

## CONTROL BÁSICO

---

**TEMA:**

- Diseño de reguladores PID

Facultad de Ingeniería – UNER  
Carrera: Bioingeniería

---

---

---

---

---

---

---

### Componentes y señales de un Lazo de Control en bucle cerrado

---

**SEÑALES:**

X= Entrada de Referencia o consigna  
e= Error  
y= Variable Manipulada  
C= Salida o Variable Controlada  
Z= Perturbación Externa al Sistema, Carga o Ruido

**COMPONENTES:**

H= Regulador o Controlador  
OF= órgano de acción final  
G= Planta  
T= Sensor y transductor

---

---

---

---

---

---

---

### Regulador Proporcional Integral y Derivativo (PID)

---

Existen diferentes formas de representación de los Reguladores PID:

La forma estándar o no interactiva:  $G_{PID}(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)$

La forma serie o interactiva:  $G_{PID\_1}(s) = K^* \left( 1 + \frac{1}{T_I^* s} \right) (1 + s T_D^*)$

La forma paralela:  $G_{PID\_2}(s) = \left( K + \frac{K_I}{s} + K_D s \right)$

- o Todas las formas de los Reguladores PID aportan un polo al origen y dos ceros

---

---

---

---

---

---

---

### Diseño de Reguladores Proporcional – Integral - Derivativo (PID)

- Los ceros del regulador PID estándar estarán ubicados en:

$$z_{1,2} = -\frac{1}{2T_D} \pm \frac{\sqrt{T_I^2 - 4T_I T_D}}{2T_I T_D} = -\frac{1}{2T_D} \pm \frac{\sqrt{1 - \frac{4T_D}{T_I}}}{2T_I}$$

- Si  $T_I > 4T_D$  los ceros serán reales distintos y a parte real negativa
- Si  $T_I$  es muy grande (y mayor a  $4T_D$ ) un cero tiene al origen y el otro a  $-1/T_D$

---

---

---

---

---

---

---

---

### Diseño de Reguladores Proporcional – Integral - Derivativo (PID)

- Para la selección de los tres parámetros del controlador PID ( $K_p$ ,  $T_I$  y  $T_D$ ) puede procederse de formas muy diferentes dependiendo fundamentalmente del proceso a controlar y de la información disponible del mismo a priori. En general los métodos son:

- Asignación de polos: 2 metodologías diferentes
- Por método frecuencial: 2 metodologías diferentes
- Métodos iterativos de ajuste y error
- Por optimización

---

---

---

---

---

---

---

---

### Diseño PID: asignación de polos y ceros mediante el Lugar de Raíces

- Se utiliza cuando se conoce la dinámica o función de transferencia del sistema a controlar.
- Se establece la ubicación de los polos deseados para cumplir con la respuesta transitoria de bucle cerrado.
- Se dibuja el lugar de raíces de la planta con el polo al origen del controlador y se calcula el aporte angular que deben realizar los 2 ceros de PID para cumplir con la condición de ángulo de tal forma que el LR pase por lo polos deseados.
- Se ajusta la ganancia  $K_p$  del regulador para cumplir con la condición de magnitud del LR en los polos deseados.

---

---

---

---

---

---

---

---

### Diseño PID: asignación de polos al sistema de bucle cerrado

- Se utiliza cuando se conoce la dinámica o función de transferencia del sistema a controlar.
- Se establece la ubicación de TODOS los polos de bucle cerrado. Serán dominantes aquellos que permitan cumplir con la respuesta transitoria.
- Se obtiene el polinomio de bucle cerrado en base a la ubicación de los polos y se lo iguala al polinomio de bucle cerrado de sistema mas regulador PID.
- Del sistema de ecuaciones resultante se obtienen los parámetros del regulador ( $K_r$ ,  $T_i$  y  $T_d$ )

---

---

---

---

---

---

---

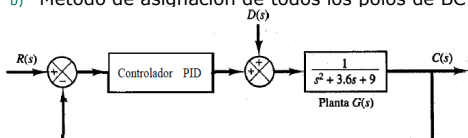
---

### Diseño de un regulador PID: asignación de polos al sistema de bucle cerrado

#### Ejemplo para Resolver :

Dado el sistema de control de la figura diseñar un **PID del tipo estándar o ideal** para que la perturbación de tipo escalón se amortigüe con rapidez (entre 2 y 3 segundos) e impacte con un zita de 0,5 mediante:

