# Semiconductor Materials

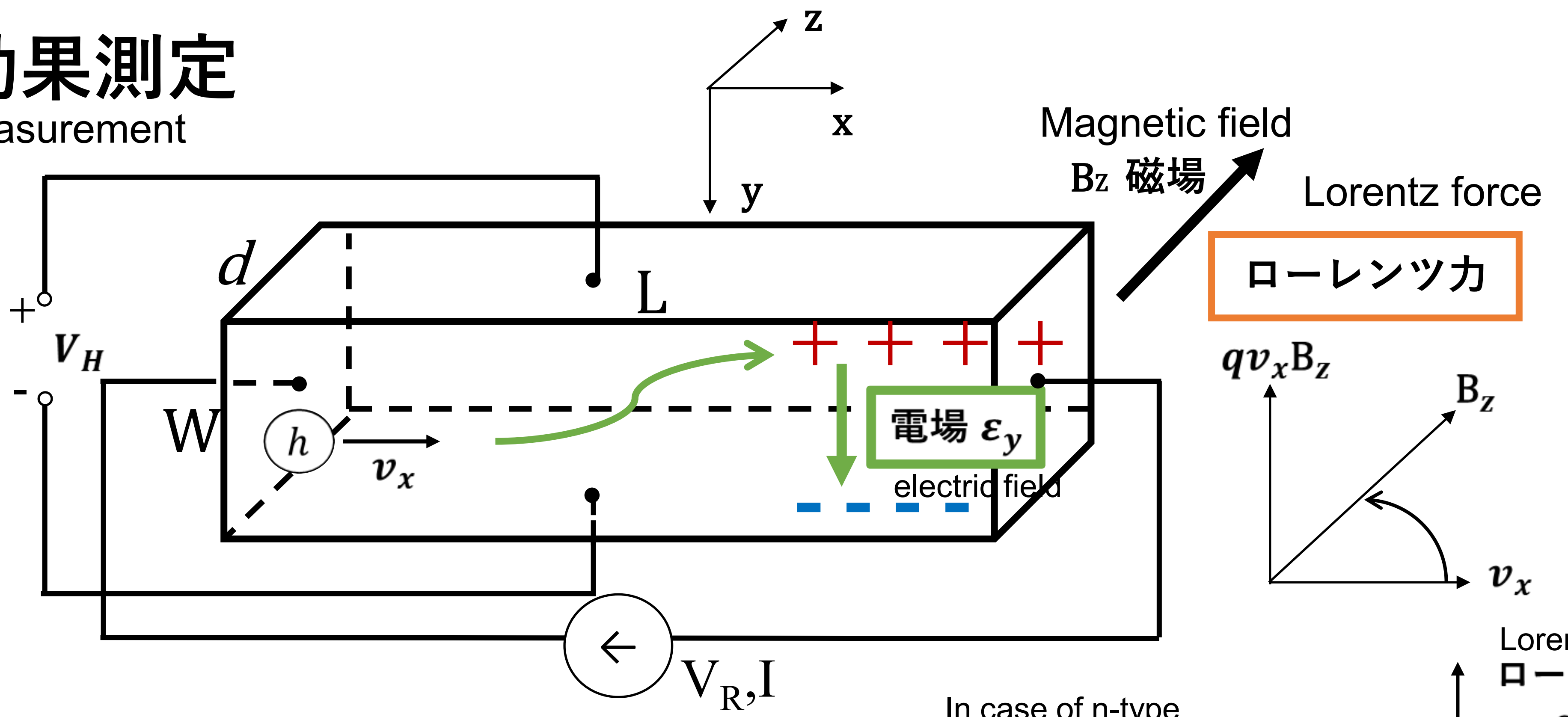
2024/06/05

材料工学科 Department of Materials Science

弓野健太郎 Kentaro Kyuno

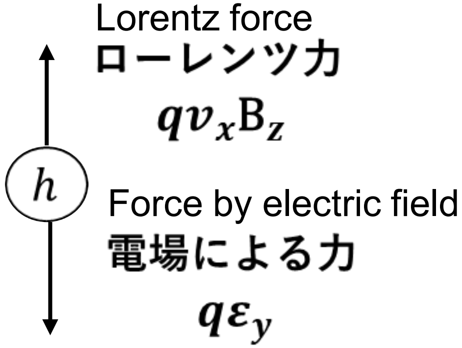
# ホール効果測定

Hall effect measurement




In case of n-type

$q\varepsilon_y = qv_xB_z \longrightarrow$ $V_H>0$（n型の場合 $V_H<0$）




$$\boxed{\varepsilon_y = v_xB_z}$$

ホール電圧 $V_H = W\varepsilon_y = Wv_xB_z \longrightarrow \therefore p = \dfrac{WIB_z}{AqV_H} = \dfrac{IB_z}{dqV_H}$

