

UT- 4a

Matemática financiera

Temario

- Introducción
- Interés y tasa de interés.
- Regímenes de interés.

MATEMÁTICA FINANCIERA

INTRODUCCIÓN

Matemática Financiera

Es en realidad una herramienta para la resolución adecuada de los problemas relacionados a las finanzas, a raíz de la evolución del dinero en el tiempo, permitiendo establecer relaciones entre cantidades expresadas en diferentes fechas.

Contiene un conjunto de términos y formulaciones extraídas de la matemática, con el objetivo específico de evaluar operaciones de inversión y de préstamos.

MATEMÁTICA FINANCIERA

INTERÉS Y TASA DE INTERÉS

Interés

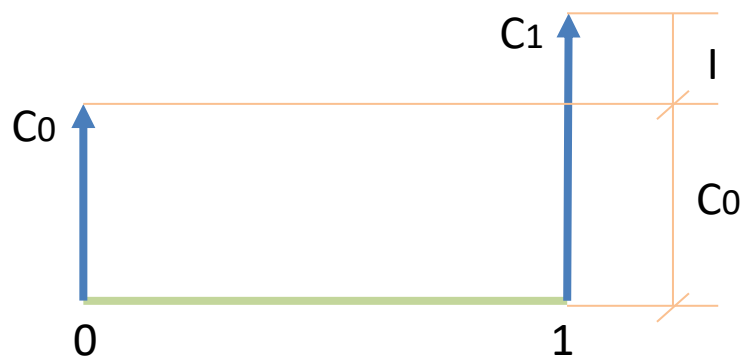
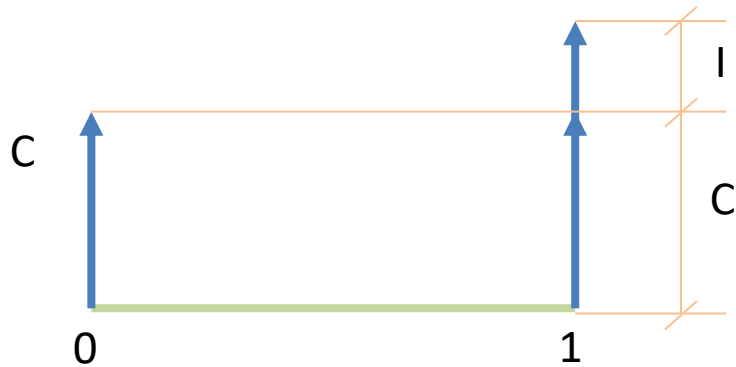
Interés (*I*)

Es el *rendimiento* obtenido (o pagado), luego de un período de operación, por un individuo que tenga aplicado (o tomado) una cuantía de dinero bajo determinadas condiciones.

$$Capital_1 = Capital_0 + Interés$$

$$Interés = Capital_1 - Capital_0$$

Ejemplo gráfico: Interés



$$C_1 = C_0 + I$$

Tasa de Interés

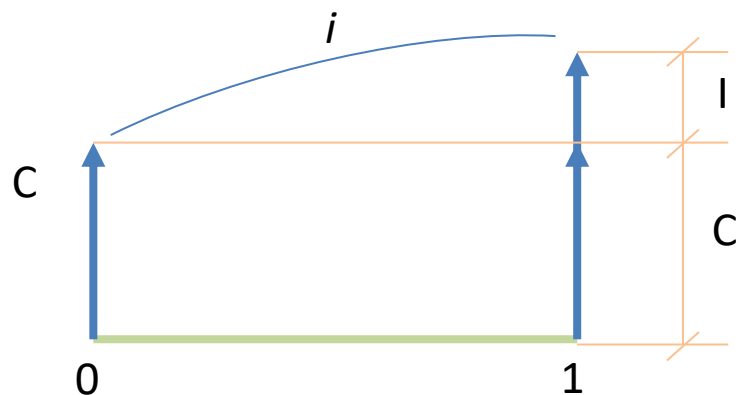
Tasa de Interés (*i*)

Es la razón entre los intereses recibidos (pagados) al final del período de operación, y el valor originalmente aplicado (tomado).

