

Métodos Determinísticos para obtenção de funções de transferência

Hernane Braga Pereira - 2014112627

1. Introdução

Este relatório tem o objetivo de demonstrar o uso de métodos determinísticos, como o *métodos das áreas* e *resposta complementar* na obtenção de funções de transferência em quatro problemas distintos. Os problemas foram modelados usando equações de primeira, segunda ordem e com ausência e presença de atraso puro de tempo.

2.1 Problema 1: Balança de Strain Gauges

Para este primeiro exemplo, foi pedido a obtenção da função de transferência de uma balança de strain gauges, à partir de dois conjuntos de dados amostrais. Em ambos foi realizado um ensaio ao degrau com um prato que possui massa de 100g colocado na ponta de uma haste, a qual oscila em função do peso sobre ela colocado. O tempo de amostragem foi regular de 5ms.

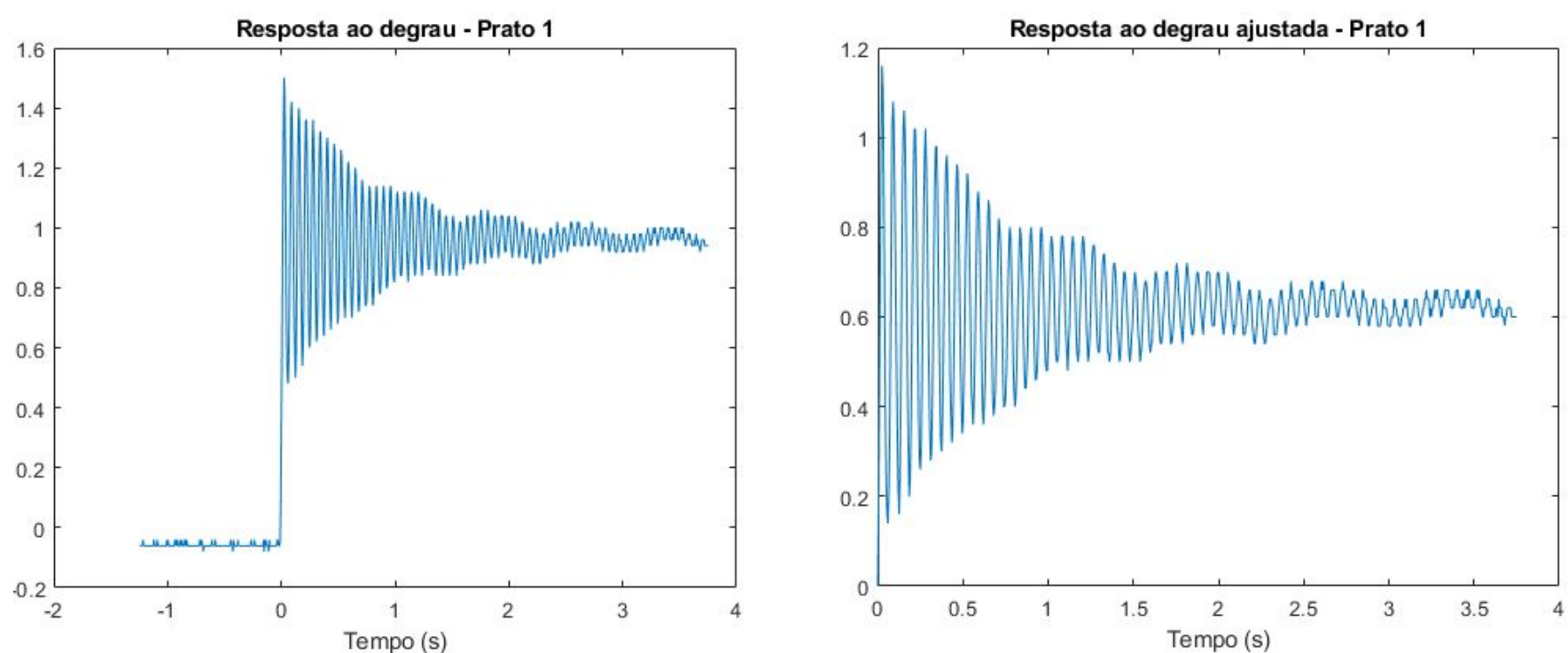


Figura 1. Dados coletados do ensaio ao degrau do prato 1 (esquerda) e ensaio ajustados com condições iniciais nulas (direita)

Ao plotar o gráfico dos dados amostrados, nota-se que o sistema não possui atraso puro de tempo e que possui um comportamento oscilatório e subamortecido. Por tanto, será usado um modelo de equação de transferência de segunda ordem para representar o comportamento do sistema.

$$G(s) = \frac{K(\omega_n)^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + (\omega_n)^2}$$

Equação 1. Função de transferência de um sistema de segunda ordem

Para estimar o parâmetro de ganho K foi analisado o valor final da amplitude, quando o sistema tende ao infinito. Portanto K será:

$$K = \frac{\Delta y}{\Delta u}$$

Equação 2. Estimativa do parâmetro de ganho K

Para estimar a frequência ω_n do sistema usou-se a fórmula abaixo, onde T é o valor de um período.

$$\omega_n = \frac{2\pi}{T}$$

Equação 3. Estimativa da frequência ω_n do sistema

Para estimar o quociente de amortecimento ζ do sistema utilizou-se a relação apresentada no slide 4 de [1], onde para um sistema de segunda ordem simples, pode-se obter ζ através do número aproximado de ciclos observados (n).

$$\zeta = \frac{0,6}{n}$$

Equação 4. Estimativa do coeficiente de amortecimento ζ do sistema

Abaixo uma comparação entre os dados coletados no ensaio ensaio ao degrau das duas massas de dados e a função de transferência obtida.