Hall voltage

$\mathrm{I} = Av_x \cdot pq \rightarrow \boxed{v_x = \dfrac{\mathrm{I}}{Apq}}$ （A =Wd）

**p can be derived from $V_H$**

**$V_H$からpが求まる**

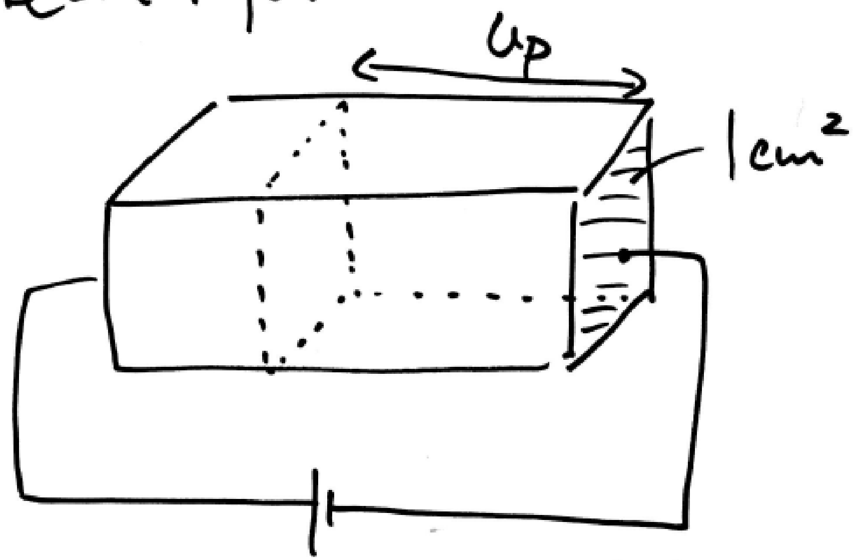
## Exercise 1
## 課題 1

Show that the mobility μ can be evaluated by the following expression.

移動度$\mu$が以下の式で求められることを示せ。

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{q p \rho}}$$

# 電流密度. Current density



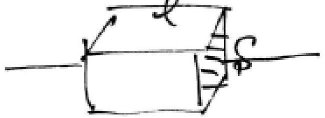

$$J_p = q \times p \times \underset{\mu_p \varepsilon}{v_p}$$ ホールによる電流、. Hole current

$$J_n = (-q) \times n \times \underset{-\mu_n \varepsilon}{v_n}$$ 電子による電流 Electron current

$$J = J_p + J_n = \underbrace{(q p \mu_p + q n \mu_n)}_{\sigma} \cdot \varepsilon \propto \text{(電気)伝導度}$$ σ: conductivity

resistivity

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$ 抵抗率 $(\Omega \cdot cm)$




抵抗 resistance

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} (\Omega)$$

Exercise 2

$\mu E$ (field in $x$ direction)

$x$方向の電場

$$I = A v_x \cdot p q$$

$$\frac{1}{\rho}$$

$$\therefore \mu = \frac{I}{q \cdot p A E} = \frac{1}{q p} \frac{I L}{V_R d w} = \frac{1}{q p \rho}$$

