ბ. ლვაბერიძე, ფ. დვალიშვილი, ა. მოსიძე,
ხ. გელაშვილი, გ. სირბილაძე.

მათემატიკა

გეომეტრია

სააბიტურიენტო და ეროვნული გამოცდებისათვის

მეხუთე გამოცემა

- ✓ თეორია
- ✓ ამოცანათა კრებული
- ✓ ბილეთები
- ✓ ტესტები

2012

ბექან ღვაბერიძე, ფრიდონ დვალიშვილი, ალექსანდრე მოსიძე,
კობა გელაშვილი, გია სირბილაძე

მათემატიკა

გეომეტრია

თბილისი 2012

სახელმძღვანელო განკუთვნილია როგორც აბიტურიენტებისათვის, ასევე დამამთავრებელი კლასის მოსწავლეებისათვის. ამოცანათა კრებული დაყოფილია ორ "ა" და "ბ" ნაწილებად. "ა" ნაწილის ამოცანები და ტესტი შეესაბამება იმ მოთხოვნებს, რომელსაც დამამთავრებელი კლასის მოსწავლეებს უყენებს მათემატიკის საატესტატო გამოცდა. "ბ" ნაწილის ამოცანები და ტესტი უფრო რთულია და ძირითადად იმ აბიტურიენტებისათვისაა განკუთვნილი, რომლებიც აბარებენ ეროვნულ გამოცდას მათემატიკაში. ბოლოში მოყვანილია საგამოცდო ვარიანტების ნიმუშები. წიგნი დახმარებას გაუწევს აგრეთვე მათემატიკის მასწავლებლებს და მათემატიკით დაინტერესებულ მოსწავლეებს.

რედაქტორი – ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი

ნ. ქალდანი

რეცენზენტები: 1. ა.რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი

ა. საგინაშვილი

2. ქ. თბილისის 199-ე საჯარო სკოლა პანსიონ "კომაროვის" დირექტორი

გ. მანელიძე

სარჩევი

§1. წრფე, სხივი, მონაკვეთი, ტეხილი, მანძილი

წრფე წარმოადგენს სწორ ხაზს, რომელიც დაუსრულებლად გრძელდება ორივე მხარეს. წრფე შედგება უსასრულო რაოდენობის წერტილებისგან, რომლებიც აღინიშნება დიდი ლათინური ასოებით, მაგალითად, A, B,…, P, Q და ა.შ.

ნახ.1.

წრფის აღნიშვნისთვის საკმარისია მისი ორი წერტილის მითითება (რადგან ორ წერტილზე შესაძლებელია მხოლოდ ერთი წრფის გავლება) ან შეგვიძლია გამოვიყენოთ ერთი პატარა ლათინური ასო, მაგალითად, ნახ. 1-ზე მოცემულია AB წრფე ანუ a წრფე.

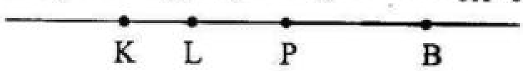
წრფის ნაწილს A და B წერტილებს შორის მონაკვეთი ეწოდება. A და B წერტილებს მონაკვეთის ბოლოები ეწოდება. AB-თი აღინიშნება ეს მონაკვეთიც და მისი **სიგრძეც**.

ერთ სიბრტყეში მდებარე ორ სხვადასხვა წრფეს ან არ გააჩნიათ საერთო წერტილი (ამ შემთხვევაში მათ პარალელური წრფეები ეწოდება) ან გააჩნიათ ერთადერთი საერთო წერტილი (ამ შემთხვევაში წრფეები იკვეთება).

ყოველი წერტილი წრფეს ყოფს ორ ნახევარწრფედ ანუ სხივად. ასეთ სხივებს დამატებითი სხივები ეწოდება. წერტილს, რომლის ცალ მხარეს არის მოცემული სხივი, სხივის სათავე ეწოდება. სხივი ორი ასოთი აღინიშნება, მაგალითად, AK. პირველი ასო აღნიშნავს სხივის სათავეს, მეორე სხივის ნებისმიერი წერტილია.

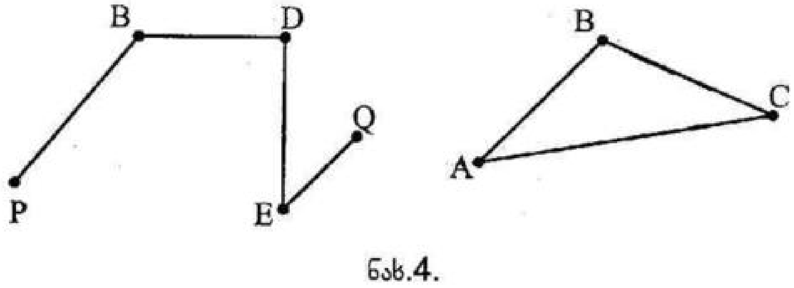
ნახ.2.

კონკრეტული ამოცანიდან გამომდინარე, სხივი შეიძლება მოცემული იყოს წრფეზე ან ცალკე. წრფეებისგან განსხვავებით, ორ სხვადასხვა სხივს და ორ სხვადასხვა მონაკვეთს შეიძლება ჰქონდეთ უამრავი საერთო წერტილი, მაგალითად, KP და LP სხივებს და KP და LB მონაკვეთებს ნახ. 3-ზე:



ნახ.3.

თუ მიმდევრობით მივადგამთ ერთმანეთს რამდენიმე მონაკვეთს, მივიღებთ **ტეხილს**. ტეხილის სიგრძე მისი შემადგენელი მონაკვეთების სიგრძეების ჯამია. თვითონ მონაკვეთი ტეხილის კერძო სახეა, მაგალითად, ნახ.4-ზე გამოსახულია ორი ტეხილი. მარცხენა მათგანი **ღია** ტეხილია, რადგან მისი საწყისი და ბოლო წერტილები, რომლებსაც **ტეხილის ბოლოები** ეწოდებათ, სხვადასხვაა. მარჯვენა ტეხილი **ჩაკეტილი** ტეხილია, რადგან მისი ყოველი წვერო (A, B, C) შეიძლება ჩაითვალოს ტეხილის პირველ და ბოლო წერტილად ანუ ბოლოებად.



ნახ.4.

სხვადასხვა ტეხილი, რომლებითაც შეიძლება ორი P და Q წერტილის შეერთება, შეიძლება გავიაზროთ როგორც გზა P-დან Q-მდე. რადგან მათ შორის უმოკლესი გზა PQ მონაკვეთია, ამიტომ PQ მონაკვეთის სიგრძე იგივეა, რაც **მანძილი** P-დან Q-მდე. ცხადია, რომ მანძილს აქვს შემდეგი თვისებები:

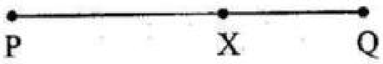
$PQ>0$ თუ P და Q განსხვავებულია;

$PQ=QP$ (სიმეტრიულობა);

$PQ\leq PR+QR$ (სამკუთხედის თვისება),

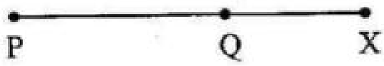
სადაც P, Q, R ნებისმიერი სამი წერტილია.

მანძილის ცნების გამოყენებით შეიძლება გავარკვიოთ ნებისმიერი სამი P, Q, X წერტილის ურთიერთგანლაგების საკითხი სიბრტყეში. თუ ამ სამი წერტილიდან ნებისმიერ ორს შორის მანძილი ნაკლებია ამ წერტილებიდან მესამემდე მანძილების ჯამზე, (ე.ი. $PQ<PX+QX$, $PX<PQ+XQ$ და $QX<QP+XP$), მაშინ წერტილები ერთ წრფეზე არ მდებარეობენ. თუ $PQ=PX+QX$ (ნახ.5), მაშინ ეს წერტილები ერთ წრფეზეა და X წერტილი მოთავსებულია P და Q წერტილებს შორის.



ნახ. 5.

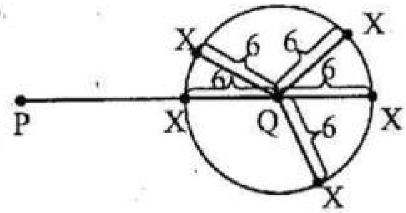
თუ $PQ=PX-QX$ (ნახ.6), მაშინ ეს წერტილები ერთ წრფეზეა და X წერტილი მოთავსებულია PQ მონაკვეთის გარეთ Q წერტილის მხარეს.



ნახ. 6.

თუ $PQ=QX-PX$, X წერტილი მოთავსებულია PQ წრფეზე PQ მონაკვეთის გარეთ P-ს მხარეს.

ხშირად გვხვდება ამოცანები ე.წ. „სახსრიან ტეხილებზე", როდესაც მოცემულია მხოლოდ ტეხილის შემადგენელი მონაკვეთების სიგრძეები (მაგრამ მათ შორის კუთხეები არაა ფიქსირებული) და მოითხოვება ტეხილის ბოლოებს შორის მანძილის უდიდესი და უმცირესი მნიშვნელობების დადგენა. მაგალითად, თუ PQX ტეხილში $PQ=10$ და $QX=6$, მაშინ X წერტილი შეიძლება მოთავსდეს ყველგან, საიდანაც Q-მდე მანძილი 6-ის ტოლია (ნახ.7).

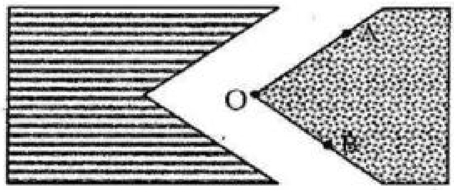


ნახ.7.

PX უმცირეს მნიშვნელობას მიიღებს, როცა X წერტილი მოთავსებულია PQ წრფეზე P-ს მხარეს: $PX=10-6=4$. PX უდიდეს მნიშვნელობას მიიღებს, როცა X წერტილი მოთავსებულია PQ წრფეზე Q-ს მხარეს: $PX=10+6=16$. რადგან ტეხილი Q „სახსარში" მოძრაობს, ამიტომ PX-ს შეუძლია (X წერტილის მდებარეობის შერჩევის ხარჯზე) მიიღოს ყოველი მნიშვნელობა 4-დან 16-ის ჩათვლით.

§2. კუთხეები. წრფეთა მართობულობა და პარალელურობა

თუ O წერტილიდან გავავლებთ ორ განსხვავებულ OA და OB სხივს, მივიღებთ ორ ფიგურას, რომელთა გაერთიანება წარმოადგენს სიბრტყეს (ნახ.1).

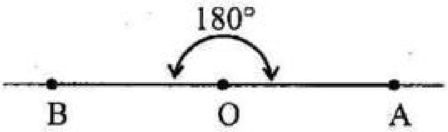


ნახ.1.

ამ ორიდან იმ ფიგურას, რომელსაც თავის ნებისმიერ ორ წერტილთან ერთად ეკუთვნის მათი შემაერთებელი მონაკვეთიც **ამოზნექილი კუთხე** ეწოდება. რადგან პლანიმეტრიაში ჩვენ შევისწავლით მხოლოდ ამოზნექილ ფიგურებს (ამოზნექილი მრავალკუთხედები და წრე), ამიტომ სხვანაირ კუთხეებს აღარ განვიხილავთ და ამოზნექილი კუთხის ნაცვლად, ვამბობთ, უბრალოდ, **კუთხეს**.

OA და OB სხივებით შექმნილ კუთხეს აღვნიშნავთ ∠AOB (იგივეა, რაც ∠BOA) სიმბოლოთი. O წერტილს ეწოდება კუთხის **წვერო**, ხოლო OA და OB სხივებს–**კუთხის გვერდები**.

უმეტეს შემთხვევაში OA და OB სხივებით შექმნილი ფიგურები განსხვავებულია, მათგან შედარებით მცირე წარმოადგენს კუთხეს. მხოლოდ მაშინ, როდესაც OA და OB დამატებითი სხივებია, ისინი ქმნიან ორ კუთხეს, რომელთაგან თითოეულს ეწოდება გაშლილი კუთხე (ნახ. 2).

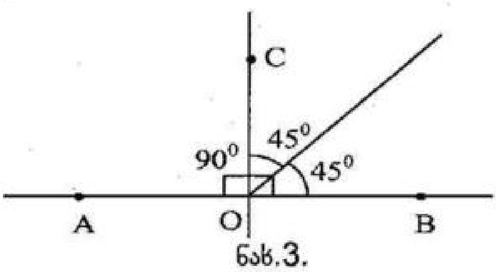


ნახ.2.

ყოველ კუთხეს აქვს ზომა. კუთხე შეიძლება გაიზომოს გრადუსებში და რადიანებში, რასაც მოგვიანებით შევეხებით. მიღებულია, რომ გაშლილი კუთხე 180°-ის ტოლია. თავის მხრივ, 1°-იანი კუთხე 60' (წუთის), ხოლო 1'– 60'' (წამის) ტოლია. მაგალითად, 17,50°=17° 30'.

თუ კუთხის წვეროდან კუთხის შიგნით (ანუ კუთხის **გვერდებს შორის**) გავავლებთ სხივს, მაშინ მიღებული ორი კუთხის გრადუსული ზომების ჯამი მოცემული კუთხის გრადუსული ზომის ტოლია. ორ კუთხეს **ტოლი** ეწოდება თუ მათი გრადუსული ზომები ტოლია. ***სხივს, რომელიც მოცემულ კუთხეს ორ ტოლ კუთხედ ყოფს, ბისექტრისა ეწოდება.*** კერძოდ, გაშლილი კუთხის ბისექტრისა ქმნის ორ 90°-იან კუთხეს, 90°-იანი კუთხის ბისექტრისა – ორ 45°-იან კუთხეს (ნახ.3).

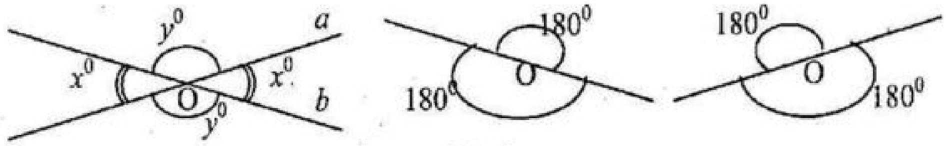
მახვილი კუთხის სიდიდე 90°-ზე ნაკლებია, ბლაგვი კუთხის სიდიდე 90°-ზე მეტია და 180°-ზე ნაკლებია.



ნახ.3.

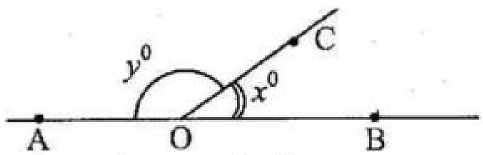
თუ ორი a და b წრფე (AB და EF მონაკვეთი) გადაკვეთისას ქმნის 90°-იან კუთხეებს, მათ მართობული (პერპენდიკულარული) წრფეები (მონაკვეთები) ეწოდებათ, რაც ასე

აღინიშნება: $a \perp b$ ($AB \perp EF$). ორი განსხვავებული წრფე გადაკვეთისას ქმნის 8 კუთხეს. აქედან 4 გაშლილი კუთხეა (ნახ.4. მარჯვენა ნახაზები), ხოლო 4-ის სიდიდე ნაკლებია 180°-ზე და ძირითადად ისინი მიიღება მხედველობაში, როდესაც განვიხილავთ წრფეთა გადაკვეთით შექმნილ კუთხეებს., მათგან, ერთმანეთის პირდაპირ განლაგებულ კუთხეებს **ვერტიკალური** ეწოდება და ისინი წყვილ-წყვილად ერთმანეთის ტოლია (ნახ.4.).



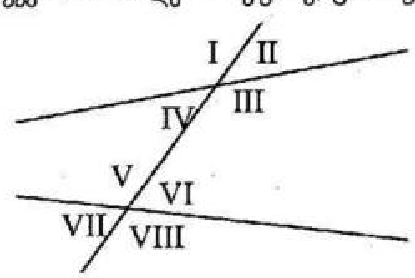
ნახ.4.

შევნიშნოთ, რომ $x°+y°=180°$, რადგან თუ გაშლილ OAB კუთხის გვერდებს შორის გავავლებთ OC სხივს, მიღებული კუთხეების ჯამია 180°. ასეთ კუთხეებს **მოსაზღვრე კუთხეები** ეწოდებათ (ნახ.5-ზე $\angle AOC$ და $\angle COB$ კუთხეები).



ნახ.5.

როდესაც ორი წრფის მესამეთი გადაკვეთისას მიიღება 8 კუთხე, გამოიყენება შემდეგი ტერმინები:



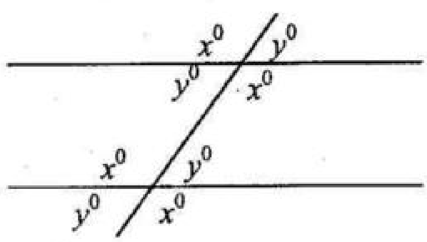
ნახ.6.

- III და V, IV და VI **შიგა ჯვარედინი** კუთხეებია;
- III და VI, IV და V **შიგა ცალმხრივ მდებარე** კუთხეებია;
- I და VII, II და VIII **გარე ცალმხრივ მდებარე** კუთხეებია;
- I და V, II და VI, IV და VII, III და VIII **შესაბამისი** კუთხეებია.

როდესაც a და b წრფეები პარალელურია, ვწერთ $a \| b$. თუ $a \| b$ და $a \| c$, მაშინ $b \| c$. თუ $a \| b$, მაშინ მათი მესამე წრფით გადაკვეთისას აუცილებლად მიიღება 8 კუთხე და არსებობს ისეთი x, y რიცხვები

$$0<x<180, \quad 0<y<180, \quad x+y=180 \tag{1}$$

რომ, მიღებული კუთხეები ტოლია

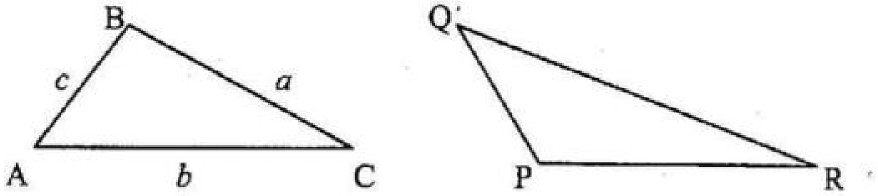


ნახ.7.

პირიქით, თუ ორი წრფის მესამეთი გადაკვეთისას მიღებული კუთხეები ღებულობენ ნახ. 7-ზე მითითებულ მნიშვნელობებს (1)-ით განსაზღვრული რომელიმე x და y სიდიდეებისთვის, მაშინ $a \| b$.

§3. სამკუთხედი და მისი ელემენტები

1. *სამკუთხედის ძირითადი ელემენტები.* **სამკუთხედი** ეწოდება ფიგურას, რომელიც შედგება ერთ წრფეზე არამდებარე სამი წერტილის შეერთებით მიღებული ტეხილისაგან და ამ ტეხილით შემოსაზღვრული სიბრტყის ნაწილისაგან. ამ წერტილებს **სამკუთხედის წვეროები** ეწოდებათ, ხოლო მონაკვეთებს – **სამკუთხედის გვერდები**.



ნახ. 1.

A, B, C წერტილებისგან შედგენილი სამკუთხედი აღინიშნება ΔABC (ასოების მიმდევრობა არსებითი არაა). ნახ.1-ზე, მარჯვნივ მოცემულია ΔPQR.

სამკუთხედი შეიძლება იყოს მრავალი კერძო სახის, მაგრამ ყოველ მათგანს აქვს **6 ძირითადი ელემენტი**: წვეროებით და გვერდებით შედგენილი **3 შიგა კუთხე** და **სამი გვერდი**. მაგალითად, ABC სამკუთხედში კუთხეებია $\angle BAC$ (მოკლედ $\angle A$), $\angle ABC$ (მოკლედ $\angle B$) და $\angle BCA$ (მოკლედ $\angle C$); გვერდებია AB (მოკლედ c – ამ გვერდის მოპირდაპირე წვეროს მცირე სიმბოლო), BC (მოკლედ a) და AC (მოკლედ b). ასეთი შემოკლებები მიღებულია. ΔABC სამკუთხედში $\angle A$ და a, $\angle B$ და b, $\angle C$ და c ერთმანეთის **მოპირდაპირე** კუთხეები და გვერდებია. მაგალითად, ΔPQR-ში $\angle Q$ კუთხე PR გვერდის მოპირდაპირეა და პირიქით.

ნებისმიერი ABC სამკუთხედისათვის, მისი გვერდები და კუთხეები აუცილებლად აკმაყოფილებენ შემდეგ თანაფარდობებს:

1. შიგა კუთხეების ჯამია 180°, ანუ $\angle A+\angle B+\angle C=180°$;

2. ნებისმიერი ორი გვერდის სიგრძეთა ჯამი მეტია მესამე გვერდის სიგრძეზე (სამკუთხედის უტოლობა) ანუ

$$a+b>c \quad (\text{შედეგად, } a>c-b \text{ და } b>c-a),$$

$$a+c>b \quad (a>b-c \text{ და } c>b-a),$$

$$b+c>a \quad (b>a-c \text{ და } c>a-b).$$

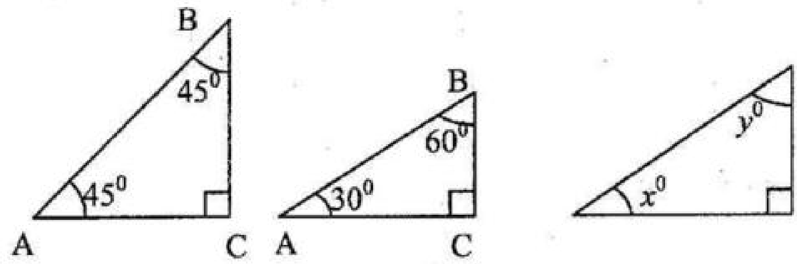
სამკუთხედის კუთხეებს და გვერდებს შორის ფაქიზი კავშირი არსებობს, რომელიც სრულყოფილად აღიწერება ტრიგონომეტრიული ფუნქციებით. მაგრამ არსებობს ზოგადი კანონზომიერებაც: თუ ვადარებთ ორ გვერდს და მათ მოპირდაპირე ორ კუთხეს, მაშინ უდიდესი გვერდის პირდაპირ უდიდესი კუთხე მდებარეობს, მაგალითად, ნახ.1-ზე ΔPQR-ში $\angle P>\angle Q$ ნიშნავს, რომ $QR>PR$. შევნიშნოთ, რომ ეს კანონზომიერება არ იძლევა რაოდენობრივი დასკვნების გაკეთების საშუალებას, მაგალითად, $\angle P=2\angle Q$ არ ნიშნავს, რომ $QR=2PR$.

2. *სამკუთხედების კლასიფიკაცია ძირითადი ელემენტების მიხედვით.* სამკუთხედი შეიძლება იყოს:

- **მახვილკუთხა**, როდესაც სამივე კუთხე მახვილია;
- **მართკუთხა**, როდესაც ერთი კუთხე მართია, ორი კი – მახვილი;
- **ბლაგვკუთხა**, როდესაც ერთი კუთხე ბლაგვია, ორი კი – მახვილი;

- **ტოლფერდა**, როდესაც ორი გვერდი ტოლია და მათ **ფერდები** ეწოდება, მესამე გვერდს კი – **ფუძე**;
- **ტოლგვერდა**, როდესაც სამივე გვერდი და სამივე კუთხე ტოლია;
- **სხვადასხვაგვერდა**, როდესაც სამივე გვერდი და სამივე კუთხე განსხვავებულია.

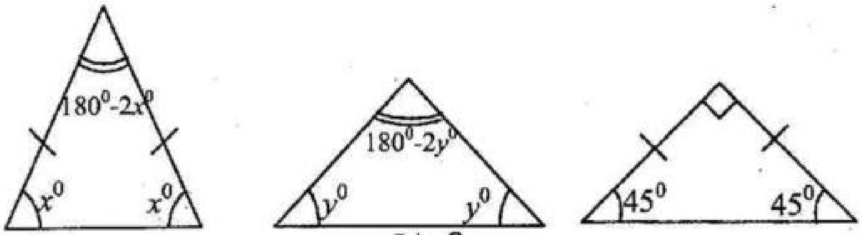
მართკუთხა სამკუთხედში მართი კუთხის შემადგენელ გვერდებს **კათეტები** ეწოდება, მესამე გვერდს – **ჰიპოტენუზა**. ჩვეულებრივ, მართი კუთხე სხვა კუთხეებიდან განსხვავებულად მოინიშნება (ნახ.2).



ნახ. 2.

მართკუთხა სამკუთხედში მახვილი კუთხეების ჯამია 90°: $x°+y°=90°$.

ტოლფერდა სამკუთხედში ფერდების მოპირდაპირე კუთხეები ტოლია (ნახ.3).



ნახ. 3.

პირიქით, თუ სამკუთხედში ორი კუთხე ტოლია, მათი მოპირდაპირე გვერდებიც ტოლია ანუ ეს გვერდები ფერდებია, სამკუთხედი კი ტოლფერდაა.

ტოლგვერდა სამკუთხედში სამივე კუთხე 60°-ის ტოლია, ანუ სამკუთხედი კუთხეებით 60°=60°=60° ტოლგვერდაა.

3. *სამკუთხედების ტოლობის ნიშნები და ძირითადი ელემენტების ზოგიერთი სხვა კომბინაცია.* ორ სამკუთხედს **ტოლი** ეწოდება, თუ მათ აქვთ ერთი და იგივე ძირითადი ელემენტები (სამი გვერდი+სამი კუთხე). როდესაც $\Delta ABC=\Delta PQR$, ეს, როგორც წესი ნიშნავს, რომ ეს სამკუთხედები ტოლია და $\angle A=\angle P$, $\angle B=\angle Q$, $\angle C=\angle R$, $AB=PQ$, $BC=QR$, $AC=PR$. პრაქტიკულად რომ დავრწმუნდეთ $\Delta ABC=\Delta PQR$ ტოლობის სამართლიანობაში, აუცილებელი არაა გვერდების და კუთხეების შედარება, უმჯობესია სამკუთხედების ტოლობის ნიშნების გამოყენება.

სამკუთხედების ტოლობის I ნიშანი: თუ ერთი სამკუთხედის ორი გვერდი და მათ შორის მდებარე კუთხე ტოლია მეორე სამკუთხედის ორი გვერდის და მათ შორის მდებარე კუთხის, მაშინ ეს სამკუთხედები ტოლია.

სამკუთხედების ტოლობის II ნიშანი: თუ ერთი სამკუთხედის ერთი გვერდი და მისი მიმდებარე ორი კუთხე ტოლია მეორე სამკუთხედის გვერდის და მისი მიმდებარე ორი კუთხის, მაშინ ეს სამკუთხედები ტოლია.

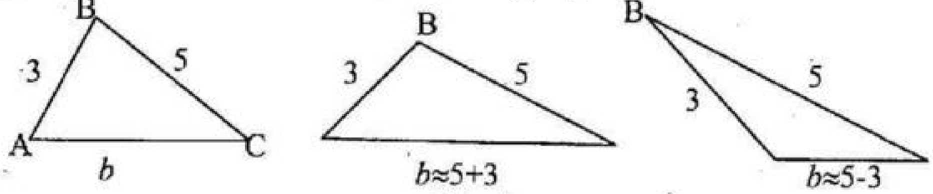
სამკუთხედების ტოლობის III ნიშანი: თუ ორ სამკუთხედს ერთი და იგივე სიგრძის გვერდები აქვთ, მაშინ ეს სამკუთხედები ტოლია.

თუ გვინდა ამ ნიშნების გამოყენებით ორი მართკუთხა სამკუთხედის ტოლობის ჩვენება, უნდა გავითვალისწინოთ, რომ მათი თითო კუთხე უკვე ერთმანეთის ტოლია. ზოგჯერ, სპეციფიკური შეიძლება აღმოჩნდეს ტოლფერდა სამკუთხედის ტოლობის დამტკიცებაც.

როგორც ვნახეთ, ΔABC-ს ექვსი ძირითადი ელემენტიდან მას ტოლობის სიზუსტით დაადგენს მხოლოდ სამი სამეული: $\angle A$, c, b; $\angle B$, $\angle C$, a; a, b, c. დანარჩენი სამეულები და ორეულები შესაძლოა საერთო იყოს არატოლი სამკუთხედებისთვის, რაც მრავალი საინტერესო ამოცანის საფუძველია.

ამოცანა: სამკუთხედის ორი გვერდია 5 სმ და 3 სმ. რა შესაძლო მნიშვნელობა შეიძლება მიიღოს მესამე გვერდმა?

ამოხსნა: ვთქვათ, ΔABC-ში a=5 სმ c=3 სმ (ნახ.4, მარცხნივ).

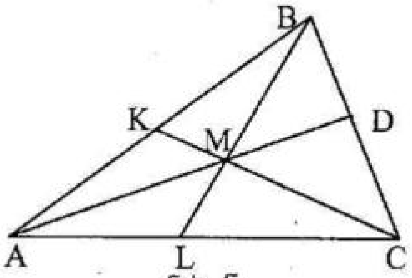


ნახ. 4.

ცხადია, $b<a+c$ და $b>a-c$ ანუ $2<b<8$. როცა $\angle B$ უახლოვდება 180°-იან მნიშვნელობას, $b\approx5+3=8$. როცა $\angle B\approx0$, მაშინ $b\approx5-3=2$. ამგვარად, მესამე გვერდი მიიღებს ყველა მნიშვნელობას (2; 8) ღია შუალედიდან.

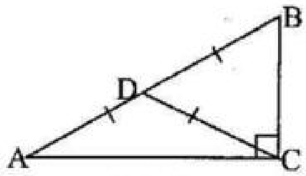
4. პერიმეტრი, მედიანა, სიმაღლე, ბისექტრისა, გარე კუთხე. სამკუთხედის გვერდების სიგრძეების ჯამს მისი პერიმეტრი ეწოდება. ABC სამკუთხედისათვის P-თი აღნიშნავენ $P=AB+BC+AC$, ხოლო საჭიროების შემთხვევაში, ნახევარპერიმეტრს აღნიშნავენ p-თი: $p=\frac{P}{2}=\frac{AB+BC+AC}{2}$.

მედიანა ეწოდება მონაკვეთს, რომელიც სამკუთხედის ნებისმიერ წვეროს აერთებს მისი მოპირდაპირე გვერდის შუაწერტილთან. სამკუთხედის სამივე მედიანა ერთ წერტილში იკვეთება და მათი გადაკვეთის წერტილი თითოეულ მედიანას ყოფს პროპორციით 2:1 წვეროს მხრიდან. მაგალითად, ნახ.5-ზე AD მედიანაა. (ე.ი. BD=CD). მედიანებია CK და BL. ამიტომ AM:DM=2:1, CM:KM=2:1, BM:LM=2:1



ნახ. 5.

ხშირად სასარგებლოა იმ ფაქტის ცოდნა, რომ ***მართკუთხა სამკუთხედში მართი კუთხის წვეროდან გავლებული მედიანა ჰიპოტენუზის ნახევრის ტოლია*** (ნახ.6).

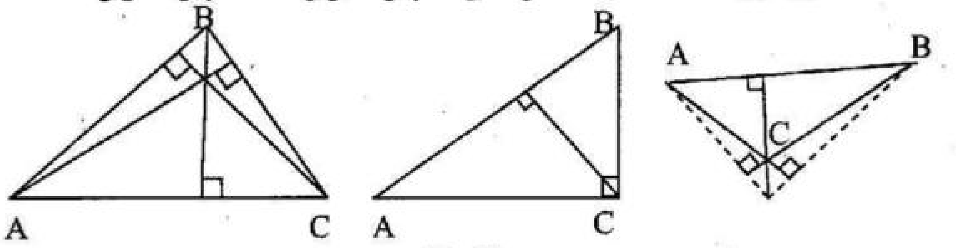


ნახ. 6.

სამკუთხედის შიგა კუთხის ბისექტრისის მონაკვეთს წვეროდან მის მოპირდაპირე გვერდამდე სამკუთხედის ბისექტრისა ეწოდება. ნებისმიერ სამკუთხედში სამივე ბისექტრისა ერთ წერტილში იკვეთება, რომელიც აუცილებლად ამ სამკუთხედის შიგნითაა (შემდეგში ვნახავთ, რომ ბისექტრისების გადაკვეთის წერტილი ამ სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის ცენტრია).

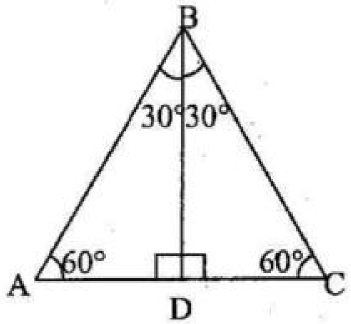
სამკუთხედის სიმაღლე ეწოდება მონაკვეთს, რომელიც სამკუთხედის ნებისმიერ წვეროს აერთებს მის მოპირდაპირე გვერდთან ან ამ გვერდის გაგრძელებასთან და მისი მართობულია. სამივე სიმაღლე ერთ წერტილში იკვეთება და ეს წერტილი:

- ***მახვილკუთხა სამკუთხედში სამკუთხედის შიგნითაა*** (ნახ.7. მარცხნივ);
- ***მართკუთხა სამკუთხედში მართი კუთხის წვეროა*** (ნახ.7. შუაში);
- ***ბლაგვკუთხა სამკუთხედში სამკუთხედის გარეთაა*** (ნახ.7. მარჯვნივ).



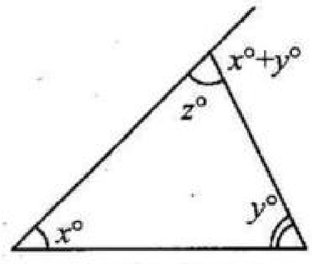
ნახ. 7.

ტოლფერდა სამკუთხედში ფუძეზე დაშვებული სიმაღლე ამავე დროს მედიანაცაა და ბისექტრისაც, ხოლო ტოლგვერდა სამკუთხედში ყოველი სიმაღლე მედიანაცაა და ბისექტრისაც. აქედან გამომდინარეობს, რომ მართკუთხა სამკუთხედში 30°-იანი კუთხის მოპირდაპირე კათეტი ჰიპოტენუზის ნახევარია (ნახ. 8 გვიჩვენებს, რომ მართკუთხა ΔABD, რომელშიც $\angle ABD=30°$, შეგვიძლია განვიხილოთ, როგორც ტოლგვერდა სამკუთხედის ნახევარი, რომელშიც BD მედიანაცაა და ამიტომ $AD=\dfrac{AC}{2}=\dfrac{AB}{2}$).



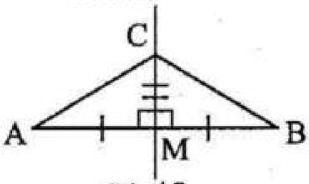
ნახ. 8.

სამკუთხედის ნებისმიერი შიგა კუთხის მოსაზღვრე კუთხეს გარე კუთხე ეწოდება. რადგან $x+y+z=180°$, ამიტომ $x°+y°$ აგრეთვე $z°$ სიდიდის შიგა კუთხის მოსაზღვრე კუთხის გრადუსული ზომაა.



ნახ. 9.

5. ***მონაკვეთის შუამართობი. მონაკვეთის შუამართობი (შუაპერპენდიკულარი) ეწოდება ამ მონაკვეთის შუაწერტილზე გამავალ მონაკვეთის მართობულ წრფეს.*** თუ MC AB-ს შუამართობია, მაშინ $\Delta AMC=\Delta BMC$, რაც ნიშნავს, რომ $AC=BC$. ამგვარად, ***მონაკვეთის შუამართობის ნებისმიერი წერტილი თანაბრადაა დაშორებული მონაკვეთის ბოლოებიდან.***

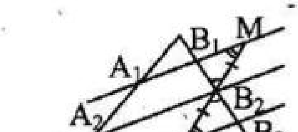


ნახ.10.

სამართლიანია შებრუნებული დებულებაც: ***მონაკვეთის ბოლოებიდან თანაბრად დაშორებული წერტილი მონაკვეთის შუამართობს ეკუთვნის.***

6. ***თალესის თეორემა. მისი ზოგიერთი გამოყენება.***

თეორემა /თალესის/: თუ კუთხის გვერდების გადამკვეთი პარალელური წრფეები მის ერთ გვერდზე ტოლ მონაკვეთებს მოკვეთს, მაშინ ეს წრფეები მეორე გვერდზეც ტოლ მონაკვეთებს მოკვეთს.



ნახ.11.

დამტკიცება: ვთქვათ, A_1, A_2, A_3 პარალელური წრფეების კუთხის ერთ გვერდთან გადაკვეთის წერტილებია და $A_1A_2=A_2A_3$. ვაჩვენოთ, რომ თუ B_1, B_2, B_3 იგივე კუთხის მეორე გვერდთან გადაკვეთის წერტილებია, მაშინ $B_1B_2=B_2B_3$.

პირობიდან გამომდინარეობს, რომ A_1A_3 მონაკვეთის შუაწერტილია A_2 (ნახ.11). ამიტომ A_1 და A_3 წერტილები A_2B_2 მონაკვეთის სხვადასხვა მხარესაა. $A_1B_1 \parallel A_2B_2$. ამიტომ B_1 და A_1B_1 მონაკვეთის

ნებისმიერი წერტილი A_2B_2 მონაკვეთის იმავე მხარესაა, სადაც – A_1. ანალოგიურად, B_3 წერტილი A_2B_2 მონაკვეთის იმავე მხარესაა, სადაც – A_3, ე.ი. B_1B_3 მონაკვეთი იკვეთება A_2B_2 წრფესთან ანუ B_2 წერტილი მდებარეობს B_1B_3 მონაკვეთის შიგნით რადგან ორივე წრფე ერთადერთ წერტილში იკვეთება.

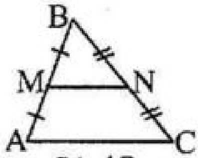
B_2 წერტილზე გავავლოთ A_1A_3 წრფის პარალელური MN წრფე. პარალელოგრამის თვისების თანახმად, $A_1A_2=MB_2$, $A_2A_3=B_2N$. რადგან $A_1A_2=A_2A_3$, ამიტომ $MB_2=B_2N$.

შედეგი 1. თუ კუთხის გვერდების გადამკვეთი სამი წრფის მიერ ერთ გვერდზე მოკვეთილი მონაკვეთების შეფარდებაა $m:n$, მაშინ მეორე გვერდზე მოკვეთილი შესაბამისი მონაკვეთების შეფარდებაც არის $m:n$.

დამტკიცება. საკმარისია მეზობელი მონაკვეთების გაერთიანება გავყოთ $m+n$ ტოლ მონაკვეთად, დაყოფის წერტილებზე გავავლოთ მოცემული წრფეების პარალელური წრფეები და გამოვიყენოთ თალესის თეორემა.

შემდეგი ორი შედეგის დამტკიცება სტანდარტულია და მათ გამოვტოვებთ.

შედეგი 2. სამკუთხედის შუამონაკვეთი (ე.ი. მისი ორი გვერდის შუაწერტილების შემაერთებელი მონაკვეთი) მესამე გვერდის პარალელურია და მისი ნახევრის ტოლია. $MN \parallel AC$, $MN=AC/2$.

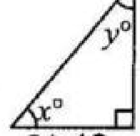


ნახ.12.

შედეგი 3. სამკუთხედის სამივე მედიანა ერთ წერტილში იკვეთება და თითოეული მათგანი გადაკვეთის წერტილით იყოფა შეფარდებით 2:1 წვეროს მხრიდან.

7. მართკუთხა სამკუთხედების ტოლობის ნიშნები.

მართკუთხა სამკუთხედში მახვილი კუთხეების ჯამია $90°$ (ნახ.13), ანუ თუ ცნობილია ერთი მახვილი კუთხე, შეგვიძლია მეორის გაგებაც. აქედან გამომდინარეობს მართკუთხა სამკუთხედების ტოლობის პირველი ორი ნიშანი.



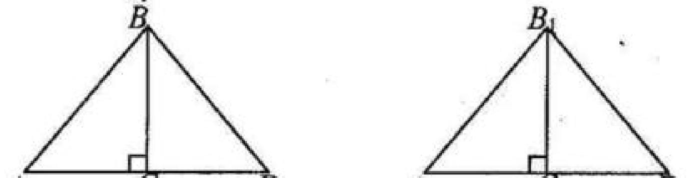
ნახ.13.

ნიშანი 1. თუ ერთი მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზა და მახვილი კუთხე, შესაბამისად, ტოლია მეორე მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზის და მახვილი კუთხის, მაშინ ეს სამკუთხედები ტოლია.

ნიშანი 2. თუ ერთი მართკუთხა სამკუთხედის კათეტი და მისი მოპირდაპირე კუთხე, შესაბამისად, ტოლია მეორე მართკუთხა სამკუთხედის კათეტის და მისი მოპირდაპირე კუთხის, მაშინ ეს სამკუთხედები ტოლია.

ნიშანი 3. თუ ერთი მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზა და კათეტი, შესაბამისად, ტოლია მეორე მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზის და კათეტის, მაშინ ეს სამკუთხედები ტოლია.

ვაჩვენოთ მე-3-ე ნიშნის სამართლიანობა.



ნახ.14.

ვთქვათ, $AB=A_1B_1$, $AC=A_1C_1$ და $\angle ACB=\angle A_1C_1B_1=90°$. AC-ს გაგრძელებაზე გადავზომოთ $CD=AC$. შუამართობის თვისების ძალით $AB=BD$. ანალოგიურად ვიღებთ $C_1D_1=A_1C_1$ და $A_1B_1=B_1D_1$. ამგვარად, $\Delta ABD= =\Delta A_1B_1D_1$ და $\angle A=\angle A_1$ (ნახ.7). მაგრამ სამკუთხედების ტოლობის ნიშნის ძალით ეს ნიშნავს, რომ $\Delta ABC=\Delta A_1B_1C_1$.

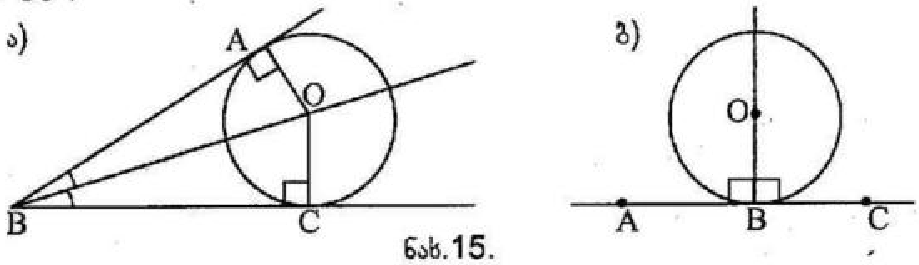
8. *კუთხის ბისექტრისის თვისება.* თუ რაიმე A წერტილი ეკუთვნის a წრფეს, მაშინ მათ შორის მანძილი ნულის ტოლად ითვლება. თუ A წერტილი არ ეკუთვნის a წრფეს ანუ $A \notin a$, მაშინ მათ შორის მანძილი A წერტილიდან a წრფეზე დაშვებული მართობის სიგრძის ტოლია ანუ იმ მონაკვეთის სიგრძეა, რომელიც A წერტილს a წრფესთან აერთებს და a წრფის მართობულია.