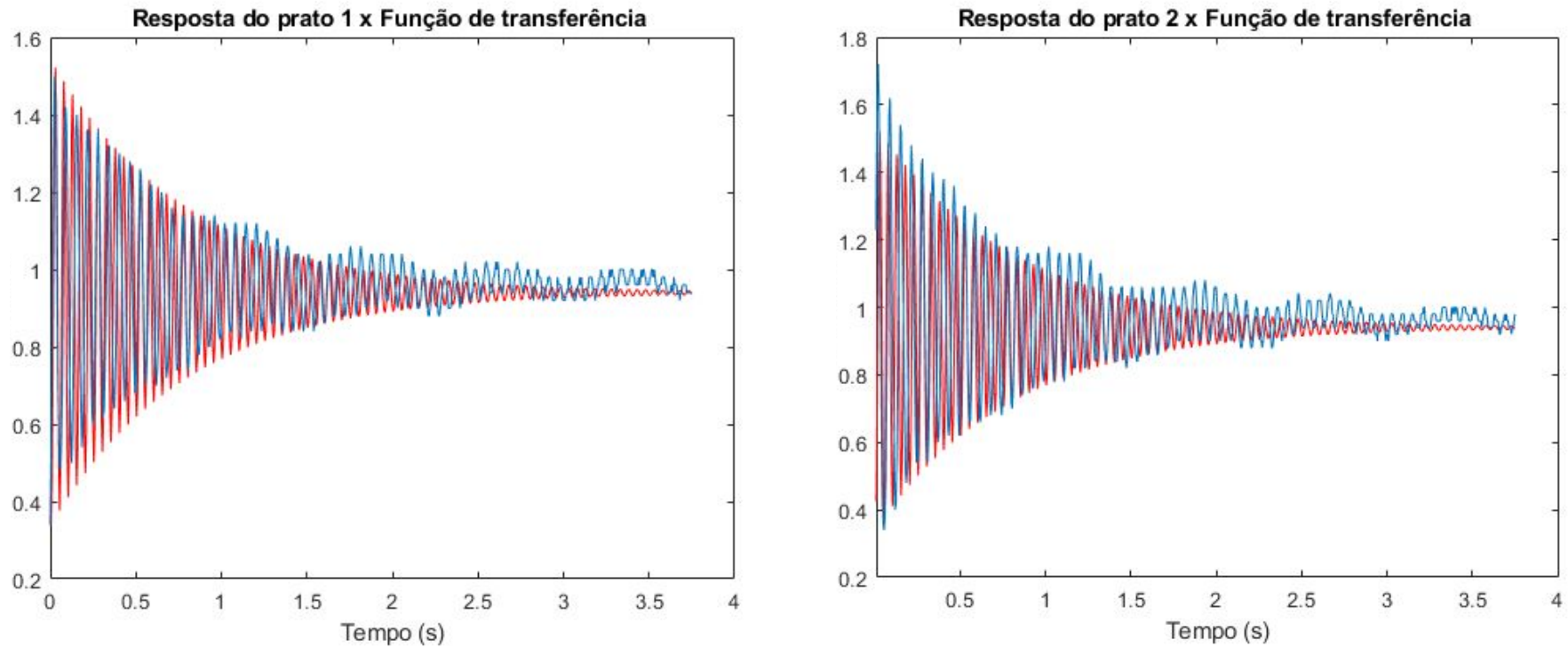


Figura 2. Resposta ao degrau dos dados coletados no experimento (azul) e equação de transferência modelada (vermelho)

Ao comparar os resultados visualmente, nota-se que o modelo obtido consegue descrever a dinâmica do processo de forma aproximada.

2.2 Problema 2: Planta de bombeamento

Neste segundo exemplo, foi pedido a obtenção da função de transferência de uma planta de bombeamento, à partir de dois conjuntos de dados amostrais. Em ambos foi realizado um ensaio ao degrau, onde o primeiro ensaio varia de 16.34mA a 17.05m e o segundo de 17.05mA a 16.34mA, referente à corrente de comando do inversor.