$d \times w$ $\quad$ $V_R / L$

抵抗、resistance $$R = \frac{V_R}{I}$$

抵抗率、resistivity $$\rho = \frac{dw}{L} R = \frac{V_R W d}{IL}$$

# 移動度の算出

Derivation of mobility

Resistivity measurement

**抵抗測定**

Hall effect measurement

**ホール効果測定**

$$\rho = \frac{\mathrm{V_R} W d}{\mathrm{IL}}$$

$$p = \frac{\mathrm{IB_z}}{q d |\mathrm{V_H}|}$$

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{q}\boldsymbol{p}\rho}$$

- p or n
- キャリア密度 carrier density
- 抵抗率 resistivity
- 移動度 mobility

# 半導体における電気伝導

Electrical transport in semiconductors

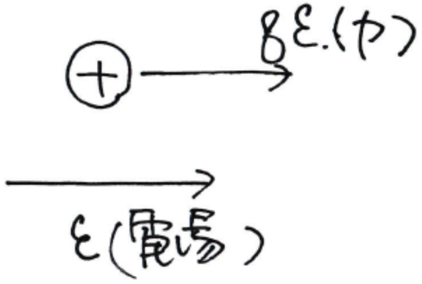
- ・ドリフト電流（電場）

  Drift current (electric field)

- ・拡散電流（濃度差）

  Diffusion current (concentration gradient) hole

ホール




Mean free time

自由に動ける時間

Hole velocity

ホールの速度

$$q\varepsilon \cdot \tau = m_p \cdot v_p$$

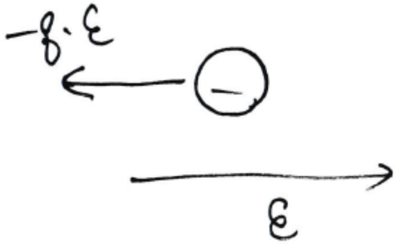
$$v_p = \frac{q\tau}{m_p} \cdot \varepsilon$$

$\parallel$

$\mu_p$ hole mobility

ホールの移動度

電子 electron




$$-q\varepsilon \cdot \tau = m_n \cdot v_n$$

$$\therefore v_n = -\frac{q\tau}{m_n} \cdot \varepsilon$$

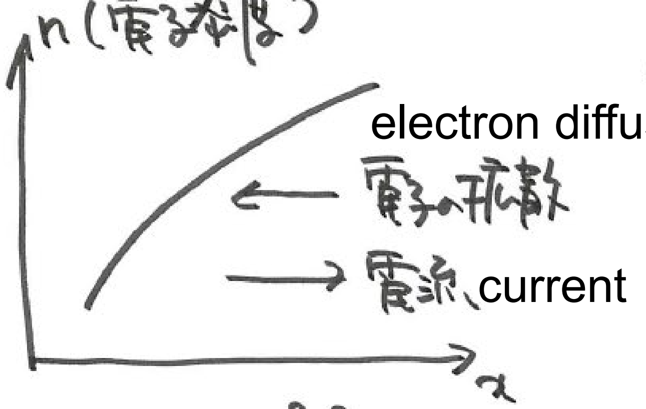
$\parallel$

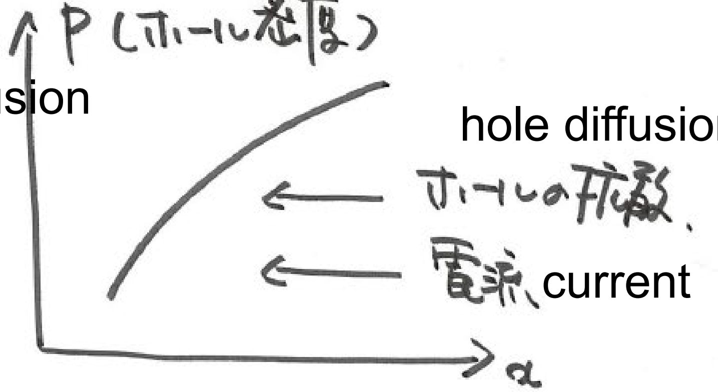
$\mu_n$ electron mobility

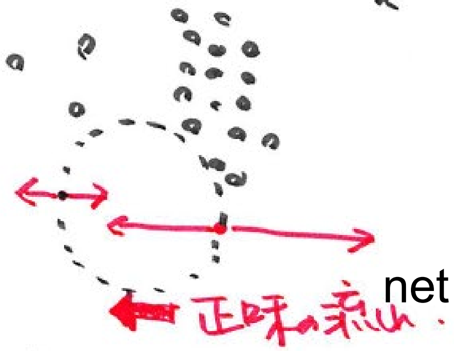
電子の移動度.