დებულება. გაშლილ კუთხეზე ნაკლები კუთხის ბისექტრისის ნებისმიერი წერტილი თანაბრადაა დაშორებული კუთხის გვერდების შემცველი წრფეებიდან.

შედეგი. კუთხეში ჩახაზული წრეწირის ცენტრი კუთხის ბისექტრისაზე ძევს.

დამტკიცება. თუ $\angle ABC<180°$ (ნახ.15 ა), მაშინ AO=OC რადიუსებია, საერთოა და $\angle A=\angle C=90°$ ანუ $\angle AOB=\angle COB \Rightarrow \angle ABO=\angle CBO$.

თუ $\angle ABC=180°$, მაშინ წრეწირი AC წრფეს ეხება B წერტილში ანუ $OB \perp AC$, ე. ი. $\angle ABO=\angle CBO=90°$.



ნახ.15.

§4. წრეწირი და მისი ელემენტები. წრეწირთან დაკავშირებული კუთხეები

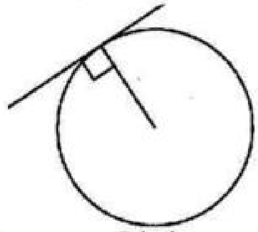
1. წრეწირი და მისი ელემენტები. წრეწირი სიბრტყის იმ წერტილთა სიმრავლეა, რომლებიც ერთი და იგივე მანძილით არიან დაშორებულნი მოცემული წერტილისგან (წრეწირის ცენტრისგან). ცენტრს, ტრადიციულად O-თი აღნიშნავენ.

ქორდა ეწოდება მონაკვეთს (და ამ მონაკვეთის სიგრძეს), რომელიც აერთებს წრეწირის ნებისმიერ ორ წერტილს. თუ ქორდა ცენტრზე გადის, მას დიამეტრი ეწოდება. რადიუსი ეწოდება მონაკვეთს (და ამ მონაკვეთის სიგრძეს) წრეწირის ცენტრიდან წრეწირის ნებისმიერ წერტილამდე. რადიუსი, ზოგადად, r ან R სიმბოლოთი აღინიშნება.

ვთქვათ, მოცემულია რაიმე წრფე და რაიმე წრეწირი. შესაძლებელია სულ სამი შემთხვევა:

ა) წრფეს და წრეწირს არ აქვთ საერთო წერტილები;

ბ) ***წრფეს და წრეწირს ერთადერთი საერთო წერტილი აქვთ. ასეთ წრფეს წრეწირის მხები ეწოდება. მხები მართობულია იმ რადიუსის, რომელიც შეხების წერტილში გაივლება*** (ნახ.1);

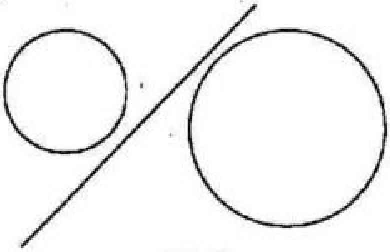


ნახ.1.

გ) წრფეს და წრეწირს ორი საერთო წერტილი აქვთ. **ასეთ წრფეს მკვეთი** ეწოდება.

ანალოგიურად, თუ მოცემულია ორი განსხვავებული რადიუსის წრეწირი, მაშინ ასევე შესაძლებელია სამი შემთხვევა:

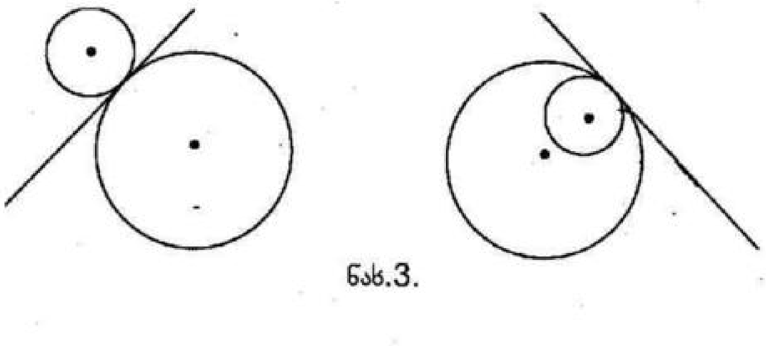
ა) წრეწირებს საერთო წერტილი არ აქვთ. ამ დროს ან შესაძლებელია წრეწირების განცალკევება წრფით (ნახ.2) ან ერთი წრეწირი მეორის შიგნითაა.



ნახ.2.

როდესაც ორ წრეწირს საერთო ცენტრი აქვთ მათ **კონცენტრული** წრეწირე**ბი** ეწოდებათ.

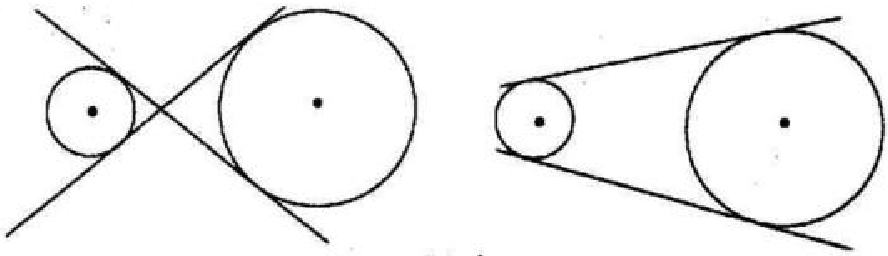
ბ) წრეწირებს აქვთ ერთადერთი საერთო წერტილი (ნახ.3). ამ დროს საერთო წერტილში შესაძლებელია საერთო მხების გატარება და ამბობენ, რომ წრეწირები ერთმანეთს **ეხება.** შეხებას ეწოდება **გარე** თუ ცენტრები საერთო მხების სხვადასხვა მხარესაა. შეხებას ეწოდება **შიგა** თუ ცენტრები საერთო მხების ერთ მხარესაა.



ნახ.3.

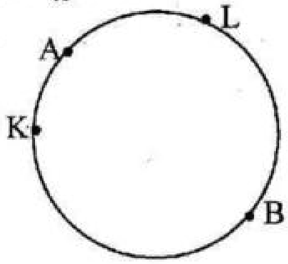
გ) წრეწირები შეიძლება ერთმანეთს **კვეთდნენ.** მაშინ მათ ორი საერთო წერტილი აქვთ.

როდესაც ორი წრეწირის განცალკევება შეიძლება, მაშინ მათ აქვთ ორი **საერთო შიგა მხები** (ნახ.4, მარცხნივ). თუ ერთი წრეწირი მეორის შიგნით არაა, მათ გააჩნიათ ორი **საერთო გარე მხები** (ნახ.4, მარჯვნივ).



ნახ.4.

წრეწირის ნებისმიერი ორი წერტილი წრეწირს ყოფს ორ ნაწილად. თითოეულ ნაწილს **რკალი** ეწოდება. მაგალითად, ნახ.5-ზე K და L წერტილები ქმნიან ორ რკალს, რომლებსაც **დამატებითი რკალები** ეწოდებათ. ის რკალი, რომელსაც ეკუთვნის A წერტილი, შეიძლება აღვნიშნოთ $K\breve{A}L$ ან $A\breve{L}$. ის რკალი, რომელსაც ეკუთვნის B წერტილი, შეიძლება აღვნიშნოთ $K\breve{B}L$.



ნახ.5.

წრეწირი და მის რკალები, ისევე როგორც კუთხეები, იზომება გრადუსებში, წუთებში და წამებში. ითვლება, რომ ნებისმიერი წრეწირის გრადუსული ზომაა 360°, 1°=60', 1'=60". თუ წრეწირი ორ ტოლ რკალადაა გაყოფილი, თითოეული 180° ტოლია და ა.შ.

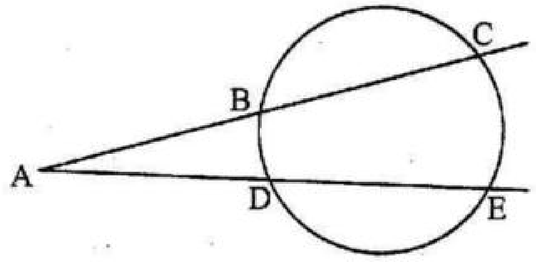
ქორდის მართობული დიამეტრი ქორდას და მის მიერ მოჭიმულ რკალს შუაზე ყოფს.

2. კუთხეების გაზომვა რკალების საშუალებით. თუ კუთხის გვერდებს წრეწირთან საერთო წერტილები აქვთ, მაშინ გვერდებს შორის მოქცეული რკალების გრადუსული ზომების ცოდნა საკმარისია კუთხის გრადუსული ზომის დასადგენად. იმის მიხედვით, კუთხის წვერო წრეწირის გარეთაა, წრეწირზეა თუ მის შიგნით, გვაქვს კუთხის გამოსათვლელი სამი ფორმულა.

პირველი ფორმულა. თუ კუთხის წვერო წრეწირის გარეთაა, კუთხის გრადუსული ზომა ტოლია კუთხის გვერდებით შექმნილი დიდი და მცირე რკალების ნახევარსხვაობის.

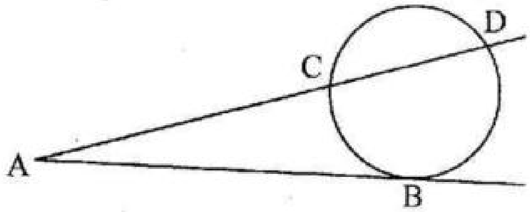
იმის მიხედვით, კუთხის გვერდებს წრეწირთან რამდენი საერთო წერტილი აქვთ, გაირჩევა რამდენიმე შემთხვევა.

ა) კუთხის გვერდები კვეთენ წრეწირს (ნახ.6). $\angle BAD=\dfrac{C\breve{E}-B\breve{D}}{2}$



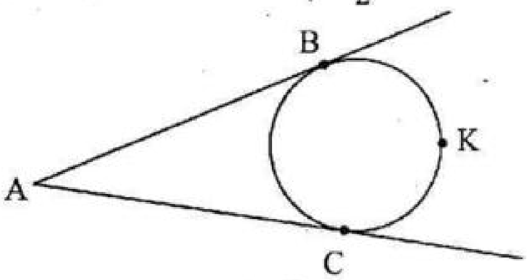
ნახ.6.

ბ) ერთი გვერდი ეხება წრეწირს, მეორე კვეთს (ნახ.7). $\angle BAC=\frac{B\breve{D}-B\breve{C}}{2}$



ნახ.7.

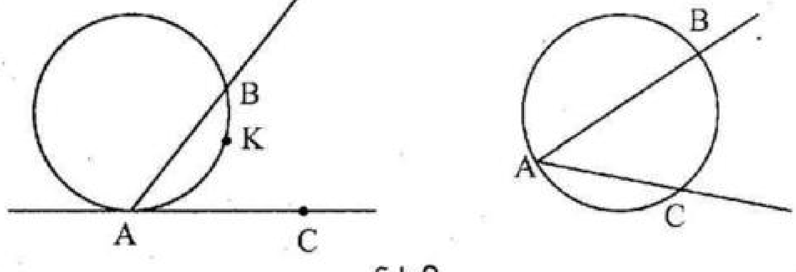
გ) ორივე გვერდი ეხება წრეწირს (ნახ.8). $\angle BAC=\frac{B\breve{K}C-B\breve{C}}{2}$



ნახ.8.

მეორე ფორმულა. ***ვთქვათ, კუთხის წვერო წრეწირზეა მოთავსებული. მაშინ კუთხის გრადუსული ზომა ტოლია იმ რკალის გრადუსული ზომის ნახევრის, რომელიც მოთავსებულია კუთხის გვერდებს შორის***

ეს ფორმულა გამოიყენება სულ ორ შემთხვევაში.

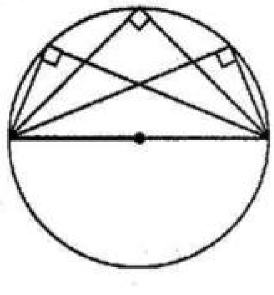


ნახ.9.

ა) როცა ერთი გვერდი ეხება, მეორე კი კვეთს წრეწირს (ნახ.9, მარცხნივ). მაშინ $\angle BAC=\frac{A\breve{K}B}{2}$.

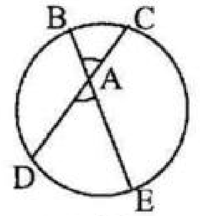
ბ) როცა ორივე გვერდი კვეთს წრეწირს (ნახ.9, მარჯვნივ). მაშინ კუთხეს **ჩახაზული** ეწოდება და გამოითვლება ფორმულით $\angle BAC=\frac{B\breve{C}}{2}$.

ერთიდაიგივე რკალზე დაყრდნობილი კუთხეები ტოლია.
დიამეტრზე დაყრდნობილი კუთხე მართია



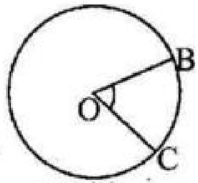
მესამე ფორმულა. ***ვთქვათ, კუთხის წვერო მოთავსებულია წრეწირის შიგნით. მაშინ კუთხის გრადუსული ზომა ტოლია კუთხის გვერდებით შექმნილი დიდი და მცირე რკალების ნახევარჯამის*** (ნახ.10).

$$\angle BAC=\frac{\breve{BC}+\breve{DE}}{2}$$



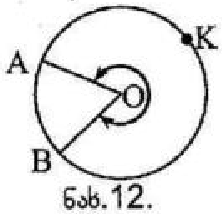
ნახ.10.

განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია ის კერძო შემთხვევა, კუთხის წვერო წრეწირის ცენტრია. ამ დროს ორივე რკალი ტოლია და $\angle BOC=\breve{BC}$ (ნახ.11)



ნახ.11.

ზოგადად, ***კუთხე წვეროთი ცენტრში, თუნდაც ეს კუთხე ამოზნექილი არ იყოს, ტოლია მის მიერ მოჭიმული რკალის*** $\angle AOB=\breve{AKB}$. ***ასეთ კუთხეს ცენტრალური კუთხე ეწოდება*** (ნახ.12)

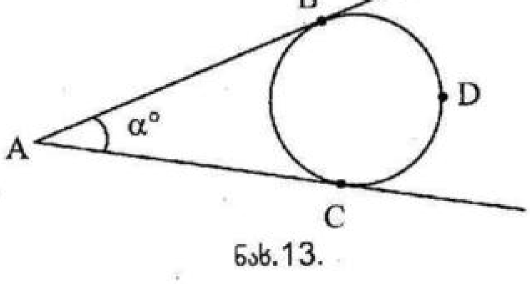


ნახ.12.

3. რკალების გაზომვა კუთხის საშუალებით. როდესაც კუთხის წვერო მოთავსებულია ცენტრში (ცენტრალური კუთხე) ან წრეწირზე, მაშინ კუთხეს და მისი გვერდების მიერ მოჭიმულ რკალს შორის ცალსახა შესაბამისობა არსებობს. თუ წვერო წრეწირის გარეთაა, მაშინ მხოლოდ ზოგიერთ კერძო შემთხვევაში შეიძლება კუთხის გრადუსული ზომების მიხედვით აღვადგინოთ მის გვერდებს შორის მოქცეული რკალები.

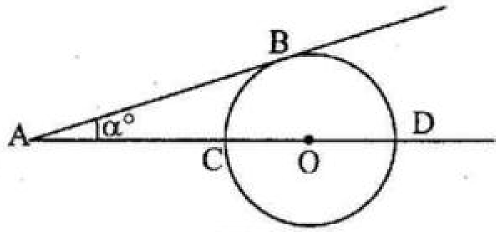
1) ვთქვათ, კუთხის გვერდები წრეწირის მხებებია. მაშინ გვერდებს შორის მოქცეული რკალების გრადუსულ ზომათა ჯამია 360°. თუ ცნობილია კუთხეც (α), მაშინ რკალები განისაზღვრება სისტემით

$$\begin{cases}\breve{BDC}+\breve{BC}=360^\circ\\ \breve{BDC}-\breve{BC}=2\alpha^\circ\end{cases}$$ (ნახ.13)



ნახ.13.

2) ვთქვათ, კუთხე არის α, მისი ერთ-ერთი გვერდი ეხება წრეწირს, ხოლო მეორე წრეწირის დიამეტრის გაგრძელებაა. მაშინ გვერდებს შორის მოქცეული რკალები განისაზღვრება სისტემიდან $\begin{cases} \breve{BD} + \breve{BC} = 180^\circ \\ \breve{BD} - \breve{BC} = 2\alpha^\circ \end{cases}$ (ნახ.14)

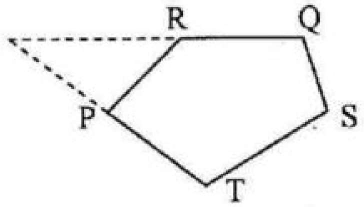


ნახ.14.

§5. მრავალკუთხედები: პარალელოგრამი, მართკუთხედი, რომბი, კვადრატი, ტრაპეცია

1. ზოგადი ცნობები ამოზნექილი მრავალკუთხედების შესახებ. როგორც კუთხეების შემთხვევაში, მრავალკუთხედის ცნების ქვეშ ვიგულისხმებთ მხოლოდ ამოზნექილ მრავალკუთხედებს.

ყოველი კუთხე, რაც არ უნდა მცირე იყოს მისი გრადუსული **ზომა**, შემოუსაზღვრელი სიმრავლეა. თუ რამდენიმე კუთხის თანაკვეთა შემოსაზღვრული სიმრავლეა (ანუ შესაძლებელია მისი მოთავსება რომელიმე წრეწირის შიგნით), მაშინ თანაკვეთაში მიღებულ სიმრავლეს **მრავალკუთხედი** ეწოდება. მრავალკუთხედის საზღვარი ჩაკეტილი ტეხილია, რომლის მონაკვეთებსაც **მრავალკუთხედის გვერდები** ეწოდებათ. ორ გვერდს **მეზობელი** ეწოდება თუ მათი თანაკვეთის წერტილი ისევ მრავალკუთხედს ეკუთვნის. ნახ. 1-ზე RQ და PT არაა მეზობელი გვერდები, ხოლო RQ და QS არის.



ნახ.1.

მეზობელი გვერდების საერთო წერტილებს **მრავალკუთხედის წვეროები** ეწოდებათ. მრავალკუთხედი აღინიშნება, როგორც მისი წვეროების მიმდევრობა. მაგ., შეგვიძლია ვთქვათ, რომ ნახ. 1-ზე გამოსახულია PRQST ან QSTPR მრავალკუთხედი. მრავალკუთხედის წვეროებს **მეზობელი** ეწოდება თუ ისინი ერთი გვერდის ბოლოებია. მეზობელი გვერდებით შედგენილ კუთხეს **მრავალკუთხედის კუთხე** ეწოდება. გვერდით და მისი მეზობელი გვერდის გაგრძელებით შედგენილ კუთხეს მრავალკუთხედის **გარე კუთხე** ეწოდება.

მრავალკუთხედის ძირითადი მახასიათებელი მისი კუთხეების (ან გვერდების) რაოდენობაა. სამკუთხედი მრავალკუთხედია კუთხეების მინიმალური რაოდენობით.

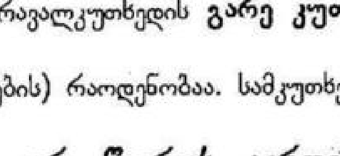
მონაკვეთს, რომელიც მრავალკუთხედის არამეზობელ ორ წვეროს აერთებს, დიაგონალი ეწოდება. n-კუთხედში დიაგონალების რაოდენობა ტოლია $\frac{n(n-3)}{2}$ -ის, რადგან ყოველი ფიქსირებული წვეროდან შესაძლებელია (n–3) დიაგონალის გავლება. ამ დროს მიიღება (n–2) სამკუთხედი, მათი კუთხეების ჯამი ტოლია მრავალკუთხედის კუთხეების ჯამის და ამიტომ ***n-კუთხედის კუთხეების ჯამია $(n-2)\cdot 180°$.*** ადვილი საჩვენებელია, აგრეთვე, რომ n-კუთხედის თითო წვეროსთან თუ ავიღებთ თითო გარე კუთხეს, მათი ჯამი 360° იქნება.

მრავალკუთხედის გვერდების სიგრძეების ჯამს მისი **პერიმეტრი** ეწოდება. ტეხილის და ორ წერტილს შორის მანძილის განმარტებიდან გამომდინარე, მრავალკუთხედის ყოველი გვერდის სიგრძე ნაკლებია დანარჩენი გვერდების სიგრძეთა ჯამზე.

2. პარალელოგრამი. ოთხკუთხედს, რომლის მოპირდაპირე გვერდები წყვილ-წყვილად პარალელურია, პარალელოგრამი ეწოდება. პარალელოგრამისთვის სამართლიანია დებულებები:

1) მოპირდაპირე გვერდები ტოლია AB=CD, AD=BC;

2) თუ ∠A=α და ∠B=β, მაშინ დანარჩენი კუთხეები იღებენ ნახ.3-ზე მითითებულ მნიშვნელობებს და α+β=180°. კერძოდ, ***მოპირდაპირე კუთხეები ერთმანეთის ტოლია და ოთხივე კუთხის ჯამი 360°-ის ტოლია***;

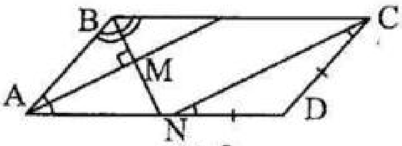


ნახ.2.

3) ***დიაგონალები გადაკვეთის წერტილით შუაზე იყოფიან.***

4) ***ერთ გვერდთან მდებარე ორი ბისექტრისა გადაკვეთისას მართ კუთხეს ადგენს: ∠AMB=90°.***

5) ნებისმიერი კუთხის ბისექტრისა პარალელოგრამში ტოლფერდა სამკუთხედს ქმნის: $CD=DN$.



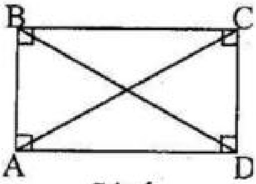
ნახ.3.

რამდენიმე სხვა დებულებას შემდეგ პარაგრაფებში შევხვდებით.

მონაკვეთს, რომელიც ერთ-ერთ წვეროს აერთებს მის წინამდებარე ერთ-ერთ გვერდთან ან მის გაგრძელებასთან და ამ გვერდის ან მისი გაგრძელების მართობულია, სიმაღლე ეწოდება.

3. მართკუთხედი. პარალელოგრამს, რომლის ოთხივე კუთხე ერთმანეთის ტოლია, მართკუთხედი ეწოდება. მართკუთხედისთვის სამართლიანია დებულებები (ნახ.4):

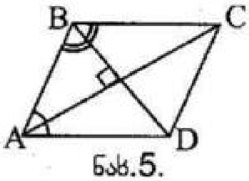
1) მართკუთხედის ყველა კუთხე 90°-ის ტოლია;
2) მართკუთხედის დიაგონალები ტოლია;
3) მართკუთხედის სიმაღლეები გვერდებს ემთხვევა.



ნახ.4.

4. რომბი. პარალელოგრამს, რომლის ოთხივე გვერდი ერთმანეთის ტოლია, რომბი ეწოდება (ნახ.5). რომბს აქვს პარალელოგრამის ყველა თვისება და დამატებით სრულდება:

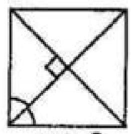
1) რომბის დიაგონალები კუთხის ბისექტრისებია;
2) დიაგონალები მართი კუთხით იკვეთებიან;
3) რომბის სიმაღლეები ტოლია.



ნახ.5.

5. კვადრატი. მართკუთხედს, რომლის ოთხივე გვერდი ერთმანეთის ტოლია, კვადრატი ეწოდება. კვადრატს აქვს მართკუთხედის ყველა თვისება და დამატებით სრულდება:

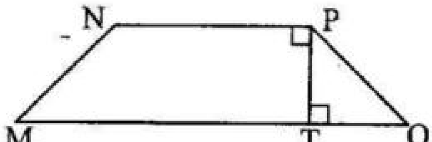
1) კვადრატის დიაგონალები კუთხის ბისექტრისებია;
2) დიაგონალები მართი კუთხით იკვეთებიან.


ნახ.6.

შევნიშნოთ, რომ კვადრატი წარმოადგენს რომბის კერძო შემთხვევას და აქვს ყველა მისი თვისება.

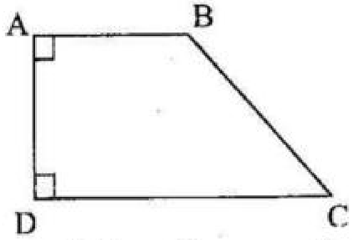
6. ტრაპეცია. ოთხკუთხედს, რომლის ორი გვერდი ერთმანეთის პარალელურია, ხოლო დანარჩენი – არა, ტრაპეცია ეწოდება. კერძოდ, ზემოთ მოყვანილი ოთხკუთხედები არ წარმოადგენენ ტრაპეციას.

ტრაპეციაში ერთმანეთის პარალელურ გვერდებს ფუძეები ეწოდებათ, არაპარელელურ გვერდებს – ფერდები. ტრაპეციის სიმაღლე ეწოდება ფუძეების შემაერთებელ მონაკვეთს, რომელიც ორივე ფუძის მართობულია. ტრაპეციაში გვაქვს ერთადერთი სიმაღლე, მაგ., ნახ.7-ზე NP და MQ MNPQ ტრაპეციის ფუძეებია, MN და PQ – ფერდები, PT სიმაღლეა.

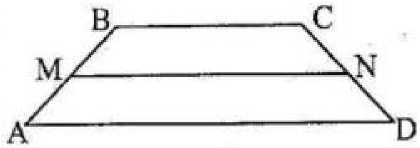


ნახ.7.

ტრაპეციას ტოლფერდა ეწოდება თუ მისი ფერდები ტოლია. ტრაპეციას მართკუთხა ეწოდება თუ მისი ერთი ფერდი (მცირე ფერდი) ფუძეების მართობულია. მართკუთხა ტრაპეციაში მცირე ფერდი სიმაღლეა.



მონაკვეთს, რომელიც ტრაპეციის ფერდების შუაწერტილებს აერთებს, შუამონაკვეთი ან შუახაზი ეწოდება. ნახ.8-ზე მოცემულ ABCD ტრაპეციაში MN შუახაზია ანუ AM=MB და CN=ND.



ნახ.8.

ტრაპეციის თვისებებია:

1) ***შუახაზი ფუძეების პარალელურია და მათი ნახევარჯამის ტოლია***

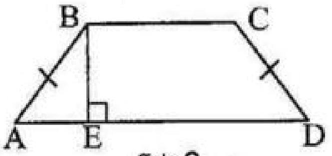
$MN \parallel AD \parallel BC$, $MN=\dfrac{AD+BC}{2}$ ნახ.8 მიხედვით;

2) ***ფერდებთან მდებარე კუთხეების ჯამია 180°***

$\angle A+\angle B=180^\circ$, $\angle C+\angle D=180^\circ$;

3) ***ტოლფერდა ტრაპეციაში ბლაგვი კუთხის წვეროდან დაშვებული სიმაღლის მიერ დიდ ფუძეზე მოკვეთილი ორი მონაკვეთიდან უმცირესი ფუძეების ნახევარსხვაობის ტოლია, ხოლო უდიდესი – ნახევარჯამის ანუ შუამონაკვეთის ტოლი*** (ნახ.9)

$AE=\dfrac{AD-BC}{2}$, $DE=\dfrac{AD+BC}{2}$;



ნახ.9.

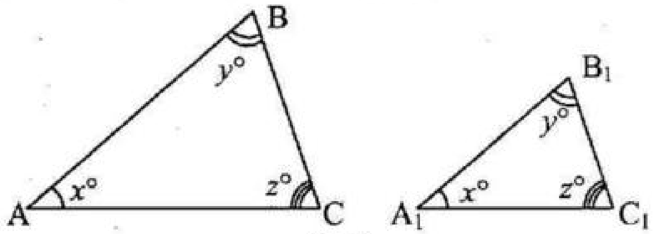
4) ***თუ ტრაპეციაში დიაგონალი მახვილი (ბლაგვი) კუთხის ბისექტრისაა, მაშინ მცირე (დიდი) ფუძე ამ მახვილი კუთხის წვეროდან გამომავალი ფერდის ტოლია;***

5) ***თუ ტოლფერდა ტრაპეციაში დიაგონალები ურთიერთმართობულია, მაშინ სიმაღლე შუახაზის ტოლია.***

6) ***პარალელოგრამში ერთი წვეროდან გავლებულ სიმაღლეებს შორის კუთხე პარალელოგრამის კუთხის ტოლია.***

§6. სამკუთხედების მსგავსება

1. ***მსგავსების განმარტება და სამკუთხედების მსგავსების ნიშნები.*** თუ მოცემული ორი ABC და $A_1B_1C_1$ სამკუთხედისთვის სრულდება $\angle A=\angle A_1$, $\angle B=\angle B_1$ და $\angle C=\angle C_1$ (ნახ.1), მაშინ მათ ეწოდება მსგავსი სამკუთხედები და ვწერთ: $\Delta ABC\sim\Delta A_1B_1C_1$. ყურადღება უნდა მიექცეს, რომ ჩანაწერში წვეროების მიმდევრობაში (I, II ან III) დგას ტოლი კუთხეების შესაბამისი წვეროები. თუ $\Delta ABC\sim\Delta A_1B_1C_1$, მაშინ A და A_1, B და B_1, C და C_1 წვეროებს **შესაბამისი** ეწოდებათ. შესაბამისი წვეროებისგან შედგენილ გვერდებსაც **შესაბამისი** ეწოდებათ, მაგ., AB და A_1B_1 შესაბამისი გვერდებია



ნახ.1.

ძირითადი თვისება. მსგავს სამკუთხედებში შესაბამისი გვერდების სიგრძეების შეფარდება მუდმივი სიდიდეა, რომელსაც მსგავსების ან პროპორციულობის კოეფიციენტი ეწოდება, მაგ., თუ $\Delta ABC\sim\Delta A_1B_1C_1$, მაშინ არსებობს $k\neq 0$ მსგავსების კოეფიციენტი, რომლისთვისაც $\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{BC}{B_1C_1}=\frac{AC}{A_1C_1}=k$ ანუ $AB=kA_1B_1$, $BC=kB_1C_1$, $AC=kA_1C_1$.

მსგავსი სამკუთხედების სხვა წყვილისთვის მსგავსების კოეფიციენტს შეუძლია განსხვავებული მნიშვნელობის მიღება. სამკუთხედების ტოლობა მსგავსების კერძო შემთხვევაა, როცა მსგავსების კოეფიციენტი 1-ის ტოლია.

სამკუთხედების მსგავსების დასადგენად გამოიყენება შემდეგი ნიშნები:

ნიშანი 1. თუ ერთი სამკუთხედის ორი კუთხე, შესაბამისად, ტოლია მეორე სამკუთხედის ორი კუთხის, მაშინ ეს სამკუთხედები მსგავსია.

ნიშანი 2. თუ ერთი სამკუთხედის ორი გვერდი, შესაბამისად, პროპორციულია მეორე სამკუთხედის ორი გვერდის და ამ გვერდებით შექმნილი კუთხეები ტოლია, მაშინ ეს სამკუთხედები მსგავსია.

ნიშანი 3. თუ ერთი სამკუთხედის გვერდები, შესაბამისად, პროპორციულია მეორე სამკუთხედის გვერდების, მაშინ ეს სამკუთხედები მსგავსია.

მსგავს სამკუთხედებში შესაბამისი სიმაღლეების, მედიანების, ბისექტრისების და პერიმეტრების შეფარდება მსგავსების კოეფიციენტის ტოლია.

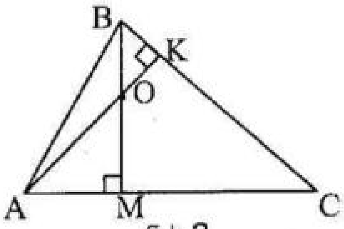
2. ***მართკუთხა სამკუთხედების მსგავსება. რამდენიმე მაგალითი.*** რადგან ორ მართკუთხა სამკუთხედს თითო კუთხე გარანტირებულად ტოლი აქვთ, ამიტომ მათთვის მსგავსების პირველი ორი ნიშანი იღებს სახეს:

ნიშანი 1. მართკუთხა სამკუთხედები მსგავსია, თუ მათ თითო მახვილი კუთხე ტოლი აქვთ.

ნიშანი 2. მართკუთხა სამკუთხედები მსგავსია, თუ ერთი მათგანის კათეტები მეორის კათეტების პროპორციულია.

განვიხილოთ რამდენიმე ამოცანა, რომლებშიც აუცილებელია ამ ნიშნების გამოყენება.

ამოცანა 1. ABC სამკუთხედში გავლებულია AK და BM სიმაღლეები, O მათი გადაკვეთის წერტილია. ვაჩვენოთ, რომ $\Delta AOM \sim \Delta BOK$.

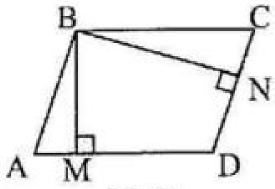


ნახ.2.

ამოხსნა. ეს ორივე სამკუთხედი მართკუთხაა და $\angle AOM=\angle BOK$, როგორც ვერტიკალური კუთხეები. ამიტომ **ნიშანი 1-ის** თანახმად, ისინი მსგავსია, რადგან $\angle BKO=\angle AMO$ და $\angle AOM=\angle BOK$. ამიტომ $\Delta AOM \sim \Delta BOK$.

ამოცანა 2. ვაჩვენოთ, რომ პარალელოგრამში სიმაღლეების შეფარდება მათი შესაბამისი გვერდების შეფარდების ტოლია, ანუ $\dfrac{BM}{BN}=\dfrac{AB}{BC}$.

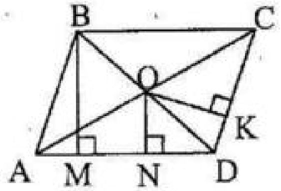
ამოხსნა. $\angle A=\angle C$, ამიტომ **ნიშანი 1-ის** თანახმად, $\Delta ABM \sim \Delta CBN$, საიდანაც ვღებულობთ დასამტკიცებელ პროპორციას.



ნახ.3.

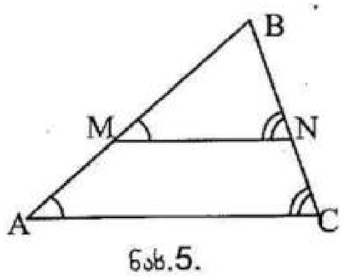
ამოცანა 3. ვაჩვენოთ, რომ პარალელოგრამში დიაგონალების გადაკვეთის წერტილიდან გვერდებამდე მანძილები შესაბამისი სიმაღლეების ნახევრების ტოლია.

ამოხსნა. ცხადია, რომ $\Delta BDM \sim \Delta ODN$, ამიტომ $\dfrac{OD}{BD}=\dfrac{ON}{BM}$ ანუ $\dfrac{ON}{BM}=\dfrac{1}{2}$. ანალოგიური შეფასება იგივე გზით მიიღება BK მანძილისთვის.



ნახ.4.

3. *სამკუთხედის გვერდის პარალელური წრფის თვისება. ნებისმიერ სამკუთხედში მისი რომელიმე გვერდის პარალელური და დანარჩენი ორი გვერდის გადამკვეთი წრფით მიღებული სამკუთხედი მოცემული სამკუთხედის მსგავსია.* $MN \parallel AC$ (ნახ.5), ამიტომ სამართლიანია სამკუთხედების მსგავსების I ნიშანი და $\Delta ABC \sim \Delta MBN$.

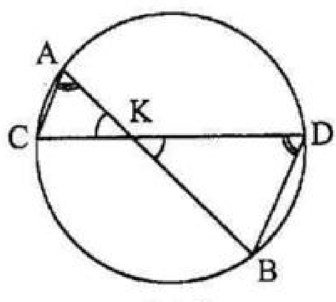


ნახ.5.

4. *ურთიერთგადამკვეთი ქორდების თვისება.* ვთქვათ, AB და CD ორი ურთიერთგადამკვეთი ქორდაა (ნახ.6). $\angle AKC=\angle DKB$ და $\angle CAB=\angle BDC=\dfrac{\breve{BC}}{2}$. ამიტომ $\Delta AKC \sim \Delta DKB$, საიდანაც $\dfrac{AK}{KD}=\dfrac{CK}{KB} \Rightarrow$

$$AK \cdot KB = CK \cdot KD.$$

ეს თვისება ძალიან ხშირად გამოიყენება ამოცანებში და იგი შეიძლება ჩამოყალიბდეს წესის სახით: ***ორი ურთიერთგადამკვეთი ქორდა გადაკვეთის წერტილით იყოფა მონაკვეთებად, რომელთა ნამრავლი ერთმანეთის ტოლია.***



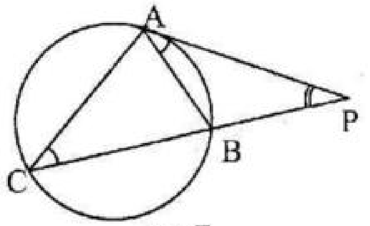
ნახ.6.

5. *ერთი წერტილიდან გავლებული მხების და მკვეთის თვისება. ერთი წერტილიდან გავლებული ორი მკვეთის თვისება.*

ვთქვათ PA მხებია, PC კი მკვეთი (ნახ.7), მაშინ $\Delta PAC \sim \Delta PBA$, საიდანაც ვღებულობთ

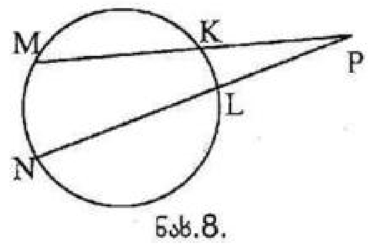
$$PA^2=PB \cdot PC$$

ანუ მხების მონაკვეთის კვადრატი ტოლია მკვეთის მონაკვეთების (მოცემული წერტილიდან წრეწირთან გადაკვეთის წერტილებამდე) ნამრავლის.



ნახ.7.

ამ თვისების შედეგია შემდეგი თვისება: ***თუ მოცემული წერტილიდან ერთი და იგივე წრეწირისადმი გავლებულია მკვეთები, მაშინ მათი მონაკვეთების (წერტილიდან წრეწირთან გადაკვეთის წერტილებამდე) ნამრავლები ერთმანეთის ტოლია, $PK \cdot PM=PL \cdot PN$*** (ნახ.8.).

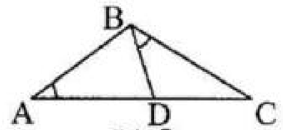


ნახ.8.

6. *რამდენიმე ამოცანა.*

ამოცანა 4. ვთქვათ, ΔABC-ში $\angle A=\angle DBC$. ვაჩვენოთ, რომ $\Delta ABC \sim \Delta BDC$.

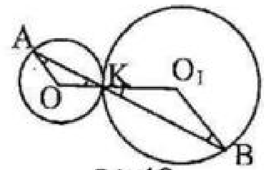
ამოხსნა. მსგავსია I ნიშნის თანახმად, რადგან $\angle C$ მათთვის საერთოა.



ნახ.9.

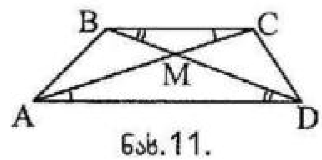
ამოცანა 5. ვაჩვენოთ, რომ $\Delta AOK \sim \Delta BO_1K$, სადაც O. და O_1 მოცემული წრწირების ცენტრებია.

ამოხსნა. $\angle AKO=\angle BKO_1$, როგორც ვერტიკალური კუთხეები. AO=KO რადიუსებია. ამიტომ $\angle A=\angle AKO$ და ანალოგიური მიზეზით $\angle B=\angle AKO$. ამიტომ მსგავსების I ნიშნის ძალით $\Delta AOK \sim \Delta BO_1K$.



ნახ.10.

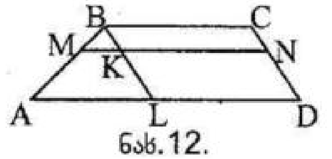
ამოცანა 6. ვთქვათ, ABCD ტრაპეციაა ($BC \| AD$). რისი ტოლია $\dfrac{AM}{MC}$, თუ $BC=a$ და $AD=b$?



ნახ.11.

ამოხსნა. ცხადია, რომ $\Delta AMD \sim \Delta CMB$, ამიტომ $\dfrac{AM}{MC}=\dfrac{AD}{BC}=\dfrac{b}{a}$.

ამოცანა 7. ვთქვათ, ABCD ტრაპეციაა ($BC \| AD$), $MN \| AD$ და $\dfrac{AM}{MB}=\dfrac{m}{n}$, $AD=a$, $BC=b$. რისი ტოლია MN?

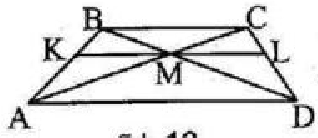


ნახ.12.

ამოხსნა. გავავლოთ $BL \| CD$. ცხადია, $KN=b$. რადგან $\Delta ABL \sim \Delta MBK$. ამიტომ $\dfrac{AL}{MK}=\dfrac{AB}{BM}=\dfrac{m+n}{n}$ ანუ

$MK=\dfrac{n}{m+n} \cdot AL=\dfrac{n}{m+n}(a-b)$, $MN=MK+KN=\dfrac{(a-b)n}{m+n}+b=\dfrac{an+bm}{m+n}$. ამგვარად, $MN=\dfrac{an+bm}{m+n}$.

ამოცანა 8. რისი ტოლია ტრაპეციის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილზე ფუძეების პარალელურად გავლებული მონაკვეთის სიგრძე, თუ BC=a და AD=b?



ნახ.13.

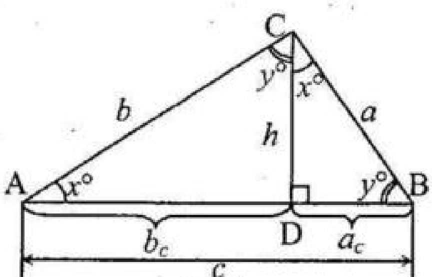
ამოხსნა. როგორც ვნახეთ, $\frac{AM}{MC}=\frac{AD}{BC}$. თალესის თეორემით, $\frac{AK}{KB}=\frac{AD}{BC}$ და წინა ამოცანის შედეგად, KL=$\frac{2AD \cdot BC}{AD+BC}=\frac{2ab}{a+b}$.