- Método de Lugar de Raíces
- Método de asignación de todos los polos de BC




---

---

---

---

---

---

---

---

### Diseño PID: Método de Respuesta en Frecuencia en forma ANALÍTICA

- Si tomamos la forma ideal del PID su función de respuesta en frecuencia será:

$$G_{PID}(j\omega) = K_p \left[ 1 + j(T_d \cdot \omega - \frac{1}{T_i \cdot \omega}) \right]$$

- Para un MF solicitado y eligiendo la nueva frecuencia de cruce de ganancia del sistema regulado a la frecuencia crítica ( $\omega_c$ ) del sistema sin regular  $G(j\omega)$  nos queda:

$$\begin{cases} K_p = \frac{\cos MF}{|G(j\omega_c)|} \\ K_p \cdot (T_d \cdot \omega_c - \frac{1}{T_i \cdot \omega_c}) = \frac{\sin MF}{|G(j\omega_c)|} \end{cases}$$

---

---

---

---

---

---

---

---

### Diseño de un regulador PID mediante el Respuesta en Frecuencia

#### Ejemplo para Resolver :

Se desea controlar utilizando un regulador PID para que el sistema con planta  $G(s)$ , realimentación unitaria y negativa tenga un error de velocidad menor al 5%, un MF de 60° y un MG de al menos 7-8 [dB]. Diseñe por método frecuencial analítico para MF.

$$G(s) = \frac{20}{s \cdot (0.1s+1)^2 \cdot (0.05s+1)}$$

---

---

---

---

---

---

---

---

### Diseño PID: Método de Respuesta en Frecuencia

- Otra forma de diseñar un PID por un método frecuencial es considerar al mismo como un PD en cascada un PI (forma serie o iterativa):

$$G_{PID}(s) = K \left( 1 + \frac{1}{T_I s} \right) \cdot (1 + s T_D)$$

- Primero se ajusta la ganancia K para cumplir con las condiciones de errores estáticos
- Luego de ajusta TD para cumplir con los requisitos de MF
- Finalmente de ajusta Ti para cumplir con TODOS los requisitos de estabilidad relativa (MG y/o MF).

---

---

---

---

---

---

---

---

### Diseño de un regulador PID mediante el Respuesta en Frecuencia

#### Ejemplo para Resolver :

Se desea controlar utilizando un regulador PID para que el sistema con planta  $G(s)$ , realimentación unitaria y negativa tenga un error de velocidad menor al 5%, un MF de 55° y un MG de al menos 7-8 [dB].

$$G(s) = \frac{20}{s \cdot (0.1s+1)^2 \cdot (0.05s+1)}$$

---

---

---

---

---

---

---

---

### Diseño de un regulador PID: método iterativo de ajuste y error

- Se utilizan cuando no se conoce la dinámica o función de transferencia del sistema a controlar.
- Es un ajuste iterativo de los parámetros del controlador a partir de la observación de la respuesta temporal del sistema realimentado, y del conocimiento (o experiencia) del operador.
- Si  $T_i$  es grande y a su vez mayor a  $4T_d$  se puede ajustar la respuesta transitoria del sistema a lazo cerrado variando sólo  $T_d$ .
- Se utiliza la ganancia  $K_p$  para ajustar principalmente el error estacionario.

---

---

---

---

---

---

---

### Diseño PID: por Optimización

- Métodos de ajuste empírico basados en mediciones realizadas sobre la planta real. Comenzaron a usarse desde 1950.
- En los últimos años los problemas de control óptimo han recibido gran atención debido a la creciente demanda de sistemas de alto grado de desempeño (performance).
- El concepto de optimización de sistemas de control abarca dos etapas, una de selección de índices de performance y otra de diseño en base a la minimización o maximización de dichos índices.
- El sistema que lleva al mínimo (o máximo) el índice de performance elegido es, por definición, óptimo.

---

---

---

---

---

---

---

### Diseño PID: por Optimización

- Los métodos mas utilizados en el ajuste de los parámetros de los reguladores PID por optimización son:
  - El método de oscilación de Ziegler-Nichols
  - El método de la curva de reacción de Ziegler-Nichols
  - El método de la curva de reacción de Cohen-Coon

---

---

---

---

---

---

---

### Diseño PID: Métodos de Ziegler-Nichols

- Originalmente los dos métodos de Ziegler y Nichols se basaron en la minimización del módulo del error (índice de performance) cuando sistemas altamente integradores eran sometidos a perturbaciones.
- Luego se hicieron adaptaciones empíricas y se generalizaron para otros sistemas.
- Fue observado por Ziegler y Nichols que la mayoría de las respuestas óptimas presentaban un modo de oscilación cercano al denominado de respuesta "un cuarto" (quarter decay).
- Este tipo de respuesta, en apariencia muy subamortiguado, fue considerado como un buen compromiso entre velocidad de respuesta y buena estabilidad, para sistemas sometidos a perturbaciones.