# 拡散電流

Diffusion current




hole diffusivity

ホールの拡散係数

電子の流れ $= -D_n \frac{dn}{dx}$

ホールの流れ $= -D_p \frac{dp}{dx}$

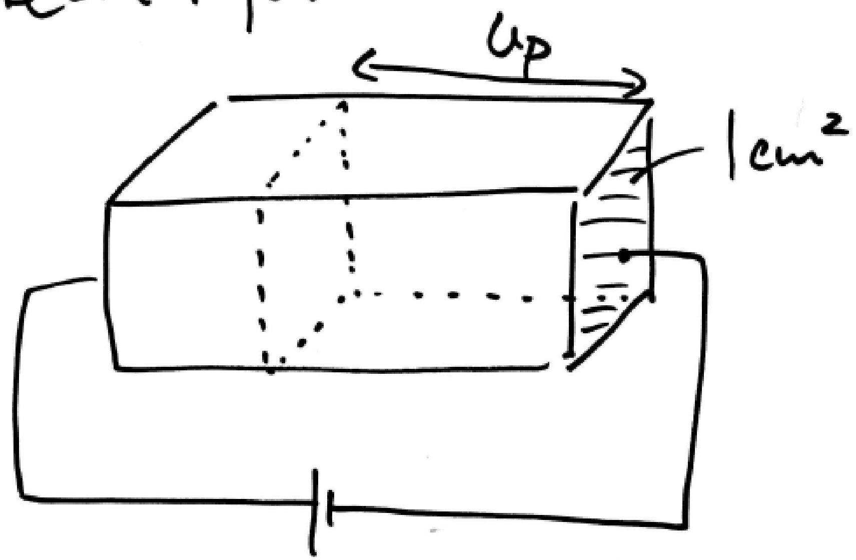
$J_{n,diffusion} = (-q)\cdot\left(-D_n \frac{dn}{dx}\right)$

$J_{p,diffusion} = q\cdot\left(-D_p \frac{dp}{dx}\right)$

$$\therefore \begin{cases} J_n = J_{n,drift} + J_{n,diffusion} = qn\mu_n\mathcal{E} + qD_n\frac{dn}{dx} \\ J_p = J_{p,drift} + J_{p,diffusion} = qp\mu_p\mathcal{E} - qD_p\frac{dp}{dx} \end{cases}$$

$J = J_n + J_p$

# 電流密度. Current density



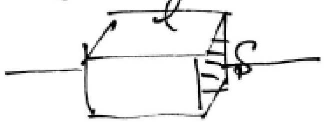

$J_p = q \times p \times u_p$ ← $\mu_p \mathcal{E}$ ホールによる電流、. Hole current

$J_n = (-q) \times n \times v_n$ ← $-\mu_n \mathcal{E}$. 電子による電流 Electron current

$J = J_p + J_n = \underbrace{(qp\mu_p + qn\mu_n)}_{\sigma} \cdot \mathcal{E} \propto$ 電気伝導度 σ: conductivity