§7. პითაგორას თეორემა

1. ძირითადი ფორმულები. განვიხილოთ ACB მართკუთხა სამკუთხედი, $\angle C=90°$ და დავუშვათ CD სიმაღლე. ცხადია, მივიღებთ სამ ერთმანეთის მსგავს მართკუთხა სამკუთხედს:

$$\Delta ACB \sim \Delta ACD \sim \Delta CBD.$$

თუ ამ სამკუთხედებს წყვილ-წყვილად განვიხილავთ და დავწერთ შესაბამის პროპორციებს, დავრწმუნდებით შემდეგი დებულებების სამართლიანობაში:



ნახ.1

1) კათეტის კვადრატი ტოლია ჰიპოტენუზისა და ჰიპოტენუზაზე ამ კათეტის გეგმილის ნამრავლის:

$$a^2=c\cdot a_c \;(1), \qquad b^2=c\cdot b_c \;(2),$$

2) ჰიპოტენუზაზე დაშვებული სიმაღლის კვადრატი კათეტების გეგმილების ნამრავლის ტოლია:

$$h^2=a_c\cdot b_c \;(3)$$

3) ჰიპოტენუზაზე დაშვებული სიმაღლე კათეტების ნამრავლის ჰიპოტენუზასთან შეფარდების ტოლია:

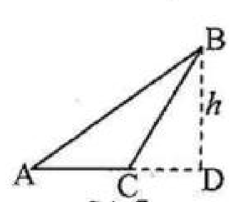
$$h=\frac{ab}{c} \;(4),$$

სადაც აღნიშვნები გამოყენებულია ნახ.1-ის მიხედვით. თუ (1) და (2) ტოლობას გავყოფთ ერთმანეთზე, მივიღებთ $\frac{a_c}{b_c}=\frac{a^2}{b^2}$, ანუ კათეტების გეგმილების შეფარდება კათეტების კვადრატების შეფარდების ტოლია, ხოლო თუ (1) და (2) ტოლობას შევკრებთ, მივიღებთ $a^2+b^2=c^2$ ***ანუ მართკუთხა სამკუთხედში ჰიპოტენუზის კვადრატი კათეტების კვადრატების ჯამის ტოლია, რაც ცნობილია პითაგორას თეორემის სახელით.***

2. რამდენიმე სტანდარტული ამოცანა.

ამოცანა1. სამკუთხედის გვერდებია 25 სმ, 17 სმ და 12 სმ. იპოვეთ 12 სმ-იან გვერდზე დაშვებული სიმაღლე.

ამოხსნა. AB=25 სმ, BC=17 სმ, AC=12 სმ. BD=h სიმაღლეა, $\angle D=90°$. ამიტომ: ΔABD-ში $h^2=AB^2-(AC+CD)^2$; ΔCBD-ში $h^2=BC^2-CD^2$ ანუ $AB^2-(AC+CD)^2=BC^2-CD^2$, $625-144-24CD-CD^2=289-CD^2$, $192=24CD$, $CD=8$ ანუ $h=\sqrt{BC^2-CD^2}=\sqrt{225}=15$.

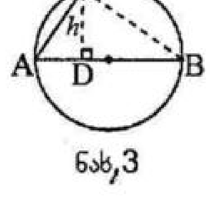


ნახ.2

ამოცანა2. წრეწირის ერთი წერტილიდან გავლებულია 5 სმ-იანი დიამეტრი 3 სმ-იანი ქორდა. იპოვეთ ქორდის მეორე ბოლოდან დიამეტრამდე მანძილი.

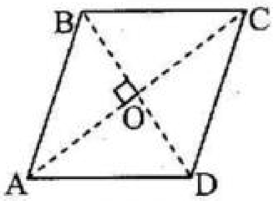
ამოხსნა. თუ ქორდის და დიამეტრის მეორე ბოლოებს შევაერთებთ, მივიღებთ მართკუთხა სამკუთხედს. ამიტომ BC=$\sqrt{AB^2-AC^2}$=4 სმ.

ახლა ცხადია, რომ CD=$h=\frac{AC\cdot CB}{AB}=\frac{15}{2}$ სმ.



ნახ,3

ამოცანა3. რომბის გვერდია 10 სმ, ხოლო დიაგონალები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 3:4. იპოვეთ დიაგონალების სიგრძეები.



ნახ.4

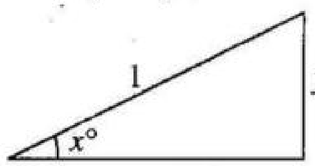
ამოხსნა. რომბის დიაგონალები ურთიერთმართობულია და ერთმანეთით შუაზე იყოფა. ამიტომ:

$$\begin{cases} BO : AO = 3:4 \\ BO^2 + AO^2 = 100 \end{cases},$$

საიდანაც ვღებულობთ: BO=$3a$, AO=$4a$, $(3a)^2+(4a)^2=100$ სმ$\Rightarrow a=2$ სმ ანუ BO=6 სმ, AO=8 სმ და AD=12 სმ, AC=16 სმ.

§8. მართკუთხა სამკუთხედში კუთხეებს და გვერდებს შორის ტრიგონომეტრიული თანაფარდობები. სინუსების თეორემა. კოსინუსების თეორემა.

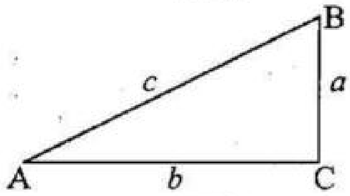
1. *ტრიგონომეტრიული თანაფარდობები მართკუთხა სამკუთხედის გვერდებს და კუთხეებს შორის.* განვიხილოთ მართკუთხა სამკუთხედი (ნახ.1), რომლი ჰიპოტენუზა 1-ის ტოლია, ხოლო ერთ-ერთ მახვილ კუთხეს და მის მოპირდაპირე კათეტს აღვნიშნავთ, შესაბამისად, x° და y.



ნახ.1.

როცა $0<x<90^\circ$, x ყოველ განსხვავებულ მნიშვნელობებს შეესაბამებათ y განსხვავებული მნიშვნელობები ანუ კუთხის გრადუსულ ზომას და მისი მოპირდაპირე კათეტის სიგრძეს შორის არსებობს ურთიერთცალსახა დამოკიდებულება. ეს დამოკიდებულება მნიშვნელოვან როლს ასრულებს გეომეტრიაში და იგი აღიწერება $y=\sin x^\circ$ ფუნქციით.

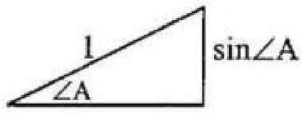
ახლა ნებისმიერად ავიღოთ მართკუთხა ΔACB, $\angle C=90^\circ$ (ნახ.2) და განვიხილოთ მისი მსგავსი სამკუთხედი 1-ის ტოლი ჰიპოტენუზით (ნახ.3). მსგავსების გამო,



ნახ.2.

$$\sin\angle A=\frac{a}{c},$$

ანუ ნებისმიერ მართკუთხა სამკუთხედში მახვილი კუთხის წინამდებარე კათეტის შეფარდება ჰიპოტენუზასთან არის ამ კუთხის სინუსის ტოლი.



ნახ.3.

ანალოგიური მსჯელობით შეგვიძლია დავრწმუნდეთ, რომ

ნებისმიერ მართკუთხა სამკუთხედში მახვილი კუთხის მიმდებარე კათეტის შეფარდება ჰიპოტენუზასთან არის ამ კუთხის კოსინუსის ტოლი,

$$\cos\angle A=\frac{b}{c}$$

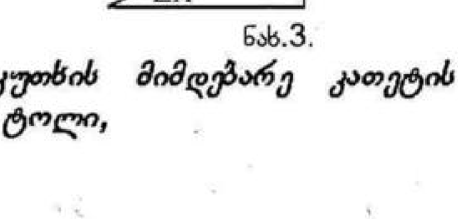
და წინამდებარე კათეტის შეფარდება მიმდებარე კათეტთან ამ კუთხის ტანგენსის ტოლია,

$$tg\angle A=\frac{a}{b}.$$

მართკუთხა სამკუთხედში კათეტი ტოლია ჰიპოტენუზისა და ამ კათეტის მოპირდაპირე კუთხის სინუსის ნამრავლის; ან ჰიპოტენუზისა და ამ კათეტის მიმდებარე კუთხის კოსინუსის ნამრავლის:

$$a = c\cdot\sin\angle A = c\cdot\cos\angle B.$$

2.*სინუსების თეორემა და სამკუთხედის ბისექტრისასთან დაკავშირებული პროპორცია. თეორემა/სინუსების/. სამკუთხედის გვერდები მოპირდაპირე კუთხეების სინუსების პროპორციულია.*



ნახ.4.

დამტკიცება. განვიხილოთ ΔABC a, b და c გვერდებით (ნახ.4). B წვეროდან დავუშვათ BD სიმაღლე. ცხადია, რომ $BD=c\cdot\sin\angle A$ (ეს შეფასება არაა დამოკიდებული იმაზე, მახვილია თუ არა $\angle A$). ანალოგიურად, $BD=a\sin\angle C$. ამგვარად, $a\cdot\sin\angle C=c\cdot\sin\angle A$ ანუ $\frac{a}{\sin\angle A}=\frac{c}{\sin\angle C}$. თუ განვიხილავთ A-დან ან C-დან დაშვებულ სიმაღლესაც, დავრწმუნდებით, რომ $\frac{a}{\sin\angle A}=\frac{b}{\sin\angle B}=\frac{c}{\sin\angle C}$.

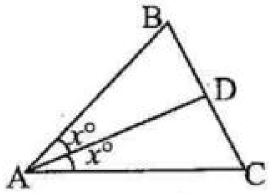
სინუსების თეორემიდან გამომდინარეობს ორი მნიშვნელოვანი ფაქტი:

1) სამკუთხედის ნებისმიერი გვერდის ფარდობა მოპირდაპირე კუთხის სინუსთან შემოხაზული წრეწირის დიამეტრია:

$$\frac{a}{\sin\angle A}=\frac{b}{\sin\angle B}=\frac{c}{\sin\angle C}=2R;$$

2) ABC სამკუთხედის A კუთხის AD ბისექტრისა ამ კუთხის მოპირდაპირე გვერდს ყოფს კუთხის მიმდებარე გვერდების პროპორციულ მონაკვეთებად:

$$\frac{BD}{CD}=\frac{AB}{AC}.$$



ნახ.5.

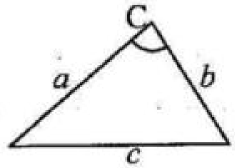
სამართლიანია ფორმულა

$$AD^2 = AB\cdot AC - BD\cdot CD.$$

3.კოსინუსების თეორემა და მისი შედეგები.

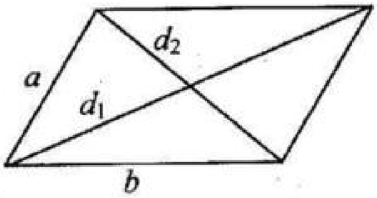
თეორემა/კოსინუსების/. სამკუთხედის ნებისმიერი გვერდის კვადრატი უდრის დანარჩენი ორი გვერდის კვადრატების ჯამს გამოკლებული ამ გვერდებისა და მათ შორის მდებარე კუთხის კოსინუსის გაორკეცებული ნამრავლი

$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos\angle C$$



ნახ.6.

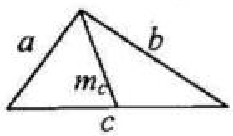
როდესაც $\angle C=90°$, მაშინ ამ თეორემიდან მიიღება პითაგორას თეორემა: $c^2=a^2+b^2$, რადგან $\cos 90°=0$. კოსინუსების თეორემიდან გამომდინარეობს შემდეგი წესი: ***ნებისმიერ პარალელოგრამში გვერდების კვადრატების ჯამი დიაგონალების კვადრატების ჯამის ტოლია.***



$$d_1^2+d_2^2=2(a^2+b^2)$$

ამ წესიდან გამომდინარეობს სამკუთხედის მედიანის გამოსათვლელი ფორმულა:

$$m_c=\frac{1}{2}\sqrt{2(a^2+b^2)-c^2}$$



ამოვხსნათ ორი ტიპიური ამოცანა ამ წესის გამოყენებით.

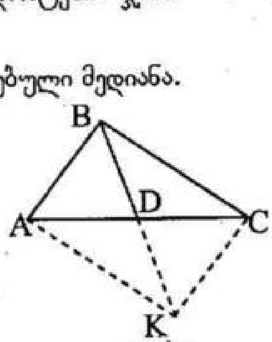
ამოცანა 1. რომბის გვერდია 4 სმ და იგი მცირე დიაგონალის ტოლია. იპოვეთ დიდი დიაგონალი.

ამოხსნა. ოთხი გვერდის კვადრატების ჯამია $4\cdot 4^2=64$, ხოლო დიაგონალების კვადრატების ჯამი – 4^2+d^2 (d უცნობი დიაგონალია), ე.ი. $64=16+d^2$, ანუ $d=4\sqrt{3}$.

ამოცანა2. სამკუთხედის გვერდებია 16,18 და 26. გავიგოთ უდიდეს გვერდზე დაშვებული მედიანა.

ამოხსნა. A წვეროდან გავავლოთ BC-ს პარალელური წრფე, C-დან – AB-ს პარალელური წრფე. მიღებულ პარალელოგრამში ერთი დიაგონალი AC=26, ხოლო მეორე უცნობი დიაგონალის ნახევარს წარმოადგენს ABC სამკუთხედის მედიანა BD. რადგან $2AB^2+2BC^2=AC^2+(2BD)^2$, სადაც

$2\cdot 256+2\cdot 324=676+4\cdot AD^2$, AD=11.



ნახ.7.

§9. ფიგურათა ფართობები

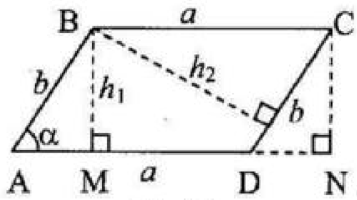
1. მართკუთხედის და კვადრატის ფართობი. ***მართკუთხედის ფართობი მისი სიგრძის და სიგანის ნამრავლის ტოლია:***

$$S=ab \text{ ანუ } S_{ABCD}=DC \cdot BC.$$

კერძოდ, კვადრატის ფართობი მისი გვერდის კვადრატის ტოლია: $S=a^2$.

ნახ. 1.

2.პარალელოგრამის ფართობი. განვიხილოთ ABCD პარალელოგრამი. რადგან $\Delta ABM=\Delta DCN$, ამიტომ $S_{ABCD}= S_{MBCN}=MN \cdot BM$. რადგან $MN=AD$, ამიტომ $S_{ABCD}=AD \cdot BM$. სხვანაირად, $S_{ABCD}=ah_1$, სადაც $a=AD$, ხოლო h_1 ამ გვერდზე დაშვებული სიმაღლეა ანუ



ნახ. 2.

პარალელოგრამის ფართობი ტოლია მისი გვერდის და ამ გვერდზე დაშვებული სიმაღლის ნამრავლის. შევნიშნოთ, რომ მნიშვნელობა არ აქვს, რომელ გვერდს ავირჩევთ. $S_{ABCD}=bh_2$

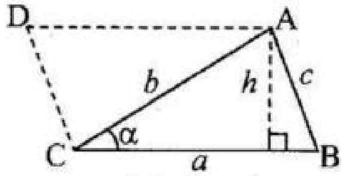
ნახ.2 გვიჩვენებს აგრეთვე, რომ $h_1=b\sin\alpha$, ამიტომ ***პარალელოგრამის ფართობი ასევე ტოლია ორი მეზობელი გვერდის და მათ შორის მდებარე კუთხის სინუსის ნამრავლის:***

$$S_{ABCD} = ab\sin\alpha.$$

ეს ფორმულა სამართლიანია იმ შემთხვევაშიც თუ α-ს ადგილზე ავიღებდით ბლაგვი B კუთხის სიდიდეს.

3. სამკუთხედის ფართობი. ყოველი სამკუთხედი შეიძლება განვიხილოთ, როგორც რომელიღაც პარალელოგრამის ნახევარი, ამიტომ ფართობის გამოსათვლელად გამოიყენება ფორმულები:

$$S_{ABC}=\frac{ah}{2}, \quad S_{ABC}=\frac{ab\sin\alpha}{2},$$



ნახ. 3.

ანუ სამკუთხედის ფართობი სამკუთხედის გვერდის სიგრძისა და ამ გვერდზე დაშვებული სიმაღლის ნამრავლის ნახევარია.

ხშირად გამოიყენება აგრეთვე **ჰერონის ფორმულა**

$$S_{ABC}=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$$

სადაც p ABC სამკუთხედის ნახევარპერიმეტრია $p=\frac{a+b+c}{2}$.

როდესაც ცნობილია სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი (R), ან ჩახაზული წრეწირის რადიუსი (r), შეიძლება ვისარგებლოთ

$$S=\frac{abc}{4R}, \quad S=pr$$

ფორმულებით.

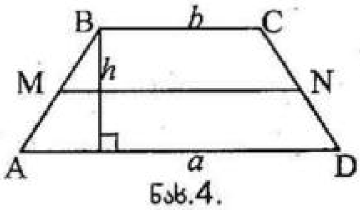
მართკუთხა სამკუთხედის ფართობი მისი კათეტების სიგრძეების ნამრავლის ნახევრის ტოლია.

ტოლგვერდა სამკუთხედის ფართობი გამოითვლება ფორმულით:

$$S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

4. ტრაპეციის ფართობი. ტრაპეციის ფართობი მისი ფუძეების ნახევარჯამის და სიმაღლის ნამრავლის ტოლია:

$$S_{ABCD}=\frac{a+b}{2}h.$$



ნახ.4.

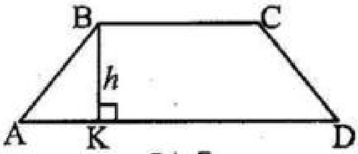
რადგან ფუძეების ნახევარჯამი შუამონაკვეთის (ნახ. 4-ზე MN-ის) ტოლია, ამიტომ

$$S_{ABCD}= MN\cdot h,$$

ანუ ტრაპეციის ფართობი მისი შუამონაკვეთის და სიმაღლის ნამრავლის ტოლია.

თუ $ABCD$ ტრაპეცია ტოლფერდაა ($AB=CD$), მაშინ $MN=KD$, ამიტომ სამართლიანია აგრეთვე

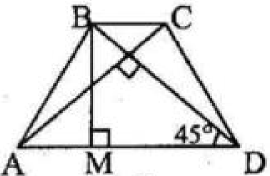
$$S_{ABCD}= KD\cdot h,$$



ნახ.5.

თუ ტრაპეცია ტოლფერდაა, ხოლო მისი დიაგონალები ურთიერთმართობული, მაშინ $\angle ADB=45°$ და ΔBDM-ში $h=MD$. ამიტომ ამ შემთხვევაში

$$S=h^2 \text{ ანუ } S=(MD)^2=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2.$$



ნახ.6.

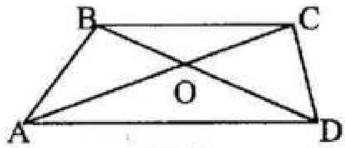
რადგან ABD და ACD სამკუთხედებს (ნახ.7) ერთი და იგივე ფუძე და სიმაღლე აქვთ, ამიტომ

$$S_{ABD}=S_{ACD}$$

ანალოგიურად, $S_{ABC}=S_{BCD}$. აქედან მარტივად გამომდინარეობს, რომ

$$S_{AOB}=S_{COD},$$

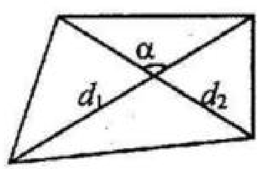
რადგან $S_{AOB}= S_{ABD}-S_{AOD}$ და $S_{COD}=S_{ACD}-S_{AOD}$.



ნახ.7.

5. ნებისმიერი ოთხკუთხედის ფართობის გამოსათვლელი ფორმულა. ნებისმიერი ოთხკუთხედის ფართობი მისი დიაგონალების და მათ შორის მდებარე კუთხის სინუსის ნამრავლის ნახევრის ტოლია (ნახ.8)

$$S=\frac{d_1 d_2 \sin\alpha}{2},$$



ნახ.8.

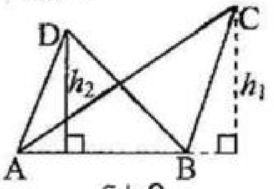
კერძოდ, რომბის ფართობი მისი დიაგონალების ნამრავლის ნახევრის ტოლია:

$$S=\frac{d_1 d_2}{2}.$$

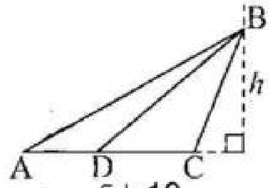
6. მსგავსი სამკუთხედების ფართობების შეფარდება. მსგავსი სამკუთხედების ფართობების შეფარდება შესაბამისი გვერდების შეფარდების კვადრატის ტოლია, ე.ი. მსგავსი სამკუთხედების ფართობების შეფარდება მსგავსების კოეფიციენტის კვადრატის ტოლია. მაგ., თუ $\Delta ABC\sim\Delta PQR$, მაშინ $\frac{S_{ABC}}{S_{PQR}}=\frac{AB^2}{PQ^2}=k^2$.

7. საერთო გვერდის ან სიმაღლის მქონე სამკუთხედების ფართობების შეფარდება. ამოცანებში ხშირად გვხვდება სამკუთხედები, რომლებსაც საერთო ელემენტი ანუ საერთო გვერდი ან სიმაღლე აქვთ. ამ შემთხვევაში მათი ფართობები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც შეეფარდება ერთმანეთს არასაერთო ელემენტები, მაგ., $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot h_1$, $S_{ABD}=\frac{1}{2}AB\cdot h_2$. ამიტომ $\frac{S_{ABC}}{S_{ABD}}=\frac{h_1}{h_2}$. ამ სამკუთხედებს

საერთო ფუძე ჰქონდათ. სხვა შემთხვევაში საერთო შეიძლება იყოს სიმაღლე (ნახ.10): $S_{ABD}=\frac{1}{2}AD\cdot h$, $S_{ABC}=\frac{1}{2}AC\cdot h$. ამიტომ $\frac{S_{ABC}}{S_{ABD}}=\frac{AC}{AD}$.



ნახ.9.

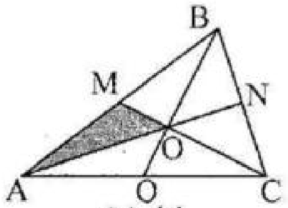


ნახ.10.

ამოცანა. $S_{ABC}=1$. AN, BQ და CM მედიანებია. იპოვეთ S_{AOM}.

ამოხსნა. ABQ და CBQ სამკუთხედებს საერთო სიმაღლე აქვთ. ამიტომ

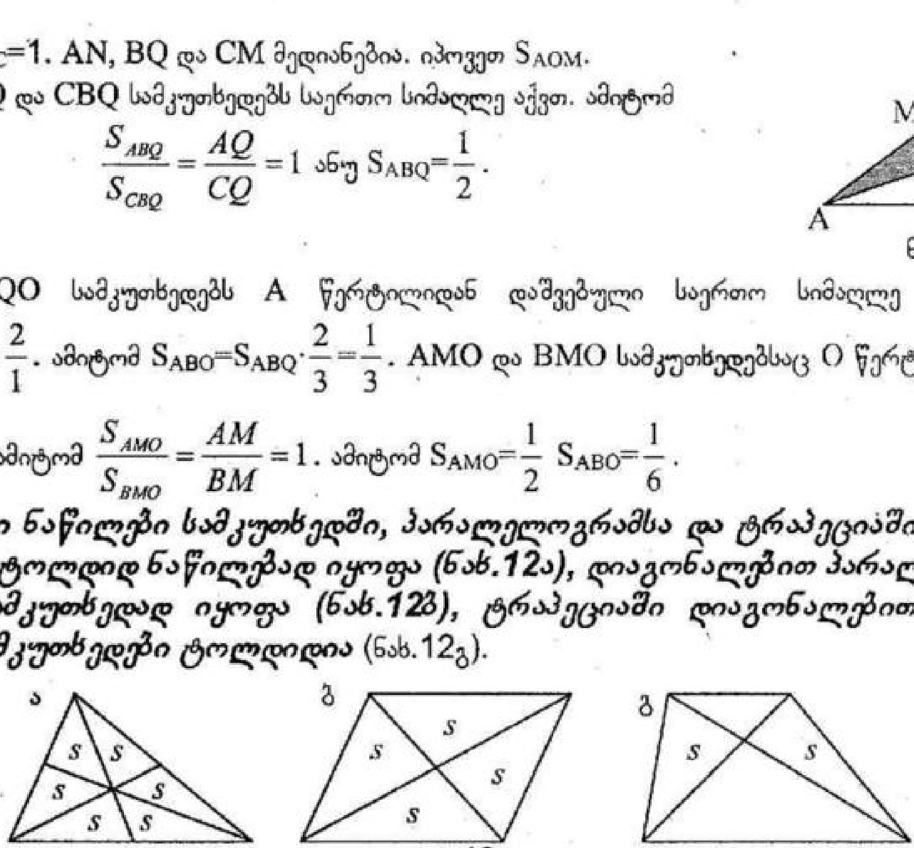
$$\frac{S_{ABQ}}{S_{CBQ}}=\frac{AQ}{CQ}=1 \text{ ანუ } S_{ABQ}=\frac{1}{2}.$$



ნახ.11.

ABO და AQO სამკუთხედებს A წერტილიდან დაშვებული საერთო სიმაღლე აქვთ. ამიტომ $\frac{S_{ABO}}{S_{AQO}}=\frac{BO}{QO}=\frac{2}{1}$. ამიტომ $S_{ABO}=S_{ABQ}\cdot\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$. AMO და BMO სამკუთხედებსაც O წერტილიდან საერთო სიმაღლე აქვთ. ამიტომ $\frac{S_{AMO}}{S_{BMO}}=\frac{AM}{BM}=1$. ამიტომ $S_{AMO}=\frac{1}{2}S_{ABO}=\frac{1}{6}$.

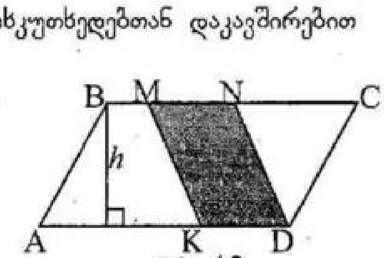
8. ტოლდიდი ნაწილები სამკუთხედში, პარალელოგრამსა და ტრაპეციაში. მედიანებით სამკუთხედი ტოლდიდ ნაწილებად იყოფა (ნახ.12ა), დიაგონალებით პარალელოგრამი 4 ტოლდიდ სამკუთხედად იყოფა (ნახ.12ბ), ტრაპეციაში დიაგონალებით ფერდებთან შექმნილი სამკუთხედები ტოლდიდია (ნახ.12გ).



ნახ.12.

9. საერთო გვერდის ან სიმაღლის მქონე ოთხკუთხედები. ოთხკუთხედებთან დაკავშირებით ხშირად გვხვდება საერთო გვერდი ან სიმაღლე.

ამოცანა. ABCD პარალელოგრამის AD გვერდზე აღებულია K წერტილი ისე, რომ AK:KD=2:1, KM||DN. იპოვეთ S_{KMND} თუ $S_{ABCD}=9$.



ნახ. 13.

ამოხსნა. $S_{ABCD}=AD\cdot h$, $S_{KMND}=KD\cdot h$. ამიტომ $\frac{S_{ABCD}}{S_{KMND}}=\frac{AD}{KD}=3$. ამიტომ $S_{KMND}=\frac{S_{ABCD}}{3}$.

§10. წესიერი მრავალკუთხედები. წრეწირის სიგრძე. წრის ფართობი. წრეწირში ჩახაზული და მასზე შემოხაზული ფიგურები

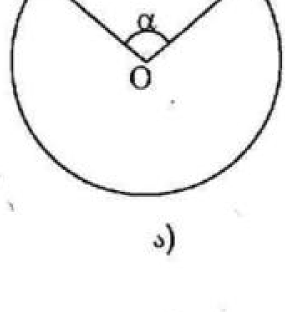
1.წესიერი მრავალკუთხედები. დამოკიდებულება კუთხეთა რაოდენობას და მათ გრადუსულ ზომას შორის. მრავალკუთხედს წესიერი ეწოდება თუ მისი ყველა გვერდი და ყველა კუთხე ტოლია. რადგან n-კუთხედში კუთხეთა ჯამია 180°(n-2), ამიტომ წესიერი n-კუთხედის თითოეული კუთხე ტოლია $\frac{180^0(n-2)}{n}$ სიდიდის. მაგ., წესიერი სამკუთხედის კუთხე ტოლია $\frac{180^0(3-2)}{3}$=60°, წესიერი ოთხკუთხედის ანუ კვადრატის – $\frac{180^0(4-2)}{4}$=90° და ა. შ. ზოგადად, წესიერი n-კუთხედის კუთხე $\alpha_n=\frac{180^0(n-2)}{n}$. ამ ფორმულის გამოყენება შეიძლება იმ შემთხვევაშიც, თუ ცნობილია წესიერი n-კუთხედის გრადუსული ზომა, მაგრამ არაა ცნობილი კუთხეთა რაოდენობა. მაშინ $n=\frac{360^0}{180^0-\alpha}$. მართლაც თუ α=60°, მაშინ ამ ფორმულის თანახმად, n=3. თუ α=90°, n=4 და ა.შ.

2.წრეწირის სიგრძე. თუ R წრეწირის რადიუსია, მაშინ მისი სიგრძე ანუ გარშემოწერილობა ტოლია $2\pi R$-ის, სადაც π დაახლოებით 3,14-ის ან $\frac{22}{7}$-ის ტოლია. რადგან წრეწირი 360°-იანი რკალია, ამიტომ α°-იანი რკალის სიგრძეა $\frac{2\pi\pi}{360^0}\alpha=\frac{\pi R}{180^0}\alpha$.

3.წრე. წრის და მისი ნაწილების ფართობი. სიბრტყის ყველა იმ წერტილისგან შედგენილ ფიგურას, რომელიც მოცემული წერტილიდან მოცემულ მანძილზე მეტად არაა დაშორებული, **წრე** ეწოდება. მოცემულ წერტილს **წრის ცენტრი** ეწოდება, მოცემულ მანძილს – **წრის რადიუსი**. წრის ფართობი გამოითვლება ფორმულით $S=\pi R^2$.

წრის თანაკვეთას მის ნებისმიერ ცენტრალურ კუთხესთან **წრიული სექტორი** ეწოდება. ***თუ ცენტრალურ კუთხეა α°, მაშინ შესაბამისი წრიული სექტორის ფართობია $S=\frac{\pi R^2}{360^0}\alpha$.***

წრის და ნახევარსიბრტყის თანაკვეთას (როცა იგი არაცარიელია) **წრიული სეგმენტი** ეწოდება. ***α° გრადუსიანი წრიული სეგმენტის ფართობი გამოითვლება ფორმულით $S=\frac{\pi R^2}{360^0}\alpha-S_{AOB}$, თუ 0<$\alpha$<180° და $S=\frac{\pi R^2}{360^0}\alpha+S_{AOB}$, თუ 180°<$\alpha$<360°.***

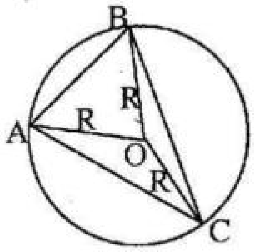


ა)   ბ)

ნახ.1.

4. წრეწირში ჩახაზული და წრეწირზე შემოხაზული სამკუთხედები. როდესაც სამკუთხედის წვეროები წრეწირზე ძევს, მაშინ სამკუთხედს **წრეწირში ჩახაზული** ეწოდება, ხოლო წრეწირს – **სამკუთხედზე შემოხაზული.**

ვთქვათ, ABC სამკუთხედი ჩახაზულია (O; R) წრეწირში. მაშინ წრეწირის ცენტრი მდებარეობს სამკუთხედის გვერდების შუამართობების გადაკვეთაზე. R რადიუსისთვის სამართლიანია ფორმულები



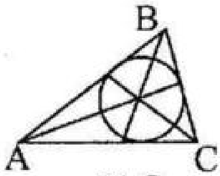
ნახ.2.

$$R=\frac{a}{2\sin\angle A}=\frac{b}{2\sin\angle B}=\frac{c}{2\sin\angle C}$$

და

$$R=\frac{abc}{4S_{ABC}}.$$

ახლა ვთქვათ, ΔABC შემოხაზულია (O; r) წრეწირზე ანუ მისი სამივე გვერდი ეხება წრეწირს. მაშინ O ცენტრი სამკუთხედის ბისექტრისების გადაკვეთის წერტილია, ხოლო r რადიუსისთვის სამართლიანია ფორმულა



ნახ.3.

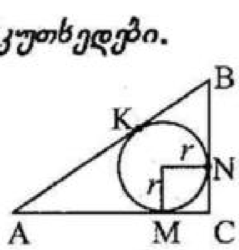
$r=\dfrac{2S}{P}$, სადაც $P=a+b+c$ ABC სამკუთხედის პერიმეტრია.

შევნიშნოთ, რომ ყოველ სამკუთხედში შეიძლება წრეწირის ჩახაზვა და ყოველ სამკუთხედზე შეიძლება წრეწირის შემოხაზვა.

5. წრეწირში ჩახაზული და წრეწირზე შემოხაზული მართკუთხა სამკუთხედები.

ვთქვათ, მართკუთხა ($\angle C=90°$) ABC სამკუთხედი შემოხაზულია (O; r) წრეწირზე. რადგან AK=AM, BK=BN და CM=CN, ამიტომ

$$r=\frac{a+b-c}{2}.$$



ნახ.4.

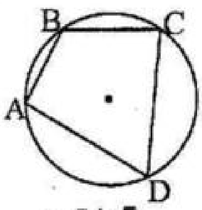
თუ მართკუთხა სამკუთხედი წრეწირშია ჩახაზული, მაშინ წრეწირის რადიუსი მისი ჰიპოტენუზის ნახევრის ტოლია.

6. წრეწირში ჩახაზული და წრეწირზე შემოხაზული ოთხკუთხედები.

ვთქვათ, ABCD (O; R) წრეწირში ჩახაზული ოთხკუთხედია ანუ A, B, C და D წვეროები წრეწირზე ძევს. მაშინ წრეწირის ცენტრი გვერდების შუამართობების გადაკვეთის წერტილია, ხოლო მოპირდაპირე კუთხეების ჯამია 180°:

$$\angle A+\angle C=180° \text{ და } \angle B+\angle D=180° \quad (1).$$

რაც ადვილად გამომდინარეობს ჩახაზული კუთხეების თვისებებიდან. შევნიშნოთ, რომ მხოლოდ (1) თვისების მქონე ოთხკუთხედზე შეიძლება წრეწირის შემოხაზვა.

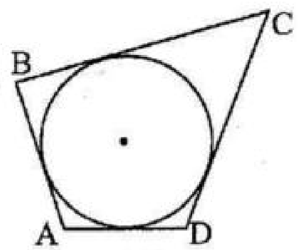


ნახ.5.

ახლა ვთქვათ, ABCD (O; r) წრეწირზე შემოხაზული ოთხკუთხედია ანუ მისი გვერდები წრეწირს ეხება. მაშინ O ცენტრი ოთხკუთხედის კუთხეთა ბისექტრისების გადაკვეთის წერტილია და მოპირდაპირე გვერდების ჯამი ტოლია

$$AB+CD=BC+AD \quad (2),$$

რაც გამომდინარეობს ერთი წერტილიდან გავლებული მონაკვეთების ტოლობიდან.



ნახ.6.

ამ თვისებიდან გამომდინარეობს, რომ წრეწირზე შემოხაზული ტოლფერდა ტრაპეციის ფერდი და შუამონაკვეთი ერთმანეთის ტოლია. შევნიშნოთ, რომ მხოლოდ (2) თვისების მქონე ოთხკუთხედში შეიძლება ჩაიხაზოს წრეწირი.

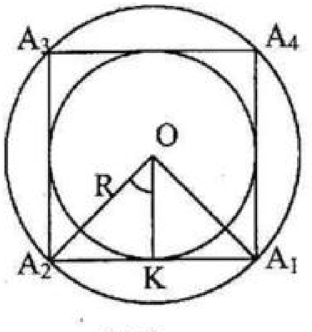
7. წრეწირში ჩახაზული და წრეწირზე შემოხაზული წესიერი მრავალკუთხედები.

სამკუთხედის და ოთხკუთხედის ანალოგიურად, n-კუთხედს წრეწირში ჩახაზული ეწოდება თუ მისი ყველა წვერო წრეწირზე ძევს და ეწოდება წრეწირზე შემოხაზული თუ მისი ყველა გვერდი ეხება წრეწირს. ზოგადად,

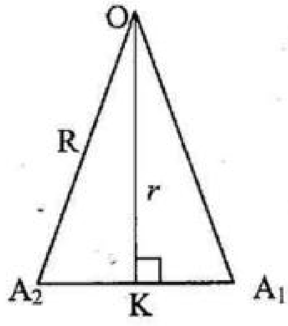
შეიძლება მხოლოდ ის ითქვას, რომ თუ n-კუთხედი შემოხაზულია წრეწირზე, მისი ცენტრი კუთხეთა ბისექტრისების გადაკვეთის წერტილია და თუ n-კუთხედი ჩახაზულია წრეწირში, მისი ცენტრი გვერდების შუამართობების გადაკვეთის წერტილია. ამიტომ განვიხილოთ ჩახაზული და შემოხაზული წესიერი n-კუთხედები.

ყველა წესიერ მრავალკუთხედზე შეიძლება წრეწირის შემოხაზვა და მასში წრეწირის ჩახაზვა. თანაც შემოხაზული და ჩახაზული წრეწირების ცენტრები ერთმანეთს ემთხვევა.

ავიღოთ $A_1A_2...A_n$ წესიერი n-კუთხედი და დავადგინოთ დამოკიდებულება შემოხაზული და ჩახაზული წრეწირების რადიუსებს და n-კუთხედის გვერდს შორის. ვთქვათ, $a=A_1A_2$ n-კუთხედის გვერდია, ხოლო O შემოხაზული და ჩახაზული წრეწირების ცენტრია. თუ მას შევაერთებთ A_1 და A_2 წვეროებთან, მივიღებთ A_1OA_2 ტოლფერდა სამკუთხედს, რომელშიც $OA_1=OA_2=R$ შემოხაზული წრეწირის რადიუსია. თუ A_1A_2 ფუძეზე დავუშვებთ OK სიმაღლეს, ვნახავთ, რომ იგი ჩახაზული წრეწირის რადიუსია r: ნახ.7-კვადრატის შემთხვევა; ნახ.8-n-კუთხედის შემთხვევა.



ნახ.7.



ნახ.8.

ამის გარდა, $\angle A_1OA_2=\dfrac{360^0}{n}=\angle A_2OK=\dfrac{180^0}{n}$. ამიტომ A_2OK მართკუთხა სამკუთხედში $\sin\angle A_2OK=\dfrac{A_2K}{A_2O}$ და $\mathrm{tg}\angle A_2OK=\dfrac{A_2K}{OK}$, რაც გვაძლევს

$$R=\frac{a}{2\sin\dfrac{180^0}{n}}, \qquad r=\frac{a}{2tg\dfrac{180^0}{n}}.$$

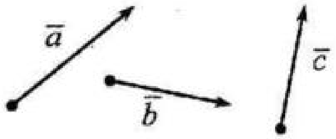
წესიერი n-კუთხედის ფართობი შეიძლება გამოითვალოს ფორმულით:

$$S_n=\frac{n}{2}R^2\sin\frac{360^\circ}{n}.$$

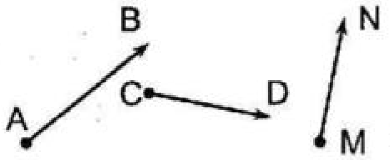
§11. ვექტორები სიბრტყესა და სივრცეში

I. ***ვექტორის ცნება.*** ისეთი სიდიდეები, როგორიცაა სიგრძე, ფართობი, მოცულობა, ტემპერატურა და ა.შ. სავსებით განისაზღვრებიან მათი რიცხვითი მნიშვნელობით. ასეთ სიდიდეებს ***სკალარული*** სიდიდეები ეწოდებათ. არსებობენ სხვა სახის სიდიდეებიც, რომელთა განსაზღვრისათვის გარდა რიცხვითი მნიშვნელობისა საჭიროა აგრეთვე მიმართულების ცოდნა, მათ ***ვექტორული*** სიდიდეები ეწოდებათ. ვექტორული სიდიდეა ძალა, რომელიც მოდებულია სხეულზე. იგი განისაზღვრება ორი მახასიათებლით: ძალის სიდიდით და მიმართულებით. ვექტორული სიდიდეა სიჩქარეც. იგი განისაზღვრება ორი მახასიათებლით: სიჩქარის სიდიდით და მიმართულებით. ზოგადად, ვექტორი ყოველთვის ორი მახასიათებლით განისაზღვრება. ერთ შემთხვევაში მოსახერხებელია ამ მახასიათებლებად ავირჩიოთ ვექტორის მიმართულება და მისი აბსოლუტური სიდიდე (მაგალითად ძალის სიდიდე, სიჩქარის სიდიდე, ვექტორის სიგრძე), სხვა შემთხვევაში მოსახერხებელია, რომ ვექტორის მახასიათებლებად შევარჩიოთ კოორდინატები.

მიმართულ მონაკვეთს ვექტორი ეწოდება. ვექტორების აღნიშვნისათვის გამოიყენება ლათინური ანბანის მცირე ასოები თავზე პატარა ისრით ან ხაზით:



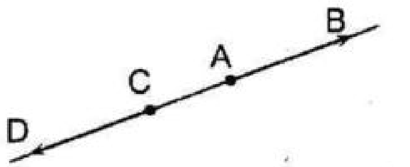
ზოგჯერ ვექტორს მისი გამომსახველი მონაკვეთის ბოლოების მითითებით აღნიშნავენ. ამ შემთხვევაში, პირველ ადგილზე ყოველთვის ვექტორის საწყისი წერტილი იწერება, რომელსაც ***სათავე*** ან ***მოდების წერტილი*** ეწოდება. მონაკვეთის მეორე ბოლოს ვექტორის ***ბოლო*** ეწოდება.



ნახაზზე მოცემული ექტორებია $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{MN}$.

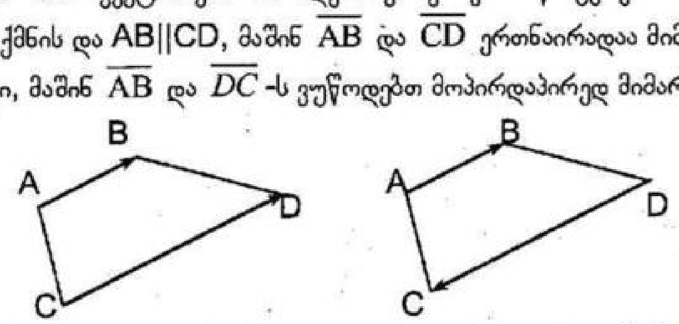
თუ ვექტორის სიწყისი და ბოლო წერტილები ერთმანეთს ემთხვევა, მას ნულოვანი ვექტორი ეწოდება. ნულოვანი ვექტორი აღინიშნება ასე: $\overline{0}$.

ვიტყვით, რომ ვექტორი მდებარეობს წრფეზე, თუ ამ ვექტორის საწყისი და ბოლო წერტილები ამ წრფეს ეკუთვნის. $\overline{AB}$ და $\overline{CD}$ ვექტორები AC წრფეზე მდებარეობს. ***ერთ წრფეზე მდებარე ვექტორები ან ერთნაირადაა მიმართული ან მოპირდაპირედ,*** რაც ძალიან ადვილი გასარჩევია.