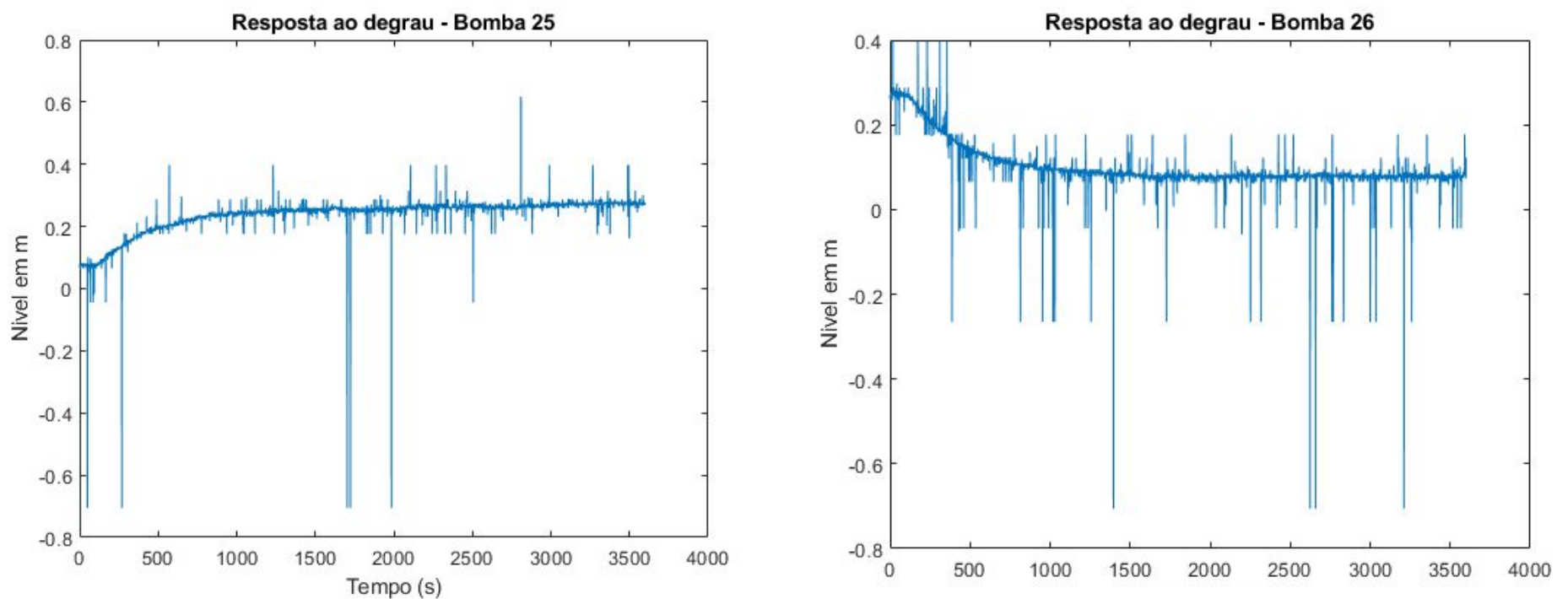


Figura 3. Dados coletados do ensaio ao degrau da planta de bombeamento 25 (esquerda) e planta 26 (direita)

Ao plotar o gráfico dos dados amostrados, nota-se que o sistema possui atraso puro de tempo e que ele aparenta apresentar uma dinâmica de primeira ordem. Por tanto, será usado o seguinte modelo para representar a dinâmica do sistema:

$$G(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau s + 1}$$

Equação 5. Função de transferência de um sistema de primeira ordem com atraso puro de tempo

Para estimar os parâmetros θ e τ do sistema foi utilizado o *métodos das áreas*, descrito em [2]. Após a utilização do método, obteve-se os seguintes resultados:

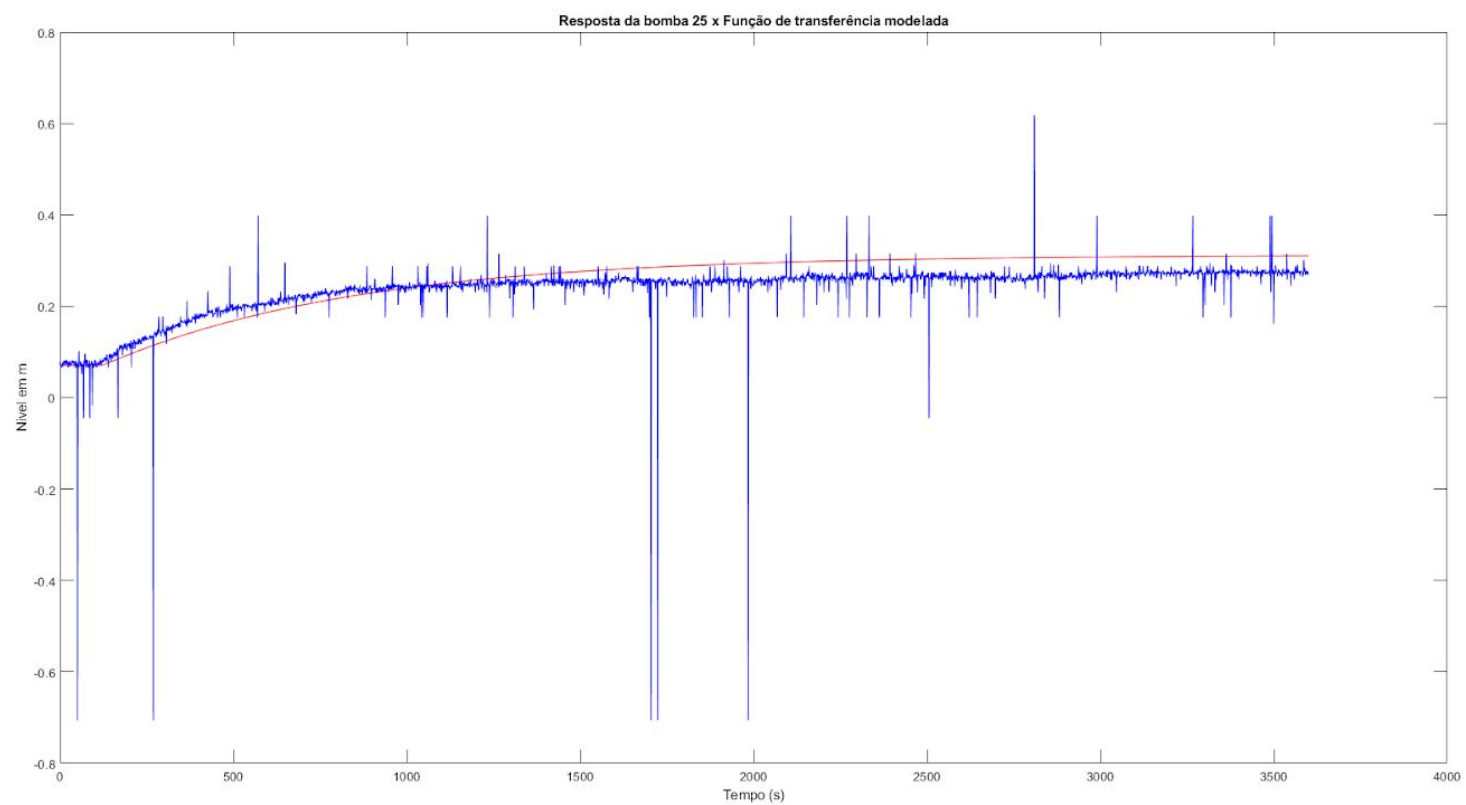


Figura 4. Resposta ao degrau dos dados coletados no experimento (azul) e equação de transferência modelada (vermelho) para a planta 25