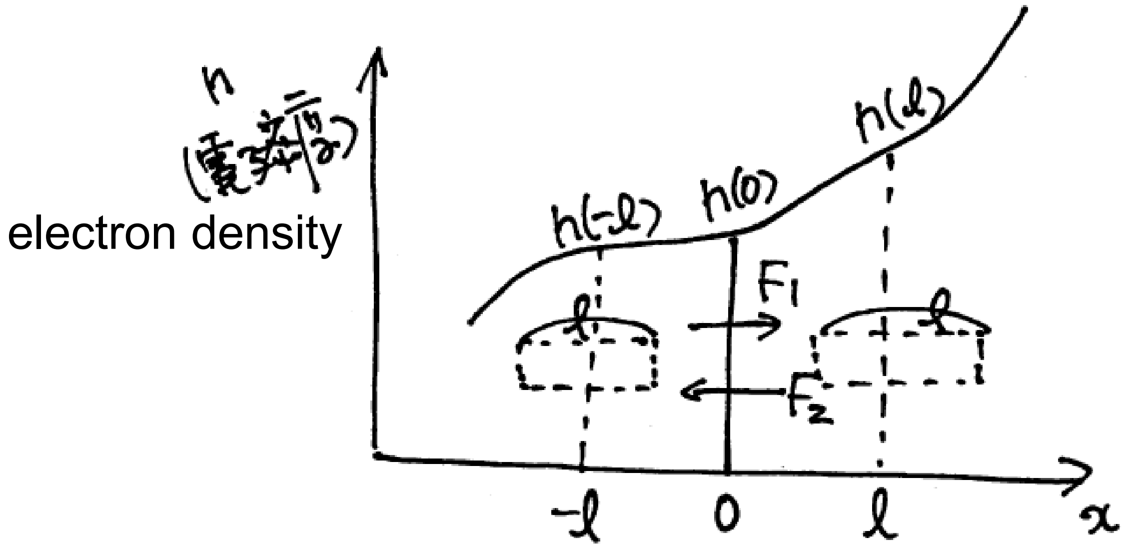
resistivity

$\rho = \frac{1}{\sigma}$ 抵抗率. (Ω·cm)




抵抗 resistance

$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$ (Ω)




$$\begin{cases} F_1 = \dfrac{\frac{1}{2} n(-l) \cdot l}{\tau_c} = \dfrac{1}{2} n(-l) \cdot v_{th} & (\because l = v_{th} \cdot \tau_c) \\ F_2 = \dfrac{1}{2} n(l) \cdot v_{th} \end{cases}$$

正味の流れ $F = F_1 - F_2 = \dfrac{1}{2} v_{th} \left[ n(-l) - n(l) \right]$

net flow

$$= -\underbrace{v_{th} \cdot l}_{D_n \text{ 拡散係数}} \left. \frac{dn}{dx} \right|_{x=0} .$$

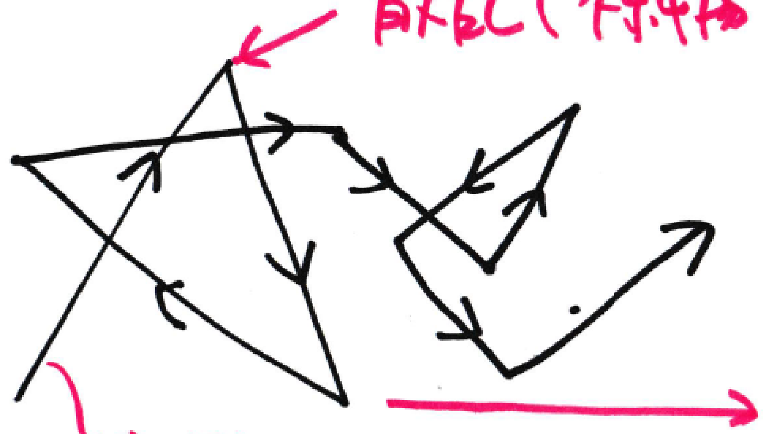
electron diffusivity

Drift current

ドリフト電流

Scattering (impurity, lattice vibration)

散乱(不純物.格子振動)



Drift

ドリフト

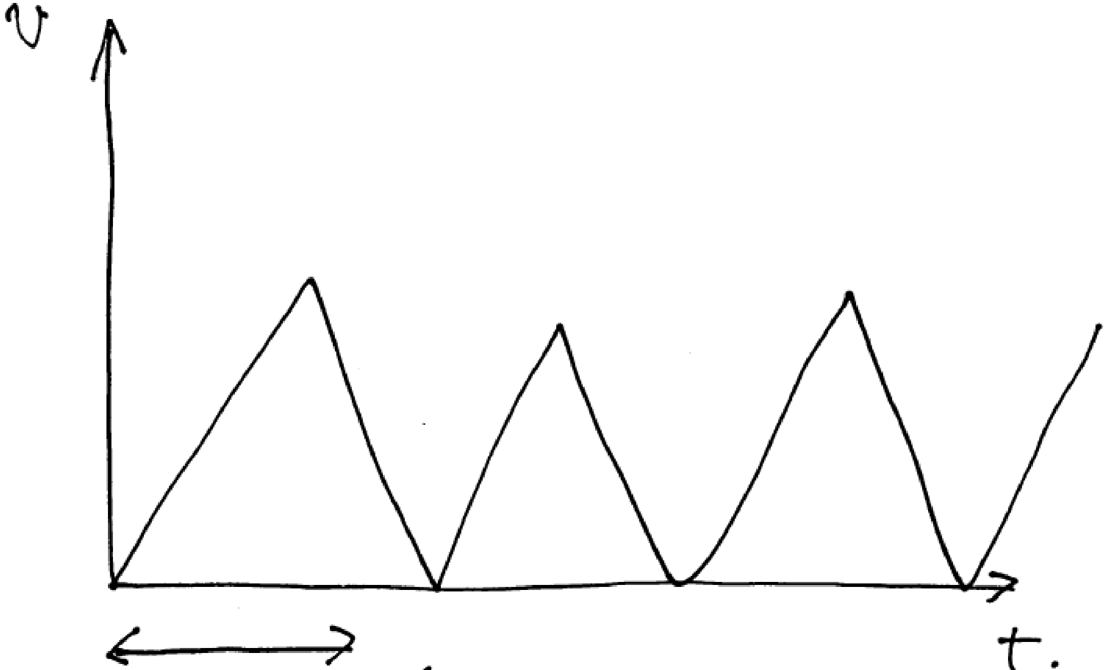
熱運動 Thermal of energy of conduction electron