მაგალითად, წინა ნახატზე მოცემული $\overline{AB}$ და $\overline{CD}$ ვექტორები მოპირდაპირედაა მიმართული. სიბრტყეში და სივრცეში მდებარე ვექტორების წყვილი შესაძლოა ერთნაირად იყოს მიმართული, შესაძლოა მოპირდაპირედ იყოს მიმართული და შესაძლებელია არც ერთნაირად იყოს მიმართული და არც მოპირდაპირედ.

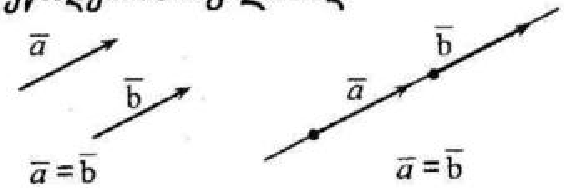
ვთქვათ, $\overline{AB}$ და $\overline{CD}$ ვექტორები არ მდებარეობენ ერთ წრფეზე. იმ შემთხვევაში, თუ ABDC ოთხკუთხედი ტრაპეციას ქმნის და AB||CD, მაშინ $\overline{AB}$ და $\overline{CD}$ ერთნაირადაა მიმართული. თუ $\overline{AB}$ და $\overline{CD}$ ერთნაირადაა მიმართული, მაშინ $\overline{AB}$ და $\overline{DC}$-ს ვუწოდებთ მოპირდაპირედ მიმართულს.



ვექტორის გამომსახველი მონაკვეთის სიგრძეს, ანუ მანძილს მის სათავესა და ბოლოს შორის ვექტორის სიგრძე ეწოდება. ამ ტერმინის ნაცვლად, და იგივე

მნიშვნელობით ხშირად გამოიყენება ვექტორის აბსოლუტური სიდიდე. $\overline{a}$ ვექტორის სიგრძეს ჩავწერთ ასე: $|\overline{a}|$. ნულოვანის ვექტორის სიგრძე ნულის ტოლია.

თუ ვექტორები ერთნაირად არიან მიმართული და ტოლი სიგრძეები აქვთ, მაშინ მათ ტოლი ვექტორები ეწოდებათ. მაგალითად

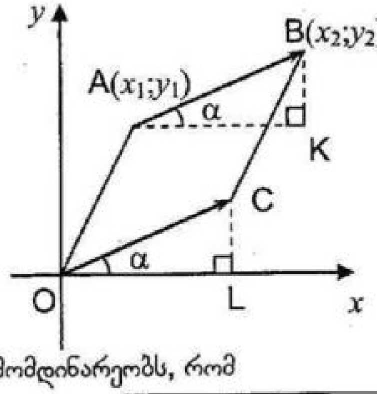


II. ***ვექტორის კოორდინატები.*** ვექტორებისთვის სამართლიანი შემდეგი მნიშვნელოვანი ფაქტი: თუ $\overline{a}$ არის ნებისმიერი ვექტორი, ხოლო A არის ნებისმიერი წერტილი, მაშინ არსებობს $\overline{a}$-ს ტოლი ვექტორი, რომელიც A წერტილზე არის მოდებული. მართლაც, A წერტილზე გაივლება ერთადერთი წრფე, რომელიც $\overline{a}$-ს პარალელურია, ხოლო ამ წრფეზე A წერტილიდან (სხვადასხვა მხარეს) შეგვიძლია გადავდოთ $\overline{a}$ ვექტორის ტოლი ორი ვექტორი.

როგორც ვხედავთ, ყოველი ვექტორისათვის მისი ტოლი ვექტორების რაოდენობა უსასრულოა, რადგან ყოველ წერტილზე შეიძლება მოვდოთ ამ ვექტორის ტოლი ვექტორი. ტოლი ვექტორების უსასრულო რაოდენობიდან განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია ერთი, რომელიც მოდებულია კოორდინატთა სათავეზე. მისი კოორდინატები, შეგვიძლია ჩავთვალოთ ერთდროულად ყველა ამ ვექტორის ტოლი ვექტორის კოორდინატებად, რადგან მისი ბოლოს კოორდინატები ერთდროულად წარმოადგენს კოორდინატებს ყველა, მისი ტოლი ვექტორისათვის.

ვიპოვოთ $\overline{AB}$ ვექტორის კოორდინატები. $\overline{AB}=\overline{OC}$, ამიტომ OABC არის პარალელოგრამი, AK||Ox, ΔABK=ΔOCL, OL=x_2-x_1, CL=y_2-y_1, ანუ C წერტილის და $\overline{AB}=\overline{OC}$ ვექტორის კოორდინატები არის $(x_2-x_1;y_2-y_1)$. ამას ვწერთ ასე:

$$\overline{AB}\,(x_2-x_1;y_2-y_1),\ \text{ან}\ \overline{AB\,(x_2-x_1;y_2-y_1)}.$$



შედეგად, პითაგორას თეორემიდან გამომდინარეობს, რომ

$$|\overline{AB}|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}\,.$$

მაგალითად, თუ A(4;3), B(–2;11), მაშინ $|\overline{AB}|$=10.

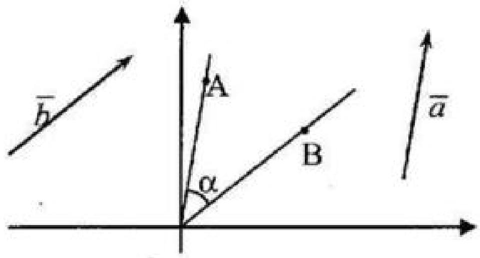
თუ $A(x_1;y_1;z_1)$ და $B(x_2;y_2;z_2)$ წერტილები მოცემულია სივრცეში, მაშინ ანალოგიური მსჯელობით ვრწმუნდებით, რომ

$$\overline{AB}\,(x_2-x_1;y_2-y_1;z_2-z_1)\ \text{ან}\ \overline{AB\,(x_2-x_1;y_2-y_1;z_2-z_1)}$$

და

$$|\overline{AB}|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}\,.$$

როგორც ვექტორის კოორდინატების ერთი მარტივი გამოყენება, განვსაზღვროთ კუთხე ვექტორებს შორის. ვთქვათ, სიბრტყეზე მოცემულია ორი ვექტორი: $\overline{a}\,(a_1;a_2)$ და $\overline{b}\,(b_1;b_2)$. სიბრტყეზე ავიღოთ A($a_1;a_2$) და B($b_1;b_2$) (რომლებიც წარმოადგენენ კოორდინატთა სათავეზე მოდებულ $\overline{a}$ და $\overline{b}$-ს ტოლი ვექტორების ბოლოებს) და განვიხილოთ სხივები OA და OB. განმარტების თანახმად, ამ ორ სხივს შორის კუთხეს ეწოდება ***კუთხე $\overline{a}$ და $\overline{b}$ ვექტორებს შორის.***



თუ სივრცეშია მოცემული $\overline{a}\,(a_1;a_2;a_3)$ და $\overline{b}\,(b_1;b_2;b_3)$ ვექტორები, მაშინ კოორდინატთა სათავესა A$(a_1;a_2;a_3)$ და B$(b_1;b_2;b_3)$ წერტილებზე გამავალ OA და OB სხივებზე გადის ერთადერთი სიბრტყე. ამ სიბრტყეში OA და OB-ს შორის კუთხეს ვუწოდოთ კუთხე $\overline{a}$ და $\overline{b}$ ვექტორებს შორის.

III. ***მოქმედებები ვექტორებზე. ორი ვექტორის ჯამი (სხვაობა) ეწოდება ვექტორს, რომლის კოორდინატები წარმოადგენენ მოცემული ვექტორების კოორდინატების ჯამს (სხვაობას).*** მაგალითად, თუ მოცემულია $\overline{a}\,(a_1;a_2)$ და $\overline{b}\,(b_1;b_2)$, მაშინ მათი ჯამი არის $\overline{c}(a_1+b_1;a_2+b_2)$, ანუ

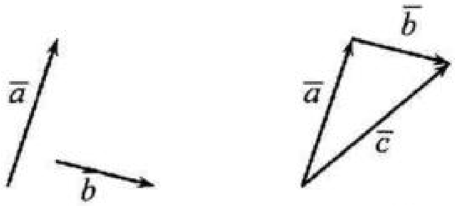
$$\overline{a}\,(a_1;a_2)+\overline{b}\,(b_1;b_2)=\overline{c}(a_1+b_1;a_2+b_2);$$

თუ მოცემულია $\overline{a}\,(a_1;a_2;a_3)$ და $\overline{b}\,(b_1;b_2;b_3)$, მაშინ

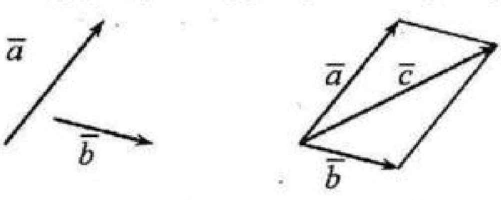
$$\overline{a}\,(a_1;a_2;a_3)-\overline{b}\,(b_1;b_2;b_3)=\overline{c}(a_1-b_1;a_2-b_2;a_3-b_3).$$

ახლა მოვიყვანოთ ვექტორების შეკრების გეომეტრიული ილუსტრაცია. დავუშვათ მოცემულია $\overline{a}$ და $\overline{b}$ ვეტორები და უნდა ვიპოვოთ $\overline{c}=\overline{a}+\overline{b}$. აღნიშნული $\overline{c}$ ვექტორი შეიძლება ვიპოვოთ ორი ხერხით:

1) ვექტორების შეკრების ***სამკუთხედის*** წესი. ავიღოთ $\overline{a}$ ვექტორი და $\overline{b}$ ვექტორის სათავე მოვდოთ $\overline{a}$ ვექტორის ბოლოს, $\overline{c}$ ვექტორი კი იქნება ვექტორი, რომლის სათავეა $\overline{a}$ ვექტორის სათავე, ხოლო ბოლო კი $\overline{b}$ ვექტორის ბოლო.



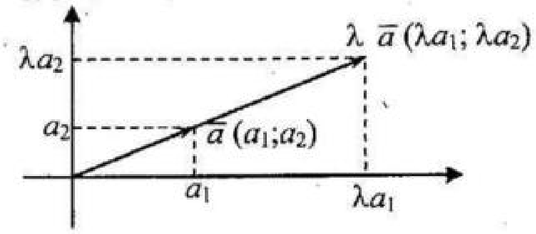
2) ვექტორების შეკრების ***პარალელოგრამის*** წესი. ავიღოთ $\overline{a}$ და $\overline{b}$ ვექტორები და ორივე მოვდოთ ერთ წერტილში მიღებულ გვერდებზე ავაგოთ პარალელოგრამი. ამ შემთხვევაში $\overline{c}$ ვექტორი იქნება პარალელოგრამის დიაგონალი, მიმართული საერთო წვეროდან მოპირდაპირე წვეროსკენ.



შენიშვნა. ორი ვექტორის ჯამი ერთი და იგივე ვექტორია, ვექტორების შეკრების რომელი წესიც არ უნდა გამოვიყენოთ.

$\overline{a}$ ***ვექტორის რაიმე*** $\lambda\neq 0$ ***რიცხვზე ნამრავლი*** $\lambda\overline{a}$ ***ეწოდება ისეთ*** $\overline{b}$ ***ვექტორს, რომლის სიგრძეა*** $|\overline{b}|=|\lambda\cdot\overline{a}|=|\lambda|\cdot|\overline{a}|$, ***ხოლო მიმართულება ემთხვევა*** $\overline{a}$ ***ვექტორის მიმართულებას, თუ*** $\lambda>0$ ***და აქვს საწინააღმდეგო მიმართულება, თუ*** $\lambda<0$.

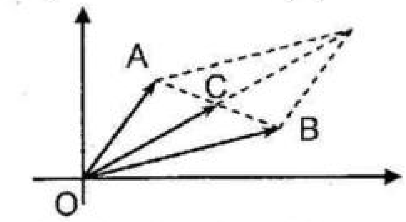
როცა $\lambda=0$, მაშინ $\lambda\overline{a}=0$ ნებისმიერი $\overline{a}$ ვექტორისათვის. როცა $|\lambda|>1$ ვექტორის სიგრძე იზრდება, ხოლო როცა $|\lambda|<1$, ხდება ვექტორის "შეკუმშვა". თუ $\overline{a}=(a_1;a_2)$, მაშინ $\lambda\overline{a}=(\lambda a_1;\lambda a_2)$.



ვექტორების შეკრების და ვექტორის რიცხვზე ნამრავლის ოპერაციები აკმაყოფილებენ შემდეგ თვისებებს:

$$\overline{a}+\overline{b}=\overline{b}+\overline{a},$$
$$\overline{a}+(\overline{b}+\overline{c})=(\overline{a}+\overline{b})+\overline{c},$$
$$\lambda(\overline{a}+\overline{b})=\lambda\overline{b}+\lambda\overline{a},$$
$$(\lambda_1+\lambda_2)\overline{a}=\lambda_1\overline{a}+\lambda_2\overline{a},$$
$$(\lambda_1\lambda_2)\overline{a}=\lambda_1(\lambda_2\overline{a})=\lambda_2(\lambda_1\overline{a}),$$

მაგალითი. სიბრტყეზე მოცემულია $A(a_1;a_2)$ და $B(b_1;b_2)$ წერტილები. ვიპოვოთ AB მონაკვეთის შუა წერტილის კოორდინატები. ავაგოთ $\overline{OA}$ და $\overline{OB}$ ვექტორები. AB მონაკვეთის შუა წერტილი აღვნიშნოთ C-თი. ცხადია, რომ $\overline{OC}=\dfrac{1}{2}(\overline{OA}+\overline{OB})$ და C-ს კოორდინატები იგივეა, რაც $\overline{OC}$-ს კოორდინატები, ამიტომ C-ს კოორდინატებია $\left(\dfrac{a_1+b_1}{2};\dfrac{a_2+b_2}{2}\right)$.



თუ A და B წერტილები სივრცეშია: $A(a_1;a_2;a_3)$ და $B(b_1;b_2;b_3)$, მაშინ AB მონაკვეთის შუაწერტილის კოორდინატებია $\left(\dfrac{a_1+b_1}{2};\dfrac{a_2+b_2}{2};\dfrac{a_3+b_3}{2}\right)$.

ორი ვექტორის ***სკალარული ნამრავლი*** წარმოადგენს რიცხვს და არა ვექტორს. იგი მიიღება ერთსახელა კოორდინატების ნამრავლების შეკრებით:

$$\overline{a}(a_1;a_2)\cdot\overline{b}(b_1;b_2)=a_1b_1+a_2b_2;$$
$$\overline{a}(a_1;a_2;a_3)\cdot\overline{b}(b_1;b_2;b_3)=a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3.$$

სამართლიანია ტოლობები:

$$\overline{a}\ \overline{b}=\overline{b}\ \overline{a},$$
$$(\overline{a}+\overline{b})\overline{c}=\overline{a}\ \overline{c}+\overline{b}\ \overline{c}.$$

ვექტორის თავის თავზე სკალარული ნამრავლისათვის გამოიყენება შემოკლებული ჩანაწერი:

$$\overline{a}\cdot\overline{a}=\overline{a}^2,$$

როგორც ვხედავთ, სკალარული ნამრავლი წარმოადგენს რიცხვების ნამრავლის ბუნებრივ განზოგადებას. მაგალითად

$$(\overline{a}+\overline{b})^2=\overline{a}^2+2\overline{a}\ \overline{b}+\overline{b}^2,$$
$$\overline{a}^2=|\overline{a}|^2.$$

შინაარსობრივადაც სკალარული ნამრავლი ბუნებრივად ერგება მრავალ ამოცანას. მაგალითად, თუ მაღაზიაში ვყიდულობთ ერთიდაიგივე სახის x ნივთს, თითოს p ფასად, დანახარჯი არის px. თუ სამი სახის

ნივთის ყიდვა მინდა, რომელთა ფასებია $p(p_1;p_2;p_3)$, ხოლო რაოდენობებს აღვნიშნავთ $x(x_1;x_2;x_3)$, მაშინ მთლიანი დანახარჯი არის მათი სკალარული ნამრავლი:

$$\overline{x}\cdot\overline{p}=p_1x_1+p_2x_2+p_3x_3.$$

ვთქვათ მოცემულია $\overline{a}$ და $\overline{b}$ ვექტორები. მაშინ მათი სკალარული ნამრავლისათვის სამართლიანია ფორმულა:

$$\overline{a}\cdot\overline{b}=|\overline{a}|\cdot|\overline{b}|\cos\varphi,$$

სადაც φ არის $\overline{a}$ და $\overline{b}$ ვექტორებს შორის კუთხე. ხშირად გამოიყენება ამ ფორმულის კერძო შემთხვევები:

$$\overline{a}\cdot\overline{b}=|\overline{a}|\cdot|\overline{b}|,$$

როდესაც ვექტორები ერთნაირადაა მიმართული;

$$\overline{a}\cdot\overline{b}=0,$$

როდესაც ვექტორები მართობულია;

$$\overline{a}\cdot\overline{b}=-|\overline{a}|\cdot|\overline{b}|,$$

როდესაც ვექტორები ერთმანეთის მოპირდაპირედაა (φ=180°) მიმართული.

IV. *რამდენიმე მაგალითი.*

ამოცანა 1. $\overline{a}(4;y)$ ვექტორის აბსოლუტური სიდიდე არის 5-ის ტოლი. რისი ტოლი შეიძლება იყოს y?

ამოხსნა. $|\overline{a}|=\sqrt{4^2+y^2}=5$, საიდანაც $y=\pm3$.

ამოცანა 2. $\overline{a}(5;a_2;13)$ ვექტორის არის $\overline{AB}$ ვექტორის ტოლი, სადაც A(3;4;z) და B(x;2;7) მოცემული წერტილებია. რისი ტოლია x, a_2 და z?

ამოხსნა. $\overline{a}(5;a_2;13)=\overline{AB}(x-3;-2;7-z)$, ამიტომ

$$\begin{cases}x-3=5\\ a_2=-2\\ 7-z=13\end{cases}$$

საიდანაც $x=8$, $a_2=-2$, $z=-6$.

ამოცანა 3. იპოვეთ $3\overline{a}-2\overline{b}$ ვექტორის აბსოლუტური სიდიდე, თუ $\overline{a}(1;0;-3)$, $\overline{b}(-3;1;2)$.

ამოხსნა. $3\overline{a}(3;0;-9)$, $2\overline{b}(-6;2;4)$, $3\overline{a}-2\overline{b}=(9;-2;-13)$,

$$|3\overline{a}-2\overline{b}|=\sqrt{81+4+169}=\sqrt{254}.$$

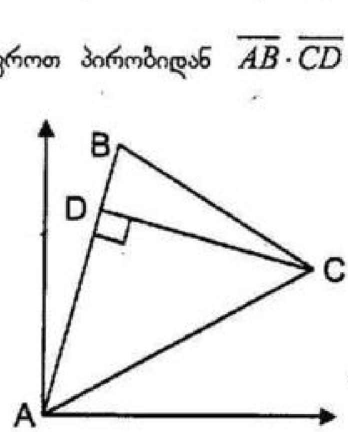
ამოცანა 4. სამკუთხედის წვეროებია A(1;1;0), B(2;2;5) და C(0;4;3). იპოვეთ A წვეროდან BC გვერდზე დაშვებული მედიანა.

ამოხსნა. BC გვერდის შუაწერტილი არის D(1;3;4). ამიტომ მედიანის სიგრძე არის $|\overline{AD}|$ და

$$|\overline{AD}|=\sqrt{(1-1)^2+(3-1)^2+(4-0)^2}=\sqrt{5}.$$

ამოცანა 5. სამკუთხედის წვეროებია A(0;0), B(2;4) და C(4;1). იპოვეთ C წვეროდან AB გვერდზე დაშვებული სიმაღლე.

ამოხსნა. სიმაღლე უნდა განვსაზღვროთ პირობიდან $\overline{AB}\cdot\overline{CD}=0$, რადგან მართობული ვექტორების სკალარული ნამრავლი ნულია.



A და B წერტილებზე გამავალი წრფის განტოლება არის $y = 2x$, ამიტომ რომელიღაც x-ისათვის D(x ;2 x) არის. შესაბამისად გვაქვს: $\overline{CD} = (4 - x;1 - 2x)$, $\overline{AB}(2;4)$ და

$$(4 - x) \cdot 2 + (1 - 2x) \cdot 4 = 0,$$

$$x = 1{,}2.$$

ამიტომ გვაქვს $\overline{CD}(3{,}8;1{,}4)$ და

$$|\overline{CD}| = \sqrt{14{,}44 + 1{,}96} = \sqrt{16{,}4}.$$

ამოცანა 6. სამკუთხედის წვეროებია A(0;0), B(2;1) და C(–3;6). იპოვეთ მისი ფართობი.

ამოხსნა. გამოვიყენოთ ფორმულა $S = \dfrac{|\overline{CA}| \cdot |\overline{CB}| \cdot \sin\varphi}{2}$, სადაც φ არის C წვეროსთან მოთავსებული კუთხე, რომლის კოსინუსს სკალარული ნამრავლის ფორმულიდან ვიპოვით.

გვაქვს $\overline{CA} = (-3;6)$, $\overline{CB} = (-5;5)$, $|\overline{CA}| = 3\sqrt{5}$, $|\overline{CB}| = 5\sqrt{2}$, $\cos\varphi = \dfrac{15 + 30}{3 \cdot \sqrt{5} \cdot 5 \cdot \sqrt{2}} = \dfrac{3}{\sqrt{10}}$, $\sin\varphi = \dfrac{1}{\sqrt{10}}$.

$$S = \frac{3 \cdot \sqrt{5} \cdot 5 \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot \sqrt{10}} = 7{,}5.$$

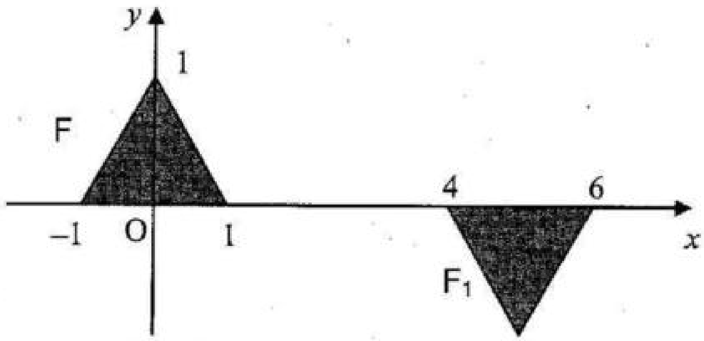
§12. ფიგურათა გარდაქმნები სიბრტყეზე. გარდაქმნათა კომპოზიციები

I. ფიგურათა გარდაქმნა. ვთქვათ მოცემულია რაიმე ფიგურა და აგრეთვე ფორმულა ან სიტყვიერი აღწერა, რომელიც განსაზღვრავს მოცემული ფიგურის ნებისმიერი წერტილის გარდაქმნის წესს. მაშინ გარდაქმნილი წერტილების ერთობლიობა ქმნის ახალ ფიგურას, რომელსაც უწოდებენ ***მოცემული ფიგურის გარდაქმნით მიღებულს***.

განვიხილოთ რამდენიმე მარტივი მაგალითი. ვთქვათ მოცემულია f გარდაქმნა, განსაზღვრული შემდეგი ფორმულით:

$$f(x;y)=(x+5;-y).$$

სიტყვიერი აღწერით იგივე გარდაქმნა შეგვიძლია ასე განვსაზღვროთ: f გარდაქმნა პირველ კოორდინატს (აბსცისას) ზრდის 5-ით, ხოლო მეორე კოორდინატს (ორდინატს) უცვლის ნიშანს. შემდეგი ნახაზი გვიჩვენებს, თუ ეს f როგორ გარდაქმნის ფიგურებს: F_1 ფიგურა მიიღება F ფიგურის f გარდაქმნით.



ვთქვათ, რომელიმე f გარდაქმნა (არა აუცილებლად ამ მაგალითში მოყვანილი) გარდაქმნის ფიგურებს და არსებობს სხვა გარდაქმნა, g, რომელიც f-ის მიერ გარდაქმნილ ფიგურებს საწყის ფიგურებში გარდაქმნის. მაშინ f და g გარდაქმნებს ***ურთიერთშექცეული*** ეწოდებათ, ცალკე f-ს და ცალკე g-ს კი ***შექცევადი გარდაქმნები*** ეწოდებათ.

მაგალითად, განხილულ მაგალითში f-ის შექცეულმა გარდაქმნამ უნდა განახორციელოს მისი შებრუნებული მოქმედებები: აბსცისა შეამციროს 5-ით, ორდინატს შეუცვალოს ნიშანი – ესაა სიტყვიერი აღწერა. ფორმულით $g(x;y)=(x-5;-y)$.

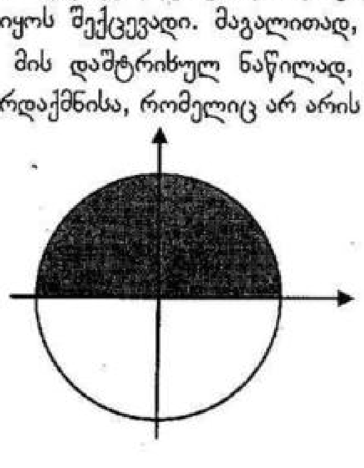
ზოგადად, თუ ჯერ g გარდაქმნა მოქმედებს წერტილებზე, ხოლო შემდეგ f, მაშინ ვამბობთ რომ ადგილი აქვს g და f-ის ***კომპოზიციას***, ამ შემთხვევაში გარდაქმნილი $(x;y)$ წერტილის აღსანიშნავად ვიყენებთ აღნიშვნას:

$$(f\circ g)(x;y) \qquad \text{ან} \qquad f(g(x;y)).$$

აუცილებელი არაა მხოლოდ ერთმანეთისაგან განსხვავებული გარდაქმნების კომპოზიციები განვიხილოთ, შესაძლებელია ერთი და იგივე გარდაქმნამ იმოქმედოს ზედიზედ რამდენჯერმე. მაგალითად, უკვე განხილული f გარდაქმნის ზედიზედ ორჯერ გამოყენება არის გარდაქმნა $f\circ f$, რომელიც მოქმედებს შემდეგი წესით: აბსცისას გაზრდის 10-ით, ხოლო ორდინატს დატოვებს უცვლელს.

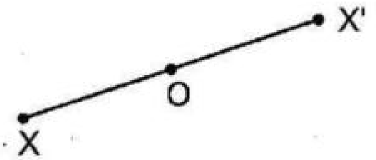
გარდაქმნას ეწოდება ***იგივური***, თუ ყოველ წერტილს (და ფიგურას) თავის თავში გარდაქმნის.

შესაძლებელია გარდაქმნა არ იყოს შექცევადი. მაგალითად, გარდაქმნა $f(x;y)=(x;|y|)$ შემდეგ ნახატზე მოყვანილ წრეს გარდაქმნის მის დაშტრიხულ ნაწილად, ხოლო $g(x;y)=(0;0)$ კიდევ უფრო მარტივი და თვალსაჩინო მაგალითია გარდაქმნისა, რომელიც არ არის შექცევადი.



II. *რამდენიმე გავრცელებული გარდაქმნა.*

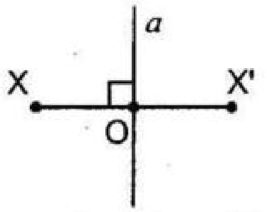
ა) წერტილის მიმართ სიმეტრიის გარდაქმნა. ვთქვათ, O არის სიბრტყის ფიქსირებული წერტილი, ხოლო X არის ნებისმიერი წერტილი. XO მონაკვეთის გაგრძელებაზე O-ს მეორე მხარეს გადავზომოთ XO მონაკვეთის ტოლი OX' მონაკვეთი, მაშინ X' წერტილს ეწოდება ***X წერტილის სიმეტრიული O წერტილის მიმართ.*** O წერტილის სიმეტრიული O-ს მიმართ თვითონ O არის.



F ფიგურის ისეთ გარდაქმნას F' ფიგურად, როცა მისი ყოველი X წერტილი მოცემული O წერტილის მიმართ სიმეტრიულ X' წერტილში გადადის, ***O წერტილის მიმართ სიმეტრიის გარდაქმნა*** ეწოდება. ამ დროს F და F' ფიგურებს ***O წერტილის მიმართ სიმეტრიული*** ეწოდება.

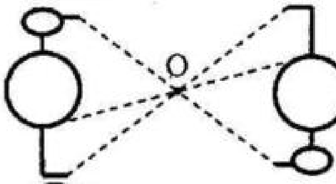
თუ O წერტილის მიმართ სიმეტრიის გარდაქმნას F ფიგურა თავის თავში გადაჰყავს, მაშინ F-ს ეწოდება ***ცენტრულ-სიმეტრიული***, ხოლო O წერტილს – ***სიმეტრიის ცენტრი***. მაგალითად, პარალელოგრამი არის ცენტრულ-სიმეტრიული ფიგურა, რომლის სიმეტრიის ცენტრს წარმოადგენს დიაგონალების გადაკვეთის წერტილი.

ბ) წრფის მიმართ სიმეტრიის გარდაქმნა. ვთქვათ, a ფიქსირებული წრფეა. ავიღოთ ნებისმიერი X წერტილი და a წრფეზე დავუშვათ XO მართობი. ამ მართობის გაგრძელებაზე a წრფის მეორე მხარეს გადავზომოთ OX-ის ტოლი მონაკვეთი OX'. X' წერტილს ეწოდება ***X წერტილის სიმეტრიული a წრფის მიმართ***. ცხადია, თუ X წერტილი a წრფეზე მდებარეობს, იგი საკუთარი თავის სიმეტრიულია a წრფის მიმართ.

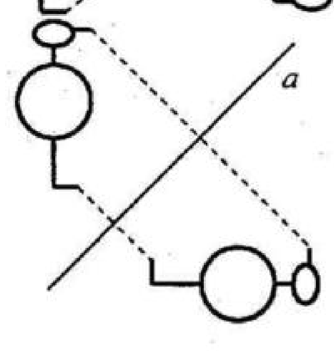


F ფიგურის ისეთ გარდაქმნას F' ფიგურად, როცა მისი ყოველი X წერტილი a წრფის მიმართ სიმეტრიულ X' წერტილში გადადის, ***a წრფის მიმართ სიმეტრიის გარდაქმნა ეწოდება***. ამ დროს F და F' ფიგურებს ***a წრფის მიმართ სიმეტრიული*** ეწოდება.

თუ a წრფის მიმართ სიმეტრიულ გარდაქმნას F ფიგურა თავის თავში გადაჰყავს, მაშინ ამ ფიგურას ***a წრფის მიმართ სიმეტრიული*** (ზოგჯერ ღერძულ-სიმეტრიულსაც ვამბობთ) ეწოდება, ხოლო a წრფეს სიმეტრიის ღერძი ეწოდება. მაგალითად, რომბის დიაგონალები (მაგრამ არა ნებისმიერი მართკუთხედის) მისი სიმეტრიის ღერძებს წარმოადგენენ. შემდეგი ორი ნახატი გვიჩვენებს განსხვავებას განხილულ გარდაქმნებს შორის:

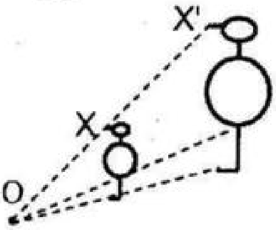


O წერტილის მიმართ სიმეტრიის ასახვა



a წრფის მიმართ სიმეტრიის გარდაქმნა ფაქტიურად სარკისებური ასახვაა

გ) O ცენტრის მიმართ ჰომოთეტია. ვთქვათ O მოცემული წერტილია, k მოცემული რიცხვია. F ფიგურის ნებისმიერ X წერტილზე გავავლოთ OX სხივი და მასზე გადავზომოთ k·OX-ის ტოლი OX' მონაკვეთი.



k=2.

F ფიგურის ისეთ გარდაქმნას F' ფიგურად, როცა მისი ყოველი X წერტილი აღნიშნული ხერხით აგებულ X' წერტილად გარდაიქმნება, ***O ცენტრის მიმართ ჰომოთეტია*** ეწოდება. ამ დროს, k-ს ეწოდება ***ჰომოთეტიის კოეფიციენტი***, F და F'-ს – ჰომოთეტიური ფიგურები k კოეფიციენტით.

ჰომოთეტიის კოეფიციენტი შეიძლება იყოს უარყოფითიც. მაგალითად, თუ $k=-1$, მაშინ ჰომოთეტია წარმოადგენს ცენტრულ სიმეტრიას.

საზოგადოდ, თუ A და B წერტილები ჰომოთეტიის ასახვით გადადის A' და B' წერტილებში, ხოლო k ჰომოთეტიის კოეფიციენტია, სამართლიანია ტოლობა $A'B'=|k|\cdot AB$.

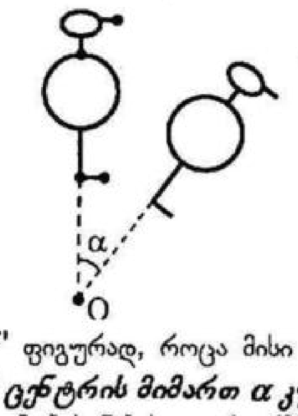
დ) მოძრაობა. F ფიგურის F' ფიგურად გარდაქმნას მოძრაობა ეწოდება, თუ იგი წერტილებს შორის მანძილებს ინარჩუნებს, ანუ თუ F ფიგურის ნებისმიერი ორი X და Y წერტილი გარდაიქმნა F' ფიგურის X' და Y' წერტილებად, მაშინ XY=X'Y'.

მოძრაობის მაგალითებს წარმოადგენენ წერტილის და წრფის მიმართ სიმეტრიის გარდაქმნები. O ცენტრის მიმართ ჰომოთეტია, როცა k≠1, არ წარმოადგენს მოძრაობას.

მოძრაობის გარდაქმნას აქვს შემდეგი თვისებები:

- წრფეზე განლაგებული წერტილები გარდაიქმნება წრფეზე მდებარე წერტილებში მათი ურთიერთგანლაგების შენარჩუნებით;
- მოძრაობა წრფეებს წრფეებში გარდაქმნის, სხივებს სხივებში, მონაკვეთებს მონაკვეთებში;
- მოძრაობა ნებისმიერ კუთხეს მის ტოლ კუთხეში გარდაქმნის;
- ორი მოძრაობის კომპოზიცია კვლავ მოძრაობას წარმოადგენს.

ე) მობრუნება. ვთქვათ O მოცემული წერტილია, α მოცემული კუთხე (დადებითი ან უარყოფითი). F ფიგურის ნებისმიერ წერტილზე გავავლოთ OX სხივი და ამ სხივის α კუთხით მობრუნებით მიღებულ სხივზე გადავზომოთ OX-ის ტოლი OX' მონაკვეთი (თუ α>0, მობრუნება ხდება საათის ისრის მიმართულებით, წინააღმდეგ შემთხვევაში ისრის საპირისპირო მიმართულებით).

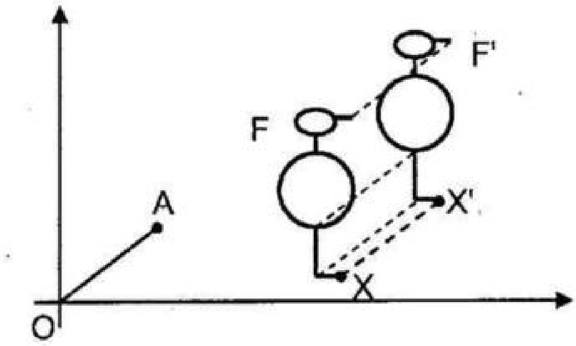


F ფიგურის ისეთ გარდაქმნას F' ფიგურად, როცა მისი ყოველი X წერტილი აღნიშნული ხერხით აგებულ X' წერტილად გარდაიქმნება, ***O ცენტრის მიმართ α კუთხით მობრუნება ეწოდება.***

განმარტებიდან გამომდინარე, მობრუნების გარდაქმნაც მოძრაობას წარმოადგენს, რადგან წერტილებს შორის მანძილებს არ ცვლის.

ვ) პარალელური გადატანა. ვთქვათ $(x_0;y_0)$ სიბრტყის მოცემული წერტილია. F ფიგურის ისეთ გარდაქმნას F' ფიგურად, როდესაც მისი ყოველი $(x;y)$ წერტილი $(x+x_0;y+y_0)$ წერტილად გარდაიქმნება, ***პარალელური გადატანა*** ეწოდება.

პარალელური გადატანაც მოძრაობას წარმოადგენს, რადგან ფიგურის წერტილების გარდაქმნით მათ შორის მანძილი არ იცვლება.



თუ $A=(x_0;y_0)$, X არის F ფიგურის ნებისმიერი წერტილი, ხოლო X' არის X'-ის გარდაქმნით მიღებული, მაშინ OA და XX' პარალელური და ტოლი მონაკვეთებია.

ვთქვათ, T არის პარალელური გადატანა, რომელიც A წერტილს ასახავს B წერტილში, ანუ $T(A)=B$, მაშინ T პარალელური გადატანა განისაზღვრება $\overrightarrow{AB}$ ვექტორით, ანუ ნებისმიერი C წერტილისათვის $T(C)=C+\overrightarrow{AB}$.

III. ***ზოგიერთი გარდაქმნის კომპოზიცია.*** მოვიყვანოთ რამდენიმე ცხადი ფაქტი გარდაქმნების კომპოზიციის შესახებ.

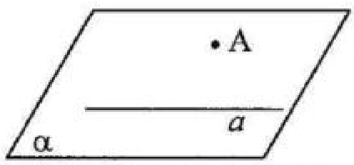
- წერტილების მიმართ სიმეტრიის გარდაქმნების კომპოზიცია პარალელური გადატანაა.
- წერტილის მიმართ სიმეტრიის ასახვის კომპოზიცია თავის თავთან არის იგივური გარდაქმნა.
- ვთქვათ a და b პარალელური წრფეებია, f სიმეტრიის გარდაქმნაა a-ს მიმართ, g სიმეტრიაა b-ს მიმართ. მაშინ, $f \circ g$ არის პარალელური გადატანა.
- წრფის მიმართ სიმეტრიის ასახვის კომპოზიცია თავის თავთან არის იგივური გარდაქმნა.
- პარალელურ გადატანათა კომპოზიცია არის პარალელური გადატანა.
- ერთი და იგივე ცენტრის მიმართ მობრუნებათა კომპოზიცია არის მობრუნება.
- ორი მოძრაობის კომპოზიცია კვლავ მოძრაობას წარმოადგენს.

§13. სტერეომეტრიის საწყისები

1. ***წერტილი, წრფე და სიბრტყე სივრცეში.*** წერტილი, წრფე და სიბრტყე წარმოადგენენ ძირითად ობიექტებს, რომლებსაც სტერეომეტრია შეისწავლის. აღვწეროთ ის ფუნდამენტური კავშირები, რაც არსებობს მათ შორის.

თუ მოცემულია ორი განსხვავებული წერტილი (წერტილებს კვლავ დიდი ლათინური ასოებით აღვნიშნავთ), მაშინ არსებობს წრფე, რომელსაც ეკუთვნის ორივე წერტილი და ასეთი წრფე ერთადერთია.

თუ მოცემულია ერთ წრფეზე არამდებარე სამი განსხვავებული წერტილი, მაშინ არსებობს სიბრტყე (სიბრტყეებს პატარა ბერძნული ასოებით აღვნიშნავთ, მაგალითად, α, β და ა.შ.), რომელსაც ეკუთვნის სამივე წერტილი და ასეთი სიბრტყე ერთადერთია.



თუ მოცემულია (a) წრფე და ამ წრფის გარეთ მდებარე (A) წერტილი, მაშინ არსებობს (α) სიბრტყე, რომელიც მოიცავს წრფესაც და წერტილსაც და ასეთი სიბრტყე ერთადერთია. ამ დროს ამბობენ, რომ (α) სიბრტყე გადებულია (a) წრფესა და (A) წერტილზე.

თუ ორი წრფე იკვეთება (ე.ი. აქვთ ერთადერთი საერთო წერტილი), მაშინ არსებობს სიბრტყე, რომელიც შეიცავს ამ წრფეებს და ასეთი სიბრტყე ერთადერთია, ე.ი. თანამკვეთ წრფეებზეც არის შესაძლებელი სიბრტყის გავლება.

ორ წრფეს (სიბრტყეს) ვუწოდებთ განსხვავებულს, თუ მათი თანაკვეთა (საერთო ნაწილი) განსხვავდება თითოეული მათგანისგან.

თუ ორ განსხვავებულ სიბრტყეს საერთო წერტილი აქვთ, მაშინ მათი თანაკვეთა არის წრფე. ამ დროს ამბობენ, რომ სიბრტყეები ერთმანეთს წრფეზე კვეთს.

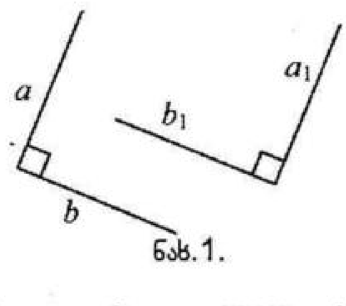
თუ წრფის ორი წერტილი რომელიმე სიბრტყეს ეკუთვნის, მაშინ ეს წრფე მთლიანად ამ სიბრტყეს ეკუთვნის. აქედან გამომდინარეობს, რომ სიბრტყე და ის წრფე, რომელიც მას არ ეკუთვნის (მთლიანად), ან არ კვეთს ერთმანეთს, ან კვეთს ერთ წერტილში.

2. ***წრფეთა ურთიერთგანლაგება სივრცეში.*** ვამბობთ, რომ ორი ან რამდენიმე წრფე ***ერთ სიბრტყეში ძევს***, თუ ეს წრფეები ერთდროულად ეკუთვნის რომელიმე სიბრტყეს.

თუ ორი წრფე ერთ სიბრტყეში არ ძევს, მაშინ მათ აცდენილი წრფეები ეწოდებათ.

თუ ორი წრფე ერთ სიბრტყეში ძევს და ერთმანეთს არ კვეთს, მაშინ მათ პარალელური (ან ურთიერთპარალელური) წრფეები ეწოდებათ. წრფეზე არამდებარე წერტილზე შეიძლება გაივლოს ამ წრფის პარალელური ერთადერთი წრფე, ხოლო თუ ორი წრფე ცალ-ცალკე მესამე წრფის პარალელურია, მაშინ ისინი ურთიერთპარალელურია. უნდა შევნიშნოთ, რომ სამი, წყვილ-წყვილად ურთიერთპარალელური წრფე ყოველთვის არ ძევს ერთ სიბრტყეში.

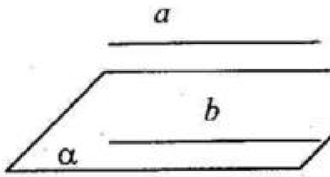
ორ წრფეს მართობული (ან ურთიერთმართობული) ეწოდება, თუ ისინი ერთმანეთს მართი კუთხით კვეთენ. ურთიერთმართობული ($a\perp b$) წრფეების პარალელური ($a\|a_1$, $b\|b_1$) ურთიერთგადამკვეთი (a_1 და b_1) წრფეები ურთიერთმართობულია (ე.ი. $a_1\perp b_1$, ნახ.1).



ნახ.1.