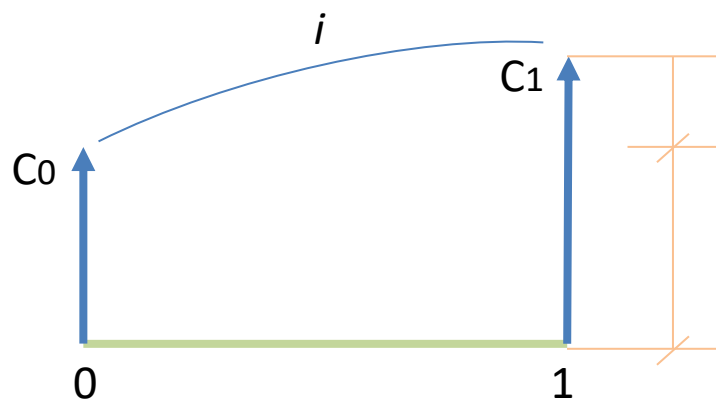
$$i = \frac{\textit{Interés}}{\textit{Capital}}$$

$$i (\%) = \frac{\textit{Interés}}{\textit{Capital}} \times 100$$

Ejemplo gráfico: Tasa de interés



$$i = \frac{I}{C_0} \quad I = C_0 \cdot i$$



$$C_1 = C_0 + I$$

$$C_1 = C_0 + C_0 \cdot i$$

$$C_1 = C_0(1 + i)$$

Ejemplo n°1

Si un inversionista obtiene \$50 en intereses luego de un período de tiempo de aplicar \$200, ¿cuál es la tasa de interés en dicho período?

Solución

$$i (\%) = (\text{Interés} / \text{Capital}) * 100$$

$$i (\%) = (50 / 200) * 100$$

$$i (\%) = 25\%$$

Tasas de interés: referencia

Las tasas de interés deben acompañarse de una referencia del tiempo y de la moneda en que los valores serán aplicados.

2,5% al mes en pesos

0,4% al trimestre en dólares

Tasa de Interés: equivalencias

Dos tasas de diferente período de capitalización se dicen **equivalentes** cuando el rendimiento obtenido (Interés) es el mismo para idéntico capital invertido

Ej: tasas equivalentes a 18% anual

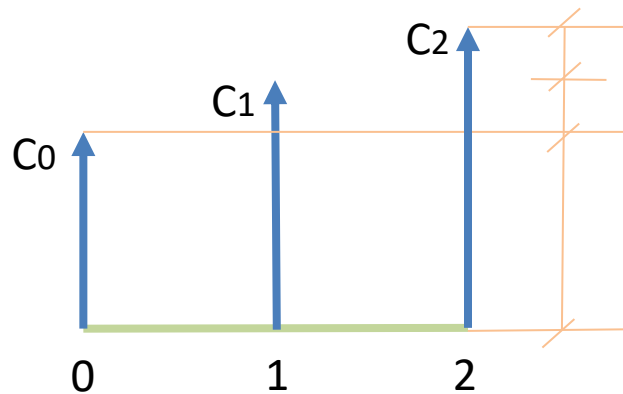
<u>Base temporal</u>	<u>Cálculo</u>	<u>Tasa</u> <u>periódica</u>	<u>Cálculo para \$10.000</u>	<u>Interés</u>
Año	18/1	18,00%	\$10.000*0,18*1	\$ 1.800
Semestre	18/2	9,00%	\$10.000*0,09*2	\$ 1.800
Cuatrimestre	18/3	6,00%	\$10.000*0,06*3	\$ 1.800
Trimestre	18/4	4,50%	10.000*0,045*4	\$ 1.800
Mes	18/12	1,50%	10.000*0,015*12	\$ 1.800
Día	18/365	0,049%	10.000*0,00049315*365	\$ 1.800

MATEMÁTICA FINANCIERA

REGÍMENES DE INTERÉS

1 - Interés simple

Es aquel en el cual los intereses que se producen en cada período se calculan siempre sobre el mismo capital (el inicial), al tipo de interés vigente en cada período.



$$C_1 = C_0 + I$$

$$C_1 = C_0 + C_0 \cdot i$$

$$C_1 = C_0 (1 + i)$$

$$C_2 = C_0 + 2I = C_0 + C_0 \cdot i \cdot 2$$

$$C_2 = C_0 (1 + i \cdot 2)$$

Interés simple

$$C_3 = C_0 + 3I = C_0 + C_0 \cdot i \cdot 3 = C_0(1 + i \cdot 3)$$

$$\vdots = \quad \vdots \quad = \quad \vdots$$

$$C_n = C_0 + nI = C_0 + C_0 \cdot i \cdot n = C_0(1 + i \cdot n)$$

$$\mathbf{C_n = C_0(1 + i \cdot n)}$$

Los intereses, a medida que se van generando, **no se acumulan al capital** y no generan intereses en períodos siguientes.

