Mata Kuliah Logika Informatika Teknik Informatika 54406

3 SKS

Bab III: Logical Entailment







KEEP CALM AND

FOCUS TO STUDY





A. Deduksi

Deduksi menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI) adalah : Penarikan Kesimpulan *(conclusion)* dari keadaan umum menjadi khusus

Di dalam Deduksi, sebuah Kesimpulan (conclusion) selalu bernilai Benar, jika Alasanya (premise) Benar

Contoh:

Jika ada *Premis* p, maka ($p \lor q$) merupakan conclusion, tetapi ($p \land q$) bukan merupakan conclusion, mengapa ?

Karena jika p BENAR, maka ($p \lor q$) juga B tanpa terpengaruh dengan q, jadi ($p \lor q$) merupakan conclusion

Jika *Premis* p Benar, maka $(p \land q)$ bisa bernilai Benar juga bisa bernilai Salah tergantung nilai q, maka $(p \land q)$ bukan merupakan *conclusion*.

Jika ada *Premis p, q,* maka $(p \land q)$ merupakan conclusion, karena $(p \land q)$ akan bernilai Benar jika p bernilai B dan q bernilai B, dimana p premis disyaratkan harus bernilai B agar mendapatkan conlusion yang Benar

B. Logical Entailment

Logical Entailment adalah Implikasi logis yang benar dan relevan atau tersambung. Misalnya, "Jika semua anjing adalah mamalia, maka Socrates adalah manusia" adalah benar, menurut logika klasik, tetapi tidak relevan atau tidak tersambung, "Relevansi logika" merupakan upaya untuk mengharuskan implikasi tersambung dengan benar.

Sebuah himpunan Δ (baca: delta) secara logis mengandung kesimpulan (conclusion) ϕ (baca: varphi) dan ditulis :

$$\Delta \mid = \varphi$$

jika dan hanya jika interpretasi yang memenuhi himpunan Δ juga memenuhi kesimpulan ϕ

Contoh I:

Premis p:

Conclusion : $(p \lor q)$

Hal ini dapat ditulis : $\{p\} \mid = (p \lor q)$

Premis p:

No -Conclusion : $(p \land q)$

Hal ini dapat ditulis : $\{p\} \mid \neq (p \land q)$

Premis p, q:

Conclusion : $(p \land q)$

Hal ini dapat ditulis : $\{p,q\} \mid = (p \land q)$

Metode Tabel Kebenaran:

Untuk mengetahui suatu himpunan premis menghasilkan kesimpulan yang logis, maka dapat menggunakan Tabel Kebenaran, dengan langkah:

- I. Tentukan (coret) interpretasi (baris) yang tidak memenuhi syarat
- Lakukan untuk setiap premis yang diketahui
- 3. Interpretasi (baris) yang tersisa

Contoh 2:

apakah Premis p Logical Entailment $(p \lor q)$ atau $\{p\} \mid = (p \lor q)$

P	q
В	В
В	S
S	В
S	S

Untuk Premis p coret interpretasi yang bernilai S, yaitu interpretasi ke 3 dan ke 4

X (p v q) bernilai B jika Premis p
 X bernilai B dan premis q jika ada
 bisa bernilai B ataupun S tidak
 pengaruh

$$Jadi \{p\} \mid = (p \lor q)$$

Contoh 3:

apakah Premis p Logical Entailment $(p \land q)$ atau $\{p\} \mid = (p \land q)$

P	q	
В	В	
В	S	
S	В	X
S	S	X

Untuk Premis p coret interpretasi yang bernilai S, yaitu interpretasi ke 3 dan ke 4

(p ∧ q) bernilai B, jika Premis p bernilai B dan premis q juga bernilai B, tetapi pada baris 2 premis q bernilai S, maka tidak memenuhi

Jadi $\{p\} \mid \# (p \land q)$

Contoh 4: apakah Premis p, q Logical Entailment $p \land q$ atau $\{p, q\} \mid = (p \land q)$

Þ	q	
В	В	
В	S	
S	В	X
S	S	X

Untuk Premis p coret interpretasi yang bernilai S, yaitu interpretasi ke 3 dan ke 4

 p
 q

 B
 B

 B
 S

 S
 B

 S
 S

Untuk Premis q coret interpretasi yang bernilai S, yaitu interpretasi ke 2 dan ke 4

рдВВS

X

X

X

Untuk Premis p dan q gabungan diperoleh (p/\ q) bernilai B jika premis p dan q bernilai B, jadi :