3. ***წრფისა და სიბრტყის პარალელობა და მართობულობა. წრფეს და სიბრტყეს პარალელური ეწოდებათ, თუ მათ არ აქვთ საერთო წერტილი (ანუ ისინი ერთმანეთს არ კვეთს). წრფისა და სიბრტყის პარალელობის დასადგენად გამოიყენება შემდეგი ნიშანი:***

თუ (a) წრფე, რომელიც (α) სიბრტყეს არ ეკუთვნის, ამ სიბრტყეზე რომელიმე (b) წრფის პარალელურია ($a \| b$), მაშინ ის თვით (α) სიბრტყის პარალელურია (ე.ი. $a \| \alpha$, ნახ.2).



ნახ.2.

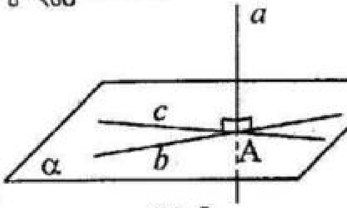
განმარტების თანახმად, კუთხე წრფესა და მის პარალელური სიბრტყეს შორის ითვლება 0°-ის ტოლად. ზოგადად, კუთხე განიმარტება ნებისმიერ წრფესა და ნებისმიერ სიბრტყეს შორის და მისი გრადუსული ზომა იცვლება 0°-სა და 90°-ს შორის.

როდესაც წრფე არ ეკუთვნის მოცემულ სიბრტყეს და არც მისი პარალელურია, მაშინ მათ აქვთ ერთადერთი საერთო წერტილი და ეწოდებათ ***გადამკვეთი (ურთიერთგადამკვეთი)***.

სიბრტყის გადამკვეთ წრფეს ამ სიბრტყის მართობული ეწოდება, თუ იგი გადაკვეთის წერტილზე გამავალი და ამ სიბრტყეში მდებარე ნებისმიერი წრფის მართობულია.

პრაქტიკაში, წრფის და სიბრტყის მართობულობის დასადგენად ვიყენებთ შემდეგ ნიშანს:

თუ (α) სიბრტყის გადამკვეთი (a) წრფე ამ სიბრტყეში მდებარე და გადაკვეთის (A) წერტილზე გამავალი ორი განსხვავებული (b და c) წრფის მართობულია ($a \perp b$ და $a \perp c$), მაშინ იგი სიბრტყის მართობულია ($a \perp \alpha$, ნახ.3). ცხადია, კუთხე ურთიერთმართობულ წრფესა და სიბრტყეს შორის ითვლება 90°-ის ტოლად.

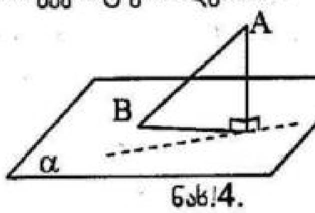


ნახ.3.

თუ ორი ურთიერთპარალელური ($a \| b$) წრფიდან ერთ-ერთი (α) სიბრტყის მართობულია ($a \perp \alpha$), მაშინ მეორე წრფეც ამ სიბრტყის მართობულია ($b \perp \alpha$), ხოლო თუ ორი წრფე ერთი და იგივე სიბრტყის მართობულია, მაშინ ეს წრფეები ურთიერთპარალელურია.

4. *მანძილი წერტილიდან წრფემდე. სამი მართობის თეორემა.* სივრცეში ავიღოთ ორი განსხვავებული A და B წერტილი და გავავლოთ მათზე a წრფე. a წრფის წერტილები, რომლებიც მოთავსებულია A და B წერტილებს შორის (მათი ჩათვლით), ქმნიან AB ***მონაკვეთს***. რადგან A და B წერტილებზე ერთადერთი წრფე გაივლება, ამიტომ მათი შემაერთებელი AB მონაკვეთიც ერთადერთია.

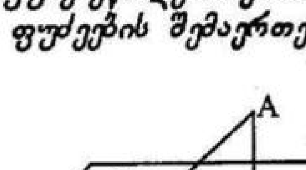
მოცემული წერტილიდან მოცემულ სიბრტყემდე დაშვებული მართობი ეწოდება იმ მონაკვეთს, რომელიც მოცემულ წერტილს სიბრტყის ერთ-ერთ წერტილთან აერთებს და ძევს ამ სიბრტყის მართობულ წრფეზე. მართობის იმ ბოლოს, რომელიც სიბრტყეში ძევს, მართობის ფუძე ეწოდება. წერტილიდან სიბრტყემდე მანძილი ეწოდება ამ წერტილიდან სიბრტყემდე დაშვებული მართობის სიგრძეს.



ნახ.4.

მოცემული წერტილიდან მოცემული სიბრტყისადმი გავლებული დახრილი ეწოდება ნებისმიერ მონაკვეთს, რომელიც ამ სიბრტყისადმი მართობს არ წარმოადგენს და რომლის ერთი ბოლო მოცემულ წერტილშია, ხოლო მეორე სიბრტყეზეა (ნახ. 4). დახრილის იმ ბოლოს, რომელიც სიბრტყეში ძევს, დახრილის ფუძე ეწოდება. ერთი და იგივე წერტილიდან გავლებული მართობისა და დახრილის ფუძეების შემაერთებელ მონაკვეთს დახრილის გეგმილი ეწოდება.

თეორემა /სამი მართობის/. თუ (α) სიბრტყეზე მდებარე რაიმე (c) წრფე (ნახ.5) (AC) დახრილის (C) ფუძეზე გადის და ამ დახრილის გეგმილის მართობულია ($c \perp BC$), მაშინ იგი დახრილის მართობულიცაა ($c \perp AC$).



ნახ.5.

პირიქით, თუ სიბრტყეზე მდებარე წრფე დახრილის მართობულია, მაშინ ის დახრილის გეგმილის მართობულიცაა.

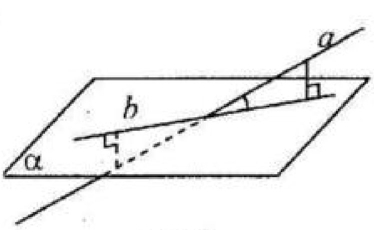
5. წერტილის, მონაკვეთისა და წრფის ორთოგონალური დაგეგმილება სიბრტყეზე. კუთხე წრფესა და სიბრტყეს შორის. ვთქვათ, A წერტილი არ ეკუთვნის α სიბრტყეს. განმარტების თანახმად, A წერტილის ორთოგონალური გეგმილი α სიბრტყეზე ეწოდება A წერტილიდან α სიბრტყეზე დაშვებული მართობის ფუძეს. α სიბრტყის ნებისმიერი B წერტილის ორთოგონალური გეგმილს α სიბრტყეზე თვითონ B წარმოადგენს.

ვთქვათ, ახლა მოცემულია a წრფე და α სიბრტყე. სიმრავლე, რომელიც მიიღება α სიბრტყეში a წრფის წერტილების ორთოგონალური გეგმილების გაერთიანებით, წარმოადგენს a-ს ორთოგონალურ გეგმილს α-ზე და არის წრფე (თუ a არ არის α-ს მართობული) ან წერტილი (როცა $a\perp\alpha$).

ანალოგიურად, თუ მოცემულია AB მონაკვეთი და α სიბრტყე, მაშინ AB-ს ორთოგონალური გეგმილი α-ზე არის მონაკვეთი (თუ AB არ ძევს α-ს მართობულ წრფეზე) ან წერტილი (საწინააღმდეგო შემთხვევაში). კერძოდ, დახრილის გეგმილი წარმოადგენს ამ დახრილის ორთოგონალურ გეგმილს სიბრტყეზე.

სივრცეში ორი ურთიერთგადამკვეთი წრფე ქმნის 8 კუთხეს. მათგან უმცირესის გრადუსულ ზომას ***წრფეებს შორის კუთხე*** ეწოდება. პარალელურ წრფეებს შორის კუთხე 0°-ად ითვლება, მართობულებს შორის კი 90°-ად. სხვა შემთხვევაში კუთხე იცვლება 0°-სა და 90°-ს შორის.

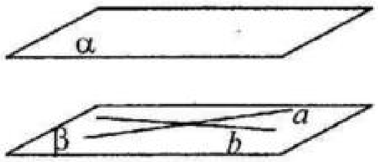
განვიხილოთ ურთიერთგადამკვეთი a წრფე და α სიბრტყე. ვთქვათ, a არაა α-ს მართობული და b რის a-ს ორთოგონალური გეგმილი α-ზე. მაშინ კუთხედ a წრფესა და α სიბრტყეს შორის, განმარტების თანახმად, მიღებულია a და b წრფეებს შორის კუთხე (ნახ.6). კერძოდ, დახრილსა და სიბრტყეს შორის კუთხე არის კუთხე დახრილსა და მის გეგმილს შორის.



ნახ.6.

6. სიბრტყეთა პარალელობა. ორ სიბრტყეს პარალელური ეწოდება, თუ ისინი ერთმანეთს არ კვეთს. სიბრტყეთა პარალელობის დასადგენად გამოიყენება შემდეგი ნიშანი:

ორი სიბრტყე პარალელურია, თუ ერთი მათგანი (მაგალითად, α) მეორე (β) სიბრტყეში მდებარე ორი (a და b) ურთიერთგადამკვეთი წრფის პარალელურია (α||a, α||b). თუ წერტილი მოცემულ სიბრტყეში არ მდებარეობს, მაშინ ამ წერტილიდან შესაძლებელია მოცემული სიბრტყის პარალელური სიბრტყის გავლება და მასთან მხოლოდ ერთის.

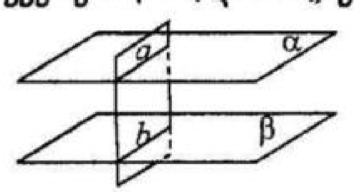


ნახ.7.

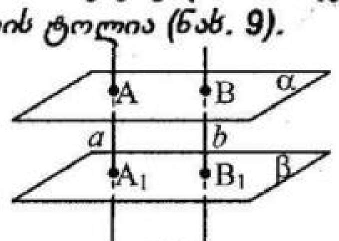
ხშირად, სასრგებლოა შემდეგი ფაქტების ცოდნა:

1) თუ ორი პარალელური სიბრტყე (α და β) გადაკვეთილია მესამე (γ) სიბრტყით (ნახ.8), მაშინ გადაკვეთის წრფეები (a და b) პარალელურებია.

2) ორ პარალელურ სიბრტყეს (α და β) შორის მოთავსებული პარალელური წრფეების (a და b) მონაკვეთები (AA_1 და BB_1) ერთმანეთის ტოლია (ნახ. 9).



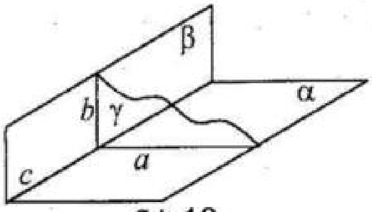
ნახ.8.



ნახ.9.

7. *სიბრტყეთა მართობულობა.*

ორ (α და β) ურთიერთგადამკვეთ სიბრტყეს მართობული ან (ურთიერთმართობული) ეწოდება, თუ მესამე (γ) სიბრტყე, რომელიც (α და β) სიბრტყეთა გადაკვეთის (c) წრფის მართობულია, ამ სიბრტყეებს კვეთს ურთიერთმართობულ (a და b) წრფეებზე.



ნახ.10.

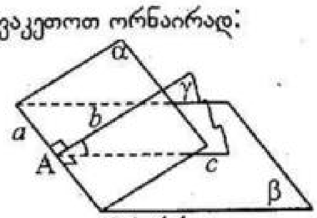
სიბრტყეთა ურთიერთმართობულობის დასადგენად ხშირად გამოიყენება შემდეგი ნიშანი:
თუ ერთი სიბრტყე გადის მეორე სიბრტყის მართობულ წრფეზე, მაშინ ეს სიბრტყეები ურთიერთმართობულია.

სამართლიანია აგრეთვე, ბოლო დებულების შებრუნებული დებულებაც:
თუ ორი ურთიერთმართობული სიბრტყიდან ერთ-ერთში გავავლებთ მათი გადაკვეთის წრფის მართობულ წრფეს, მაშინ ეს წრფე მეორე სიბრტყის მართობული იქნება.

8. *ორწახნაგა კუთხე და მისი ზომა. კუთხე სიბრტყეებს შორის.* როგორც ვიცით, ორი წრფის გადაკვეთისას მიიღება 8 კუთხე. ანალოგიურად, ორი სიბრტყის გადაკვეთისას მიიღება 8 ***ორწახნაგა კუთხე*** ანუ საერთო წრფით შემოსაზღვრული ორი ნახევარსიბრტყით შექმნილი ფიგურა. ორწახნაგა კუთხის შემომსაზღვრელ ნახევარსიბრტყეებს ***წახნაგები*** ეწოდებათ, ხოლო წახნაგების საერთო წრფეს – ***ორწახნაგა კუთხის წიბო.***

ორწახნაგა კუთხის გასაზომად უნდა ავაგოთ ხაზოვანი კუთხე. ეს შეიძლება გავაკეთოთ ორნაირად:

1) ორწახნაგა კუთხის a წიბოს რომელიმე A წერტილზე გავავლოთ a-ს მართობული γ სიბრტყე. γ სიბრტყე წახნაგებს კვეთს b და c სხივებზე (ნახ.11). γ სიბრტყეში ეს b და c სხივები ქმნიან კუთხეს, რომელსაც ორწახნაგა კუთხის



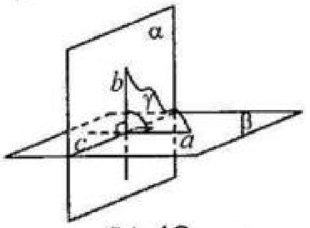
ნახ.11.

ხაზოვანი კუთხე ეწოდება. ორწახნაგა კუთხის ზომად ვიღებთ მისი შესაბამისი ხაზოვანი კუთხის ზომას. არსებითია, რომ ორწახნაგა კუთხის ზომა არაა დამოკიდებული ხაზოვანი კუთხის არჩევაზე.

2) შეგვიძლია ნებისმიერად ავარჩიოთ a წიბოს წერტილი A და A-დან გავავლოთ a წრფის მართობული ორი სხივი, ერთი α წახნაგში, მეორე—β წახნაგში. ეს ორი სხივი ქმნის ხაზოვან კუთხეს, რომლის ზომაც, განმარტების თანახმად, არის ორწახნაგა კუთხის ზომა (და არაა დამოკიდებული A წერტილის არჩევაზე).

9. *კუთხე ორ სიბრტყეს შორის.*

პარალელურ სიბრტყეებს შორის კუთხე ითვლება 0°-ის ტოლად. ვთქვათ მოცემული (α და β) სიბრტყეები ერთმანეთს კვეთს. გავავლოთ მათი გადაკვეთის (c) წრფის მართობული რაიმე (γ) სიბრტყე. ეს სიბრტყე მოცემულ სიბრტყეებს (a და b) ორ წრფეზე კვეთს. ამ წრფეებს შორის კუთხე ეწოდება **კუთხეს ორ მოცემულ სიბრყეს** შორის.

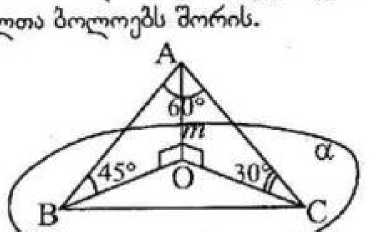


ნახ.12.

შევნიშნოთ, რომ ორ სიბრტყეს შორის კუთხე არ არის დამოკიდებული მკვეთი სიბრტყის შერჩევაზე.

განვიხილოთ რამდენიმე ტიპიური ამოცანის ამოხსნა.

ამოცანა 1. სიბრტყიდან m მანძილით დაშორებული წერტილიდან გავლებულია ორი დახრილი, რომლებიც სიბრტყესთან 45°-იან და 30°-იან კუთხეებსს ადგენენ, ხოლო ერთმანეთთან კი—60°-იან კუთხეს. იპოვეთ მანძილი დახრილთა ბოლოებს შორის.



მოც: $AO \perp \alpha$, $AO=m$, $\angle ABO=45°$, $\angle ACO=30°$, $\angle BAC=60°$.

უ.გ. BC.

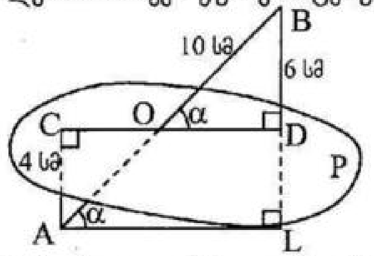
ამოხსნა. AB და AC დახრილები გამოვსახოთ m-ით, ΔABO მართკუთხაა: $AB=\dfrac{m}{\cos 45^\circ}=\sqrt{2}\,m$. ასევე, ΔACO-ში $AC=\dfrac{m}{\cos 30^\circ}=\dfrac{2m}{\sqrt{3}}$. განვიხილოთ ΔABC, რომელშიც $AB=\sqrt{2}\,m$, $AC=\dfrac{2m}{\sqrt{3}}$ და $\angle BAC=60^\circ$.
თუ ვისარგებლებთ კოსინუსების თეორემით, მაშინ BC-ს გამოვსახავთ m-ით:

$$BC^2=AC^2+AB^2-2\cdot AC\cdot AB\cdot\cos60^\circ=2m+\frac{4m^2}{3}-2\cdot\sqrt{2}\,m\cdot\frac{2m}{\sqrt{3}}\cdot\frac{1}{2}=$$

$$=\frac{10m^2}{3}-\frac{2\sqrt{2}m^2}{\sqrt{3}}=\frac{10m^2-2\sqrt{6}m^2}{3}=\frac{10-2\sqrt{6}}{3}m^2,$$ ე.ი. $BC=\sqrt{\dfrac{10-2\sqrt{6}}{3}}\,m$.

პასუხი: $BC=\sqrt{\dfrac{10-2\sqrt{6}}{3}}\,m$.

ამოცანა 2. 20 სმ სიგრძის მონაკვეთი კვეთს სიბრტყეს. მონაკვეთის ბოლოები სიბრტყიდან დაშორებულია 4 სმ და 6 სმ მანძილებით. იპოვეთ კუთხე მოცემულ მონაკვეთსა და სიბრტყეს შორის.

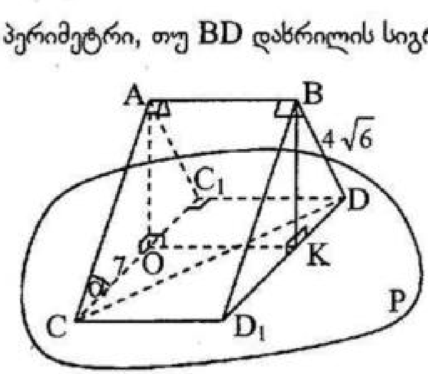


მოც: $AB\cap P=\{O\}$, $BD\perp P$, $AC\perp P$
$BD=6$ სმ, $AC=4$ სმ, $AB=20$ სმ

უ.გ. $\angle(AB,P)\equiv\alpha$.

ამოხსნა. BD მართობი გავაგრძელოთ მეორე ნახევარსივრცეში A წერტილიდან CD წრფის პარალელური წრფის გავლებით მიღებულ წრფესთან გადაკვეთამდე L წერტილში (ცხადია, გადაკვეთა მოხდება AB და CD წრფეებით შექმნილ სიბრტყეში). $CD\parallel AL$, ე.ი. $\angle BAL=\alpha$, როგორც შესაბამისი კუთხეები. $DL=AC=4$ სმ, როგორც ACDL მართკუთხედის მოპირდაპირე გვერდები. განვიხილოთ მართკუთხა ΔABL. $AB=20$ სმ. იგი ჰიპოტენუზაა, ხოლო
$BL=BD+DL=6+4=10$ სმ და ის კათეტია, ე.ი. მართკუთხა სამკუთხედში კათეტი ჰიპოტენუზის ნახევარია. ანუ კათეტის მოპირდაპირე α კუთხე 30°-ის ტოლია.
პასუხი: $\angle(AB,P)=30^\circ$.

ამოცანა 3. AB მონაკვეთი p სიბრტყის პარალელურია, ხოლო AC და BD კი AB-ს პერპენდიკულარულად და მისგან სხვადასხვა მხარეს გავლებული დახრილებია. AB მონაკვეთის სიგრძეა 16 სმ. AC დახრილი, რომლის გეგმილი p სიბრტყეზე 7 სმ-ია, p სიბრტყესთან α კუთხეს ადგენს. იპოვეთ CABDC ტეხილის პერიმეტრი, თუ BD დახრილის სიგრძეა $4\sqrt{6}$ სმ და $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{15}}{8}$.



მოც: $AB\parallel p$, $AC\perp AB$, $BD\perp AB$
$\angle(AC,p)=\alpha$, $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{15}}{8}$,
$BD=4\sqrt{6}$ სმ, $AO\perp p$, $BK\perp p$,
$CO=7$ სმ, $AB=16$ სმ,.

უ.გ. P_{CABDC}.

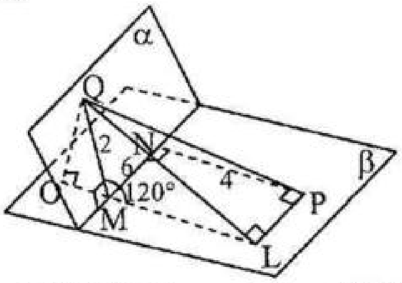
ამოხსნა. A-დან p სიბრტყეზე გავატაროთ BD-ს პარალელური AC_1 დახრილი. რადგან $\angle ABD=90^\circ$, მაშინ $\angle BAC_1=90^\circ$, $AC_1=BD=4\sqrt{6}$ სმ, $AO\perp p$ და $AB\parallel p$. ამიტომ AC, AC_1 და AO p სიბრტყის

მართობული სიბრტყის წრფეებია. ΔACO მართკუთხაა. $\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\sqrt{1-\frac{15}{64}}=\frac{7}{8}$. მაშინ $\cos\alpha=\frac{CO}{AC}\Rightarrow AC=\frac{CO}{\cos\alpha}=\frac{7}{7/8}=8$ სმ. პითაგორას თეორემის გამოყენებით, მივიღებთ $AO=\sqrt{AC^2-CO^2}=\sqrt{8^2-7^2}=\sqrt{15}$ სმ. ΔAOC_1 მართკუთხაა. ვღებულობთ $OC_1=\sqrt{AC_1^2-AO^2}=\sqrt{(4\sqrt{6})^2-15}=\sqrt{96-15}=\sqrt{81}=9$ სმ. მაშინ $CC_1=CO+OC_1=7+9=16$ (სმ). ΔCC_1D მართკუთხაა, რადგან $CC_1\perp C_1D$ ($ABDC_1$ მართკუთხედია, $AC_1 \| BD$, $AC_1=BD$ და სამი მართობის ძალით $\angle OC_1D=90°$). მაშინ $CD=\sqrt{CC_1^2+C_1D^2}=\sqrt{16^2+16^2}=16\sqrt{2}$ სმ.

CABDC ტეხილის ყველა მონაკვეთის სიგრძე ნაპოვნია. მაშინ მისი პერიმეტრი იქნება $P=CA+AB+BD+DC=8+16+4\sqrt{6}+16\sqrt{2}=4(6+\sqrt{6}+4\sqrt{2})$ (სმ).

პასუხი: $4(6+\sqrt{6}+4\sqrt{2})$ სმ.

ამოცანა 4. M და N წერტილები $120°$-იანი ორწახნაგა კუთხის წიბოზე მდებარე წერტილებია; NP და MQ სხვადასხვა წახნაგებზე გავლებული წიბოს პერპენდიკულარებია. იპოვეთ PQ მონაკვეთის სიგრძე, თუ $MN=6$, $NP=4$, $MQ=2$.



მოც: $(\alpha\,\hat{;}\,\beta)=120°$, $Q\in\alpha$, $P\in\beta$,
$QM\perp MN$, $PN\perp MN$,
$QM=2$, $PN=4$, $MN=6$

უ.გ. PQ.

ამოხსნა. M-დან β წახნაგში გავატაროთ NP-ს ტოლი და მისი პარალელური ML მონაკვეთი. L შევაერთოთ Q-ს და P-ს. ცხადია, რომ $ML\perp MN$ და $\angle QML$ ორწახნაგა კუთხის ხაზოვანი ზომაა და უდრის $120°$-ს. ΔQML-ში კოსინუსების თეორემის გამოყენებით ვიპოვით QL-ს:

$QL^2=QM^2+LM^2-2\cdot QM\cdot LM\cdot\cos120°$, საიდანაც

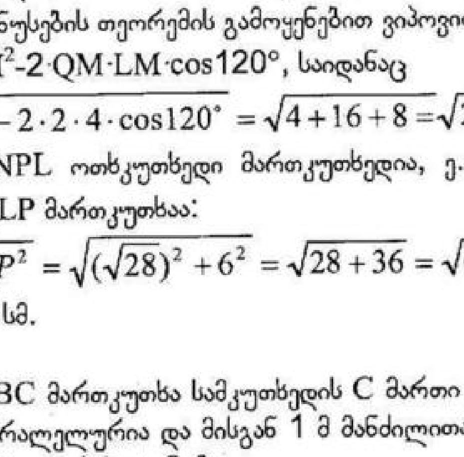
$QL=\sqrt{2^2+4^2-2\cdot2\cdot4\cdot\cos120°}=\sqrt{4+16+8}=\sqrt{28}$ სმ.

β წახნაგზე MNPL ოთხკუთხედი მართკუთხედია, ე.ი. $\angle MLP=90°$. სამი მართობის თეორემის ძალით $QL\perp LP$ და ΔQLP მართკუთხაა:

$QP=\sqrt{QL^2+LP^2}=\sqrt{(\sqrt{28})^2+6^2}=\sqrt{28+36}=\sqrt{64}=8$ სმ.

პასუხი: $QP=8$ სმ.

ამოცანა 5. ABC მართკუთხა სამკუთხედის C მართი კუთხის წვეროზე გავლებულია P სიბრტყე, რომელიც ჰიპოტენუზის პარალელურია და მისგან 1 მ მანძილითაა დაშორებული. კათეტების გეგმილები ამ სიბრტყეზე 3 მ და 5 მ-ია. იპოვეთ ჰიპოტენუზა.



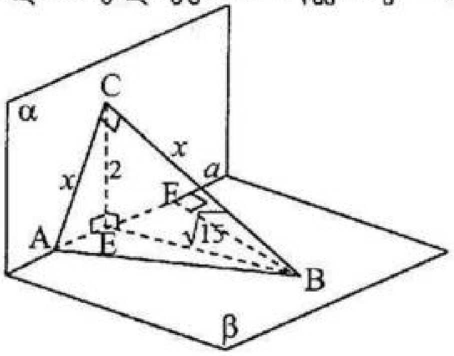
მოც: $ABC\cap P=\{C\}$, ΔABC მართკუთხაა: $\angle C=90°$, $AB \| P$, $AA_1\perp P$, $BB_1\perp P$, $AA_1=BB_1=1$ მ, $A_1C=3$ მ, $B_1C=5$ მ

უ.გ. AB.

ამოხსნა. მართკუთხა AA_1C და BB_1C სამკუთხედებში გვაქვს:

$CA^2 = AA_1^2 + A_1C^2 = 1^2+3^2=10$ (მ^2);
$CB^2 = BB_1^2 + B_1C^2 = 5^2+1^2=26$ (მ^2).
მართკუთხა ABC სამკუთხედში გამოვიყენოთ პითაგორას თეორემა:
$AB^2=AC^2+BC^2=10+26=36$, საიდანაც $AB=6$ (მ).
პასუხი: AB=6 მ.

ამოცანა 6. ABC მართკუთხა ტოლფერდა სამკუთხედის კათეტი და ჰიპოტენუზა ძევს $(\alpha\hat{;}\beta)$ ორწახნაგა კუთხის სხვადასხვა წახნაგებზე. მართი კუთხის C წვერო ორწახნაგა კუთხის a წიბოდან დაშორებულია 2 სმ-ის მანძილით, ხოლო მახვილი კუთხის B წვერო კი $-\sqrt{15}$ სმ-ით. იპოვეთ ΔABC-ს ფართობი.

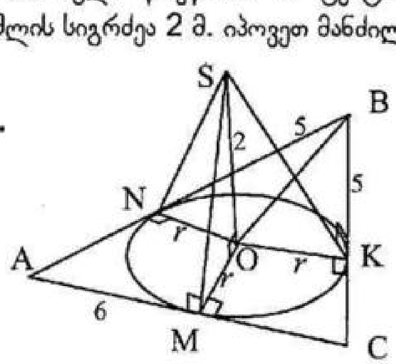


მოც: ΔABC, $\angle C=90°$ და $(\alpha\hat{;}\beta)$ მართი ორწახნაგა კუთხეა, $CE\in\alpha$, $CE\perp a$, $AC\in\alpha$, $BF\in\beta$, $BF\perp a$, CE=2 სმ, BF=$\sqrt{15}$ სმ.

უ.გ. $S_{\Delta ABC}$.

ვთქვათ, $AC=BC=x$. მაშინ ΔABC-დან $AB^2=2x^2$. $AE=EB=\sqrt{x^2-4}$ და $EF=\sqrt{EB^2-BF^2}=\sqrt{x^2-4-15}=\sqrt{x^2-19}$. $AF=\sqrt{x^2-4}+\sqrt{x^2-19}$. ΔABF მართკუთხაა: $AB^2=AF^2+BF^2$, საიდანაც
$2x^2=x^2-4+2\sqrt{(x^2-4)(x^2-29)}+x^2-19+15$. ვღებულობთ ბიკვადრატულ განტოლებას: $x^4-23x^2+60=0$, საიდანაც $x^2=3$ ან $x^2=20$. რადგან $x^2>19$ ($AE=\sqrt{x^2-19}$), ამიტომ $x^2=20$ ანუ $S_{\Delta ABC}=\dfrac{AC\cdot BC}{2}=\dfrac{x\cdot x}{2}=\dfrac{x^2}{2}=10$ (სმ^2).
პასუხი: $S_{\Delta ABC}=10$ სმ^2.

ამოცანა7. მოცემულია ABC ტოლფერდა სამკუთხედი, რომლის AC ფუძეა 6 მ, ხოლო AB ფერდია 5 მ. სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის O ცენტრიდან ABC სამკუთხედის სიბრტყისადმი აღმართულია OS მართობი, რომლის სიგრძეა 2 მ. იპოვეთ მანძილები მართობის S წვეროდან ΔABC-ის გვერდებამდე.



მოც: $SO\perp ABC$,
ΔABC ტოლფერდაა:
AB=BC=5 მ, AC=6 მ, SO=2 მ.

უ.გ. SN, SK, SM.

ამოხსნა: $SO\perp ABC$, O ΔABC-ში ჩახაზული წრეწირის ცენტრია, ON=OK=OM ჩახაზული წრეწირის რადიუსებია და ისინი სამკუთხედის შესაბამისი გვერდების მართობულებია (მაგ., $OM\perp AC$). სამი მართობის თეორემის ძალით $SK\perp BC$, $SM\perp AC$ და $SN\perp AB$, ე.ი. SK, SM და SN მონაკვეთების სიგრძეები საძიებელი სიდიდეებია. მაგრამ $\Delta SOK=\Delta SOM=\Delta SON$, რადგან მათი კათეტები შესაბამისად ტოლია. მაშინ SN=SM=SK. ΔSOM-დან $SM=\sqrt{SO^2+r^2}=\sqrt{4+r^2}$. ვიპოვოთ r:

$S_{\Delta ABC}=p\cdot r$, $p=\dfrac{AB+BC+AC}{2}=\dfrac{5+5+6}{2}=8$ (სმ). მაშინ $S_{\Delta ABC}=\dfrac{BM\cdot AC}{2}$, ხოლო $BM=\sqrt{BC^2-MC^2}=\sqrt{5^2-(\frac{6}{2})^2}=\sqrt{16}=4$ (სმ). მაშინ

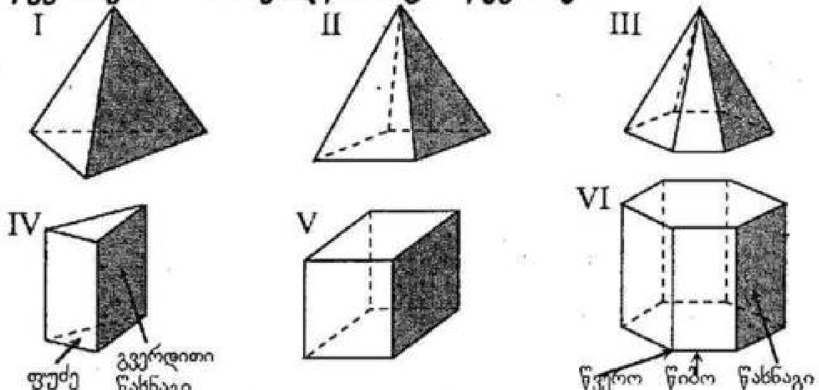
$S_{\Delta ABC}=\dfrac{4\cdot 6}{2}=12$ (სმ^2), ე.ი. $8r=12$ და $r=\dfrac{12}{8}=1,5$ (მ). რადგან

$SM=\sqrt{4+r^2}$, მივიღებთ $SM=2,5$ (მ).

პასუხი: SN=SM=SK=2,5 მ.

§14. მრავალწახნაგა და მისი ელემენტები. მრავალწახნაგას სახეები: მართი პრიზმა, მართი პარალელეპიპედი, მართკუთხა პარალელეპიპედი

მრავალწახნაგა ეწოდება სხეულს, რომელიც შემოსაზღვრულია სასრული რაოდენობა სიბრტყეებით. მრავალწახნაგას საზღვარს მისი ზედაპირი ეწოდება. მრავალწახნაგას ამოზნექილი ეწოდება, თუ იგი მისი შემომსაზღვრელი თითოეული სიბრტყის ერთ მხარეს ძევს. ამოზნექილი მრავალწახნაგას (ჩვენ მომავალში მხოლოდ ასეთებს განვიხილავთ) ზედაპირისა და მისი შემომსაზღვრელი ერთ-ერთი სიბრტყის საერთო ნაწილს წახნაგი ეწოდება. მრავალწახნაგას წახნაგები ბრტყელ მრავალკუთხედებს წარმოადგენენ, რომელთა გვერდებს მრავალწახნაგას წიბოები ეწოდება, ხოლო წვეროებს — მრავალწახნაგას წვეროები.

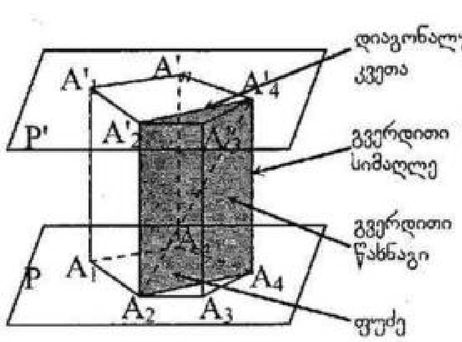


სურათზე, პირველ სტრიქონში მოცემული მრავალწახნაგები ***პირამიდებია***, ხოლო მეორე სტრიქონში მოცემული მრავალწახნაგები კი ***მართი პრიზმები***. წვეროების, წახნაგების და წიბოების რაოდენობა შესაბამისად e, f და k ასოებით აღვნიშნოთ. შევავსოთ ცხრილი პირველი სამი მრავალწახნაგასთვის

მრავალწახნაგა	e	f	k	$e+f-k$
I	4	4	6	2
II	5	5	8	2
III	7	7	12	2

როგორც ვხედავთ, სამივე მრავალწახნაგასთვის ბოლო სვეტში მიღებული რიცხვია 2, ანუ $e+f-k=2$. იგივე თვისება აქვს ყველა სხვა მრავალწახნაგას (მტკიცდება) (შეამოწმეთ IV, V და VI მრავალწახნაგებისთვის).

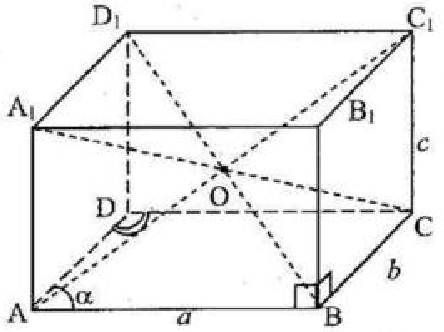
I. ***მართი პრიზმა.*** ***მრავალწახნაგას, რომლის ორი წახნაგი პარალელურ სიბრტყეებში მოთავსებული ბრტყელი n-კუთხედებია, ხოლო დანარჩენი n წახნაგი ბრტყელ მართკუთხედებს წარმოადგენს, მართი პრიზმა ეწოდება. პარალელურ ($P \| P'$) სიბრტყეებში მდებარე n-კუთხედებს პრიზმის ფუძეები ეწოდება, ხოლო დანარჩენ წახნაგებს — გვერდით წახნაგები. მართ პრიზმას ეწოდება n-კუთხა, თუ მისი ფუძეები n-კუთხედებია.***



პრიზმის იმ ფუძეებს, რომლებიც ფუძეთა გვერდებს არ წარმოადგენენ, ***გვერდითი წიბოები*** ეწოდება. ცხადია, ყველა გვერდითი წიბო პარალელურია და ტოლია, ხოლო მართი პრიზმის ფუძეები ტოლი მრავალკუთხედებია. პრიზმის ფუძის ნებისმიერი წერტილიდან მეორე ფუძის შემცველ სიბრტყეზე დაშვებულ მართობს (მაგალითად, ნებისმიერ გვერდით წიბოს) მართი პრიზმის ***სიმაღლე*** ეწოდება. მონაკვეთს,

რომელიც ერთ წახნაგზე არამდებარე ორ წვეროს აერთებს, ***მართი პრიზმის დიაგონალი*** ეწოდება (მაგ., A_2A_4'). კვეთას, რომელიც მიიღება მართი პრიზმის სხვადასხვა გვერდით წახნაგებზე მდებარე ორ გვერდით წიბოზე გამავალი სიბრტყით, ***დიაგონალური კვეთა*** ეწოდება (მაგ., $A_2A_2'A_4'A_4$ – მართკუთხედი). ყოველი დიაგონალური კვეთა მართკუთხედია. მართ პრიზმას ***წესიერი*** ეწოდება, თუ მისი ფუძეები წესიერი მრავალკუთხედებია. პრიზმის ***გვერდითი ზედაპირის ფართობი*** (გვერდითი ზედაპირი) ეწოდება გვერდითი წახნაგების ფართობების ჯამს, ხოლო ***სრული ზედაპირის ფართობი*** (სრული ზედაპირი) – გვერდითი ზედაპირისა და მისი ფუძეების ფართობთა ჯამს: $S_{\text{სრ}}=S_{\text{გვ}}+2S_{\text{ფ}}$. მართი პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი ფუძის პერიმეტრისა და გვერდითი წიბოს ნამრავლის ტოლია: $S_{\text{გვ}}=P_{\text{ფ}}\cdot A_1A_1'$. თუ მართი n-კუთხა პრიზმა წესიერია, მაშინ $S_{\text{გვ}}=n\cdot a\cdot A_1A_1'$, სადაც a ფუძის გვერდია. ***მართი პრიზმის მოცულობა*** მისი ($A_1A_2\cdot A_n$) ფუძის ფართობის და (A_1A_1') გვერდითი წიბოს ნამრავლის ტოლია: $V=S_{\text{ფ}}\cdot A_1A_1'$.

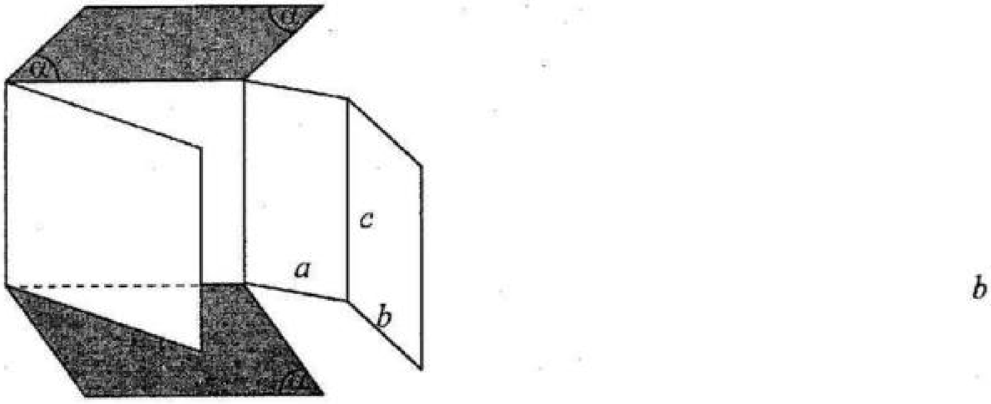
n-კუთხა პრიზმას აქვს $2n$ წვერო, $n+2$ წახნაგი და $3n$ წიბო.



II. მართი პარალელეპიპედი: მართ პრიზმას, რომლის ფუძე პარალელოგრამია, მართი პარალელეპიპედი ეწოდება. მართი პარალელეპიპედის იმ წახნაგებს, რომლებსაც საერთო წვერო არ აქვთ, მოპირდაპირე წახნაგები ეწოდება. სამართლიანია მართი პარალელეპიპედის შემდეგი თვისებები:

მართი პარალელეპიპედის მოპირდაპირე წახნაგები პარალელურია და ტოლია. მართი პარალელეპიპედის ოთხივე დიაგონალი ერთმანეთს ერთ წერტილში კვეთს და გადაკვეთის წერტილით შუაზე იყოფიან.

წარმოვიდგინოთ, რომ მოცემული $ABCDA_1B_1C_1D_1$ მართი პარალელეპიპედის ზედაპირი მუყაოს ფურცლისგან არის დამზადებული. თუ რამდენიმე წიბოზე გავჭრით ამ „კოლოფს" და გავშლით მივიღებთ ბრტყელ ფიგურას, რომელსაც ***მართი პარალელეპიპედის შლილი*** ეწოდება. იგი მართი პარალელეპიპედის წახნაგებისგან შედგება და მას შეიძლება ჰქონდეს სურათზე წარმოდგენილი ფორმა (ეს წარმოდგენა ერთადერთი არაა):



I-დან IV-ის ჩათვლით გვერდითი წახნაგებია გადანომრილი, V პარალელეპიპედის ზედა ფუძეა, VI —ქვედა ფუძე. ***მართი პრიზმის ნებისმიერი შლილის ფართობი მართი პარალელეპიპედის სრული ზედაპირის ფართობის ტოლია:***

$$S=2ac+2bc+2ab\sin\alpha.$$

გვერდითი ზედაპირი (I, II, III და IV წახნაგთა ფართობების ჯამი) ტოლია

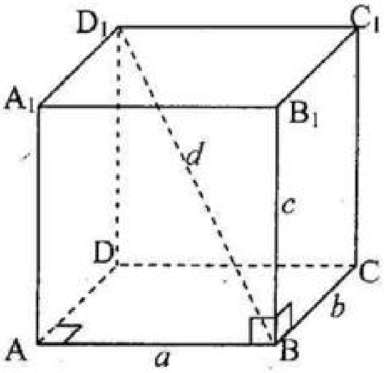
$$S_{\text{გვ}}=2ac+2bc.$$

მართი პარალელეპიპედის მოცულობა მისი ფუძის ფართობისა და გვერდითი წიბოს ნამრავლია:

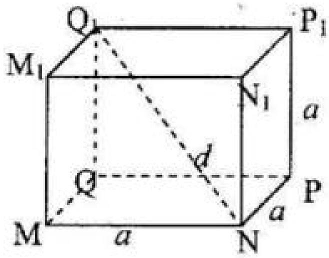
$$V=abc\sin\alpha.$$

3. მართკუთხა პარალელეპიპედი.