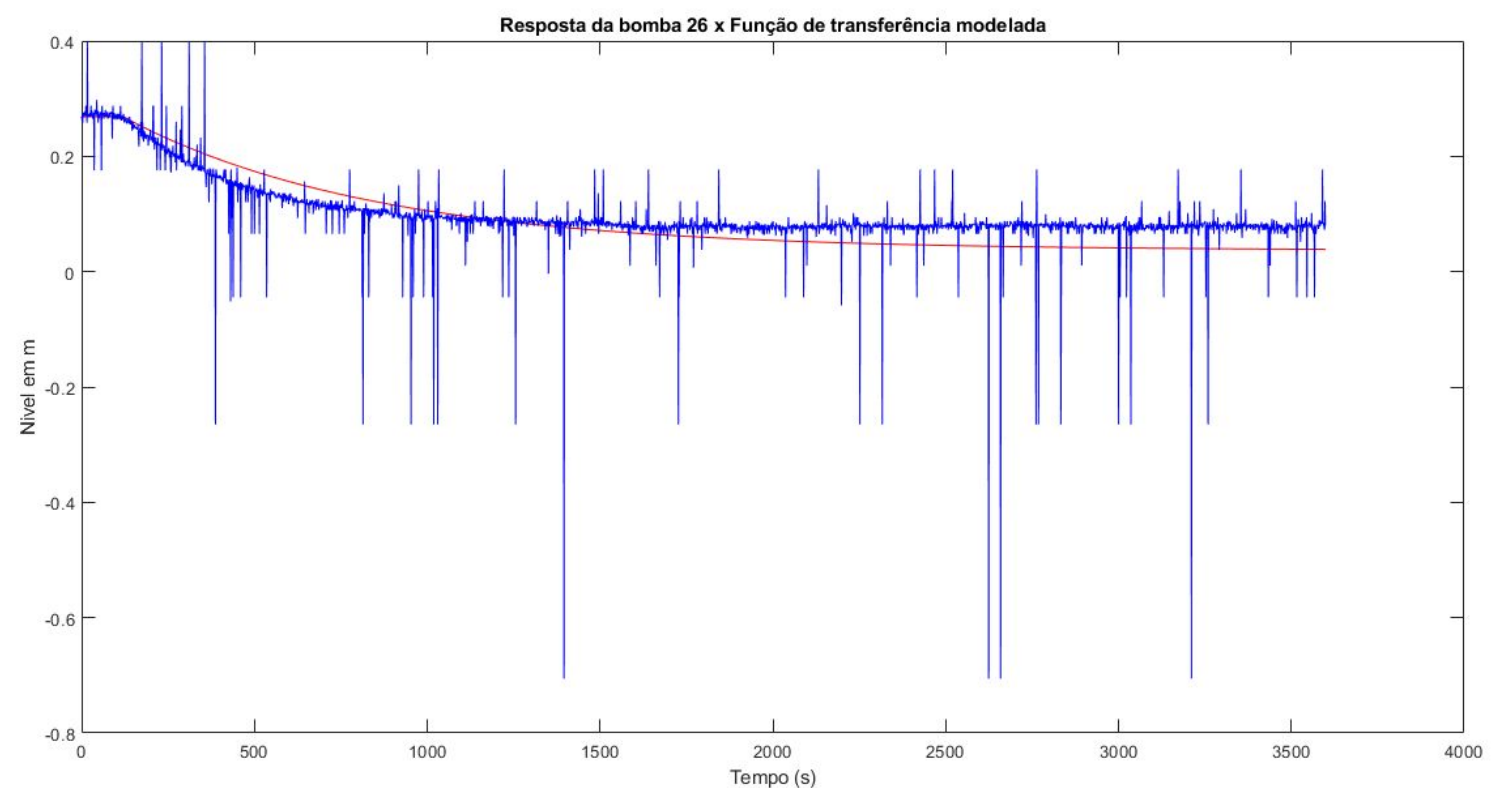


Figura 5. Resposta ao degrau dos dados coletados no experimento (azul) e equação de transferência modelada (vermelho) para a planta 26

Ao comparar os resultados visualmente, nota-se que o modelo obtido descreve a dinâmica do processo de forma razoável, porém ele pode ser melhor explorado para se obter resultados mais próximos do processo real.

2.3 Problema 3: Torneira elétrica

Para este problema, foi pedido a obtenção da função de transferência de uma torneira elétrica à partir de um ensaio ao degrau com tempo de amostragem de 1s.

