Introducción a la Robótica Móvil

Segundo cuatrimestre de 2016

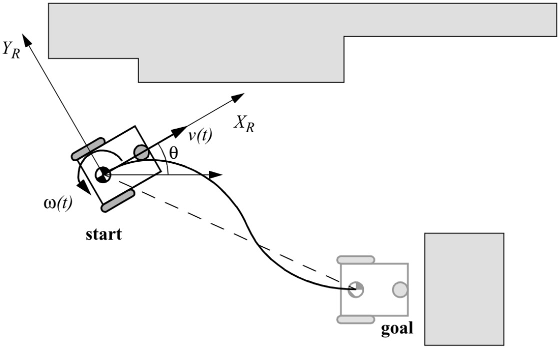
Departamento de Computación - FCEyN - UBA

Teórica - clase 8

Seguimiento de Trayectorias (Parte II)

Recordemos el problema

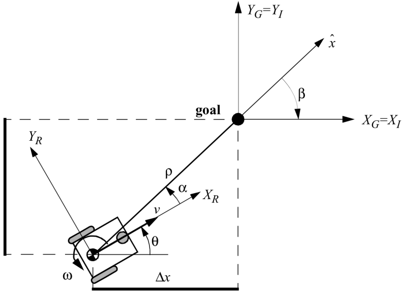
Queremos ir de una pose a otra. Estas poses van a ser puntos vía de un camino más largo que me va a dar el **path planner**



- La clase pasada vimos cómo resolver este problema a lazo abierto, i.e. no tenemos un feedback de los movimientos, asumimos que el robot se mueve siguiendo perfectamente las consignas de velocidades.
- Hoy vamos a resolver este problema a lazo cerrado, i.e. asumimos que tenemos un feedback en tiempo real del estado (la pose en este caso) del robot.

Definición del problema

- Vamos a considerar, sin perder generalidad que la pose objetivo (*goal*) coincide con el marco inercial.
- El error en cada instante entre la pose actual del robot y la pose objetivo es $(\Delta x, \Delta y, \theta)^\top$.
- Podemos calcular el error porque vamos a asumir que conocemos la pose del robot en todo momento (lazo cerrado).



Definición del problema

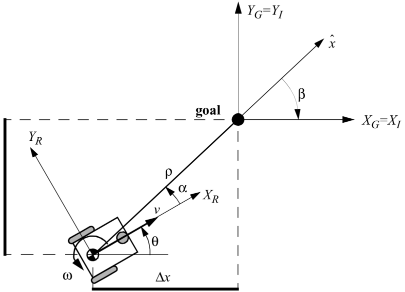
La forma del controlador que vamos a proponer consiste en hallar una matriz **K** si exite:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} k_{1,1} & k_{1,2} & k_{1,3} \\ k_{2,1} & k_{2,2} & k_{2,3} \end{pmatrix}$$

donde $k_{i,j} = k(t, e)$ de forma tal que el control de $v(t)$ y $\omega(t)$ definido como:

$$\begin{pmatrix} v(t) \\ \omega(t) \end{pmatrix} = \mathbf{K}.e = \mathbf{K}. \begin{pmatrix} {}^{I}x \\ {}^{I}y \\ {}^{I}\theta \end{pmatrix}$$

cumpla que $\lim_{t\to\infty} e(t) = 0$



Control de movimiento a lazo cerrado

Recordemos que en el caso de un robot diferencial:

$$\begin{pmatrix} {}^{I}\dot{x} \\ {}^{I}\dot{y} \\ {}^{I}\dot{\theta} \end{pmatrix} = {}^{I}\mathbf{R}(\theta) \begin{pmatrix} {}^{R}\dot{x} \\ {}^{R}\dot{y} \\ {}^{R}\dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos(\theta) & 0 \\ sen(\theta) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix}$$

ya que $v = {}^{R}\dot{x}$, $0 = {}^{R}\dot{y}$ y que $\omega = {}^{R}\dot{\theta}$.

Sea α el ángulo ente el eje X_R en el marco de referencia del robot y el vector $\mathbf{x}$ que conecta el origen del marco del robot con el origen del marco de la pose objetivo. Si $\alpha \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ podemos considerar la transformación de coordenadas a coordenadas polares con su origen en el marco objetivo:

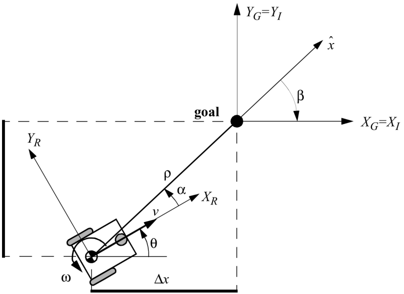
$$\begin{aligned} \rho &= \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \\ \alpha &= -\theta + atan2(\Delta y, \Delta x) \\ \beta &= -\theta - \alpha \end{aligned}$$

Control de movimiento a lazo cerrado

Entonces, la descripción del modelo en el nuevo sistema de coordenadas polares nos queda como:

$$\begin{pmatrix} {}^{I}\dot{\rho} \\ {}^{I}\dot{\alpha} \\ {}^{I}\dot{\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -cos(\alpha) & 0 \\ sen(\alpha)/\rho & -1 \\ -sen(\alpha)/\rho & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix}$$

donde ρ es la distancia entre el origen del marco del robot con el origen del marco de la pose objetivo, θ denota el ángulo entre el eje X_R del marco del robot y el eje X_I del marco de la pose final, v y ω son las velocidades tangente y angular respectivamente.



Control de movimiento a lazo cerrado

Por otro lado, si $\alpha \in (-\pi, -\frac{\pi}{2}] \cup (\frac{\pi}{2}, \pi]$ entonces redefinimos la dirección de velocidad lineal del robot $v = -v$, obtenemos la descripción del sistema por una ecuación de la forma:

$$\begin{pmatrix} \dot{\rho} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cos(\alpha) & 0 \\ -sen(\alpha)/\rho & 1 \\ sen(\alpha)/\rho & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix}$$

Control de movimiento a lazo cerrado

Las consignas de control v y ω deben ser definidas para guiar al robot desde su pose actual $(\rho_0, \alpha_0, \beta_0)$ hasta la pose final. Acá se presenta una discontinuidad para $\rho = 0$.

Si consideramos entonces la ley de control lineal nos queda:

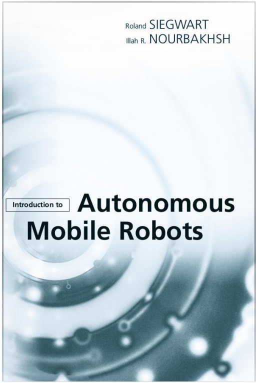
$$\begin{aligned} v &= k_\rho \rho \\ \omega &= k_\alpha \alpha + k_\beta \beta \end{aligned}$$

Con lo cual el sistema de control a lazo cerrado nos queda:

$$\begin{pmatrix} \dot{\rho} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_\rho cos(\alpha) \\ k_\rho sen(\alpha) - k_\alpha \alpha - k_\beta \beta \\ -k_\rho sen(\alpha) \end{pmatrix}$$

Este sistema no tiene singularidad en $\rho = 0$ y tiene un punto únio de equilibri en $(\rho_0, \alpha_0, \beta_0) = (0, 0, 0)$

Más sobre seguimiento de trayectorias



"Introduction to autonomous mobile robots", Siegwart, Roland, Illah Reza Nourbakhsh, Davide Scaramuzza. MIT press, 2011. **Capítulo 3**