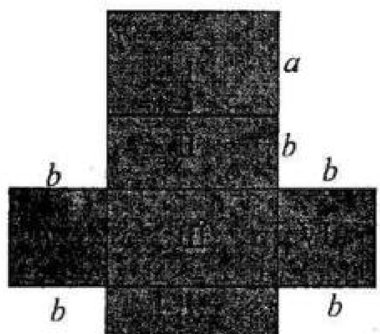
მართ პარალელეპიპედს, რომლის ფუძე მართკუთხედია, მართკუთხა პარალელეპიპედი ეწოდება. მართკუთხა პარალელეპიპედის ყველა წახნაგი მართკუთხედია. მართკუთხა პარალელეპიპედის არაპარალელური წიბოების სიგრძეებს მისი განზომილებები ეწოდება. მართკუთხა პარალელეპიპედს აქვს სამი (*a*, *b*, *c*) განზომილება. მართკუთხა პარალელეპიპედის ნებისმიერი *d* დიაგონალის კვადრატი მისი სამი განზომილების კვადრატების ჯამია: $d^2=a^2+b^2+c^2$ ($BD_1^2 = AB^2 + BC^2 + BB_1^2$).



მართკუთხა პარალელეპიპედს, რომლის ყველა წიბო ტოლია, კუბი ეწოდება. ამრიგად, კუბში სამივე განზომილება ერთმანეთს ემთხვევა და $d^2=3a^2$.



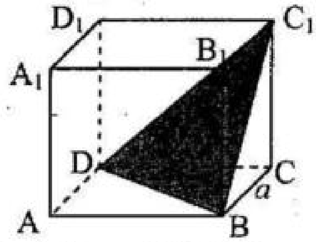
სურათზე მოცემულია $ABCDA_1B_1C_1D_1$ მართკუთხა პარალელეპიპედის ერთ-ერთი შესაძლო **შლილი.** მისი ფართობი მართკუთხა პარალელეპიპედის სრული ზედაპირის ფართობის ტოლია $\mathbf{S_{სრ}=2ab+2ac+2bc}$, ხოლო გვერდითი ზედაპირის ფართობი (I, II, III და IV წახნაგთა ფართობების ჯამი) კი არის: $\mathbf{S_{გვ}=2ac+2bc}$.



თუ მოცემულია $MNPQM_1N_1P_1Q_1$ კუბი ($a=b=c$), მაშინ $S_{სრ}=6a^2$, $S_{გვ}=4a^2$. **მართკუთხა პარალელეპიპედის მოცულობა** მისი სამი განზომილების ნამრავლია: $V=abc$, კუბის მოცულობა კი კუბის განზომილების კუბის ტოლია: $V=a^3$.

ამოვხსნათ ზოგიერთი ამოცანა მართ პრიზმებზე და მის კერძო სახეებზე.

ამოცანა 1. კუბის წიბოს სიგრძეა $5\sqrt[4]{3}$ სმ. იპოვეთ იმ კვეთის ფართობი, რომელიც გადის ერთი წვეროდან გამოსული სამივე წიბოს ბოლოებზე.



მოც: $ABCDA_1B_1C_1D_1$ კუბი.
$a=5\sqrt[4]{3}$ სმ

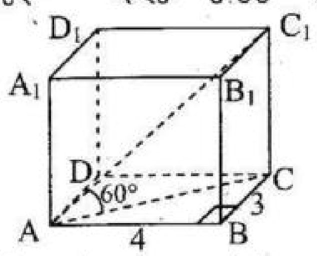
უ.გ. $S_{\Delta BC_1D}$.

ამოხსნა. C წვეროდან გამოსული CB, CD და CC_1 წიბოს B, D და C_1 ბოლოებზე გავლებული სიბრტყე კუბიდან ჩამოკვეთს BDC_1 ტოლგვერდა სამკუთხედს. ΔBDC_1 ტოლგვერდაა, რადგან მისი ყოველი გვერდი *a* სიგრძის მქონე კვადრატების დიაგონალებია. მაშინ $BD=DC_1=BC_1=a\sqrt{2}$. მაშინ

$$S_{DBC_1}=\frac{(a\sqrt{2})^2\cdot\sqrt{3}}{4}=\frac{a^2\cdot 2\cdot\sqrt{3}}{4}=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}=\frac{(5\sqrt[4]{3})^2\cdot\sqrt{3}}{2}=\frac{25\cdot 3}{2}=\frac{75}{2}\text{ (სმ}^2\text{)}.$$

პასუხი: 75/2 სმ^2.

ამოცანა 2: მართკუთხა პარალელეპიპედის დიაგონალი მისი ფუძის სიბრტყესთან ქმნის 60°-იან კუთხეს. იპოვეთ პარალელეპიპედის სიმაღლე, თუ ფუძის გვერდებია 3 სმ და 4 სმ.



მოც: $ABCDA_1B_1C_1D_1$ მართკუთხა პარალელეპიპედი. $\angle C_1AC=60°$; $BC=3$ სმ; $AB=4$ სმ

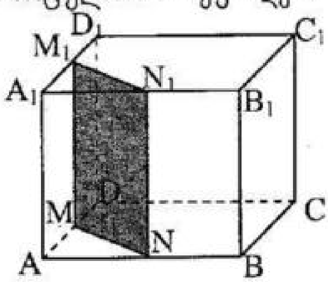
უ.გ. CC_1.

ამოხსნა. ΔABC მართკუთხაა. პითაგორას თეორემით: $AC^2=AB^2+BC^2=4^2+3^2=25$. $AC=5$ (სმ).

მართკუთხა ACC_1 სამკუთხედში $tg60°=\dfrac{CC_1}{AC}$, საიდანაც $CC_1=AC\,tg60°=5\sqrt{3}$ (სმ).

პასუხი: $5\sqrt{3}$ სმ.

ამოცანა 3. მართი პარალელეპიპედის გვერდითი წიბოს პარალელური სიბრტყე ფუძის განზომილებებს ყოფს $p:q$ და $m:n$ ნაწილებად მოცემული გვერდითი წიბოს ბოლოების მხრიდან. იპოვეთ კვეთით გაყოფილი მართი პრიზმების მოცულობათა შეფარდება.



მოც: $ABCDA_1B_1C_1D_1$ მართი პარალელეპიპედი. $AA_1 \| MNN_1M_1$. $A_1M_1:M_1D_1=p:q$, $A_1N_1:N_1B_1=m:n$.

უ.გ. $V_{ANMA_1N_1M_1} : V_{NBCDMN_1B_1C_1D_1M_1}$.

ამოხსნა. მოცემულობის პროპორციებიდან შეიძლება ჩავწეროთ: $A_1M_1=px$, $M_1D_1=qx$, $A_1N_1=my$, $N_1B_1=ny$, მაშინ

$$V_{ANMA_1N_1M_1}=S_{A_1N_1M_1}\cdot AA_1=\frac{1}{2}px\cdot my\sin(\angle A_1)\cdot AA_1,$$

$$V_{NBCDMN_1B_1C_1D_1M_1}=V_{ABCDA_1B_1C_1D_1}-V_{ANMA_1N_1M_1}=A_1D_1\cdot A_1B_1\cdot\sin(\angle A_1)\cdot AA_1-\frac{1}{2}pxmy\sin(\angle A_1)\cdot AA_1=$$

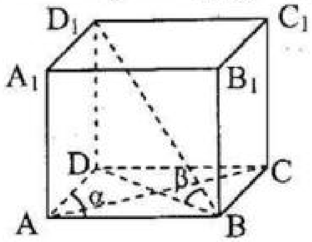
$$=(p+q)x\cdot(m+n)y\sin(\angle A_1)\cdot AA_1-\frac{1}{2}pxmy\sin(\angle A_1)\cdot AA_1=[(p+q)(m+n)-\frac{1}{2}pm]xy\sin(\angle A_1)\cdot AA_1.$$

მაშინ

$$\frac{V_{ANMA_1N_1M_1}}{V_{NBCDMN_1B_1C_1D_1M_1}}=\frac{\frac{1}{2}pmxy\sin(\angle A_1)\cdot AA_1}{[(p+q)(m+n)-\frac{1}{2}pm]xy\sin(\angle A_1)\cdot AA_1}=$$

$$=\frac{pm}{2(p+q)(m+n)-pm}=\frac{1}{\dfrac{2(p+q)(m+n)}{pm}-\dfrac{pm}{pm}}=\frac{1}{2(1+\dfrac{q}{p})(1+\dfrac{n}{m})-1}.$$

ამოცანა 4. მართი პარალელეპიპედის ფუძის გვერდები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 1:2, ხოლო ფუძის მახვილი კუთხე უდრის α-ს, რომლის $\cos\alpha=\dfrac{1}{4}$. იპოვეთ კუთხე პარალელეპიპედის მცირე დიაგონალსა და ფუძის სიბრტყეს შორის, თუ პარალელეპიპედის სიმაღლე ფუძის დიდი დიაგონალის ტოლია.



მოც: $ABCDA_1B_1C_1D_1$ მართი პარალელეპიპედი. $\angle DAB=\alpha$, $\cos\alpha=\dfrac{1}{4}$, $\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{1}{2}$, $CC_1=AC$.

უ.გ. $\angle D_1BD\equiv\beta$.

ამოხსნა. ABCD პარალელოგრამში ჩავწეროთ მისი დიაგონალებისა და გვერდების დამაკავშირებელი ფორმულა:

$$2(AB^2+AD^2)=BD^2+AC^2.$$

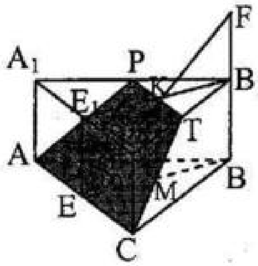
რადგან $AC=DD_1=CC_1$, ამიტომ $BD^2+AC^2=BD^2+DD_1^2$ და ეს ჯამი ΔDD_1B-ში D_1B^2-ის ტოლია, ე.ი. $2(AB^2+AD^2)=DD_1^2$ ანუ $2(4x^2+x^2)=DD_1^2$. $10x^2=DD_1^2$. ΔADB-ში ჩავწეროთ კოსინუსების თეორემა:

$DB^2=AB^2+AD^2-2\cdot AD\cdot AB\cos\alpha=x^2+(2x)^2-2x(2x)\cdot\frac{1}{4}=x^2+4x^2-4x^2\cdot\frac{1}{4}=4x^2$, საიდანაც $DB=2x$.

მივიღეთ $DD_1=\sqrt{10}\,x$, $DB=2x$. მაშინ ΔDD_1B-ში ჩავწეროთ $tg\beta$-ს გამოსათვლელი გამოსახულება: $tg\beta=\frac{DD_1}{DB}=\frac{\sqrt{10}x}{2x}=\frac{\sqrt{10}}{2}$. მაშინ $\beta=arctg(\frac{\sqrt{10}}{2})$.

პასუხი: $\beta=arctg(\frac{\sqrt{10}}{2})$.

ამოცანა 5. მოცემულია $ABCA_1B_1C_1$ წესიერი სამკუთხა პრიზმა, რომლის ყოველი წიბო $2\sqrt{3}$-ის ტოლია. ფუძის გვერდზე 60°-იანი კუთხით ფუძის სიბრტყისადმი გავლებულია სიბრტყე. იპოვეთ კვეთაში მიღებული ფიგურის ფართობი.



მოც: $ABCA_1B_1C_1$ წესიერი სამკუთხა პრიზმა. $AC=AA_1=2\sqrt{3}$ სმ, $\angle FEB=60°$

უ.გ. S_{ACTP}.

ამოხსნა. ადვილად შევნიშნავთ, რომ კვეთა ტრაპეციაა და არა სამკუთხედი, რადგან $FB=EBtg60°=\frac{AC\sqrt{3}}{2}\cdot\sqrt{3}=\frac{3}{2}AC=\frac{3}{2}BB_1>BB_1$, მაშინ $EB=\frac{2\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{2}=3$, $FB=EBtg60°=3\sqrt{3}$, $FB_1=FB-BB_1=3\sqrt{3}-2\sqrt{3}=\sqrt{3}$. $\Delta FB_1K\sim\Delta FBE$ (ორი კუთხის მიხედვით). მაშინ $\frac{KB_1}{EB}=\frac{FB_1}{FB}=\frac{1}{3}$,

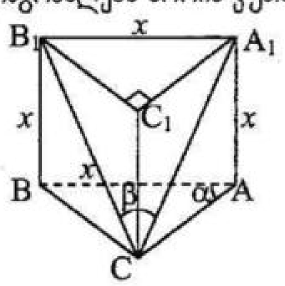
$KB=\frac{1}{3}BE=\frac{1}{3}\cdot 3=1$, $\Delta PB_1T\sim\Delta A_1B_1C_1$ (ორი კუთხის მიხედვით). მაშინ $\frac{PT}{A_1C_1}=\frac{KB_1}{E_1B_1}=\frac{1}{3}$,

$PT=\frac{A_1C_1}{3}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$, $KM\perp BE$. ΔEKM-ში $\frac{KM}{KE}=\sin60°$, $KE=\frac{2\sqrt{3}}{\sin 60°}=4$. მაშინ

$S_{კვ}=\frac{1}{2}(PT+AC)\cdot KE=\frac{1}{2}(\frac{2\sqrt{3}}{3}+2\sqrt{3})\cdot 4=2\cdot 2(\frac{\sqrt{3}}{3}+\sqrt{3})=4\cdot\frac{4\sqrt{3}}{3}=\frac{16}{\sqrt{3}}$ (სმ).

პასუხი: $\frac{16}{\sqrt{3}}$ სმ.

ამოცანა 6. მართი სამკუთხა პრიზმის ფუძე მართკუთხა სამკუთხედია, რომლის ერთ-ერთი მახვილი კუთხე უდრის α-ს. პრიზმის უდიდესი გვერდითი წახნაგი არის კვადრატი. იპოვეთ ორ დანარჩენ გვერდით წახნაგთა ურთიერთგადამკვეთ დიაგონალებს შორის კუთხის კოსინუსი.



მოც: $ABCA_1B_1C_1$ მართი სამკუთხა პრიზმა. $\angle C_1=90°$, AA_1B_1B კვადრატია, $\angle A=\alpha$

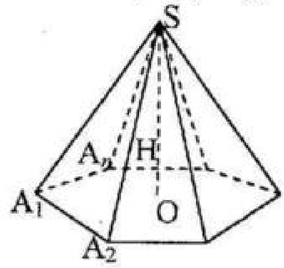
უ.გ. $\cos(B_1C\,\hat{;}\,A_1C)\equiv\cos\beta$.

ამოხსნა. AB აღვნიშნოთ x-ით. მაშინ $AC=x\cos\alpha$ და $BC=x\sin\alpha$.
ΔA_1AC-ში. $A_1C^2=AC^2+AA_1^2=x^2\cos^2\alpha+x^2=x^2(1+\cos^2\alpha)$;
ΔBB_1C-ში $B_1C^2=CB^2+BB_1^2=x^2\sin^2\alpha+x^2=x^2(1+\sin^2\alpha)$;
ΔCB_1A_1-ში ჩავწეროთ კოსინუსების თეორემა: $B_1A_1^2=B_1C^2+A_1C^2-2B_1C\cdot A_1C\cdot\cos\beta$. მივიღებთ:
$x^2=x^2(1+\sin^2\alpha)+x^2(1+\cos^2\alpha)-2x\cdot x\sqrt{(1+\sin^2\alpha)(1+\cos^2\alpha)}\cdot\cos\beta$ ანუ
$2\sqrt{2+\sin^2\alpha\cos^2\alpha}\cos\beta=2$, საიდანაც $\cos\beta=(\sqrt{2+\sin^2\alpha\cos^2\alpha})^{-1}$.

პასუხი: $\cos\beta=\dfrac{1}{\sqrt{2+\sin^2\alpha\cos^2\alpha}}$.

§15. პირამიდა და მისი ელემენტები. წესიერი პირამიდა

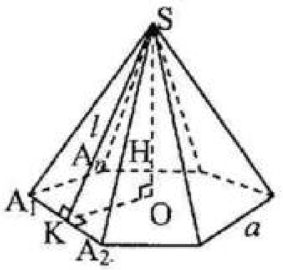
მრავალწახნაგას, რომლის ერთ-ერთი წახნაგი ნებისმიერი მრავალკუთხედია, ხოლო დანარჩენი წახნაგები საერთო წვეროს მქონე სამკუთხედებია, პირამიდა ეწოდება. ხსენებულ ($A_1A_2...A_n$) მრავალკუთხედს პირამიდის ფუძე ეწოდება, ხოლო საერთო წვეროს მქონე სამკუთხედებს (მაგ., SA_1A_2, SA_1A_n და ა.შ.) – გვერდითი წახნაგები. გვერდითი წახნაგების საერთო (S) წერტილს პირამიდის წვერო ეწოდება. წიბოებს, რომლებიც ფუძის გვერდებს არ წარმოადგენენ (მაგ., SA_1, SA_2 და ა.შ.), გვერდითი წიბოები ეწოდება. პირამიდის წვეროდან ფუძის შემცველ სიბრტყეზე დაშვებულ (SO) მართობს პირამიდის სიმაღლე ეწოდება. პირამიდას ეწოდება n-კუთხა, თუ მისი ფუძე n-კუთხედია. სამკუთხა პირამიდას ტეტრაედრი ეწოდება.



n-კუთხა პირამიდას აქვს $n+1$ წვერო, $n+1$ წახნაგი და $2n$ წიბო.

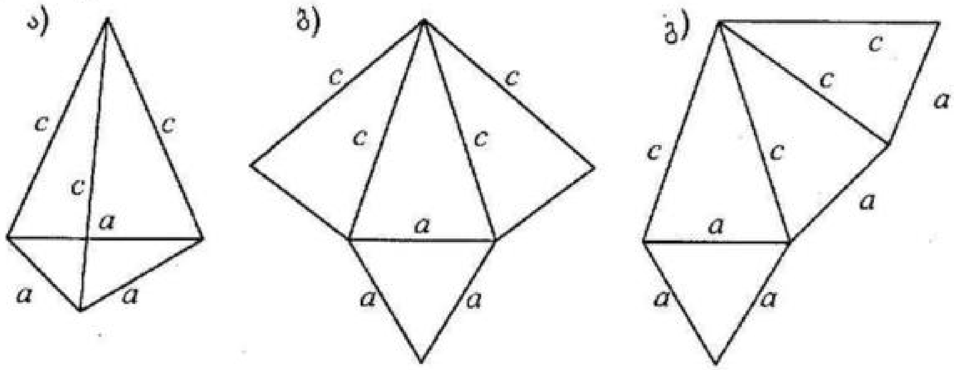
პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი (გვერდითი ზედაპირი) ეწოდება მისი გვერდითი წახნაგების ფართობთა ჯამს, ხოლო სრული ზედაპირის ფართობი (სრული ზედაპირი) ეწოდება გვერდითი ზედაპირისა და ფუძის ფართობთა ჯამს.

პირამიდას ეწოდება წესიერი, თუ მისი ფუძე წესიერი მრავალკუთხედია, ხოლო სიმაღლის ფუძე ამ მრავალკუთხედის ცენტრს ემთხვევა. ცხადია, რომ წესიერი პირამიდის გვერდითი წიბოები ტოლია, ხოლო გვერდითი წახნაგები ერთმანეთის ტოლი ტოლფერდა სამკუთხედებია. წესიერი პირამიდის გვერდითი წახნაგის (SK) სიმაღლეს, რომელიც პირამიდის წვეროდანაა გავლებული, აპოთემა ეწოდება.



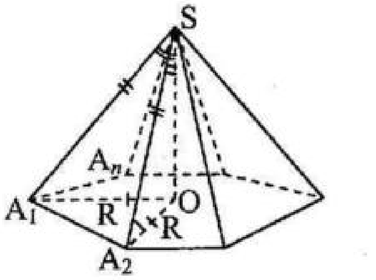
წესიერი n-კუთხა პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი ფუძის ნახევარპერიმეტრისა და აპოთემის ნამრავლის ტოლია: $S_{გვ}=\frac{1}{2}P_{ფუძე}\cdot l=\frac{1}{2}nal$, სადაც $P_{ფუძე}$ ფუძის პერიმეტრია, l აპოთემაა და a ფუძის გვერდია.

პირამიდის შლილი და მისი ფართობი: წარმოვიდგინოთ, რომ მოცემული რაიმე პირამიდის ზედაპირი დამზადებულია მუყაოს ფურცლისგან. თუ რამდენიმე წიბოზე გავჭრით „მუყაოს პირამიდას“, დავშლით მას, მივიღებთ ბრტყელ ფიგურას, რომელსაც **პირამიდის შლილი** ეწოდება. შლილი შეიძლება წარმოდგენილი იყოს მრავალი ფორმით, თუმცა ისინი ყველა ტოლდიდებია და მათი ფართობი პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობის ტოლია. მაგალითისთვის ნახაზზე მოყვანილია წესიერი სამკუთხა პირამიდა (ა) და მისი შლილის ორი (ბ და გ) ვარიანტი.



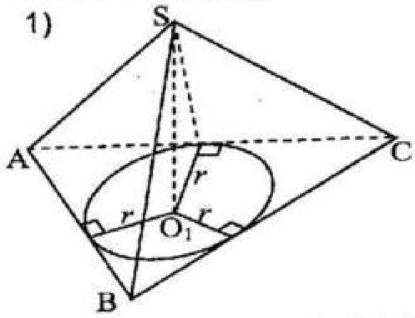
პირამიდის მოცულობა მისი ფუძის ($A_1A_2...A_n$) ფართობისა და (H) სიმაღლის ნამრავლის ერთი მესამედის ტოლია:

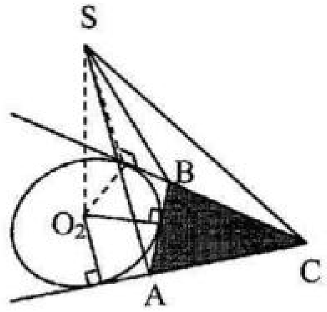
$$V=\frac{1}{3}S_ფ\cdot H.$$



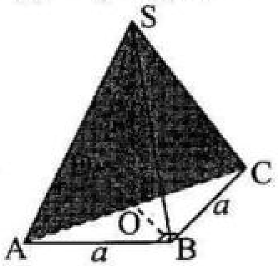
მნიშვნელოვანია შემდეგი თეორემები, რომლებიც პირამიდებზე ზოგიერთი ამოცანის ამოხსნას გვიადვილებს (მოგვყავს მტკიცების გარეშე); სამართლიანია შემდეგი ოთხი დებულების ტოლფასობა:

ა) პირამიდის გვერდითი წიბოები ტოლია;
ბ) პირამიდის გვერდითი წიბოები ერთნაირადაა დახრილი ფუძის სიბრტყისადმი;
გ) პირამიდის გვერდითი წიბოები სიმაღლესთან ქმნიან ტოლ კუთხეებს;
დ) პირამიდის ფუძეზე შეიძლება წრეწირის შემოხაზვა და პირამიდის სიმაღლე გადის ამ წრეწირის O ცენტრში.
სამართლიანია შემდეგი დებულებების ტოლფასობა:
ა) პირამიდის გვერდითი წახნაგების სიმაღლეები ტოლია;
ბ) პირამიდის სიმაღლე გვერდით წახნაგებთან ქმნის ტოლ კუთხეებს;
გ) პირამიდის გვერდითი წახნაგები ერთნაირადაა დახრილი ფუძის სიბრტყისადმი;
შენიშვნა: სამკუთხა პირამიდის შემთხვევაში სამართლიანია მეოთხე დებულებაც.
დ) პირამიდის ფუძეში შეიძლება წრეწირის ან 1) შიგა ჩახაზვა ან 2) გარე ჩახაზვა და პირამიდის სიმაღლე გადის ამ წრეწირის (O_1 ან O_2) ცენტრში.





მოვიყვანოთ რამდენიმე ტიპიური ამოცანის ამოხსნა პირამიდაზე.
ამოცანა 1. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია არის a. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ მისი დიაგონალური კვეთა ფუძის ტოლდიდია.



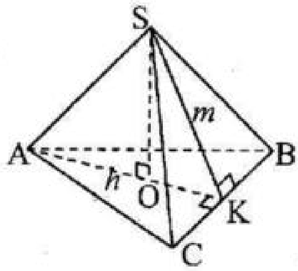
მოც: SABCD წესიერი ოთხკუთხა პირამიდა.$AB=a$, $S_{ASC}=S_{ABCD}$

უ.გ. V.

ამოხსნა. $V=\frac{1}{3}S_ფ\cdot SO$, $S_ფ=a^2$. ΔACB ტოლფერდა მართკუთხაა, $AC^2=2a^2$, $AC=a\sqrt{2}$. რადგან $S_{ASC}=S_{ABCD}$, ამიტომ $\frac{AC\cdot SO}{2}=a^2 \Rightarrow \frac{a\sqrt{2}\cdot SO}{2}=a^2 \Rightarrow SO=\frac{2a^2}{a\sqrt{2}}=a\sqrt{2}$. მაშინ $V=\frac{1}{3}a^2\cdot a\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$.

პასუხი: $V=\frac{\sqrt{2}}{3}a^2$.

ამოცანა 2. წესიერი სამკუთხა პირამიდის აპოთემაა m, ფუძის სიმაღლე კი—h. იპოვეთ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი და მოცულობა.



მოც: SABC წესიერი სამკუთხა პირამიდა. SK⊥BC, SK=m, AK⊥BC, AK=h, SO⊥ABC

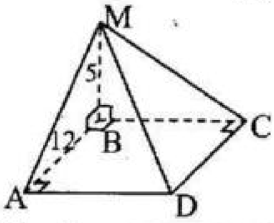
უ.გ. ა) $S_{სრ}$; ბ) $V_{პირ}$.

ამოხსნა. ა) ΔABC ტოლგვერდაა, O მისი ცენტრია. ამიტომ $\frac{\sqrt{3}BC}{2}=h\Rightarrow BC=\frac{2h}{\sqrt{3}}$; $S_ფ=S_{\Delta ABC}=$ $\frac{(BC)^2\sqrt{3}}{4}=\frac{4h^2\sqrt{3}}{3\cdot 4}=\frac{h^2\sqrt{3}}{3}$, ხოლო $P_{\Delta ABC}=3BC=\frac{6h}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}h$. მაშინ $S_{გვ}=\frac{1}{2}P_ფ\cdot m=$ $\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{3}hm=\sqrt{3}hm$, საიდანაც $S_{სრ}=S_ფ+S_{გვ}=\frac{h^2\sqrt{3}}{3}+\sqrt{3}hm$.

ბ) $V_{SABCD}=\frac{1}{3}S_ფ\cdot SO=\frac{1}{3}\cdot\frac{h^2\sqrt{3}}{3}\cdot SO$. რადგან $OK=\frac{1}{3}AK=\frac{h}{3}$, ამიტომ ΔSOK-ში $SO=\sqrt{SK^2-OK^2}=\sqrt{m^2-\frac{h^2}{9}}$. მაშინ $V_{SABCD}=\frac{h^2}{9}\sqrt{3m^2-\frac{h^2}{3}}$.

პასუხი: $S_{სრ}=\frac{h^2\sqrt{3}}{3}+\sqrt{3}hm$; $V_{პირ}=\frac{h^2}{9}\sqrt{3m^2-\frac{h^2}{3}}$.

ამოცანა 3. მოცემულია MABCD პირამიდა. ABCD კვადრატია, AB=12, MBA⊥ABCD, MBC⊥ABCD, MB=5. გავიგოთ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი და მოცულობა.



მოც: MABCD პირამიდა. ABCD კვადრატია, AB=12, MBA⊥ABCD, MBC⊥ABC, MB=5

უ.გ. $S_{სრ}$, $V_{პირ}$.

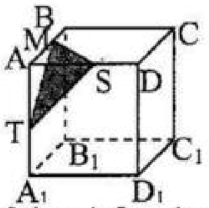
ამოხსნა. რადგან MBA⊥ABCD, MBC⊥ABCD, მაშინ MB⊥ABCD. MB პირამიდის სიმაღლეა და სამი მართობის თეორემის ძალით MA⊥AD და MC⊥CD. $S_ფ=AB^2=12^2=144$; $S_{გვ}=S_{MBA}+S_{MBC}+S_{MAD}+S_{MDC}$. ოთხივე სამკუთხედი მართკუთხაა. მაშინ

$S_{გვ}=\frac{2\cdot 12\cdot 5}{2}+\frac{2\cdot 12\sqrt{5^2+12^2}}{2}=60+12\cdot 13=60+156=216$. მაშინ

$S_{სრ}=S_ფ+S_{გვ}=144+216=360$. $V_{პირ}=\frac{1}{3}S_ფ\cdot MB=\frac{1}{3}\cdot 144\cdot 5=240$.

პასუხი: $S_{სრ}=360$; $V_{პირ}=240$

ამოცანა 4. კუბის მკვეთი სიბრტყე ერთი წვეროდან გამოსულ სამ წიბოს კვეთს წერტილებში, რომელთა დაშორებანი მოცემული წვეროდან შეადგენს კუბის წიბოს p, q და r ნაწილებს. იპოვეთ კვეთით ჩამოჭრილი სამკუთხა პირამიდისა და კუბის მოცულობათა ფარდობა.



მოც: კუბი. $AM:AB=p$, $AS:AD=q$, $AT:AA_1=r$

უ.გ. $V_{AMST}:V_{\text{კუბი}}$.

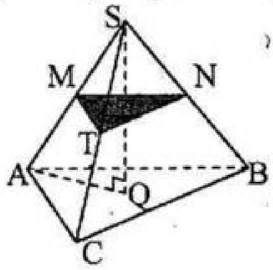
ამოხსნა. კვეთით ჩამოჭრილ სამკუთხა პირამიდაში სამი წახნაგი წყვილ-წყვილად ურთიერთმართობულია: $MAT \perp MAS$, $MAT \perp TAS$, $MAS \perp TAS$. თუ ფუძედ ავირჩევთ ერთ-ერთ მათგანს, მაგალითად, MAT-ს, მაშინ პირამიდის წვერო იქნება S. პირამიდის სიმაღლეა AS და პირამიდის ფუძე კი მართკუთხა MAT სამკუთხედია. აღვნიშნოთ $AB=a$. მაშინ $AM=pa$, $AS=qa$, $AT=ra$. ასევე,

$$S_{MAT}=\frac{AM\cdot AT}{2}=\frac{pa\cdot ra}{2}=\frac{pra^2}{2};\ V_{SMAT}=\frac{1}{3}S_{MAT}\cdot AS=\frac{1}{6}prqa^3=V_{AMST}.$$

კუბის მოცულობაა a^3. მაშინ საძიებელი სიდიდეა $\frac{1}{6}prqa^3:a^3=\frac{1}{6}prq$.

პასუხი: $V_{AMST}:V_{\text{კუბი}}=\frac{1}{6}prq$.

ამოცანა 5. სამკუთხა პირამიდის სიმაღლის შუაწერტილზე გავლებულია ფუძის პარალელური სიბრტყე. იპოვეთ წვეროდან კვეთით მოჭრილი პირამიდისა და მოცემული პირამიდის მოცულობათა ფარდობა.



მოც: SABC სამკუთხა პირამიდა.

$MNT \parallel ABC$, $SQ \perp ABC$, $SP=\frac{1}{2}SQ$.

უ.გ. $V_{SMNT}:V_{SABC}$.

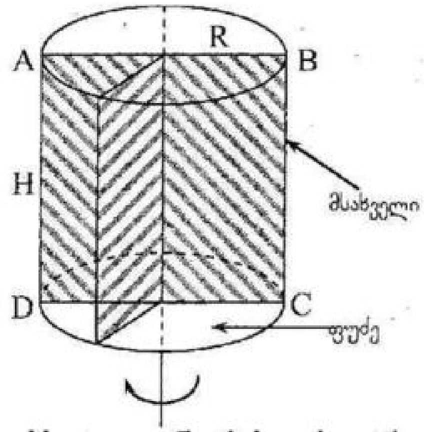
ამოხსნა. $\Delta SMP \sim \Delta SAQ$, $\Delta MNT \sim \Delta ABC$, $\frac{SP}{SQ}=\frac{1}{2}=\frac{MP}{AQ}=\frac{MT}{AC}$;

$$\frac{S_{MNT}}{S_{ABC}}=\frac{1}{4}.\ \text{მაშინ}\ \frac{V_{SMNT}}{V_{SABC}}=\frac{\frac{1}{3}S_{MNT}\cdot SP}{\frac{1}{3}S_{ABC}\cdot SQ}=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{8}.$$

პასუხი: $V_{SMNT}:V_{SABC}=1:8$.

§16. ცილინდრი, კონუსი და ბირთვი. მათი ელემენტები

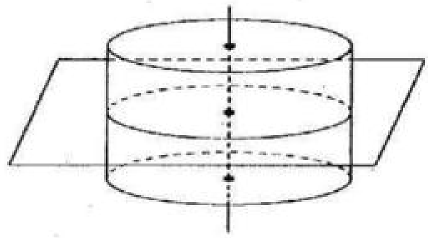
I ცილინდრი. მართი ცილინდრი ეწოდება სხეულს, რომელიც მიიღება მართკუთხედის ბრუნვით მისი გვერდის გარშემო. ამ გვერდის შემცველ წრფეს ეწოდება ცილინდრის ღერძი, ხოლო მის პარალელურ გვერდს – ცილინდრის მსახველი. ჩვენ განვიხილავთ მხოლოდ მართ ცილინდრებს.



ცილინდრის ზედაპირი შეიცავს პარალელურ სიბრტყეებში მდებარე ორ ტოლ წრეს, რომლებსაც ცილინდრის ფუძეები ეწოდება და გვერდით ზედაპირს.

ცილინდრის რადიუსი ეწოდება მისი ფუძის რადიუსს. ცილინდრის ერთ-ერთი ფუძის ნებისმიერი წერტილიდან მეორე ფუძეზე დაშვებულ მართობს ცილინდრის სიმაღლე ეწოდება. **ცილინდრის ღერძზე გამავალ სიბრტყით კვეთას ღერძული კვეთა ეწოდება (ABCD მართკუთხედია).**

ცილინდრის ღერძის მართობული სიბრტყე მის გვერდით ზედაპირს კვეთს წრეწირზე, რომელიც ფუძის წრეწირის ტოლია.



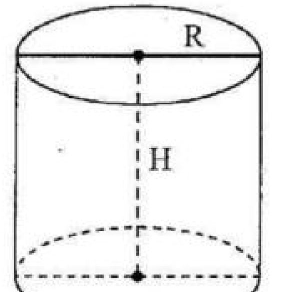
ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის ფართობი გამოითვლება ფორმულით

$$S_{გვ}=2\pi RH,$$

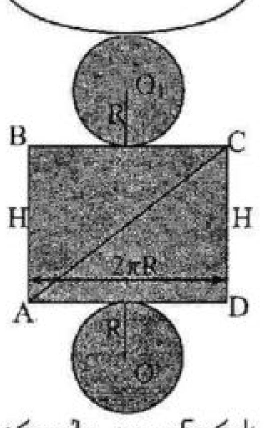
ხოლო სრული ზედაპირის ფართობი გამოითვლება ფორმულით

$$S_{სრ}= S_{გვ}+2S_{ფ}=2\pi R^2+2\pi RH,$$

სადაც R ცილინდრის რადიუსია, H კი - სიმაღლე.



წარმოვიდგინოთ, რომ ცილინდრის ზედაპირი მუყაოს ფურცლისგან არის დამზადებული. თუ ,,მუყაოს ცილინდრს" გავჭრით რაიმე მსახველზე და წრეწირებზე გავხსნით ფუძეებს, მივიღებთ ბრტყელ ფიგურას (როგორც ეს ნახაზზეა მოცემული), რომელსაც ***ცილინდრის შლილი*** ეწოდება. O წრე ქვედა ფუძეა, ხოლო O_1—ზედა ფუძე. ABCD მართკუთხედს ცილინდრის ***გვერდითი შლილი*** ეწოდება. მისი სიმაღლე ცილინდრის სიმაღლეა, ხოლო მისი სიგრძე ცილინდრის ფუძის წრეწირის სიგრძეა. AC დიაგონალი

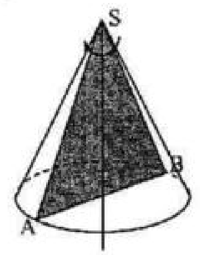


ცილინდრის ***გვერდითი შლილის დიაგონალია***. ცილინდრის შლილის ფართობი ცილინდრის სრული ზედაპირის ფართობია, ცილინდრის გვერდითი შლილის ფართობი კი ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის ფართობია.

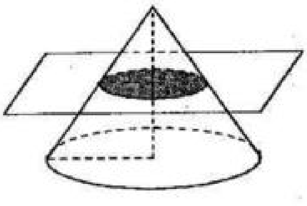
ცილინდრის მოცულობა მისი ფუძის ფართობის და სიმაღლის ნამრავლის ტოლია $V=\pi R^2H$, სადაც R ცილინდრის რადიუსია, H კი—სიმაღლე.

II კონუსი. მართი კონუსი ეწოდება სხეულს, რომელიც მიიღება მართკუთხა სამკუთხედის ბრუნვით მისი კათეტის გარშემო. ამ კათეტის შემცველ წრფეს კონუსის

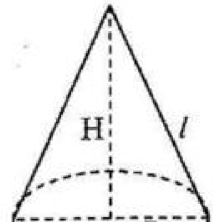
ღერძი ეწოდება, ჰიპოტენუზას კი – მსახველი. მეორე კათეტი ბრუნვის შედეგად ქმნის წრეს, რომელსაც კონუსის ფუძე ეწოდება. მსახველის იმ ბოლოს, რომელიც ფუძეში არ მდებარეობს კონუსის წვერო ეწოდება.



კონუსის სიმაღლე ეწოდება მართობს, რომელიც დაშვებულია წვეროდან ფუძის სიბრტყეზე. სიმაღლის ფუძე კონუსის ფუძის ცენტრს ემთხვევა. კვეთას, რომელიც კონუსის ღერძზე გამავალი სიბრტყით მიიღება, ღერძული კვეთა ეწოდება (SAB ტოლფერდა სამკუთხედი).



კონუსის მკვეთი სიბრტყე, რომელიც ღერძის მართობულად არის გავლებული, კონუსს კვეთს წრეზე, ხოლო გვერდით ზედაპირს—წრეწირზე, რომლის ცენტრი კონუსის ღერძზე ძევს.



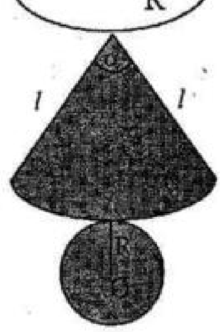
კონუსის გვერდითი ზედაპირის ფართობი გამოითვლება ფორმულით

$$S_{გვ}=\pi Rl,$$

სადაც R კონუსის რადიუსია, l კი მსახველი.
კონუსის სრული ზედაპირის ფართობი გამოითვლება ფორმულით

$$S_{სრ}=S_{გვ}+S_{ფ}=\pi Rl+\pi R^2,$$

სადაც R კონუსის რადიუსია, l კი მსახველი.



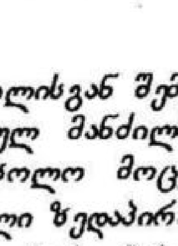
წარმოვიდგინოთ, რომ კონუსის ზედაპირი მუყაოს ფურცლისგან არის დამზადებული. თუ „მუყაოს კონუსს" გავჭრით რაიმე მსახველზე და წრეწირზე გავხსნით ფუძეს, მივიღებთ ბრტყელ ფიგურას (როგორც ეს ნახაზზეა მოცემული), რომელსაც ***კონუსის შლილი*** ეწოდება. O წრე კონუსის ფუძეა, ხოლო სექტორს კი კონუსის ***გვერდითი ზედაპირის შლილი*** ეწოდება. გვერდითი შლილის რადიუსია კონუსის მსახველი, ხოლო სექტორის რკალის სიგრძე კონუსის ფუძის წრეწირის სიგრძეა. სექტორის (α) ცენტრალურ კუთხეს კონუსის ***გვერდითი ზედაპირის შლილის ცენტრალური კუთხე*** ეწოდება. კონუსის შლილის ფართობი კონუსის სრული ზედაპირის ფართობია, კონუსის გვერდითი შლილის ფართობი კი – კონუსის გვერდითი ზედაპირის ფართობია.

კონუსის მოცულობა ფუძის ფართობისა და სიმაღლის ნამრავლის ერთი მესამედის ტოლია:

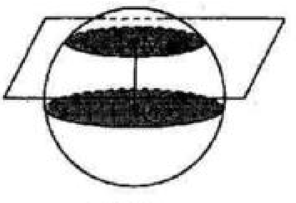
$$V=\frac{1}{3}S_{ფ}H=\frac{1}{3}\pi R^2H,$$ სადაც R კონუსის რადიუსია, H კი კონუსის სიმაღლეა.

III ბირთვი და სფერო. ბირთვი ეწოდება სივრცის ყველა იმ წერტილისგან შემდგარ სხეულს, რომელთა დაშორება მოცემული წერტილიდან მოცემულ მანძილს არ აღემატება. მოცემულ წერტილს ბირთვის ცენტრი ეწოდება, ხოლო მოცემულ მანძილს— ბირთვის რადიუსი. ბირთვის საზღვარს ეწოდება ბირთვული ზედაპირი ანუ სფერო. ამრიგად, სფეროს წერტილები ბირთვის ყველა ის წერტილებია, რომლებიც ცენტრიდან რადიუსის ტოლ მანძილითაა დაშორებული. ნებისმიერ მონაკვეთს, რომელიც ბირთვის ცენტრს აერთებს ბირთვის ზედაპირთან, აგრეთვე ***სფეროს რადიუსი*** ეწოდება. მონაკვეთს, რომელიც ბირთვის ზედაპირის ორ წერტილს აერთებს და ბირთვის ცენტრზე გადის, ***დიამეტრი*** ეწოდება.

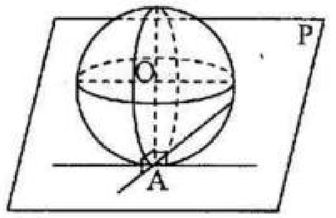
ბირთვი, ისევე, როგორც ცილინდრი და კონუსი, ***ბრუნვის სხეულს*** წარმოადგენს. იგი მიიღება ნახევარწრის ბრუნვით მისი დიამეტრის შემცველი წრფის გარშემო.



ბირთვის ყოველი კვეთა სიბრტყით არის წრე. ამ წრის (M) ცენტრი ბირთვის (O) ცენტრიდან მკვეთ სიბრტყეზე დაშვებული (OM) მართობის ფუძეა. ბირთვის ცენტრიდან თანაბრად დაშორებული სიბრტყეები ბირთვს ტოლ წრეწირებზე კვეთენ.