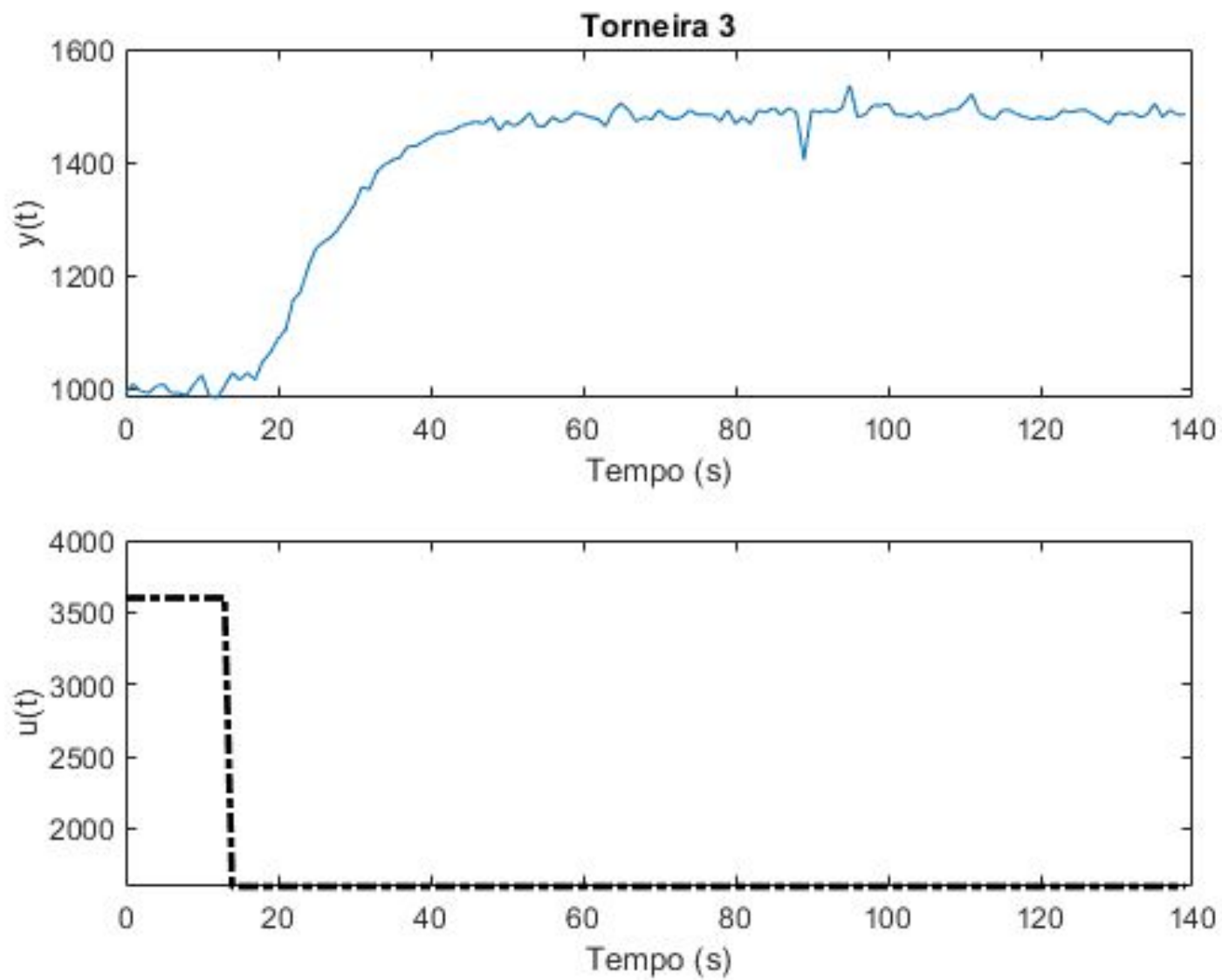


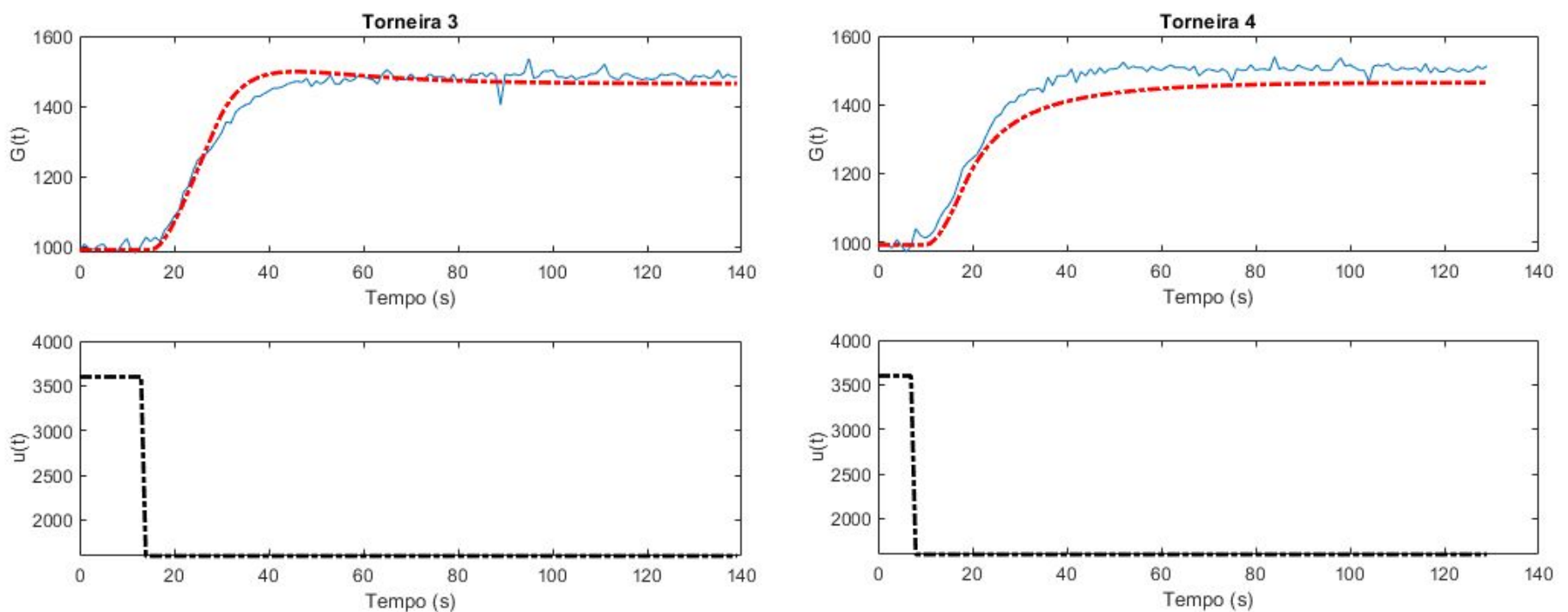
Figura 6. Resposta ao degrau dos dados coletados no experimento (azul) e entrada em degrau aplicada ao sistema (preto)

