Universidade Federal de Minas Gerais
Departamento de Engenharia Eletrônica
ELT016 - Técnicas de Modelagem de Sistemas Dinâmicos 2019/2
Prof. Bruno Otávio Soares Teixeira

Tarefa #4

Exercício 1

Considere os dados de tempo kT_s, entrada $u(k)$ e saída $y(k)$ coletados de um sistema dinâmico simulado e disponíveis no arquivo dados_tarefa4.txt. Deseja-se identificar um modelo ARX (equação de diferenças linear) para esse sistema. **Pede-se**:

a) Pré-processamento:
(i) Divida os dados disponíveis em dois conjuntos: dados de identificação e dados de validação.
(ii) Escolha um novo tempo de amostragem T adequado para identificação desse sistema. Ou seja, se necessário, decime os dados. Considere o método da Seção 12.2.4 baseado em funções de autocorrelação.[1] (iii) Verifique se os dados de entrada $u(k)$ e saída $y(k)$ estão suficientemente correlacionados para que sejam usados para identificação de um modelo.

b) Seleção de estrutura:
Empregue o critério de Akaike para selecionar a ordem do modelo ARX. Compare resultado obtido com um outro critério de informação.

c) Estimação de parâmetros:
Use o estimador de mínimos quadrados para achar os parâmetros do modelo ARX de ordem selecionada no item anterior.

d) Validação:
Valide o modelo para os seguintes casos: (i) simulação um passo a frente e (ii) simulação livre.
(iii) Calcule o índice RMSE em cada caso.
(iv) Verifique se os resíduos do modelo estão suficientemente não-correlacionados.

Exercício 2

Considere o sistema linear e invariante no tempo representado pela seguinte função de transferência

$$H(z) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}},$$

em que a_1, a_2, b_1 e b_2 são parâmetros definidos de forma a obter um sistema assintoticamente estável. **Pede-se**:

a) Simulação:
Escolha valores para a_1, a_2, b_1 e b_2 que resultem em em sistema assintoticamente estável. Explique como tais valores foram definidos. Simule a resposta $y(k)$ desse sistema a uma entrada $u(k)$

[1] Em edições anteriores, equivale à Seção 12.2.3.

do tipo PRBS. Obtenha também a saída ruidosa $y_{\mathrm{m}}(k)$. Considere o caso de ruído na equação (ruído de processo), tal que:

$$y_{\mathrm{m}}(k) = -a_1 y_{\mathrm{m}}(k-1) - a_2 y_{\mathrm{m}}(k-2) + b_1 u(k-1) + b_2 u(k-2) + e(k).$$

Observação: escolha o desvio padrão do ruído branco $e(k)$ de forma a obter uma relação sinal-ruído maior que 10dB.[2]

b) Estimação de parâmetros (sem ruído):
Formule o problema de estimação de parâmetros sob a perspectiva do algoritmos de mínimos quadrados. Ou seja, defina a matriz de regressores $\mathbf{\Psi}$, o vetor de observações $\mathbf{y}$ e o vetor de parâmetros θ.

c) Estime os parâmetros desse sistema usando os dados sem ruído, isto é, (i) use os dados $u(k)$ e $y(k)$ e, em seguida, (ii) $u(k)$ e $y_{\mathrm{m}}(k)$. Interprete os resultados fazendo comparação entre os valores estimados para os parâmetros e os valores verdadeiros, bem como comparando os gráficos da resposta ao degrau dos modelos estimados e da resposta ao degrau do sistema verdadeiro $H(z)$. Para realizar a simulação da resposta ao degrau dos modelos estimados, considere ambos os casos de simulação um passo a frente e simulação livre. Analise os resultados.

d) Estimação de parâmetros (com ruído)
Repita o item c) utilizando crescentes níveis de ruído nas medições, por exemplo, considere SNRs de $20, 15, 10$, e 5 dB.

e) Estrutura do modelo:
Nos items b) e c), assumiu-se conhecida a estrutura do modelo, a qual é de segunda ordem para o sistema em estudo. Considere os seguintes casos: (i) que o modelo estimado seja escolhido de primeira ordem ($b_2 = a_2 = 0$) e (ii) que o modelo estimado tenha estrutura de terceira ordem (defina os parâmetros b_3 e a_3). Repita os items b) e c) e interprete os resultados.

[2] A relação sinal-ruído (SNR) de um sinal $y_{\mathrm{m}} = y(k) + e(k)$ é dada por $\mathrm{SNR} = 20\log_{10}\frac{\sigma_y}{\sigma_e}$, em que σ_y e σ_e são os desvios padrão de $y(k)$ e $e(k)$, respectivamente.