(P) სიბრტყეს, რომელიც ბირთვის ზედაპირის რაიმე (A) წერტილზე გადის და ამ წერტილზე გამავალი (OA) რადიუსის მართობულია (P⊥OA), ***მხები სიბრტყე*** ეწოდება. ამ წერტილს კი ***შეხების წერტილი***. მხებ (P) სიბრტყეს ბირთვთან მხოლოდ ერთი საერთო (A) წერტილი – შეხების წერტილი აქვს.



R რადიუსიანი ***ბირთვის მოცულობა*** გამოითვლება ფორმულით:

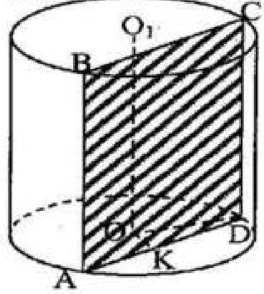
$$V=\frac{4}{3}\pi R^3.$$

R რადიუსიანი სფეროს ფართობი გამოითვლება ფორმულით:

$$S=4\pi R^2.$$

მოვიყვანოთ რამდენიმე ტიპური ამოცანის ამოხსნა ცილინდრის, კონუსის, ბირთვისა და სფეროს მაგალითზე.

ამოცანა 1. ცილინდრის სიმაღლეა 8 დმ, ფუძის რადიუსი კი – 5 დმ. ცილინდრი გადაკვეთილია ცილინდრის ღერძის პარალელური სიბრტყით ისე, რომ კვეთაში მიიღება კვადრატი.
იპოვეთ: ა) მანძილი ამ კვეთიდან ცილინდრის ღერძამდე; ბ) მოცულობა.

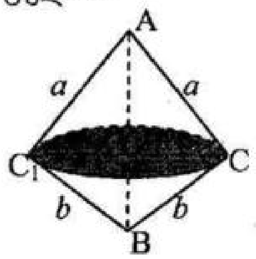


მოც: ცილინდრი. BCDA კვადრატია.
$AO=OD=5$ დმ, $OO_1=8$ დმ

უ.გ. OK – ? $V_{\text{ც}}$.

ამოხსნა. ΔAOD ტოლფერდაა. OK ფუძეზე დაშვებული სიმაღლეა: $OK=\sqrt{OD^2-KD^2}=\sqrt{5^2-KD^2}$;
$KD=\frac{AD}{2}=\frac{CD}{2}=\frac{OO_1}{2}=\frac{8}{2}=4$ დმ, რადგან ABCD კვადრატია. მაშინ მივიღებთ
$OK=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3$ დმ. $V_{\text{ც}}=\pi R^2H=\pi\cdot 25\cdot 8=200\pi$ დმ^3.
პასუხი: 3 დმ; 200π დმ^3.

ამოცანა 2. მართკუთხა სამკუთხედი, რომლის კათეტებია a და b, ბრუნავს ჰიპოტენუზის გარშემო. იპოვეთ მიღებული სხეულის მოცულობა.



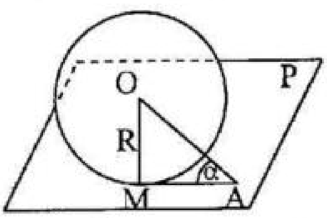
მოც: ΔABC, $\angle C=90°$, $AC=a$, $BC=b$, AB ბრუნვის ღერძია

უ.გ. $V_{\text{ბრ}}$.

ამოხსნა. ბრუნვით მიიღება სხეული, რომელიც შედგება საერთო ფუძის მქონე ორი კონუსისაგან (წვეროებით A და B). მაშინ $V=\frac{1}{3}\pi OC^2\cdot AO+\frac{1}{3}\pi OC^2\cdot OB=\frac{1}{3}\pi OC^2(AO+OB)=\frac{1}{3}\pi OC^2\cdot AB$. ΔABC-ში $AB=\sqrt{a^2+b^2}$, ხოლო $OC^2=\frac{a^2b^2}{a^2+b^2}$. მაშინ $V_{ბრ}=\frac{1}{3}\pi\cdot\frac{a^2b^2}{a^2+b^2}\cdot\sqrt{a^2+b^2}=\frac{\pi}{3}\cdot\frac{a^2b^2}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

პასუხი: $V_{ბრ}=\frac{\pi}{3}\cdot\frac{a^2b^2}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

ამოცანა 3. მანძილი O სფეროს მხებ სიბრტყეზე მდებარე A წერტილიდან სფეროს ცენტრამდე $\frac{5}{\sqrt{\pi}}$-ს ტოლია. AO მონაკვეთი დახრილია მხები სიბრტყისადმი α კუთხით, რომლის კოსინუსი $\frac{2}{5}$-ის ტოლია. იპოვეთ სფეროს ზედაპირის ფართობი და შესაბამისი ბირთვის მოცულობა.



მოც: O სფერო და P მხები სიბრტყე.

$O\cap P=\{M\}$, $OA=\frac{5}{\sqrt{\pi}}$, $\widehat{OA;P}=\alpha$, $\cos\alpha=\frac{2}{5}$

უ.გ. $S_{სფ}$; $V_{ბ}$.

ამოხსნა. ΔOMA მართკუთხაა. $\cos\alpha=\frac{AM}{OA}\Rightarrow AM=\frac{5}{\sqrt{\pi}}\cdot\frac{2}{5}=\frac{2}{\sqrt{\pi}}$. პითაგორას თეორემით,

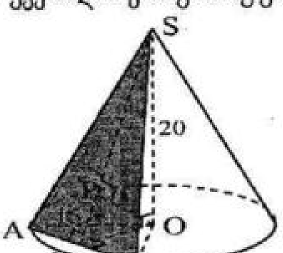
$$R^2=OA^2-AM^2=(\frac{5}{\sqrt{\pi}})^2-(\frac{2}{\sqrt{\pi}})^2\cdot R=\sqrt{\frac{25-4}{\pi}}=\sqrt{\frac{21}{\pi}}.$$

მაშინ

$$S_{სფ}=4\pi R^2=4\pi\cdot\frac{21}{\pi}=84;\ V_{ბ}=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi\cdot\frac{21}{\pi}\sqrt{\frac{21}{\pi}}=28\sqrt{\frac{21}{\pi}}.$$

პასუხი: $S_{სფ}=84$; $V_{ბ}=28\sqrt{\frac{21}{\pi}}$

ამოცანა 4. კონუსის სიმაღლეა 20, ფუძის რადიუსი კი—25. იპოვეთ წვეროზე გავლებული კვეთის ფართობი, თუ ამ კვეთიდან კონუსის ფუძის ცენტრამდე მანძილია 12.



მოც: კონუსი, SO სიმაღლეა SO=20, AO=25, OP⊥ASB, OP=12

უ.გ. S_{ASB} .

ამოხსნა. ΔSBO მართკუთხაა: $SB=\sqrt{OS^2+OB^2}=\sqrt{20^2+25^2}=\sqrt{1025}$. ასევე, $SP^2=OS^2-OP^2=20^2-12^2=16^2$ ანუ SP=16. მართკუთხა SKO სამკუთხედში მსგავსებათა დამოკიდებულებებიდან მივიღებთ: $OS^2=SK\cdot SP\Rightarrow SK=\frac{OS^2}{SP}=\frac{400}{16}=25$. მაშინ ΔSKB-ში:

$$KB=\sqrt{SB^2-SK^2}=\sqrt{1025-625}=\sqrt{400}=20.$$

ΔABO-ში AB=2KB=40. ΔASB-ში $S_{\Delta ASB}=\frac{AB\cdot SK}{2}=\frac{40\cdot 25}{2}=500$.

პასუხი: 500.

ნაწილი II

§1. წრფე და მისი ნაწილები

ა

1.1. M წერტილი 20 სმ სიგრძის AB მონაკვეთის შიგა წერტილია. იპოვეთ AM და MB მონაკვეთების სიგრძეები, თუ AM მონაკვეთის სიგრძე 4 სმ-ით მეტია MB მონაკვეთის სიგრძეზე.

1.2. AB მონაკვეთის სიგრძეა 30 სმ. C წერტილი AB მონაკვეთის შიგა წერტილია, $AC:CB=3:7$. იპოვეთ AC და CB მონაკვეთების სიგრძეები.

1.3. AB მონაკვეთის სიგრძეა 2,8 სმ. იპოვეთ მანძილი AB მონაკვეთის შუაწერტილიდან იმ წერტილამდე, რომელიც მას ყოფს შეფარდებით 5:2.

1.4. წრფეზე აღებულია სამი A, B და C წერტილი. მოცემულია, რომ $AB=3$ სმ, $AC=5$ სმ და $BC=8$ სმ. რომელი წერტილი მდებარეობს დანარჩენებს შორის?

1.5. წრფეზე მოცემულია სამი M, N და P წერტილი, $MN=9$ სმ, $MP=4$ სმ და $NP=5$ სმ. რომელი წერტილი მდებარეობს დანარჩენებს შორის?

1.6. AB მონაკვეთის სიგრძეა 12 სმ. ამ მონაკვეთზე აღებულია M წერტილი. იპოვეთ AM და BM მონაკვეთების სიგრძეები თუ:
1) $2AM=BM$; 2) $3AM-2BM=11$ სმ.

1.7. 30 სმ სიგრძის მონაკვეთი დაყავით 2-ის, 3-ის და 5-ის პროპორციულ ნაწილებად.

1.8. 15 სმ სიგრძის AB მონაკვეთის შიგნით აღებულია M წერტილი. იპოვეთ მანძილი AM და BM მონაკვეთების შუაწერტილებს შორის.

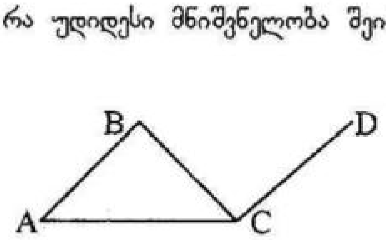
1.9. გაარკვიეთ, მდებარეობს თუ არა A, B და C წერტილები ერთ წრფეზე, თუ:
1) $AB=20$ მ, $AC=13$ მ, $BC=7$ მ.
2) $AB=4$ მ, $AC=7$ მ, $BC=3$ მ.
3) $AB=1{,}8$ მ, $AC=1{,}3$ მ, $BC=3$ მ.

1.10. AB მონაკვეთი გაგრძელებულია BC მონაკვეთით ისე, რომ AC 5-ჯერ მეტია AB-ზე. იპოვეთ $AB:BC$ შეფარდება.

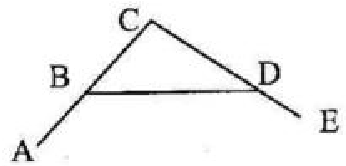
1.11. A, B და C წერტილები ერთ წრფეზე მდებარეობენ. ეკუთვნის თუ არა B წერტილი AC მონაკვეთს, თუ
1) $AB=6$ სმ, $BC=8$ სმ, $AC=14$ სმ; 2) $AB=2{,}5$ სმ, $BC=1{,}5$ სმ, $AC=1$ სმ.

1.12. ცნობილია, რომ $AB=3{,}7$ სმ, $BC=5{,}2$ სმ, $CD=4{,}3$ სმ. რა უდიდესი მნიშვნელობა შეიძლება ჰქონდეს AD მანძილს?

1.13. შეადარეთ ABCD ტეხილის სიგრძე ACD ტეხილის სიგრძეს.



1.14. შეადარეთ ACE ტეხილის სიგრძე ABDE ტეხილის სიგრძეს.

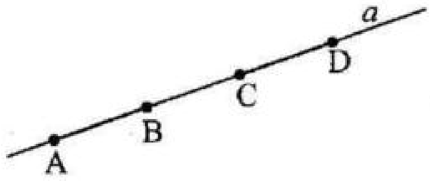


1.15. AB=16 მ, BC=10 მ. შეიძლება თუ არა, რომ AC იყოს: 4 მ; 26 მ; 6 მ; 28 მ; 14 მ?

1.16. A და B წერტილები OM სხივზე ძევს. OA=12 სმ, AB=5 სმ. განიხილეთ შესაძლო შემთხვევები და იპოვეთ OB მანძილი.

1.17. A და B წერტილები O სათავის მქონე დამატებით სხივებს ეკუთვნის. OA=8,7 სმ, AB=25 სმ. იპოვეთ OB მანძილი.

1.18. მოცემულია a წრფე და მასზე მდებარე A, B, C და D წერტილები. ჭეშმარიტია თუ არა გამონათქვამი?

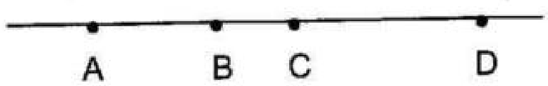


1) BA და CD სხივებს არ აქვთ საერთო წერტილი;
2) BA და CD დამატებითი სხივებია;
3) CA და DB სხივებს უამრავი საერთო წერტილი აქვთ.

1.19. ABCD ტეხილის შემადგენელი მონაკვეთების სიგრძეებია: AB=2 სმ, BC=4 სმ, CD=3 სმ. შეიძლება თუ არა, რომ AD იყოს:
1) 1 სმ; 2) 4 სმ; 3) 10 სმ?

საკონტროლო ტესტი N 1 (ა)

1. AD=15, AC=7, BD=10. იპოვეთ BC.



ა) 1 ბ) 2 გ) 3 დ) 4

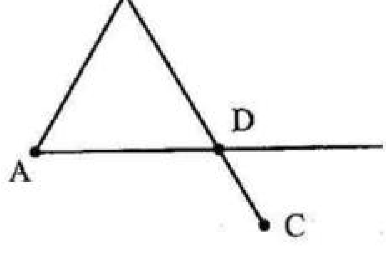
2. AB მონაკვეთის სიგრძეა 12, C ამ მონაკვეთის შიგა წერტილია და AC<BC. რისი ტოლი შეიძლება იყოს BC?

ა) 7 ბ) 6 გ) 14 დ) 5

3. 18 სმ სიგრძის მონაკვეთი 2:3:4 პროპორციით გაყოფილია სამ ნაწილად. მათ შორის უდიდესის სიგრძე არის

ა) 5 ბ) 7 გ) 8 დ) 10

4. რამდენი სხვადასხვა მონაკვეთია ნახაზზე, რომელთა ბოლოში A, B, C ან D წერტილებია?



ა) 3 ბ) 4 გ) 5 დ) 6

5. C არის AB მონაკვეთის შიგა წერტილი. AB=17 და 10-ით მეტია BC-ზე. მაშინ BC-სა და AC-ს შეფარდება არის

ა) 2 ბ) 0,5 გ) 0,7 დ) 0,1

6. მოცემულია სამი წრფე. თითოეული იკვეთება დანარჩენი ორიდან ერთ-ერთთან მაინც. გადაკვეთის რამდენი წერტილი შეიძლება ჰქონდეთ ამ წრფეებს?

ა) 1, 2 ან 3 ბ) 1, 2 ან 4 გ) 2, 3 ან 4 დ) მხოლოდ 3

7. AB=7 და BC=8. რისი ტოლი შეიძლება იყოს AC?

ა) 23 ბ) 14 გ) 17 დ) 16

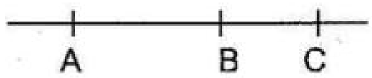
8. ცნობილია, რომ AB=7, BC=3, CD=2,5. მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, რაც შეიძლება მიიღოს AD-მ არის

ა) 1,5 და 12,5 ბ) 0 და 12,5 გ) 0 და 1,5 დ) 2,5 და 7

9. AB მონაკვეთის სიგრძე 12-ის ტოლია. AB წრფეზე აღებულია D წერტილი ისე, რომ DA=3DB, მაშინ BD=

ა) 3 ბ) 9 გ) 6 დ) 3 ან 6

10. თუ $\frac{AC}{BC}=\frac{5}{2}$, მაშინ $\frac{AB}{BC}=$



ა) 1:1 ბ) 1:2 გ) 2:1 დ) 3:2

ბ

1.20. 30 სმ სიგრძის AB მონაკვეთის შიგნით აღებულია M წერტილი. K წერტილი აღებულია AM მონაკვეთის შიგნით ისე, რომ $KM=\frac{1}{3}AM$, ხოლო BM-ის შიგნით P წერტილი ისე, რომ $MP=\frac{1}{3}MB$. იპოვეთ KP.

1.21. 45 სმ სიგრძის AB მონაკვეთი გაყოფილია სამ ნაწილად 2, 3 და 4-ის პროპორციულ ნაწილებად. იპოვეთ კიდურა მონაკვეთების შუაწერტილებს შორის მანძილი.

1.22. AB მონაკვეთი გაყოფილია სამ ნაწილად 2:3:4 შეფარდებით. კიდურა მონაკვეთების შუაწერტილებს შორის მანძილია 5,4 სმ. იპოვეთ AB მონაკვეთის სიგრძე.

1.23. AB მონაკვეთის სიგრძეა 30 სმ. M წერტილი AB წრფის წერტილია, რომელიც AB მონაკვეთის შიგნით არ მდებარეობს. იპოვეთ MB მონაკვეთის სიგრძე, თუ: 1) AM=2BM; 2) AM:BM=1:5.

1.24. AB მონაკვეთზე, რომლის სიგრძეა 192 სმ, აღებულია C წერტილი ისე, რომ AC:CB=1:3, AC მონაკვეთზე კი აღებულია D წერტილი ისე, რომ CD=BC/12. იპოვეთ AD და CB მონაკვეთების შუაწერტილებს შორის მანძილი.

1.25. C, E და D წერტილები AB მონაკვეთს ყოფენ 1:2, 1:3 და 1:4 შეფარდებით (A წერტილის მხრიდან). რა შეფარდებით ყოფს E წერტილი DC მონაკვეთს?

1.26. A, B და C წერტილები ერთ წრფეზე მდებარეობენ. იპოვეთ BC მონაკვეთის სიგრძე თუ AB=3,3 სმ და AC=4,2 სმ. რამდენი ამონახსნი აქვს ამოცანას?

1.27. AB მონაკვეთი C წერტილით იყოფა 5:7 შეფარდებით A წერტილის მხრიდან, ხოლო D წერტილით – 5:11 შეფარდებით, ასევე A წერტილის მხრიდან. CD მონაკვეთის სიგრძეა 10 სმ. იპოვეთ AB მონაკვეთის სიგრძე.

1.28. A, B და C წერტილები ერთ წრფეზე მდებარეობენ. BC-ს სიგრძე 3-ჯერ მეტია AC-ს სიგრძეზე, ხოლო AB-ს სიგრძე ნაკლებია BC-ს სიგრძეზე 3,6 სმ-ით. იპოვეთ AC სიგრძე.

1.29. მოცემულია M და N წერტილები. რა ფიგურაა სიბრტყის ყველა იმ X წერტილთა სიმრავლე, რომელთათვისაც:
1) MX+XN=MN; 2) NX-MX=MN?

1.30. სიბრტყეზე მოცემულია ხუთი A, B, C, D, და E წერტილი, რომელთაგან ორი a წრფის ერთ მხარესაა, დანარჩენი სამი კი – მეორე მხარეს. რამდენჯერ შეიძლება გადაკვეთოს a წრფე ABCDE ტეხილმა?

1.31. რამდენ ნაწილად შეიძლება დაყოს სიბრტყე სამმა განსხვავებულმა წრფემ?

1.32. AB მონაკვეთის სიგრძეა 12 სმ. AB წრფეზე იპოვეთ ყველა ისეთი X წერტილი, რომლისთვისაც XA=2XB.

1.33. MP მანძილი ნაკლებია PN მანძილზე QN-ის 75%-ით, ხოლო PQ მანძილი QN-ის 25%-ია. იპოვეთ $\frac{MN}{MP}$ შეფარდება.

1.34. მონაკვეთი გაყოფილია ორ ნაწილად. მთელი მონაკვეთის სიგრძის შეფარდება მცირე ნაწილთან 12-ჯერ მეტია მცირე ნაწილის დიდ ნაწილთან შეფარდებაზე. იპოვეთ დიდი ნაწილის შეფარდება მცირე ნაწილთან.

1.35. M არის AB მონაკვეთის შუა წერტილი. AB წრფეზე იპოვეთ ყველა ისეთი X წერტილი, რომლისთვისაც 2XA=3(XB+XM).

საკონტროლო ტესტი N 1 (ბ)

1. გადაკვეთის რამდენი წერტილი შეიძლება გააჩნდეს 4 წრფეს, რომელთაგან არცერთი ორი პარალელური არ არის?

ა) 1, 2 ან 6 **ბ)** 1, 2 ან 4 **გ)** 1, 3 ან 6 **დ)** 1, 4 ან 6

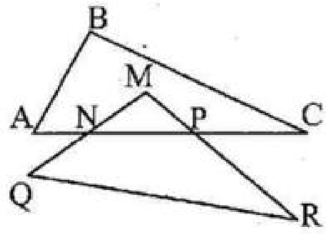
2. A, B, C წერტილები ერთ წრფეზე მდებარეობს, AB=7 და BC=8. რას შეიძლება უდრიდეს AC?

ა) 23 **ბ)** 22 **გ)** 1 **დ)** 16

3. სიბრტყეზე ნებისმიერად აღებულ 4 წერტილზე რამდენი სხვადასხვა წრფის გავლება შეიძლება, ისე რომ წრფე გადიოდეს ამ წრტილებიდან ორ წერტილზე მაინც?

ა) 1, 2 ან 6 **ბ)** 1, 2 ან 4 **გ)** ა, 5 ან 6 **დ)** 1, 4 ან 6

4. ნახაზის მიხედვით გაარკვიეთ რამდენი განსხვავებული მონაკვეთია, რომელთა ბოლოები აღნიშნული წერტილებია?



ა) 6 ბ) 8 გ) 13 დ) 15

5. AB მონაკვეთი სამ ნაწილადაა გაყოფილი 2:8:11 პროპორციით. განსაზღვრეთ მათ შორის უდიდესი, თუ დანარჩენი ორის შუაწერტილებს შორის მანძილი არის 15-ის ტოლი.

ა) 15 ბ) 33 გ) 63 დ) 22

6. ერთ წრფეზე მოცემულია ორი სხივი. რა არ შეიძლება იყოს მათი თანაკვეთა?

ა) წრფე ბ) სხივი გ) მონაკვეთი დ) წერტილი

7. ერთ წრფეზე მოცემულია ორი სხივი. რა შეიძლება იყოს მათი გაერთიანება?

ა) წერტილი ბ) სხივი გ) მონაკვეთი დ) ცარიელი სიმრავლე

8. ცნობილია, რომ AB=2,5 და BC=3,4. AC-ს ყველა შესაძლო მნიშვნელობების სიმრავლე არის

ა) $0 \leq AC \leq 5,9$ ბ) $0,9 \leq AC \leq 5,9$ გ) $0 < AC \leq 0,9$ დ) $0,9 < AC < 5,9$

9. A, M და N წერტილები მდებარეობენ ერთ წრფეზე. MN=7 და AM+AN=11. იპოვეთ AM და AN მონაკვეთებიდან უმცირესის სიგრძე.

ა) 2 ბ) 1 გ) 4 დ) 9

10. მოცემულია A და B წერტილები. AB წრფეზე რამდენი X წერტილი არსებობს ისეთი, რომლისთვისაც სამართლიანია ტოლობა AX/XB=2012?

ა) 1 ბ) 2 გ) 3 დ) 2011

§ 2. კუთხეები. წრფეთა მართობულობა და პარალელურობა

ა.

2.1. იპოვეთ მექანიკური საათის ისრებს შორის კუთხე:
1) 15 საათზე; 2) 18 საათზე; 3) 16 საათზე; 4) 14 საათზე.
გაარკვიეთ, მათგან რომელია მახვილი, მართი, ბლაგვი და გაშლილი კუთხე.

2.2. იპოვეთ შემდეგი კუთხეების მოსაზღვრე კუთხეები:
1) $30°$; 2) $55°$; 3) $90°$; 4) $120°$.

2.3. შეიძლება თუ არა, რომ მოსაზღვრე კუთხეები იყოს:
1) მახვილი; 2) ბლაგვი; 3) მართი?

2.4. იპოვეთ მოსაზღვრე კუთხეები, თუ ერთი მათგანი სამჯერ მეტია მეორეზე.

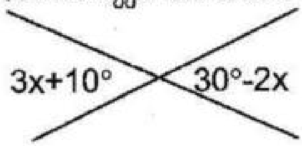
2.5. რას უდრის კუთხე, თუ იგი თავის მოსაზღვრე კუთხეზე $20°$-ით მეტია?

2.6. რას უდრის კუთხე, თუ იგი თავის მოსაზღვრე კუთხეზე $30°$-ით ნაკლებია?

2.7. იპოვეთ კუთხე, რომელიც თავისი მოსაზღვრე კუთხის $\frac{2}{7}$-ს უდრის.

2.8. ორი მოსაზღვრე კუთხიდან ერთი წარმოადგენს მეორის 20%-ს. იპოვეთ მათ შორის უდიდესი.

2.9. ნახაზის მიხედვით იპოვეთ x.



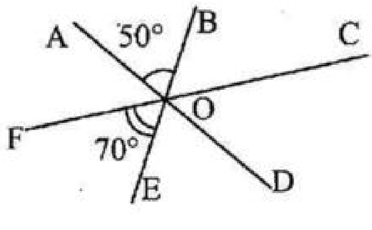
2.10. რას უდრის კუთხე, თუ მისი ორი მოსაზღვრე კუთხის ჯამი $280°$-ის ტოლია?

2.11. ორი წრფის გადაკვეთისას მიღებული ორი კუთხის ჯამი $60°$-ის ტოლია. იპოვეთ ეს კუთხეები.

2.12. ორი წრფის გადაკვეთისას მიღებული ერთი კუთხე $50°$-ით ნაკლებია მეორეზე. იპოვეთ ეს კუთხეები.

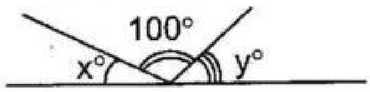
2.13. იპოვეთ კუთხეები, რომლებიც ორი წრფის გადაკვეთისას მიიღება, თუ სამი მათგანის ჯამი $270°$ ტოლია.

2.14. მოცემულია $\angle AOB=50°$, $\angle FOE=70°$. იპოვეთ $\angle AOC$, $\angle BOD$, $\angle COE$, $\angle COD$.

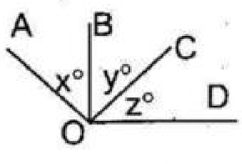


2.15. იპოვეთ კუთხე მოსაზღვრე კუთხეების ბისექტრისებს შორის.

2.16. იპოვეთ კუთხე x და y სიდიდის მქონე კუთხეების ბისექტრისებს შორის.

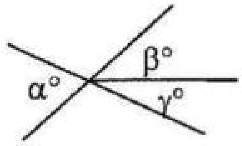


2.17. თუ $OA \perp OC$, $OB \perp OD$, $x=44$. მაშინ რისი ტოლი z?



2.18. ვერტიკალური კუთხეების ჯამია $110°$. იპოვეთ მათი საერთო მოსაზღვრე კუთხის გრადუსული ზომა.

2.19. თუ $\alpha=70$, $\beta=40$ მაშინ რისი ტოლია γ?

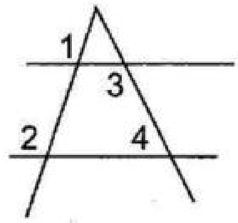


2.20. $\angle AOC$ და $\angle BOC$ მოსაზღვრე კუთხეებია. $OD \perp OC$, $\angle AOD=15^\circ$. იპოვეთ $\angle COB$.

2.21. ორი პარალელური წრფის მესამეთი გადაკვეთისას მიღებული ერთ-ერთი კუთხე 80°-ის ტოლია. იპოვეთ დანარჩენი შვიდი კუთხე.

2.22. ორი პარალელური წრფის მესამეთი გადაკვეთისას მიღებული ერთ-ერთი კუთხე 30°-ით მეტია მეორეზე. იპოვეთ ეს კუთხეები.

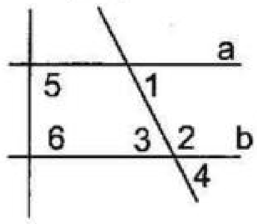
2.23. ნახაზზე $\angle 1=\angle 2$, $\angle 3=140^\circ$. იპოვეთ $\angle 4$.



2.24. ნახაზის მიხედვით დაადგინეთ პარალელურია თუ არა a და b წრფეები, თუ:

1) $\angle 1=\angle 3$, 2) $\angle 1=\angle 4$,

3) $\angle 1+\angle 2=180^\circ$, 4) $\angle 5+\angle 6=90^\circ$.



2.25. სიბრტყის წერტილზე გაატარეს 10 წრფე, რის შედეგადაც სიბრტყე დაიყო რამდენიმე კუთხედ. დაამტკიცეთ, რომ მოიძებნება ორი კუთხე მაინც, რომლის სიდიდე არ არის ნაკლები 18°-ზე.

საკონტროლო ტესტი N 2 (ა)

1. ორი მოსაზღვრე კუთხიდან ერთი მათგანი ოთხჯერ ნაკლებია მეორეზე. იპოვეთ უდიდესი.

ა) 100° ბ) 122° გ) 136° დ) 144°

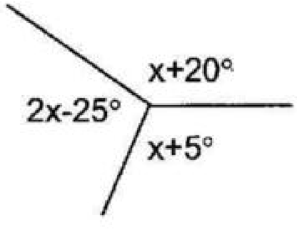
2. ორი მოსაზღვრე კუთხიდან ერთი წარმოადგენს მეორის $\frac{3}{12}$ ნაწილს. იპოვეთ მათ შორის უმცირესი.

ა) 5° ბ) 15° გ) 36° დ) 22°

3. რას უდრის კუთხე, რომელიც თავისი ორი მოსაზღვრე კუთხის ჯამის მესამედს შეადგენს?

ა) 56° ბ) 72° გ) 80° დ) 86°

4. ნახაზის მიხედვით იპოვეთ x.

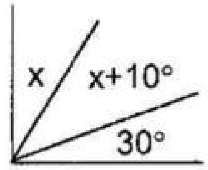


ა) 60° ბ) 90° გ) 95° დ) 110°

5. ორი მოსაზღვრე კუთხიდან ერთ-ერთი $(80°-\alpha)$-ს ტოლია. რისი ტოლია მეორე კუთხე?

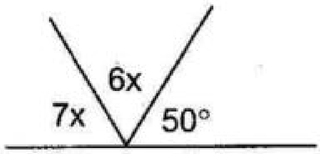
ა) $80°+\alpha$ ბ) $100°-\alpha$ გ) $100°+\alpha$ დ) $90°+\alpha$

6. მართი კუთხე ორი სხივით გაყოფილია სამ კუთხედ. იპოვეთ მათ შორის უმცირესი.



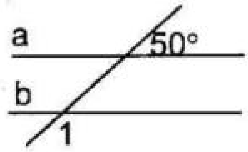
ა) 15° ბ) 20° გ) 25° დ) 30°

7. გაშლილი კუთხე ორი სხივით გაყოფილია სამ კუთხედ. იპოვეთ მათ შორის უმცირესი.



ა) 50° ბ) 45° გ) 60° დ) 65°

8. a და b პარალელური წრფეებია. იპოვეთ $\angle 1$.



ა) 150° ბ) 130° გ) 50° დ) 120°

9. თუ α და β ორი პარალელური წრფის მესამეთი გადაკვეთისას მიღებული შიგა ცალმხრივი კუთხეებია, მაშინ

ა) $\alpha=\beta$ ბ) $\alpha+\beta=180°$ გ) $\alpha=90°-\beta$ დ) $\alpha+\beta=270°$

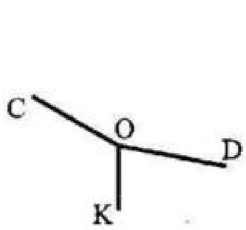
10. თუ α და β ორი პარალელური წრფის მესამეთი გადაკვეთისას მიღებული შიგა ჯვარედინი კუთხეებია, მაშინ

ა) $\alpha=\beta$ ბ) $\alpha+\beta=180°$-ის გ) $\alpha=90°-\beta$ დ) $\alpha+\beta=100°$

ბ

2.26. იპოვეთ მექანიკური საათის ისრებს შორის კუთხე:
1) 14 საათსა და 30 წუთზე; 2) 13 საათსა და 15 წუთზე;
3) 15 საათსა და 11 წუთზე, 4) 15 საათსა და 37 წუთზე.
გაარკვიეთ, მათგან რომელია მახვილი, მართი, ბლაგვი და გაშლილი კუთხე.

2.27. მოცემულია $\angle COD-\angle KOD=61°$, $\angle COD-\angle KOC=53°$. იპოვეთ $\angle COD$.



2.28. იპოვეთ მოსაზღვრე კუთხეები, თუ:

1) ერთი მათგანის $\frac{1}{3}$ ნაწილი ტოლია მეორის $\frac{1}{5}$ ნაწილის;

2) ერთი მათგანის 0,1 ნაწილი 6°-ით მეტია მეორის 0,1 ნაწილზე;

3) მათი გრადუსული ზომები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 2:3.

2.29. მართი კუთხის წვეროდან გამომავალი ორი სხივი მართ კუთხეს სამ ნაწილად ყოფს. ერთ-ერთი $10°$-ით მეტია მეორეზე და $10°$-ით ნაკლებია მესამეზე. იპოვეთ უდიდესი კუთხე.

2.30. მართი კუთხის წვეროდან გამომავალი ორი სხივი მართ კუთხეს სამ ნაწილად ყოფს, რომელთაგან ერთ-ერთი დანარჩენი ორის სხვაობის ტოლია. იპოვეთ უდიდესი კუთხე.

2.31. მოსაზღვრე კუთხეებიდან ერთი მეორეზე $40°$-ით მეტია. იპოვეთ კუთხე მცირე კუთხის ბისექტრისას და ამ კუთხის რომელიმე გვერდის გაგრძელებას შორის.

2.32. ცნობილია, რომ $\angle ABC=50°$. D წერტილი ისეა აღებული, რომ $\angle ABD=\angle CBD$. გამოთვალეთ ABD კუთხის გრადუსული ზომა (განიხილეთ ორი შემთხვევა).

2.33. საერთო წვეროს მქონე ბლაგვი და მახვილი კუთხეების გვერდები მართობულია. ბლაგვი კუთხის გრადუსული ზომაა α. იპოვეთ მახვილი კუთხის გრადუსული ზომა.

2.34. OC სხივი გადის AOB კუთხის გვერდებს შორის. AOC და COB კუთხეების გრადუსული ზომები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც $7:3$. მათი სხვაობა უდრის $72°$. აჩვენეთ, რომ $\angle AOC$ და $\angle COB$ მოსაზღვრე კუთხეებია.

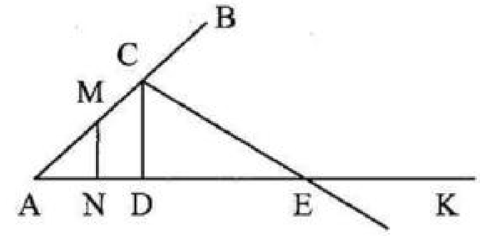
2.35. OA და OB მართობული წრფეებია. OC სხივი გადის AOB კუთხის გვერდებს შორის. იპოვეთ AOC და COB კუთხეების გრადუსული ზომა, თუ მათი სხვაობაა $15°$.

2.36. AB და CD წრფეები O წერტილში იკვეთებიან. OK არის AOD კუთხის ბისექტრისა, $\angle COK=118°$. იპოვეთ $\angle BOD$.

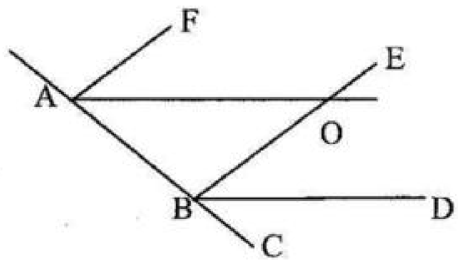
2.37. ორ პარალელურ წრფეს და მკვეთს შორის ერთ-ერთი შიგა კუთხეა $120°$. იპოვეთ ამ კუთხის ბისექტრისას და მეორე პარალელურ წრფეს შორის კუთხე.

2.38. ორი პარალელური წრფის მესამეთი გადაკვეთისას მიღებული შიგა ცალმხრივი კუთხეების სხვაობაა $40°$. იპოვეთ კუთხე უმცირესი კუთხის ბისექტრისას და მეორე პარალელურ წრფეს შორის.

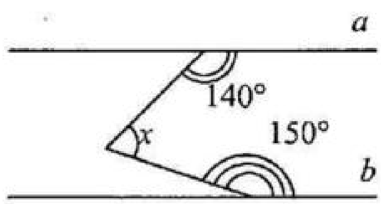
2.39. მოცემულია $CD\perp AK$, $MN\perp AK$, $\angle AMN=28°$, CE BCD კუთხის ბისექტრისაა. იპოვეთ $\angle ACE$.



2.40. მოცემულია $AF\parallel BE$, $AO\parallel BD$, $\angle OAF=36°$, $\angle AOB$ 2-ჯერ მეტია $\angle CBD$-ზე. იპოვეთ $\angle OBC$.



2.41. a და b პარალელური წრფეებია. რას უდრის x-ით აღნიშნული კუთხის გრადუსული ზომა?



საკონტროლო ტესტი N 2 (ბ)

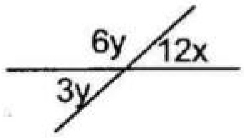
1. . საათების ისარმა გარკვეულ დროში 6°-იანი კუთხე შემოწერა. რამდენ გრადუსიან კუთხეს შემოწერს ამ დროში წუთების ისარი?

ა) 12° ბ) 36° გ) 18° დ) 72°

2. წუთების ისარმა გარკვეულ დროში 99°-იანი კუთხე შემოწერა. რამდენ გრადუსიან კუთხეს შემოწერს ამ დროში საათების ისარი?

ა) 49,5° ბ) 16,5° გ) 8,25° დ) 1°

3. ნახაზის მიხედვით იპოვეთ x.

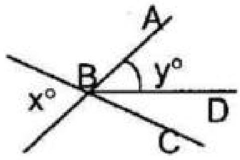


ა) 5° ბ) 10° გ) 6° დ) 15°

4. იპოვეთ კუთხე მარცხენა ორი კუთხის ბისექტრისებს შორის.

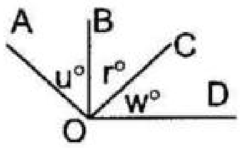
ა) 40° ბ) 60° გ) 50° ე) შეუძლებელია განსაზღვრა

5. BD არის $\angle ABC$-ს ბისექტრისა, $x=60$. რისი ტოლია y?



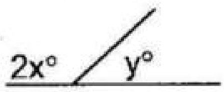
ა) 20 ბ) 30 გ) 35 დ) 40

6. $\angle AOC=\angle BOD$, $u=35°$. მაშინ w არის



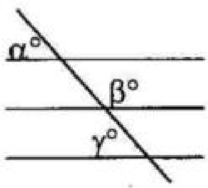
ა) 45 ბ) 55 გ) 35 დ) 40

7. x და y ნატურალური რიცხვებია. y შესაძლოა იყოს



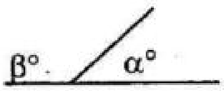
ა) 15 ბ) 35 გ) 40 დ) 45

8. სამი წრფე პარალელურია, $\beta=120$. რისი ტოლია $\alpha+\gamma$?



ა) 60 ბ) 120 გ) 240 დ) 45

9. $30<\alpha<40$. რა შუალედშია β კუთხე?



ა) $130<\beta<140$ ბ) $140<\beta<150$ გ) $150<\beta<160$ დ) $145<\beta<155$

10. ერთი წერტილიდან გატარებულია სამი სხივი. ყველა კუთხე, რომლებიც მეზობელი სხივებითაა შექმნილი, ერთდროულად შეიძლება იყოს

ა) მახვილი ბ) ბლაგვი გ) მართი დ) აღნიშნულთაგან არცერთი

§3. სამკუთხედი და მისი ელემენტები

ა

3.1. შეიძლება თუ არა, რომ სამკუთხედის გვერდების სიგრძეები იყოს:
1) 8 სმ; 7 სმ; 6 სმ ? 3) 10 მ; 5 მ; 4 მ ? 2) 9 სმ; 9 სმ; 1 სმ ? 4) 8,6 დმ; 4,2 დმ; 44 სმ?

3.2. შეიძლება თუ არა, რომ სამკუთხედის გვერდების სიგრძეების შეფარდება იყოს:
1) 2:3:4? 2) 1:1:3? 3) 7:6:2? 4) 5:3:10?

3.3. სამკუთხედის ორი გვერდის სიგრძეა AB=3 სმ და BC=4,5 სმ, რა მნიშვნელობები შეიძლება მიიღოს AC გვერდმა?

3.4. ABC სამკუთხედის AB გვერდის სიგრძე 8 სმ-ია. AC და BC არატოლი გვერდების სიგრძეები AB გვერდის სიგრძისგან 1 სმ-ით განსხვავდება. იპოვეთ ამ სამკუთხედის პერიმეტრი.

3.5. ტოლი სიგრძის AB და CD მონაკვეთები O წერტილში გადაიკვეთებიან ისე, რომ AO=OD. იპოვეთ BD მონაკვეთის სიგრძე, თუ AC=7 სმ.

3.6. ტოლი სიგრძის AB და CD მონაკვეთები O წერტილში გადაიკვეთებიან ისე, რომ AO:OB=DO:OC. იპოვეთ BD მონაკვეთის სიგრძე თუ AC=9 სმ.

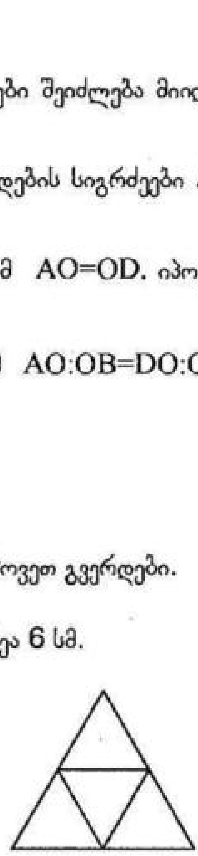
3.7. ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდია 2,3 სმ, პერიმეტრი 7,1 სმ. იპოვეთ ფუძე.

3.8. ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძეა 8 სმ, პერიმეტრი 26 სმ. იპოვეთ ფერდი.

3.9. ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძე ფერდზე 1 სმ-ით ნაკლებია. პერიმეტრია 23 სმ. იპოვეთ გვერდები.

3.10. ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძე ფერდის $\frac{3}{4}$ ნაწილია. იპოვეთ პერიმეტრი, თუ ფუძეა 6 სმ.

3.11. ნახაზზე მოცემულია ოთხი ტოლი ტოლგვერდა სამკუთხედისაგან შედგენილი ფიგურა. პატარა სამკუთხედის პერიმეტრია 4 სმ. რას უდრის დიდი სამკუთხედის პერიმეტრი?



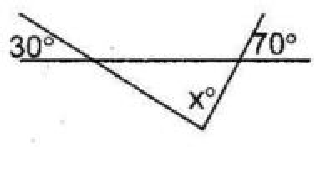
3.12. ტოლფერდა სამკუთხედის პერიმეტრია 42 სმ. გვერდები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 2:2:3. იპოვეთ ფერდი.