Ao plotar o gráfico dos dados amostrados, nota-se que o sistema possui atraso puro de tempo e que ele aparenta apresentar uma dinâmica de segunda ordem com resposta sobreamortecida. Por tanto, será usado o seguinte modelo para representar a dinâmica do sistema:

$$G(s) = \frac{K e^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$$

Equação 6. Função de transferência de um sistema de segunda ordem com atraso puro de tempo

Para estimar os parâmetros τ do sistema foi utilizado o *métodos da resposta complementar*, descrito em [2]. Após a utilização do método, obteve-se os seguintes resultados:



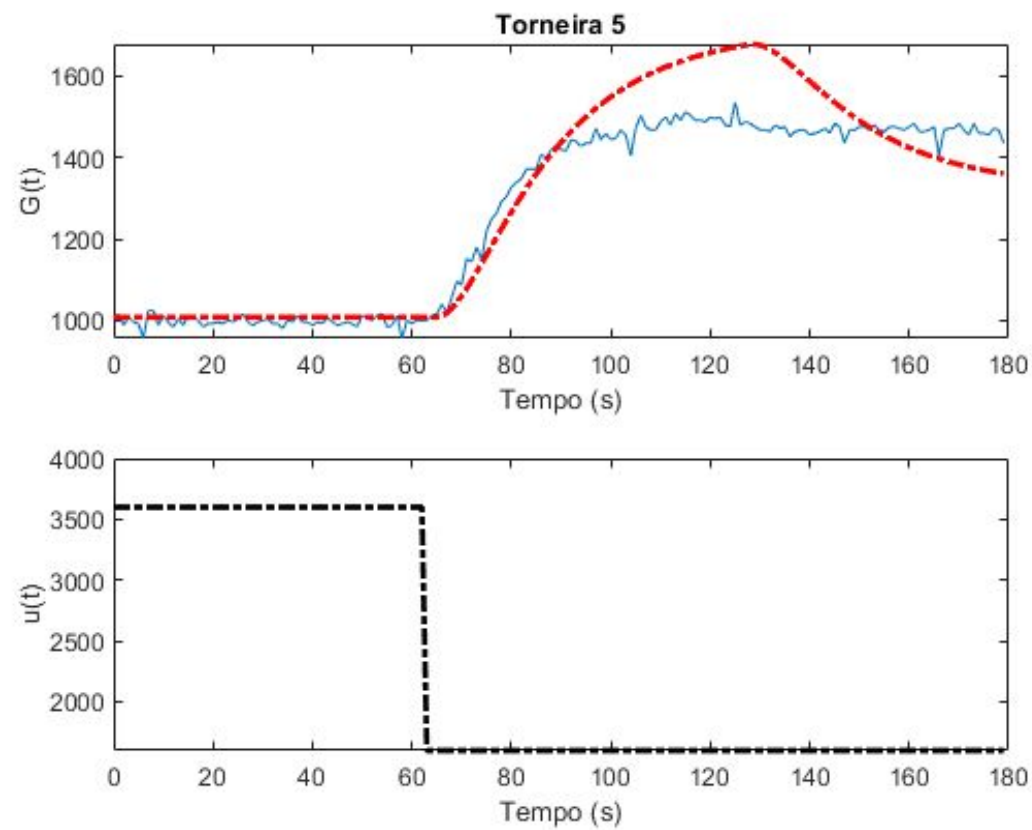


Figura 7. Resposta ao degrau dos dados coletados no experimento (azul) e equação de transferência modelada (vermelho)

Ao comparar os resultados visualmente, nota-se que o modelo obtido descreve a dinâmica do processo de forma razoável, para as plantas 3 e 4, porém ele deve ser melhorado para se obter um melhor resultado para a planta 5.

2.4 Problema 4: Sistema de aquecimento

Nesta seção, foi pedido que o aluno modela-se a equação de transferência de um sistema de sua escolha. A escolha foi um sistema de aquecimento *Heating system*, disponível em [4], com apenas uma entrada e uma saída e os dados coletados são referente a um ensaio ao degrau com tempo de amostragem de 2s. Antes dos dados do experimento serem coletados, uma entrada 6.0 Volts estava aplicada ao sistema.

