

Guía 5

Ensamble gran canónico y potencial químico

Problema 5.1

Considere un gas ideal de N partículas de masa m confinadas en un volumen V y con una temperatura T . Usando la aproximación clásica para la función partición y asumiendo que las partículas son indistinguibles, calcule el potencial químico del gas.

Problema 5.2

Considere un gas clásico ideal formado por partículas indistinguibles con un hamiltoniano genérico de la forma $H(\vec{p}, \vec{q}) = F(\vec{p})$, pruebe que en el ensamble gran canónico, la probabilidad de tener N moléculas es

$$P(N) = \frac{z^N Z_N(T, V, N)}{Z(T, V, z)}$$

la distribución de Poisson. En la expresión anterior, Z_N, z, Z son la función partición de N partículas, la fugacidad y la gran función partición respectivamente.

Determine $\langle (\Delta N)^2 \rangle$, y pruebe que $\langle (\Delta N)^2 \rangle = \langle N \rangle$, ¿qué significa la relación anterior?.

Problema 5.3

Asuma que la reacción $H \leftrightarrow p + e$, ocurre en equilibrio térmico a $T=4000K$, en un gas de densidad muy baja (sin degeneración).

Escriba el potencial químico de cada gas en términos de la densidad de cada especie, por simplicidad considere solo el estado fundamental del hidrógeno ¿por qué?.

Determine la condición de equilibrio y calcule el valor de equilibrio de la densidad de electrones en función de la densidad del hidrógeno y la temperatura.

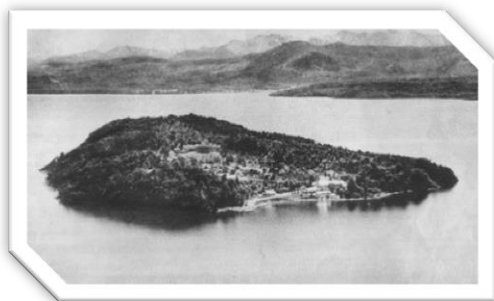
Problema 5.4

Considere la reacción $O + 2H \leftrightarrow H_2O$, la cual se realiza en un recipiente de volumen V y a una temperatura de equilibrio T . Considere que la densidad del hidrógeno es dos veces la del oxígeno. Por simplicidad asuma que todos los gases involucrados en la reacción son gases ideales. Calcule la densidad de moléculas de agua en función de la densidad del oxígeno y de la temperatura del sistema.

Problema 5.5

Un gas de N partículas clásicas se encuentra en contacto con una superficie, la cual contiene N_0 sitios de absorción. Considere que $N_0 < N$ y que los sitios de absorción pueden estar vacíos o contener una molécula del gas.. Calcule la gran función partición del sistema, determine el potencial químico del sistema y exprese en función de N_0 , $\langle N \rangle$ y de la función partición canónica del gas Z .

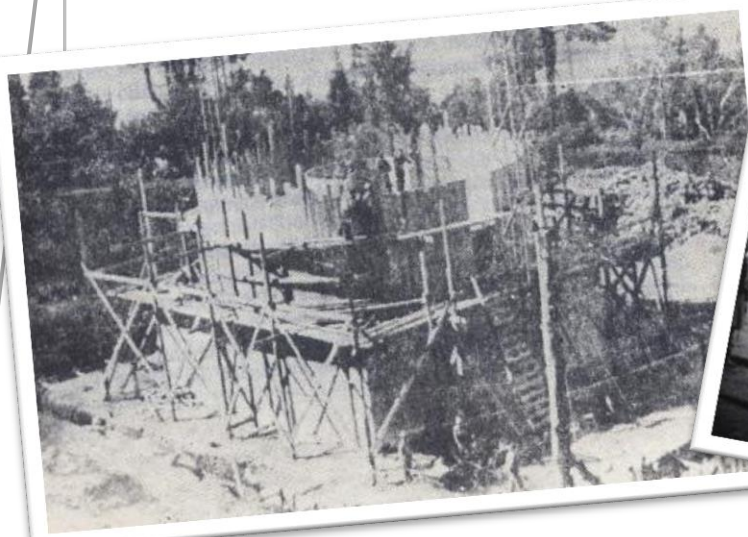
El Proyecto Huemul



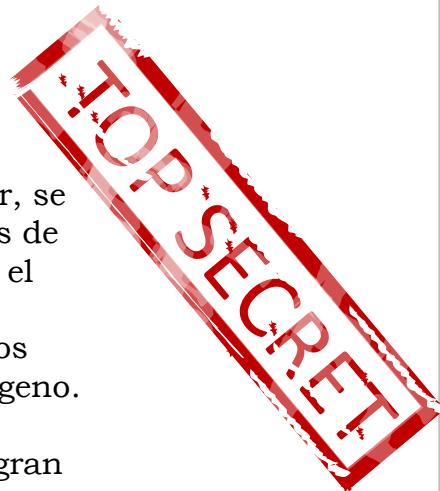
“El 16 de febrero de 1951, en la planta piloto de energía atómica en la isla Huemul, de San Carlos de Bariloche, se llevaron a cabo reacciones termonucleares bajo condiciones de control en escala técnica”.