Ejemplo n° 2

Aplicamos \$100 a una tasa de interés simple de 10% mensual, por 3 meses, con capitalización periódica.

$$C_n = C_0(1 + i \cdot n)$$

n	Capital	Tasa de interés	Cn
0	\$ 100		\$ 100
1	\$ 100	10%	\$ 110
2	\$ 100	10%	\$ 120
3	\$ 100	10%	\$ 130

2 - Interés compuesto

En este caso, los intereses **se acumulan al capital** a medida que se van generando en cada período de capitalización, y generarán intereses en períodos siguientes.

La tasa de interés incidirá sobre el monto acumulado al final del período anterior.

$$C_n = C_0 (1 + i)^n$$

$$C_1 = C_0 + I$$

$$C_1 = C_0 + C_0 \cdot i$$

$$C_1 = C_0 (1 + i)$$

$$C_2 = C_1(1 + i) = C_0(1 + i)(1 + i)$$

$$C_2 = C_0 (1 + i)^2$$

$$C_n = C_0(1 + i \cdot n)$$

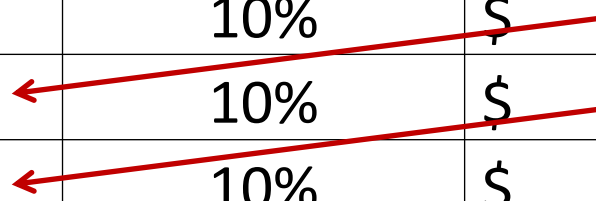
Los intereses, a medida que se van generando, **se acumulan al capital** y generan intereses en períodos siguientes.

Ejemplo n°3

Aplicamos \$100 a una tasa de interés compuesto de 10% mensual, por 3 meses, con capitalización periódica

$$C_n = C_0(1+i)^n$$

n	Capital	Tasa de interés	Cn
0	\$ 100		\$ 100
1	\$ 100	10%	\$ 110
2	\$ 110	10%	\$ 121
3	\$ 121	10%	\$ 133



Resumen

n	Interés Simple	I	VF	Interés Compuesto	I	VF
0	-		100,00	-		100,00
1	$100,00 \times 10\%$	10,00	110,00	$100,00 \times 10\%$	10,00	110,00
2	$100,00 \times 10\%$	10,00	120,00	$110,00 \times 10\%$	11,00	121,00
3	$100,00 \times 10\%$	10,00	130,00	$121,00 \times 10\%$	12,10	133,10

Al no capitalizar intereses, el interés simple resulta siempre menor al interés compuesto, ya que la base para su cálculo permanece constante en el tiempo.

Ejercicios

1. Calcule los intereses que generarán 4500 euros depositados a una tasa de interés simple del 6% anual durante:
 - a) Un año.
 - b) Dos años.
 - c) Tres años.

Solución: a) 270 €, b) 540 €, c) 810 €.

2. Se depositan 7500 dólares a un interés compuesto del 4% anual durante 3 años. Calcule el capital final si el período de capitalización es de:
 - a) Un año.
 - b) Un trimestre.
 - c) Un mes.

Solución: a) 8436,48 U\$, b) 8451,19 U\$, c) 8454,54 U\$.

Ejercicios

3. Un capital colocado al 4,25 % anual de interés compuesto se ha convertido en 6 años en \$ 6.418,39. Las capitalizaciones fueron anuales . ¿Cuánto fue el monto del capital inicial?

Solución: \$ 5000.

4. Un capital de \$4.000 colocado al 8% anual se ha convertido en \$5.441,96. ¿Cuántos años han transcurrido? (Los periodos de capitalización son anuales). Interés compuesto.

Solución: 4 años.

5. Un capital de R\$ 2.000 se ha transformado en R\$ 2.247,20 al cabo de 2 años. Calcule el % anual al que se ha colocado. Interés compuesto.

Solución: 6% anual.