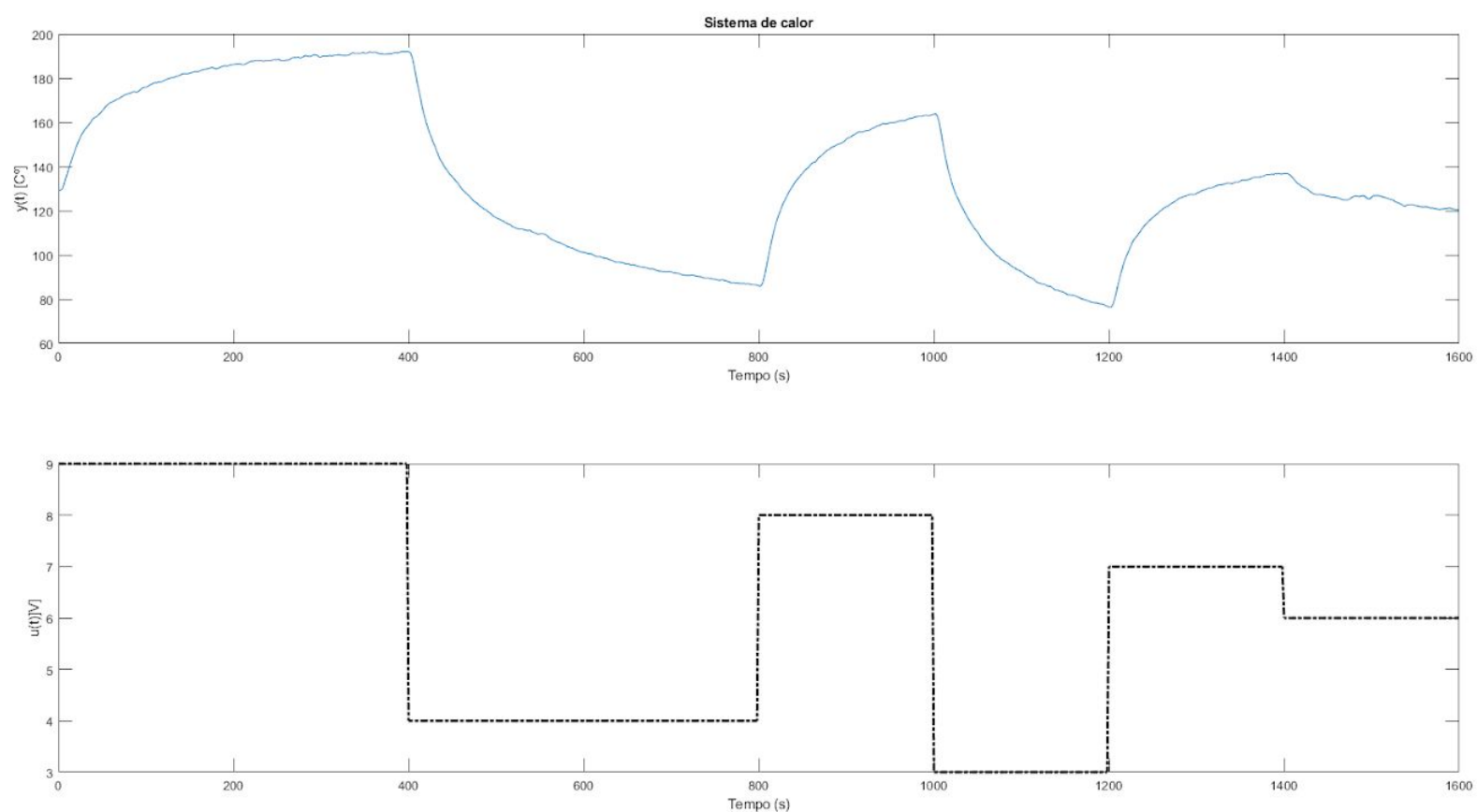


Figura 8. Dados do experimento

Como os dados coletados possuem diversas entradas ao degrau ao longo do tempo, optou-se por obter a equação de transferência à partir dos dados no intervalo entre 0 e 800 segundos.