TOP SECRET

El anuncio realizado por el entonces presidente de la Nación Juan Domingo Perón, ocurrió el día sábado 24 de marzo de 1951 en la Casa Rosada. En esa histórica conferencia de prensa se anunciaba los resultados de los experimentos realizados por el Dr. Richter. En 1948 el físico alemán Ronald Richter presentó al Presidente Perón un proyecto para desarrollar la fusión nuclear controlada, posibilidad que en ese momento no había logrado ningún laboratorio en el mundo y que aún hoy es un tema de gran interés porque implicaría contar con una fuente prácticamente inagotable de energía, que se pensaba utilizar en la transformación industrial del país y como armamento atómico de avanzada, fabricando armas nucleares propias. Esto entusiasmó a Perón y Richter inició sus trabajos en el Instituto Aeronáutico de Córdoba. Luego de logrado el apoyo irrestricto de Perón, decidió instalar una planta de energía atómica en la isla Huemul, denominado Proyecto Huemul, situada en el lago Nahuel Huapi de San Carlos de Bariloche



Actividades

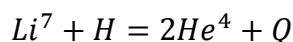


Las primeras experiencias realizadas por Richter, se llevaron a cabo en un reactor cilíndrico de 3mtrs de altura y 2 mtrs de diámetro, el cual contenía en el centro dos electrodos.

Una vez establecido un arco voltaico entre los dos electrodos, se inyectaba hidruro de litio e hidrógeno. El hidrógeno se encendía en el arco voltaico y al mezclarse con el hidruro de litio, producía una gran llama roja. Un espectrógrafo completaban el sistema.

Sobre una placa fotográfica se registraban el espectro de los átomos «quemados» en el centro del reactor.

De acuerdo con la explicación que dio Richter a la junta investigadora, la producción de reacciones termonucleares se centraba en la reacción:



Con $Q = 17,28 \text{ MeV}$.

Si la mezcla se mantiene a una temperatura suficientemente alta, es posible que se produzca la reacción de algunos núcleos, si la energía cinética de los mismos alcanzan los 20 KeV. Si estas reacciones esporádicas son suficientemente numerosas la temperatura de la mezcla se eleva acelerándose la reacción y llegando al equilibrio, cuando se cumple la condición

$$\frac{3}{2} kT \geq 20\text{KeV}$$

Lo que da un valor de $T \approx 150 \cdot 10^6 \text{K}$.

De acuerdo con los argumentos del Richter, si el 1% o 2% de las moléculas de la mezcla inicial tienen una energía aproximada de 20KeV, la reacción puede iniciarse, y de esta manera no son necesarias temperaturas extremadamente elevadas (del orden de 150 millones de grados Kelvin), para iniciar la reacción.

Actividades



Utilice la ley de distribución de velocidades de Maxwell-Boltzmann, para estimar la temperatura necesaria para que el 1%, o 2% de las moléculas tengan energías del orden de 20KeV. Compare la temperatura obtenida con la temperatura alcanza por el arco voltaico (del orden de 4000 grados Kelvin).

Suponga válida la hipótesis de obtener reacciones termonucleares, cuya temperatura de equilibrio, rondarían los 150 millones de grados Kelvin. Utilizando la ley de distribución de Stefan-Boltzmann, de energía irradiada por un cuerpo negro, calcule cual debería ser el flujo de agua inyectado en el sistema de refrigeración del reactor para evitar su destrucción. Para ello suponga que el valor de operación del mismo es de 5000 grados Kelvin y que el agua de refrigeración se inyecta a 0 C, saliendo del sistema refrigerante a 100 C.

Bibliografía

El secreto atómico del Huemul. Crónica del origen de la energía atómica en la Argentina. Mario Mariscotti. Ed. Sudamericana-Planeta. 1987.

Informe del Dr. José Antonio Balseiro referente a la inspección realizada en la isla Huemul en septiembre de 1952.