S B

s s ×

 \times Jadi $\{p, q\} \mid = (p \land q)$

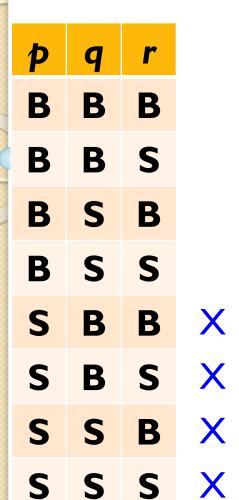
Contoh 5:

$$\{p \Rightarrow (q \Rightarrow r), p\} \mid = (q \Rightarrow r) ?$$

P	q	r
В	В	В
В	В	S
В	S	В
В	S	S
S	В	В
S	В	S
S	S	В
S	S	S

Untuk Premis $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$ coret interpretasi yang bernilai S, yaitu

- \times 1. $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$ bernilai S jika p bernilai B dan $(q \Rightarrow r)$ bernilai S,
 - agar (q⇒r) bernilai S, maka q bernilai B dan r bernilai S, jadi interpretasi yang bernilai S adalah : interpretasi 2



Untuk Premis p coret interpretasi yang bernilai S, yaitu 5, 6, 7, dan 8

Gabungan interpretasi yang **B B** B B bernilai S adalah, 2, 5, 6, 7, 8 BSX B sehingga (q⇒r) akan bernilai B **S B** B jika : **B S S** B a. p = B, q = B, r = B**S B B** \times b. p = B, q = S, r = B**S B S** \times c. p = B, q = S, r = SSSBX

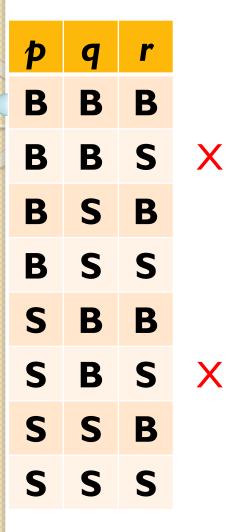
SSS X Jadi $\{p \Rightarrow (q \Rightarrow r), p\} \mid = (q \Rightarrow r)$

Contoh 6:

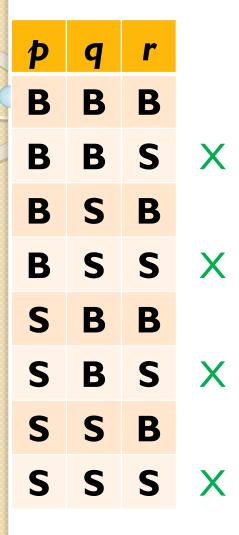
$$\{p \Rightarrow q, q \Rightarrow r, r\} \mid = (r) ?$$

0			
Þ	q	r	
В	В	В	
В	В	S	
В	S	В	X
В	S	S	X
S	В	В	
S	В	S	
S	S	В	
S	S	S	

Untuk Premis p⇒q coret interpretasi yang bernilai S, yaitu interpretasi 3 dan 4



Untuk premis q⇒r coret interpretasi yang bernilai S yaitu interpretasi 2 dan 6



3. Untuk premis r coret interpretasi yang bernilai S yaitu interpretasi 2, 4, 6, dan 8

Þ	q	r	
В	В	В	В
В	В	S	X
В	S	В	X
В	S	S	X
S	В	В	В
S	В	S	X
S	S	В	В
S	S	S	X

Jika Tabel I, 2, dan 3 digabung, maka diperoleh

Diperoleh interpretasi yang tidak tercoret adalah interpretasi yang bernilai B hal ini sesuai dengan premis r, jadi terbukti bahwa

$$\{p \Rightarrow q, q \Rightarrow r, r\} \mid = (r)$$

Soal Latihan Apakah pernyataan di bawah ini Logical Entailment ?:

- I. Apakah $\{p \Rightarrow q, q \Rightarrow r,\} \mid = (p \Rightarrow r)$? Buktikan!
- 2. Apakah $\{\neg p \Rightarrow r, p \Rightarrow q, \neg p\} \mid = (r)$?
- 3. Apakah $\{p \Rightarrow q, m \Rightarrow (p \lor q)\} \mid = (m \Rightarrow q)$?
- 4. Apakah $\{m \Rightarrow p, q \Rightarrow (m \land p)\} \mid = \neg (q \Rightarrow p)$?
- 5. Apakah $\{p \Rightarrow q, s \Rightarrow (p \lor q), s\} \mid = (q) ?$

B. Rule Of Inference

Persoalan yang timbul:

- Akan ada banyak interpretasi untuk bahasa proposional, karena untuk n buah konstanta maka akan ada 2ⁿ buah interpretasi
- 2. Tidak sederhana



Aturan inferensi adalah aturan penalaran yang terdiri dari satu set pola kalimat atau satu set alasan (premis) dan satu set pola kalimat yang disebut kesimpulan (conclusi)

Ada beberapa jenis Rule of Inference I. Modus Ponen (MP)

$P \Longrightarrow q$	premis
P	premis
<u> </u>	conclusi

2. Modus Tolen (MT)

3. Double Negation (DN)

4. Equivalence Elimination (EE)

$$P \Longrightarrow Q$$
 premis
$$P \Longrightarrow Q$$
 conclusi
$$Q \Longrightarrow P$$
 conclusi