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}kT$$

m:electron mass, v:electron velocity, k:Boltzmann constant

T:absolute temperature

$$v = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3\times 1.38\times 10^{-23}\times 300}{9.11\times 10^{-31}}} = 1.2\times 10^{5}\ \mathrm{m/s}$$




$\tau_c$ 平均緩和時間 Mean free time

$\sim 1\,ps = 10^{-12}\,s$

$\tau_c \cdot v_{th} = l$ 平均自由行程. Mean free path

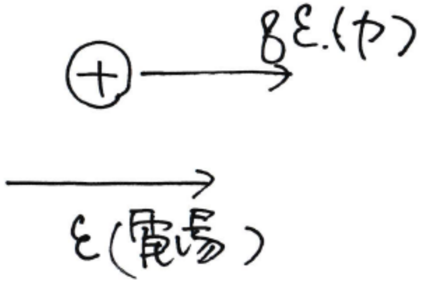
熱速度

Thermal velocity

$\sim 10^{-5}\,cm.$

hole

ホール




Mean free time

自由に動ける時間

$$q\varepsilon \cdot \tau = m_p \cdot v_p$$

Hole velocity

ホールの速度

$$v_p = \frac{q\tau}{m_p} \cdot \varepsilon$$

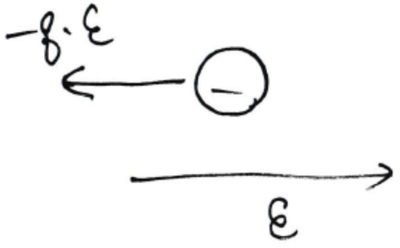
$\parallel$

$\mu_p$ hole mobility

ホールの移動度

---

電子 electron




$$-q\varepsilon \cdot \tau = m_n \cdot v_n$$

$$\therefore v_n = -\frac{q\tau}{m_n} \cdot \varepsilon$$

$\parallel$

$\mu_n$ electron mobility

電子の移動度.

アインシュタインの関係式 Einstein relation

温度. absolute temperature

law of equipartition of energy
エネルギー等分配則

$$\frac{1}{2} m_n v_{th}^2 = \frac{1}{2} kT$$

電子の質量. electron mass

熱速度. thermal velocity

電子の移動度. electron mobility

$$D_n = v_{th} \cdot l = v_{th} \cdot (v_{th} \tau_c)$$

$$= v_{th}^2 \cdot \left( \frac{\mu_n m_n}{q} \right) \qquad \left( \because \mu_n = \frac{q \tau_c}{m_n} \right)$$

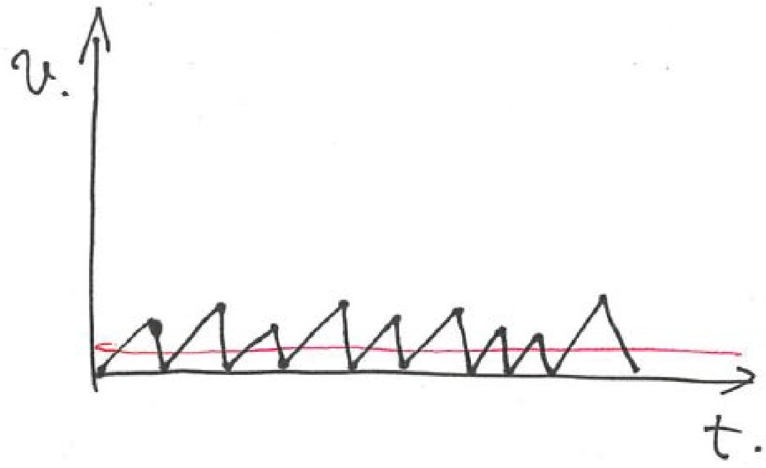
$$= \frac{kT}{m_n} \cdot \frac{\mu_n m_n}{q}$$