---

---

---

---

---

---

---

---

### Diseño PID: Método de oscilación de Ziegler-Nichols

Este método es válido sólo para plantas estables a lazo abierto. El procedimiento es el siguiente:

- Aplicar a la planta sólo control proporcional con ganancia  $K_p$  pequeña (a lazo cerrado).
- Aumentar el valor de  $K_p$  hasta que el lazo comience a oscilar. La oscilación debe ser lineal y debe detectarse en la salida del controlador ( $u(t)$ )
- Registrar la ganancia crítica  $K_p=K_c$  y el periodo de oscilación  $P_c$  de  $u(t)$ , a la salida del controlador.
- Ajustar los parámetros del controlador PID de acuerdo al Cuadro 1.

---

---

---

---

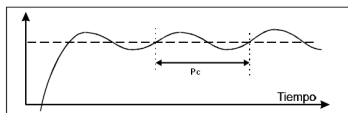
---

---

---

---

### Diseño un PID: Método de ciclo límite de Ziegler-Nichols



Modo	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$0,50K_c$	-	-
PI	$0,45K_c$	$P_c/1,2$	-
PID	$0,60K_c$	$P_c/2$	$P_c/8$

Cuadro 1: Parámetros de controladores PID según el método de oscilación de Ziegler-Nichols

---

---

---

---

---

---

---

---

### Diseño de un regulador PID mediante el método de ciclo límite de Ziegler-Nichols

#### Ejemplo para Resolver :

Se desea controlar utilizando un regulador PID, y aplicando el método de ciclo límite Ziegler y Nichols, una planta cuya función de transferencia esta dada por  $G(s)$ . El sistema trabaja a bucle cerrado con realimentación negativa y unitaria:

$$G(s) = \frac{1}{(s+0.5)(s+1)(s+10)}$$

---

---

---

---

---

---

---

---

### Diseño un PID: Método de la curva de reacción de Ziegler-Nichols

Muchas plantas en la práctica pueden describirse satisfactoriamente con un modelo de la forma:

$$G(s) = \frac{K.e^{-\tau_0 \cdot s}}{\gamma_0 \cdot s + 1}$$

Una versión linealizada cuantitativa de este modelo puede obtenerse mediante un experimento a lazo abierto con el siguiente procedimiento:

1. Llevar manualmente la planta a lazo abierto a un punto de operación normal manipulando  $u(t)$ . Supongamos que la planta se estabiliza en  $y(t)=y_0$  para  $u(t)=u_0$ .
2. En un instante inicial  $t_0$  aplicar un cambio escalón en la entrada, de  $u_0$  a  $u$  (el salto debe estar entre un 10 a 20% del valor nominal).

---

---

---

---

---

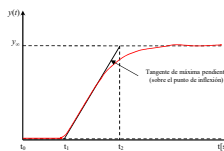
---

---

---

### Diseño PID: Método de la curva de reacción de Ziegler-Nichols

- Registrar la respuesta de la salida hasta que se estabilice en el nuevo punto de operación. La siguiente figura muestra una curva típica.



$$L = t_1 - t_0 \quad T = t_2 - t_1 \quad K = \frac{y_\infty}{\text{Amplitud entrada escalón}}$$

---

---

---

---

---

---

---

---

### Diseño PID: Método de la curva de reacción de Ziegler-Nichols

- Los parámetros del controlador PID propuestos por Ziegler y Nichols a partir de la curva de reacción se determinan en el siguiente cuadro:

Modo	$K_p$	$T_r$	$T_d$
P	T/L	-	-
PI	0,9.T/(L)	3.L	-
PID	1,2.T/(L)	2.L	0,5.L

---

---

---

---

---

---

---

---

### Ejemplo para resolver aplicando el Método de la curva de Z-N

Se desea controlar la siguiente planta – G(s)- utilizando un regulador PID para que el sistema en bucle cerrado con realimentación unitaria y negativa tenga un **tiempo de establecimiento (criterio 2%) menor a 5 [seg]** y un **máximo sobreimpulso (MP) menor al 20%**. Utilizar para el diseño inicial del PID el método de la curva «S» de Z-N y luego ajustar Td hasta obtener la respuesta solicitada.

$$G(s) = \frac{(s+3)}{(s^3 + 5s^2 + 9s + 5)}$$

---

---

---

---

---

---

---

---