, \dots) \\ = & \ max(\cdot, \cdot, \cdot, \cdot, \cdot, \cdot, \cdot, \cdot, \dots) \end{aligned}$$

Skica dokaza sluzbenog rjesenja

- $|x| = \max(x, -x)$
- $\max(a, b) + \max(x, y) = \max(a + x, a + y, b + x, b + y)$
- $$\begin{aligned} & |A_x - B_x| + |A_y - B_y| \\ = \; & max(A_x - B_x, -A_x + B_x) + max(A_y - B_y, -A_y + B_y) \\ = \; & max(\cdot, \cdot, \cdot, \cdot) \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} & max(|A_x - B_x| + |A_y - B_y|, |C_x - D_x| + |C_y - D_y|, ...) \\ = \; & max(\cdot, \cdot, \cdot, \cdot, \cdot, \cdot, \cdot, \cdot, ...) \end{aligned}$$
- Zadnji izraz je istovjetan iskazu sluzbenog rjesenja. Analogno, zadatak u $\mathcal{D}$ dimenzija mozemo rijesiti u slozenosti $O(N \cdot 2^{\mathcal{D}})$.

Zadatak "Pretraga" (folklor)

Zadana su dva stringa A, B duljine do 10^5, sastavljeni od malih slova engleske abecede. Odredi je li B podstring od A.

Primjer

$A =$ AGG**CAGTC**GAAG
$B =$ CAGTC
Rjesenje: DA

$A =$ AGGCAGTCGAAG
$B =$ GGG
Rjesenje: NE

Zadatak "Pretraga" (folklor)

Zadana su dva stringa A, B duljine do 10^6, sastavljeni od malih slova engleske abecede. Odredi je li B podstring od A.

Pitanja (5 minuta):

- Smislite primjer koji ce natjerati standardno brute force rjesenje u $O(|A| \times |B|)$ da napravi $\approx |A| \times |B| = 10^{12}$ koraka.
- Navedite nekoliko rjesenja (samo nazive i slozenosti) s kojima znate brze rijesiti zadatak. Hint: proslotjedno predavanje.

Zadatak "Pretraga" (folklor)

Zadana su dva stringa A, B duljine do 10^6, sastavljeni od malih slova engleske abecede. Odredi je li B podstring od A.

Pitanja (5 minuta):

- Smislite primjer koji ce natjerati standardno brute force rjesenje u $O(|A| \times |B|)$ da napravi $\approx |A| \times |B| = 10^{12}$ koraka.
  - $A = a^{n-1} \cdot b \cdot a^{n-1} \cdot b, B = a^n$ ce natjerati brute force da odradi $\approx n^2$ koraka.
- Navedite nekoliko rjesenja (samo nazive i slozenosti) s kojima znate brze rijesiti zadatak. Hint: proslotjedno predavanje.

Zadatak "Pretraga" (folklor)

Zadana su dva stringa A, B duljine do 10^6, sastavljeni od malih slova engleske abecede. Odredi je li B podstring od A.

Pitanja (5 minuta):

- Smislite primjer koji ce natjerati standardno brute force rjesenje u $O(|A| \times |B|)$ da napravi $\approx |A| \times |B| = 10^{12}$ koraka.
  - $A = a^{n-1} \cdot b \cdot a^{n-1} \cdot b, B = a^n$ ce natjerati brute force da odradi $\approx n^2$ koraka.
- Navedite nekoliko rjesenja (samo nazive i slozenosti) s kojima znate brze rijesiti zadatak. Hint: proslotjedno predavanje.
  - Hashiranje (Rabin-Karp) u ocekivanih $O(|A| + |B|)$, Knuth-Morris-Pratt $O(|A| + |B|)$, Aho-Corasick $O(|A| + |B|)$.

Zadatak "Pretraga" (folklor)

Zadana su dva stringa A, B duljine do 10^6, sastavljeni od malih slova engleske abecede. Odredi je li B podstring od A.

Primjeri koji ruse brute force moraju biti posebno konstruirani, stoga ucinite nesto sto sastavljaci zadataka ne ocekuju!

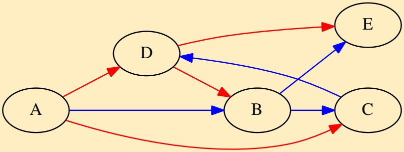
"Bosanski algoritam" ☺

Okrenite (engl. reverse) stringove $A \to A^r, B \to B^r$ i potom brute force metodom potrazite B^r u A^r.

Zadatak "Information" (CEOI 2008, Contest Day I)

Zadan je usmjeren graf sa $n \leq 2000$ vrhova i $e \leq 10^5$ bridova. Istaknut je vrh A. Nadite bojanje bridova u crvenu i plavu boju tako da postoji i "crveni put" i "plavi put" od A do svakog drugog vrha v.

Primjer



Zadatak "Information" (CEOI 2008, Contest Day I)

Zadan je usmjeren graf sa $n \leq 2000$ vrhova i $e \leq 10^5$ bridova. Istaknut je vrh A. Nadite bojanje bridova u crvenu i plavu boju tako da postoji i "crveni put" i "plavi put" od A do svakog drugog vrha v.

Pitanja (5 minuta):

- Smislite heuristiku za ovaj zadatak.

Zadatak "Information" (CEOI 2008, Contest Day I)

Zadan je usmjeren graf sa $n \leq 2000$ vrhova i $e \leq 10^5$ bridova. Istaknut je vrh A. Nadite bojanje bridova u crvenu i plavu boju tako da postoji i "crveni put" i "plavi put" od A do svakog drugog vrha v.

Pitanja (5 minuta):

- Smislite heuristiku za ovaj zadatak.
  - Napravite obilazak grafa (npr. u dubinu) tako da slucajno birate sljedeci brid. Potom provjerite jel u neodabranim vrhovima jos uvijek postoji put do svih. Ponovite postupak 100 puta.