$$\therefore \boxed{D_n = \left( \frac{kT}{q} \right) \cdot \mu_n}$$

ドリフト. Drift

mean free time, mean free path ~ small

$\tau_c, l$ 小



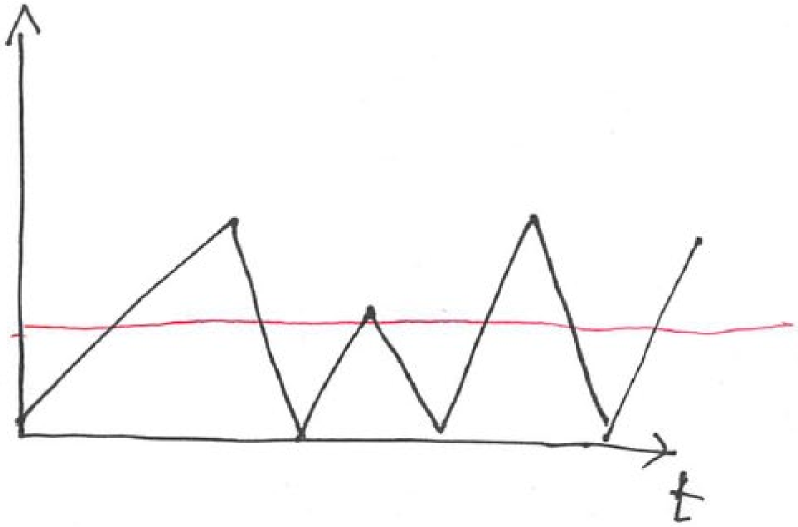

$\mu$ 小.

移動度.

mobility ~ small

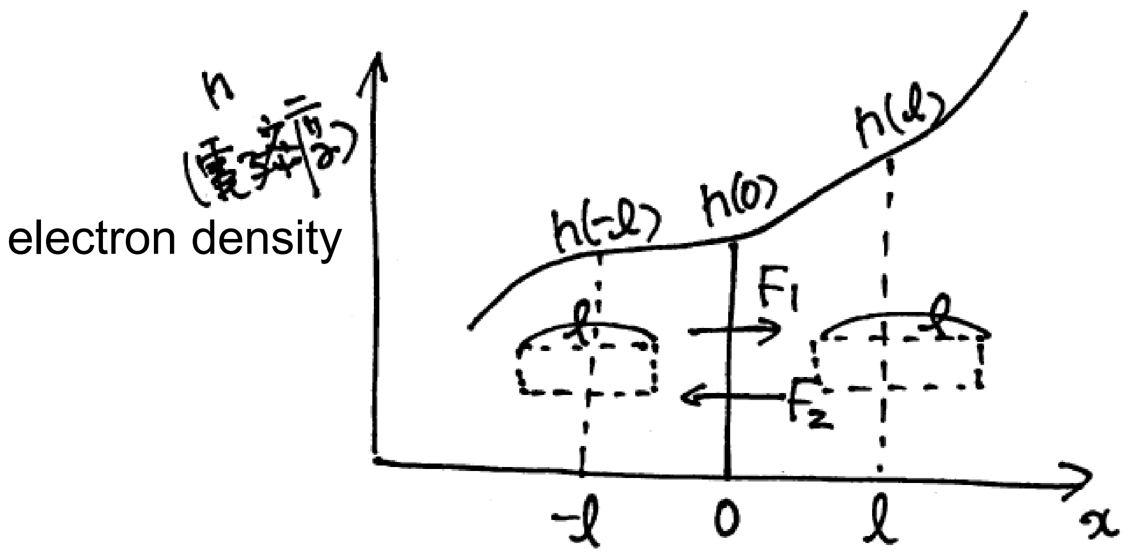
mean free time, mean free path ~ large

$\tau_c, l$ 大




$\mu$ 大.