5. Silogisme Hipotesis (SH)

$$p \Rightarrow q$$
 premis

$$q \Rightarrow r$$
 premis

$$p \Rightarrow r$$
 conclusi

6. Silogisme Disjungtif (SD)

Contoh 7:

Diketahui premis p \Rightarrow (q \Rightarrow r), p, maka apa kesimpulannya :

Jawab:

Dengan MP didapat :

$$p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$$
 premis

$$(q \Rightarrow r)$$
 kesimpulan

Contoh 8:

Diketahui premis (p \Rightarrow q) \Rightarrow r, (p \Rightarrow q), maka apa kesimpulannya:

Jawab:

Dengan MP didapat:

$$(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$$

 $(p \Rightarrow q)$

premis

premis

kesimpulan

Contoh 9:

Jika hari ini hujan, maka tanah menjadi basah. Jika tanah basah maka menjadi licin, hari ini hujan, apa kesimpulannya?

Jawab:

1. Hujan \Rightarrow Basah premis
$\mathbf{L} = \mathbf{H} \mathbf{u} \mathbf{i} \mathbf{n} \mathbf{n} \mathbf{n} \mathbf{n} \mathbf{n} \mathbf{n} \mathbf{n} n$

- 2. Basah \Rightarrow Licin premis
- 3. Hujan premis
- 4. Basah MP I dan 3
- 5. Licin MP 2 dan 4

Jadi kesimpulannya Licin

2. Modus Tolens (MT)

$$\phi \Rightarrow \psi$$
 premis
$$\neg \psi$$
 premis
$$\neg \phi$$
 conclusi

Contoh 10:

Diketahui premis p \Rightarrow (q \Rightarrow r), \neg (q \Rightarrow r), maka apa kesimpulannya :

Jawab:

Dengan MT didapat:

$$p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$$
 premis

$$\neg (q \Rightarrow r)$$
 premis

Contoh II:

Diketahui premis p \Rightarrow q, \neg p \Rightarrow r, \neg q, maka apa kesimpulannya :

Jawab: I. p ⇒ q premis 2. ¬p ⇒ r premis 3. ¬q premis 4. ¬p MT I dan 3 5. r MP 2 dan 4 Jadi kesimpulannya r

3. Modus Tolens (MT)

$$\begin{array}{ccc} \phi \Leftrightarrow \psi & \text{premis} \\ \hline \phi \Rightarrow \psi & \text{conclusi} \\ \hline \psi \Rightarrow \phi & \text{conclusi} \end{array}$$

Contoh 12:

Diketahui premis p⇔¬q, p, maka apa kesimpulannya :

Jawab:

I. $p \Leftrightarrow \neg q$

2. p

3. $p \Rightarrow \neg q$

4. ¬q

Jadi kesimpulan ¬q

premis

premis

EE I

MP 3 dan 2

Soal Latihan Apakah pernyataan di bawah ini Logical Entailment ?:

- I. Apakah $\{p \Rightarrow q, q \Rightarrow r,\} \mid = (p \Rightarrow r)$? Buktikan!
- 2. Apakah $\{\neg p \Rightarrow r, p \Rightarrow q, \neg p\} \mid = (r)$?
- 3. Apakah $\{p \Rightarrow q, m \Rightarrow (p \lor q)\} \mid = (m \Rightarrow q)$?
- 4. Apakah $\{m \Rightarrow p, q \Rightarrow (m \land p)\} \mid = \neg (q \Rightarrow p)$?
- 5. Apakah $\{p \Rightarrow q, s \Rightarrow (p \lor q), s\} \mid = (q) ?$

Soal Latihan : Tentukan Kesimpulannya :

I.
$$h \Rightarrow y$$
 premis

2.
$$t \Rightarrow \neg m$$
 premis

3.
$$h \Leftrightarrow \neg t$$
 premis

4.
$$y \Leftrightarrow \neg m$$
 premis

Soal Latihan:

Ketika akan pergi ke kampus, Budi baru sadar bahwa dia tidak membawa KTM, tetapi celakanya Budi lupa dimana menaruh KTM tersebut, setelah mengingat-ingat, ada beberapa fakta yang bisa dipastikan kebenaranya, antara lain :

- I. KTM tidak ada di dompet
- 2. Jika Budi membuka tas maka Budi memastikan KTM tersebut didalam tas atau tidak

- 3. Jika KTM di meja dapur maka Budi pasti sudah melihatnya ketika mandi
- 4. Jika KTM tidak ada di dalam tas maka Budi pasti telah membuka tas tersebut
- 5. Jika Budi melihat KTM saat mandi maka pastilah KTM dimasukan ke dompet
- 6. Budi tidak bisa memastikan bahwa KTM tersebut ada di dalam tas atau tidak Dimana KTM tersebut ?