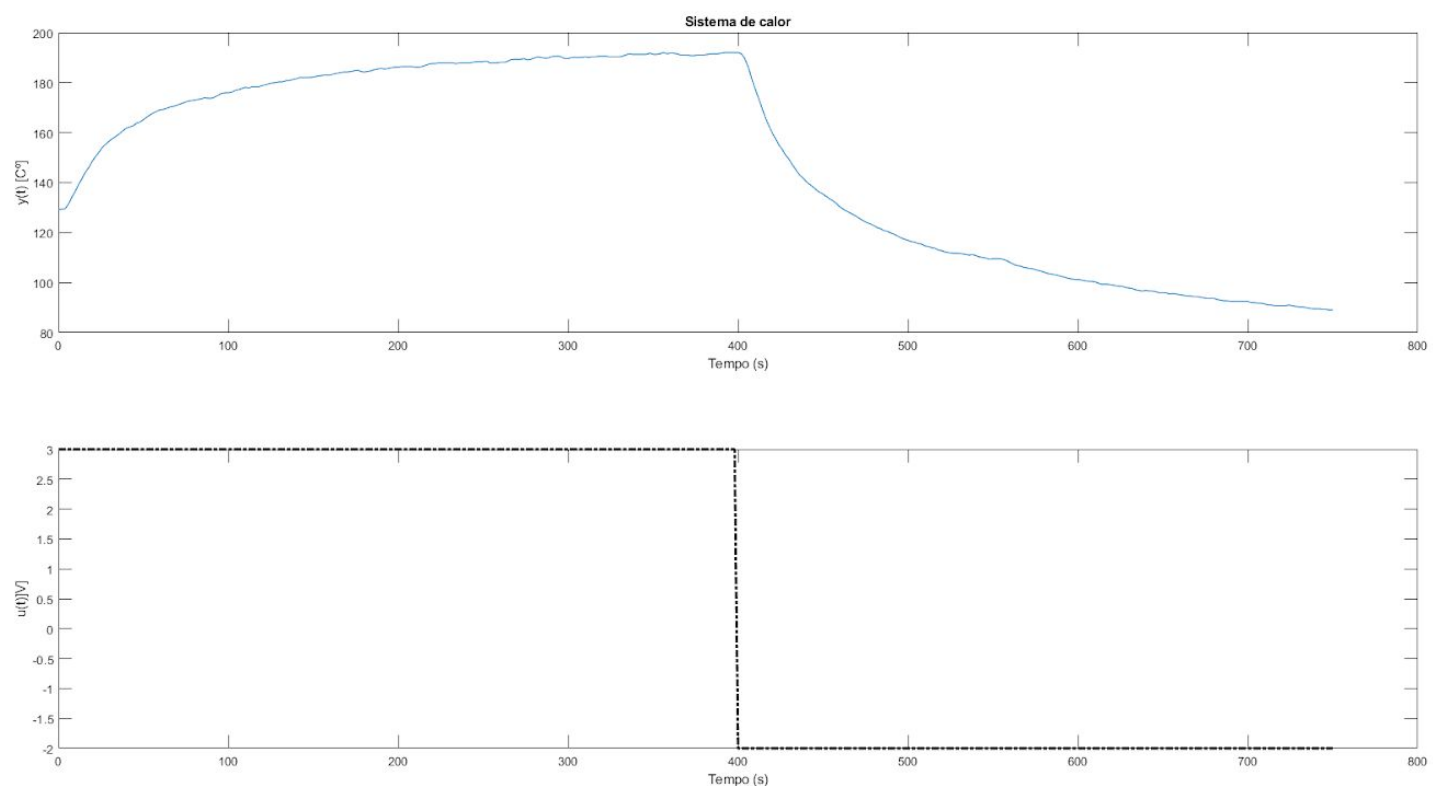


Figura 9. Resposta ao degrau dos dados usados (azul) e entrada em degrau aplicada ao sistema (preto)

Ao plotar o gráfico dos dados amostrados, nota-se que o sistema não possui atraso puro de tempo e que ele aparenta apresentar uma dinâmica de primeira ordem. Por tanto, será usado o seguinte modelo para representar a dinâmica do sistema:

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1}$$

Equação 7. Função de transferência de um sistema de primeira ordem

Para estimar os parâmetros τ do sistema foi utilizado o *método de Sundaresan-Krishnaswamy*, descrito em [3]. Após a utilização do método, obteve-se os seguintes resultados:

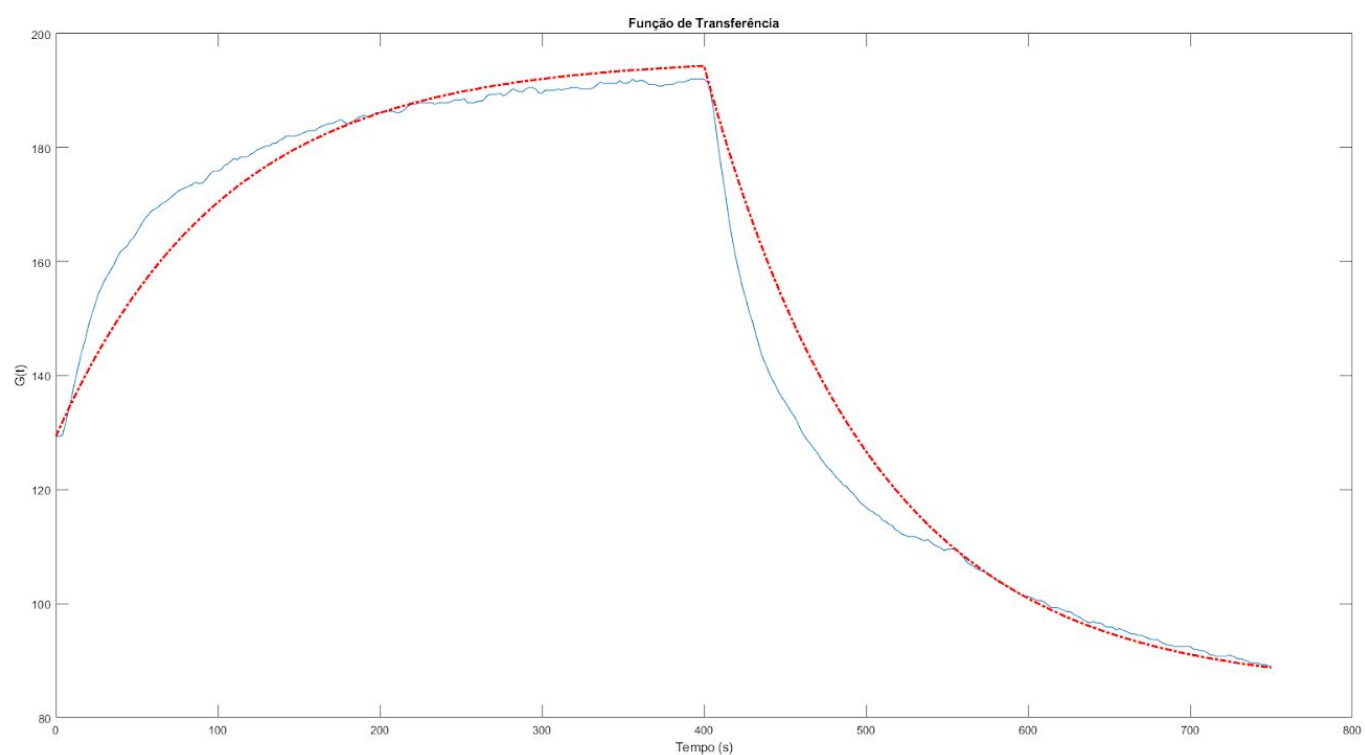


Figura 10. Resposta ao degrau dos dados coletados no experimento (azul) e entrada em degrau aplicada ao sistema (preto)

Ao comparar os resultados visualmente, nota-se que o modelo obtido descreve a dinâmica do processo de forma razoável.

3. Referências

- [1] Métodos Determinísticos - Introdução à Identificação de Sistemas. Notas de aula, agosto de 2019.
- [2] B. O. S. Teixeira, "Revisão de Métodos de Estimação de Parâmetros de Sistemas Dinâmicos Lineares de Primeira e Segunda Ordens". DEE/UFMG, 2009.
- [3] L. A. Aguirre, "Introdução à Identificação de Sistemas". Editora UFMG, 2015.
- [4] DaISy Database for the Identification of Systems. Disponível em: <http://homes.esat.kuleuven.be/~smc/daisy/daisydata.html>