mobility ~ large




$$\begin{cases} F_1 = \dfrac{\frac{1}{2} n(-l) \cdot l}{\tau_c} = \dfrac{1}{2} n(-l) \cdot v_{th} & (\because l = v_{th} \cdot \tau_c) \\ F_2 = \dfrac{1}{2} n(l) \cdot v_{th} \end{cases}$$

正味の流れ
net flow

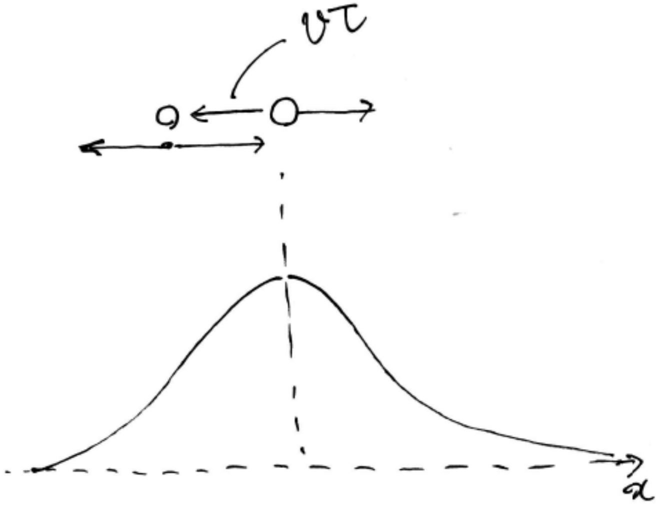
$$F = F_1 - F_2 = \frac{1}{2} v_{th} \left[ n(-l) - n(l) \right]$$

$$= - \underbrace{v_{th} \cdot l}_{D_n \text{ 拡散係数.}} \left. \frac{dn}{dx} \right|_{x=0} .$$

electron diffusivity

# 拡散. Diffusion

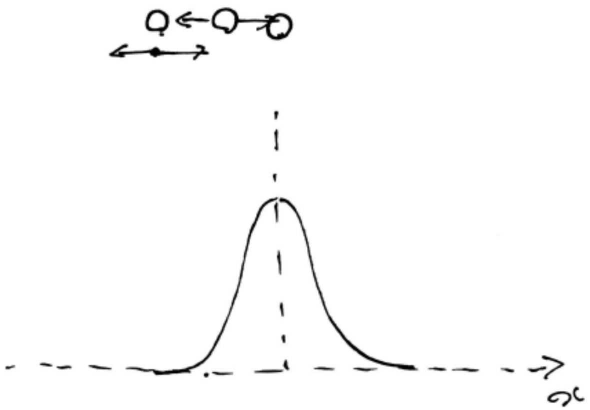
diffusivity ~ large




mean free time, mean free path ~ large

$\tau$大.

diffusivity ~ small




mean free time, mean free path ~ small

$\tau$小.

## 演習１

n型半導体において、0.1cmの間で電子密度が$1\times10^{18}$から$7\times10^{17}$cm$^{-3}$へと直線的に変化している。
このときの拡散電流を計算せよ。
ただし、拡散係数を22.5cm$^2$/sとする。

## Exercise 1

Assume that, in an n-type semiconductor, the electron concentration varies linearly from $1\times10^{18}$ to $7\times10^{17}$ cm$^{-3}$ over a distance of 0.1cm. Calculate the diffusion current assuming that the electron diffusivity is 22.5 cm$^2$/s.

# 演習 2

少数キャリア（ホール）が均一なn型半導体の一点に
注入されているとする。この試料に50V/cmの電界を
かけたところ、この電界によって少数キャリアが
100 $\mu$ sの間に1cm移動したとする。
このとき、少数キャリアのドリフト速度、移動度、
拡散係数を求めよ。ただし、T=300Kとする。

# Exercise 2

Minority carriers (holes) are injected into a homogeneous n-type semiconductor sample at one point. An electric field of 50V/cm is applied across the sample. As a result, the field moves these carriers a distance of 1cm in 100$\mu$s. Find the drift velocity, mobility and diffusivity of these carriers.