3.13. იპოვეთ სამკუთხედის მესამე კუთხე, თუ მისი ორი კუთხეა:
1) 30° და 50°; 2) 40° და 60°; 3) 100° და 50°.

3.14. იპოვეთ სამკუთხედის კუთხეები თუ მათი გრადუსული ზომები ისე შეეფარდება ერთმანეთს როგორც
1) 2:3:4; 2) 3:4:5.

3.15. სამკუთხედის ორი კუთხე 70°-ისა და 45°-ის ტოლია. იპოვეთ სამკუთხედის გარე კუთხეები.

3.16. ნახაზის მიხედვით რისი ტოლია x?



3.17. შეიძლება თუ არა სამკუთხედს ჰქონდეს:
1) ორი ბლაგვი კუთხე? 2) ორი მართი კუთხე? 3) ბლაგვი და მართი კუთხე?

3.18. იპოვეთ ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდებს შორის კუთხე თუ ფუძესთან მდებარე კუთხეა
1) 50°; 2) 80°.

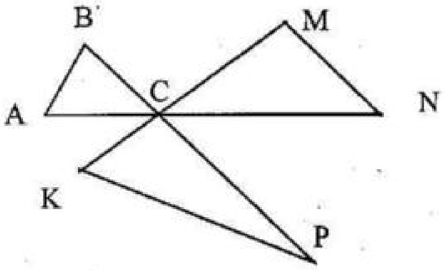
3.19. იპოვეთ ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძესთან მდებარე კუთხე თუ ფერდებს შორის კუთხეა
1) 80°; 2) 110°.

3.20. იპოვეთ ტოლფერდა სამკუთხედის კუთხეები თუ:
1) ერთ-ერთი კუთხე 40°-ის ტოლია (განიხილეთ ორი შემთხვევა);
2) ერთ-ერთი კუთხე ორჯერ მეტია მეორეზე (განიხილეთ ორი შემთხვევა);
3) ერთ-ერთი კუთხე მართია.

3.21. ნახაზის მიხედვით იპოვეთ

$$\angle M+\angle N+\angle K+\angle P,$$

თუ ABC სამკუთხედი ტოლგვერდაა.



3.22. ტოლფერდა სამკუთხედში ფუძესთან მდებარე კუთხეა 75°. მის ფერდზე დაშვებულია სიმაღლე. იპოვეთ კუთხე, რომელსაც ეს სიმაღლე ადგენს ფუძესთან.

3.23. ტოლფერდა სამკუთხედის ერთ-ერთი გარე კუთხეა 30°. იპოვეთ სამკუთხედის კუთხეები.

3.24. სამკუთხედის ერთ-ერთი შიგა კუთხე 30° ტოლია, ერთ-ერთი გარე კუთხე 40°. იპოვეთ სამკუთხედის დანარჩენი შიგა კუთხეები.

3.25. მართკუთხა სამკუთხედში მახვილი კუთხე უდრის 45°. იპოვეთ ჰიპოტენუზა თუ ჰიპოტენუზის და მასზე დაშვებული სიმაღლის ჯამია 18 სმ.

3.26. მართკუთხა სამკუთხედში ერთი მახვილი კუთხე 60°-ის ტოლია, მცირე კათეტი – 10 სმ. იპოვეთ ჰიპოტენუზა.

3.27. ABC სამკუთხედში $\angle C=90°$, CD სიმაღლეა, BC=2BD. იპოვეთ AB, თუ BC=10.

3.28. სამკუთხედის კუთხეები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 1:2:3, მცირე გვერდია 20 სმ. იპოვეთ უდიდესი გვერდი.

საკონტროლო ტესტი N 3 (ა)

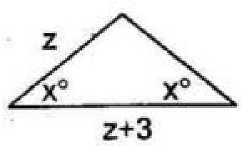
1. იპოვეთ ტოლფერდა სამკუთხედის წვეროსთან მდებარე კუთხე, თუ ფუძესთან მდებარე კუთხე არის 15°.

ა) 160° ბ) 150° გ) 140° დ) 130°

2. სამკუთხედის ორი გვერდის სიგრძეა 5 და 11. რა მაქსიმალური მთელი მნიშვნელობა შეიძლება მიიღოს მესამე გვერდმა?

ა) 15 ბ) 16 გ) 18 დ) 13

3. ნახაზზე მოცემული სამკუთხედის პერიმეტრია 21 სმ. მაშინ ფუძე არის:



ა) 6 ბ) 9 გ) 12 დ) 10

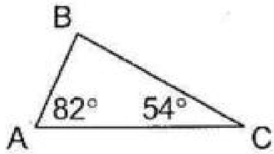
4. ტოლფერდა სამკუთხედში, რომლის პერიმეტრია 39, გვერდების შეფარდებაა 5:5:3. იპოვეთ ფერდი.

ა) 5 **ბ)** 3 **გ)** 15 **დ)** 13

5. თუ სამკუთხედში მედიანა წარმოადგენს სიმაღლეს, მაშინ ეს სამკუთხედი არის

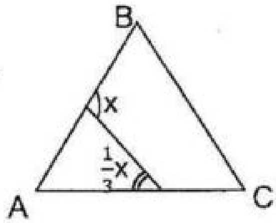
ა) ტოლგვერდა **ბ)** ტოლფერდა **გ)** მართკუთხა **დ)** ბლაგვკუთხა

6. ნახაზის მიხედვით დაადგინეთ სამკუთხედის რომელი გვერდია უდიდესი.



ა) AC **ბ)** BC **გ)** AB **დ)** შეუძლებელია დადგენა

7. ნახაზზე გამოსახულია ABC ტოლგვერდა სამკუთხედი. ნახაზის მიხედვით იპოვეთ x.

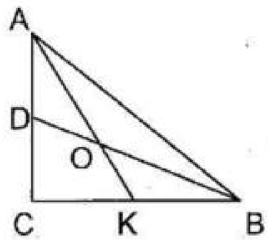


ა) 90° **ბ)** 120° **გ)** 80° **დ)** 115°

8. ABC სამკუთხედში $\angle A=70°$, $\angle B=80°$, BD ბისექტრისაა. იპოვეთ AB, თუ BD=5.

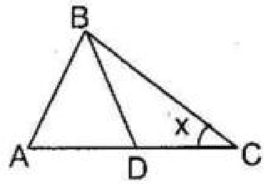
ა) 5/2 **ბ)** 10 **გ)** 5 **დ)** 10/3

9. ABC მართკუთხა სამკუთხედში AK და BD მახვილი კუთხეების ბისექტრისებია. მაშინ $\angle AOB$ ტოლია



ა) 135° **ბ)** 120° **გ)** 90° **დ)** შეუძლებელია განსაზღვრა

10. თუ AB=AD=BD=DC, მაშინ x ტოლია



ა) 45° **ბ)** 60° **გ)** 20° **დ)** 30°

ბ

3.29. სამკუთხედის ორი გვერდის სიგრძეა 91 მ და 31 მ. მესამე გვერდი ერთ-ერთი გვერდის ტოლია. იპოვეთ ამ სამკუთხედის პერიმეტრი.

3.30. სამკუთხედის ორი გვერდის სიგრძეა 5,51 მ და 4,41 მ. მესამე გვერდი ერთ-ერთი გვერდის ტოლია. იპოვეთ ამ სამკუთხედის პერიმეტრი.

3.31. სამკუთხედის ორი გვერდია 18 და 6. რისი ტოლია მესამე გვერდი, თუ იგი წარმოადგენს მთელი რიცხვის კვადრატს?

3.32. სამკუთხედის გვერდების სიგრძეები წარმოადგენენ განსხვავებულ მთელ რიცხვებს. ერთი გვერდი არის 5 სმ, მეორე 3 სმ. რამდენი მნიშვნელობის მიღება შეუძლია მესამე გვერდს?

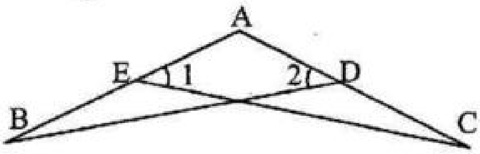
3.33. იპოვეთ ტოლფერდა სამკუთხედის უდიდესი შესაძლო პერიმეტრი, თუ მისი ფერდია 7, ხოლო ფუძის სიგრძე მთელი რიცხვით გამოისახება.

3.34. HNP სამკუთხედის HN და NP გვერდების სიგრძეები შესაბამისად 8,5 და 6,3 ერთეულია. რა უდიდესი მთელი რიცხვითი მნიშვნელობა შეიძლება მიიღოს HP გვერდის სიგრძემ ?

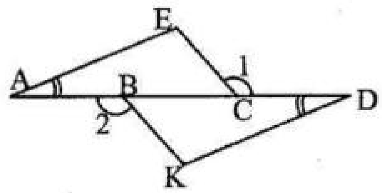
3.35. ABC სამკუთხედში $\angle A=20^\circ$ და $\angle B=80^\circ$, მაშინ

ა) $BC<AB<AC$ ბ) $BC\le AB\le AC$ გ) $BC\le AB<AC$ დ) $BC<AB\le AC$

3.36. მოცემულია: $AE=AD$, $\angle 1=\angle 2$. აჩვენეთ, რომ $\Delta ABD=\Delta ACE$.



3.37. მოცემულია: $AC=BD$, $\angle 1=\angle 2$, $\angle A=\angle D$. აჩვენეთ, რომ $\Delta AEC=\Delta DKB$.

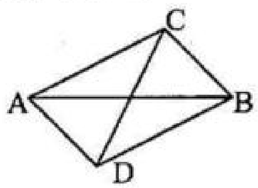


3.38. A,B,C,D წერტილები ერთ წრფეზე ძევს. აჩვენეთ, რომ თუ ABE_1 და ABE_2 სამკუთხედები ტოლია და E_1 და E_2 წერტილები წრფის სხვადასხვა მხარესაა, მაშინ CDE_1 და CDE_2 სამკუთხედებიც ტოლია.

3.39. ABC და BAD ტოლი სამკუთხედებია, ამასთან, C და D წერტილები AB წრფის სხვადასხვა მხარეს ძევს. აჩვენეთ, რომ

1) CBD და DAC სამკუთხედები ტოლია;

2) CD წრფე AB მონაკვეთს შუაზე ყოფს.



3.40. ტოლფერდა სამკუთხედის ორი გვერდია 10 სმ და 6 სმ. იპოვეთ პერიმეტრი (განიხილეთ ორი შემთხვევა).

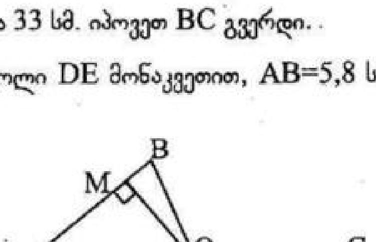
3.41. ტოლფერდა სამკუთხედის ორი გვერდია 17,3 სმ და 5,6 სმ. იპოვეთ პერიმეტრი.

3.42. ტოლფერდა სამკუთხედის პერიმეტრია 10 სმ. მის ფერდზე აგებული ტოლგვერდა სამკუთხედის პერიმეტრი – 12 სმ. იპოვეთ ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძე.

3.43. ABC სამკუთხედში BD მედიანაა, AB=8 სმ, AD=6 სმ, პერიმეტრია 33 სმ. იპოვეთ BC გვერდი.

3.44. ABC სამკუთხედში BD მედიანაა. BD გაგრძელებულია თავისი ტოლი DE მონაკვეთით, AB=5,8 სმ, BC=7,4 სმ. იპოვეთ CE და AE.

3.45. OM და ON შესაბამისად AOB და COD სამკუთხედების სიმაღლეებია, ამასთან OM=ON (O წერტილი AC წრფეზეა). იპოვეთ CD, თუ AM=4,2 სმ და DN=2,6 სმ.



3.46. ტოლფერდა სამკუთხედის მედიანა ყოფს ამ სამკუთხედის პერიმეტრს ნაწილებად: 30 სმ და 12 სმ. იპოვეთ სამკუთხედის გვერდები.

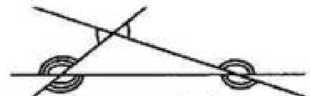
3.47. ABC სამკუთხედის AB გვერდზე აღებულია D წერტილი. იპოვეთ CD მონაკვეთის სიგრძე თუ ABC, ACD და BCD სამკუთხედების პერიმეტრები შესაბამისად ტოლია 50 სმ, 45 სმ და 35 სმ.

3.48. აჩვენეთ, რომ ტოლფერდა სამკუთხედში:
1) ფერდების მედიანები ტოლია;
2) ფერდებზე დაშვებული სიმაღლეები ტოლია;
3) ფუძესთან მდებარე კუთხეების ბისექტრისები ტოლია.

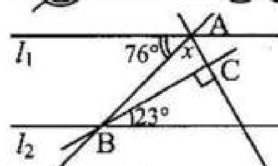
3.49. ABC სამკუთხედში AB=15 სმ, BC=16 სმ, AC=19 სმ. C წვეროზე გავლებული წრფე სამკუთხედის პერიმეტრს ყოფს 11:14 შეფარდებით. იპოვეთ AB გვერდის მონაკვეთები.

3.50. ტოლფერდა სამკუთხედის წვეროზე, რომლის ფუძე და ფერდი შესაბამისად ტოლია 10 სმ და 13 სმ, გავლებულია მედიანა. იპოვეთ მედიანის სიგრძე, თუ მედიანით შექმნილი ერთ-ერთი სამკუთხედის პერიმეტრია 30 სმ.

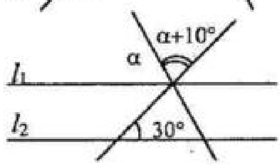
3.51. იპოვეთ ნახაზზე მონიშნული კუთხეების ჯამი.



3.52. რისი ტოლია x, თუ A და B წერტილები l_1 და l_2 პარალელურ წრფეებზე მდებარეობენ, ხოლო AC და BC ურთიერთმართობული წრფეებია.

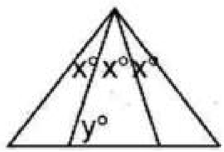


3.53. რისი ტოლია α, თუ l_1 და l_2 პარალელური წრფეებია.



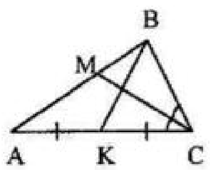
3.54. მოცემულია ტოლგვერდა სამკუთხედი. რისი ტოლია y?

ა) 70 ბ) 80 გ) 85 დ) 75



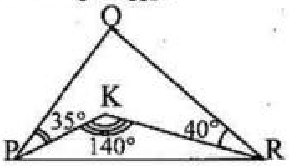
3.55. ტოლფერდა სამკუთხედში ფუძეზე დაშვებულ სიმაღლეს და ფერდს შორის კუთხე 20°-ით ნაკლებია ფუძესთან მდებარე კუთხეზე. იპოვეთ სამკუთხედის კუთხეები.

3.56. ABC სამკუთხედში AC გვერდი BC გვერდზე 2-ჯერ მეტია. იპოვეთ კუთხე BK მედიანასა და CM ბისექტრისას შორის.



3.57. ტოლფერდა სამკუთხედში ფერდის სიმაღლეს და მეორე ფერდს შორის კუთხე 24°-ით ნაკლებია ფუძესთან მდებარე კუთხეზე. იპოვეთ სამკუთხედის კუთხეები (განიხილეთ ორი შემთხვევა).

3.58. ΔPRQ-ში იპოვეთ PQR კუთხის გრადუსული ზომა, თუ K სამკუთხედის შიგნით აღებული ნებისმიერი წერტილია.



3.59. სამკუთხედის წვეროდან გავლებული ბისექტრისა ფუძესთან ადგენს 75°-იან კუთხეს და ერთ-ერთი ფერდის ტოლია. იპოვეთ სამკუთხედის კუთხეები.

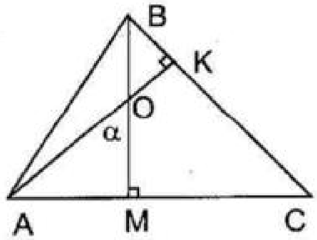
3.60. ABC სამკუთხედში A და B კუთხეების ბისექტრისები M წერტილში იკვეთება. იპოვეთ AMB კუთხე თუ:

1) $\angle A=50°$, $\angle B=100°$; 2) $\angle C=50°$.

3.61. ABC სამკუთხედში A და C კუთხეების ბისექტრისები M წერტილში იკვეთება. იპოვეთ ABC კუთხე, თუ ის AMC კუთხის ნახევარია.

3.62. ABC სამკუთხედის A და C წვეროებიდან გავლებული სიმაღლეები M წერტილში იკვეთება. იპოვეთ $\angle AMC$, თუ $\angle A=70°$, $\angle C=80°$.

3.63. ABC სამკუთხედში AK და BM სიმაღლეებია, $\angle AOM=\alpha$. იპოვეთ BAC და ABC კუთხეების ჯამი.

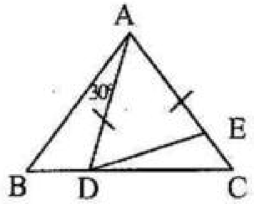


ა) α ბ) $180-\alpha$ გ) $180-\frac{\alpha}{2}$ დ) $90+\frac{\alpha}{2}$

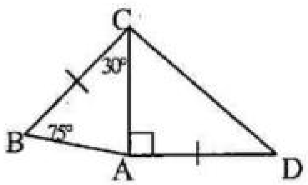
3.64. ABC სამკუთხედში B წვეროსთან მდებარე გარე კუთხე 3-ჯერ მეტია A კუთხეზე და 40°-ით მეტია C კუთხეზე. იპოვეთ სამკუთხედის კუთხეები.

3.65. ABC სამკუთხედში $\angle B=90°$, BD მედიანაა და $\angle A=40°$. იპოვეთ კუთხე მართი კუთხის ბისექტრისასა და BD მედიანას შორის.

3.66. ABC სამკუთხედში AB და AC გვერდები ტოლია, ხოლო D და E წერტილები ისეა შერჩეული, რომ AE=DA და $\angle BAD=30°$. იპოვეთ $\angle CDE$.



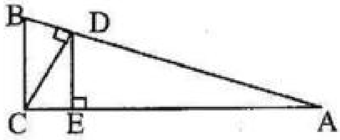
3.67. რას უდრის $\angle ADC$, თუ BC=AD და $CA\perp AD$?



3.68. ABC სამკუთხედში $\angle C=90°$, CD სიმაღლეა, BC=2BD. იპოვეთ:

1) AB, თუ BD=5, 2) AD/AB.

3.69. მართკუთხა სამკუთხედში $\angle C=90°$, $\angle A=30°$, AC=10 სმ, $CD\perp AB$, $DE\perp AC$. იპოვეთ AE.



3.70. ABC ტოლფერდა სამკუთხედში AB ფერდია 14 სმ, მისი D შუაწერტილიდან ამ ფერდისადმი გავლებული პერპენდიკულარული წრფე BC ფერდს კვეთს E წერტილში. E წერტილი შეერთებულია A-სთან. AEC სამკუთხედის პერიმეტრია 24 სმ. იპოვეთ AC-ს სიგრძე.

3.71. ABC სამკუთხედში AB ჰიპოტენუზის შუამართობი AC კათეტს D წერტილში კვეთს. AC=8 სმ, BC=6 სმ. იპოვეთ DBC სამკუთხედის პერიმეტრი.

3.72. ABC მართკუთხა სამკუთხედში $\angle A=35°$. AC კათეტის შუამართობი AB ჰიპოტენუზას O წერტილში კვეთს. იპოვეთ $\angle OCB$.

3.73. ჰიპოტენუზის შუაწერტილიდან აღმართულია პერპენდიკულარი კათეტთან გადაკვეთამდე და მიღებული წერტილი შეერთებულია მეორე კათეტის ბოლოსთან მონაკვეთით, რომელიც სამკუთხედის კუთხეს ყოფს შეფარდებით 2:5 (უმცირესი ნაწილი ჰიპოტენუზასთანაა). იპოვეთ ეს კუთხე.

3.74. ABC სამკუთხედში $\angle A=70°$, $\angle B=80°$, BD ბისექტრისაა. იპოვეთ მანძილი D წერტილიდან AB წრფემდე, თუ DC=20.

3.75. ABC სამკუთხედის BD მედიანა AC გვერდის ნახევარს უდრის. იპოვეთ B კუთხე.

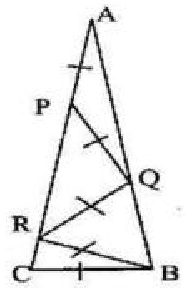
3.76. მართკუთხა სამკუთხედში მახვილი კუთხე 50°-ის ტოლია. მართი კუთხის წვეროდან გავლებულია სიმაღლე და მედიანა. იპოვეთ კუთხე მათ შორის.

3.77. დაამტკიცეთ, რომ მართკუთხა სამკუთხედის მართი კუთხის ბისექტრისა შუაზე ყოფს ჰიპოტენუზაზე დაშვებულ მედიანას და სიმაღლეს შორის კუთხეს.

3.78. დაამტკიცეთ, რომ მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზისადმი გავლებულ მედიანას და სიმაღლეს შორის მდებარე კუთხე ამ სამკუთხედის მახვილ კუთხეთა სხვაობის ტოლია.

3.79. დაამტკიცეთ, რომ სამკუთხედის ნებისმიერი კუთხის ბისექტრისას და სიმაღლეს შორის კუთხე დანარჩენი ორი კუთხის ნახევარსხვაობის ტოლია.

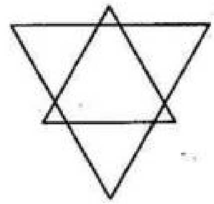
3.80. მოცემულია ABC ტოლფერდა სამკუთხედი. AB=AC. P, Q და R წერტილები ისეა აღებული, რომ AP=PQ=QR=RB=BC. იპოვეთ $\angle A$.



3.81. სამკუთხედის გვერდების a, b და c სიგრძეებისათვის მართებულია ტოლობა $\dfrac{a}{b+c}=\dfrac{c}{a+b}$.

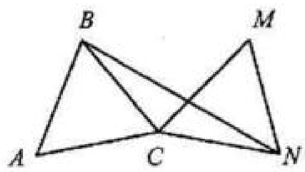
სამკუთხედის ერთ-ერთი კუთხე 120°-ის ტოლია. იპოვეთ დანარჩენი ორი კუთხე.

3.82. ორი ტოლგვერდა სამკუთხედი ქმნის ექვსკუთხედს, ისე როგორც ნახაზზეა ნაჩვენები. იპოვეთ ექვსკუთხედის პერიმეტრი, თუ სამკუთხედების პერიმეტრებია 6 და 9, ხოლო გვერდები წყვილწყვილად პარალელურია.



საკონტროლო ტესტი N 3 (ბ)

1. ABC და CMN ტოლი ტოლგვერდა სამკუთხედებია. $\angle BNC=20°$. იპოვეთ $\angle BCM$.

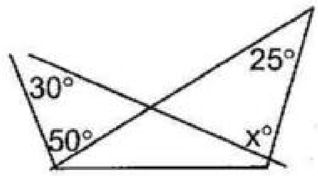


ა) 60° ბ) 70° გ) 75° დ) 80°

2. ტოლფერდა სამკუთხედში, ფუძესთან მდებარე კუთხე არის x, წვეროსთან y. იპოვეთ მათი სხვაობა, თუ x:y=2:1.

ა) 24° ბ) 36° გ) 72° დ) 60°

3. რისი ტოლია x?

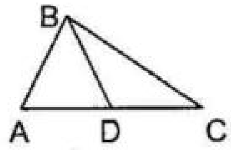


ა) 55 ბ) 25 გ) 50 დ) 75

4. ABC სამკუთხედში $\angle A=20°$ და $\angle B=85°$, მაშინ

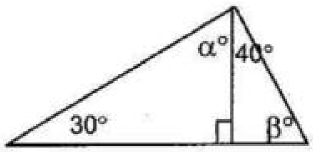
ა) $AB \le BC \le AC$ ბ) $BC \le AC \le AB$ გ) $BC \le AB \le AC$ დ) $BC<AB<AC$

5. BD მედიანა არის AC გვერდის ნახევარი. მაშინ აუცილებლად



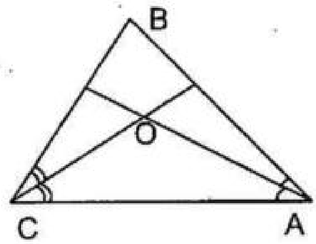
ა) $AB=BD$ ბ) $\angle ABC=90°$ გ) $\angle DAB=\angle DBC$ დ) $\angle ADB=45°$

6. რისი ტოლია $\alpha+\beta$?



ა) 90 ბ) 100 გ) 110 დ) 120

7. ABC სამკუთხედში $\angle A=60°$, $\angle C=70°$. იპოვეთ A და C წვეროდან გავლებულ ბისექტრისებს შორის უმცირესი კუთხე.

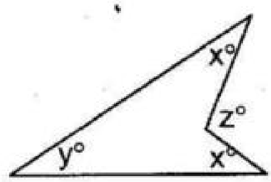


ა) 45° ბ) 50° გ) 55° დ) 65°

8. 60 მ სიმაღლის კოშკი მინდვრის რომელიღაც წერტილიდან ჩანს 30°-იანი კუთხით. განსაზღვრეთ მანძილი ამ წერტილიდან კოშკის ბოლომდე.

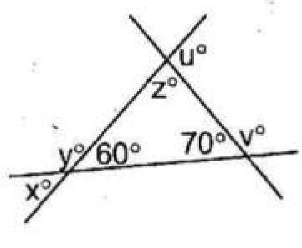
ა) 180 მ ბ) 160 მ გ) 150 მ დ) 120 მ

9. $x=40$, $y=20$. იპოვეთ z.



ა) 90° ბ) 100° გ) 110° დ) 120°

10. ჩამოთვლილთაგან რომელია მეტი?



ა) x ბ) y გ) z დ) u

§4. წრეწირი და მისი ელემენტები. წრეწირთან დაკავშირებული კუთხეები

ა

4.1. წრეწირის რადიუსია 10 სმ. შეიძლება თუ არა, რომ ამ წრეწირის რომელიმე ქორდა იყოს:
1) 0,5 სმ; 2) 5 სმ; 3) 10 სმ; 4) 17 სმ; 5) 20 სმ; 6) 25 სმ.

4.2. წრეწირის რადიუსია 20 სმ. წერტილი ამ წრეწირის ცენტრიდან დაშორებულია 25 სმ-ით. შეიძლება თუ არა, რომ ამ წერტილიდან წრეწირის რომელიმე წერტილამდე მანძილი იყოს:
1) 3 სმ; 2) 5 სმ; 3) 9 სმ; 4) 22 სმ; 5) 45 სმ; 6) 50 სმ.

4.3. წრეწირის რადიუსია 5 სმ. წერტილი ამ წრეწირის ცენტრიდან დაშორებულია 2 სმ-ით. შეიძლება თუ არა, რომ ამ წერტილიდან წრეწირის რომელიმე წერტილამდე მანძილი იყოს:
1) 2 სმ; 2) 3 სმ; 3) 4 სმ; 4) 5 სმ; 5) 7 სმ; 6) 10 სმ.

4.4. O წერტილი წრეწირის ცენტრია, A წერტილი წრეწირის შიგა, ხოლო B გარე წერტილია. OA=6,7 სმ; OB=7,5 სმ. იპოვეთ წრეწირის რადიუსის სიგრძე, თუ ცნობილია, რომ ის სანტიმეტრებში მთელი რიცხვით გამოისახება.

4.5. წრეწირის მოცემული წერტილიდან გავლებულია დიამეტრი და რადიუსის ტოლი ქორდა. იპოვეთ კუთხე მათ შორის.

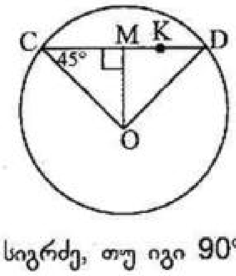
4.6. წრეწირის მოცემული წერტილიდან გავლებულია რადიუსის ტოლი ორი ქორდა. იპოვეთ კუთხე მათ შორის.

4.7. წრეწირის შიგნით გავლებულია ორი ურთიერთმართობული AB და CD ქორდა, რომლებიც K წერტილში იკვეთება. ცნობილია, რომ AK=KB. იპოვეთ CD ქორდის სიგრძე, თუ რადიუსის სიგრძეა 5 სმ.

4.8. 24 სმ სიგრძის მონაკვეთი გადის წრეწირის ცენტრზე და წრეწირთან გადაკვეთის წერტილებით იყოფა 3:4:5 შეფარდებით. იპოვეთ წრეწირის რადიუსი.

4.9. მანძილი წრეწირის O ცენტრიდან AB ქორდამდე 10 სმ-ია. ქორდის ბოლოებზე გავლებული რადიუსები მართ კუთხეს ადგენენ. იპოვეთ AB ქორდა.

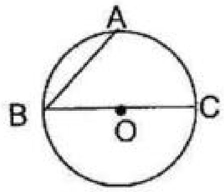
4.10. მანძილი წრეწირის O ცენტრიდან CD ქორდამდე 9 სმ-ია. OCD კუთხე 45°-ის ტოლია. K წერტილი ეკუთვნის CD ქორდას და CK= 3KD. იპოვეთ CK.



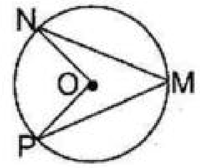
4.11. მანძილი წრეწირის ცენტრიდან ქორდამდე 15 სმ-ია. იპოვეთ ამ ქორდის სიგრძე, თუ იგი 90°-იან რკალს ჭიმავს.

4.12. მოცემულია ორი კონცენტრული (საერთო ცენტრის მქონე) წრეწირი. იპოვეთ ამ წრეწირების რადიუსები, თუ დიდი წრეწირის დიამეტრი მცირე წრეწირით იყოფა 2 სმ, 8 სმ და 2 სმ ტოლ ნაწილებად.

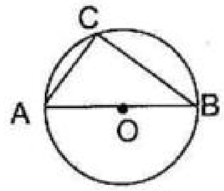
4.13. იპოვეთ $\angle ABC$, $\overset{\frown}{ABC}=260°$.



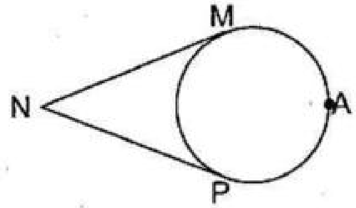
4.14. იპოვეთ $\angle NOP$, თუ $\angle NMP=50°$. O წრეწირის ცენტრია.



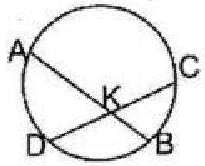
4.15. თუ AB წრეწირის დიამეტრია და $\angle CAB=57°$, მაშინ რისი ტოლია $\angle CBA$?



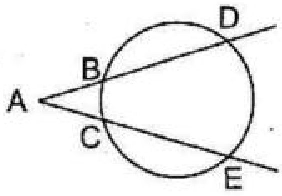
4.16. იპოვეთ $\angle MNP$, თუ MN და NP წრეწირის მხებებია, ხოლო $\overset{\frown}{MAP}=200°$.



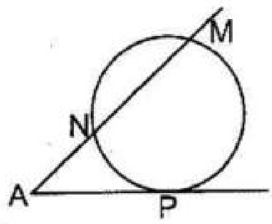
4.17. იპოვეთ $\angle AKD$, თუ $\overset{\frown}{AD}=100°$ და $\overset{\frown}{CB}=110°$.



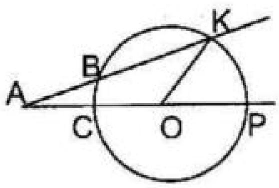
4.18. იპოვეთ $\angle DAE$, თუ $\overset{\frown}{BC}=20°$ და $\angle DE=120°$.



4.19. იპოვეთ $\angle MAP$, თუ $\overset{\frown}{NPM}=200°$, $\overset{\frown}{NP}=30°$.



4.20. იპოვეთ $\angle KAP$, თუ $\angle KOP=60°$, $\overset{\frown}{BC}=20°$.



საკონტროლო ტესტი N 4 (ა)

1. თუ მოცემულია წრეწირი და წრფე, მაშინ შეუძლებელია, რომ

ა) მათ ჰქონდეთ საერთო წერტილი
ბ) მათ ჰქონდეთ ორი საერთო წერტილი
გ) მათ ჰქონდეთ სამი საერთო წერტილი
დ) არ ჰქონდეთ საერთო წერტილი

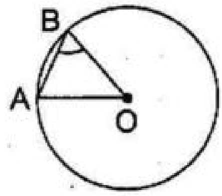
2. მოცემულია წრეწირი რადიუსით 5 სმ და წერტილი, რომელიც ცენტრიდან დაშორებულია 6 სმ-ით, მაშინ:

ა) წერტილი მოთავსებულია წრეში
ბ) წერტილი მოთავსებულია წრეწირზე
გ) წერტილი მოთავსებულია წრის გარეთ
დ) არცერთი აღნიშნულთაგან

3. თუ მოცემულია ერთმანეთის მართობული დიამეტრი და ქორდა, მაშინ გადაკვეთის წერტილით:

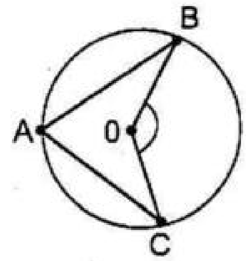
ა) დიამეტრი იყოფა შუაზე
ბ) დიამეტრი იყოფა შეფარდებით 2:1
გ) ქორდა იყოფა შუაზე
დ) ქორდა იყოფა შეფარდებით 1:3

4. $AB=AO$. $\angle ABO=$



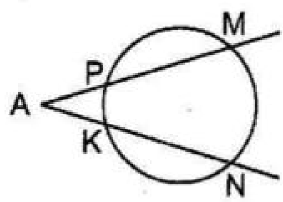
ა) 60°   ბ) 75°   გ) 45°   დ) 30°

5. $\angle BAC=50°$. $\angle BOC=$



ა) 30°   ბ) 60°   გ) 90°   დ) 100°

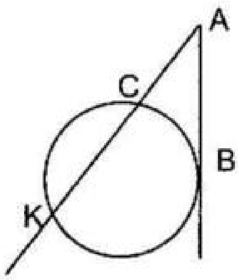
6. რისი ტოლია $\angle MAN$, თუ $\overset{\frown}{MN}=80°$, $\overset{\frown}{PK}=40°$.



ა) 40°   ბ) 60°   გ) 20°   დ) 30°

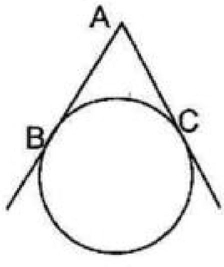
7. რისი ტოლია $\angle KAB$, თუ $\overset{\frown}{BK}=120°$ და $\overset{\frown}{CBK}=160°$?

ა) 40° ბ) 140° გ) 80° დ) 70°



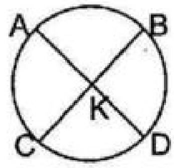
8. რისი ტოლია $\angle BAC$, თუ მცირე რკალი $\overset{\frown}{BC}=110°$?

ა) 110° ბ) 70° გ) 80° დ) 100°



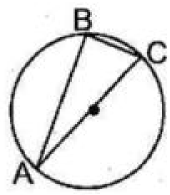
9. იპოვეთ AKB კუთხის გრადუსული ზომა, თუ $\overset{\frown}{AB}=80°$ და $\overset{\frown}{CD}=100°$.

ა) 20° ბ) 100° გ) 80° დ) 90°



10. რისი ტოლია $\angle ABC$, თუ AC წრეწირის დიამეტრია.

ა) 90° ბ) 45° გ) 60° დ) შეუძლებელია განსაზღვრა



ბ

4.21. იპოვეთ წრეწირის რადიუსი, თუ წერტილები კოორდინატებით (5;7) და (2;3) წარმოადგენენ მისი ერთ-ერთი დიამეტრის ბოლოებს.

4.22. წრეწირის წერტილიდან გავლებულია ორი ურთიერთმართობული ქორდა, რომლებიც ცენტრიდან დაშორებულია 8 სმ და 10 სმ ტოლი მანძილით. იპოვეთ ქორდების სიგრძეები.

4.23. წრეწირის შიგნით გავლებულია ორი ურთიერთმართობული დიამეტრი. წრეწირის მოცემული წერტილიდან მათზე დაშვებულია მართობები. იპოვეთ მანძილი ამ მართობთა ფუძეებს შორის, თუ წრეწირის დიამეტრია 20 სმ.

4.24. მოცემულია წრეწირის ორი ურთიერთმართობული ქორდა. თითოეული მათგანი მეორით იყოფა 2 სმ და 3 სმ სიგრძის ორ მონაკვეთად. იპოვეთ მანძილი ცენტრიდან თითოეულ ქორდამდე.

4.25. წრეწირის ქორდა მის დიამეტრს კვეთს 60°-იანი კუთხით და დიამეტრით იყოფა 8 სმ და 6 სმ ტოლ ნაწილებად. იპოვეთ მანძილი ქორდის ბოლოებიდან დიამეტრზე დაშვებული მართობების ფუძეებს შორის.

4.26. წრეწირის ქორდა მის დიამეტრს კვეთს 30°-იანი კუთხით და ყოფს მას 4 სმ და 6 სმ სიგრძის მონაკვეთებად. იპოვეთ მანძილი წრეწირის ცენტრიდან ქორდამდე.

4.27. წრეწირის ქორდა მის დიამეტრს კვეთს 30°-იანი კუთხით და იყოფა 10 სმ და 15 სმ მონაკვეთებად. იპოვეთ:

1) მანძილი ქორდის ბოლოებიდან დიამეტრამდე;
2) მანძილი ქორდის შუაწერტილიდან დიამეტრამდე.

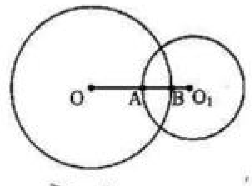
4.28. მანძილი წრეწირის O ცენტრიდან AB ქორდამდე 8 სმ-ია. ქორდის ბოლოებზე გავლებული რადიუსები ერთმანეთთან 120°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ რადიუსი.

4.29. წრეწირი მოთავსებულია მეორე წრეწირის შიგნით. დიდი წრეწირის დიამეტრი, რომელიც მცირე წრეწირის ცენტრზე გადის, მცირე წრეწირით სამ ნაწილად იყოფა, რომელთაგან ორი კიდურა მონაკვეთის სიგრძეებია 9 სმ და 15 სმ. იპოვეთ ამ წრეწირების რადიუსები და მანძილი ცენტრებს შორის, თუ რადიუსები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 2:5.

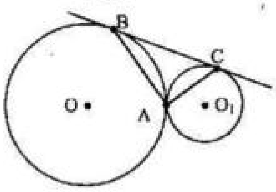
4.30. წრეწირები, რომელთა რადიუსებია 5 სმ და 8 სმ, ერთმანეთს ეხება. იპოვეთ მანძილი წრეწირების ცენტრებს შორის გარე და შიგა შეხების შემთხვევაში.

4.31. წრეწირის წერტილიდან მხებამდე მანძილი არის 2 სმ, ხოლო იგივე წერტილიდან მხების პარალელურ დიამეტრამდე არის 5 სმ. რას უდრის წრეწირის დიამეტრი?

4.32. ორი ურთიერთგადამკვეთი წრეწირების რადიუსებია 7,8 სმ და 5,8 სმ. მათ ცენტრებს შორის მანძილია 9,6 სმ. იპოვეთ AB.

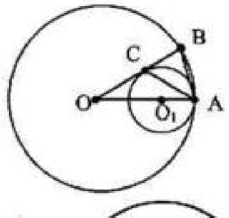


4.33. ორი წრეწირი გარედან ეხება ერთმანეთს A წერტილში, BC მათი საერთო გარე მხებია. იპოვეთ $\angle BAC$.

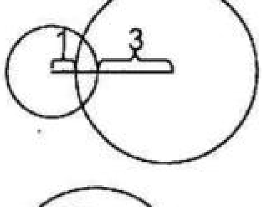


4.34. ორი წრეწირი შიგნიდან ეხება ერთმანეთს. იპოვეთ ამ წრეწირების რადიუსები თუ ისინი ისე შეეფარდებიან ერთმანეთს როგორც 5:2, ხოლო ცენტრებს შორის მანძილია 30 სმ.

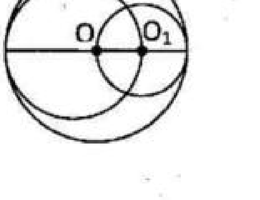
4.35. ორი წრეწირი შიგნიდან ეხება ერთმანეთს A წერტილში. დიდი წრეწირის O ცენტრიდან გავლებული OB რადიუსი მცირე წრეწირს ეხება C წერტილში. იპოვეთ $\angle BAC$.



4.36. დიდი წრეწირის რადიუსი ორჯერ მეტია პატარა წრეწირის რადიუსზე. მანძილი პატარა წრეწირის ცენტრიდან დიდ წრეწირამდე 1-ის ტოლია, ხოლო დიდი წრეწირის ცენტრიდან პატარა წრეწირამდე 3-ის. რისი ტოლია პატარა წრეწირის რადიუსი?



4.37. დიდი წრის რადიუსია R. რისი ტოლია საშუალო წრის რადიუსი?

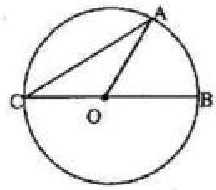


4.38. ორი ტოლი წრეწირი შიგნიდან ეხება მესამე წრეწირს და ეხება ერთმანეთსაც. სამივე ცენტრის შეერთებით მიღებული სამკუთხედის პერიმეტრია 30 სმ. იპოვეთ დიდი წრეწირის რადიუსი.

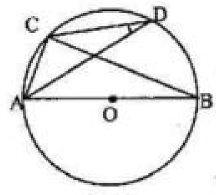
4.39. ორი ტოლი წრეწირი გარედან ეხება მესამე წრეწირს და ეხება ერთმანეთსაც. სამივე ცენტრის შეერთებით მიღებული სამკუთხედის პერიმეტრია 40 სმ. დიდი წრეწირის რადიუსია 10 სმ. იპოვეთ პატარა წრეწირის რადიუსი.

4.40.

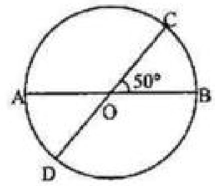
1) O ცენტრის მქონე წრეწირის AB რკალის გრადუსული ზომაა 60°. რას უდრის ACB და AOB კუთხეების სიდიდეები, თუ CB ამ წრეწირის დიამეტრია.



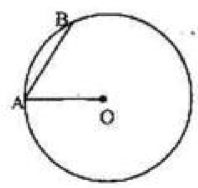
2) ნახაზზე მოცემული წრეწირის AB დიამეტრი 20 სმ-ია, $\angle CDA=30°$. იპოვეთ AC.



4.41. AB და CD წრეწირის დიამეტრებია, $\angle COB=50°$. იპოვეთ DB, AD, AC და BC რკალების გრადუსული ზომები.



4.42. იპოვეთ კუთხე AB ქორდას და მის ბოლოზე გავლებულ OA რადიუსს შორის, თუ AB რკალის გრადუსული ზომაა 82°.



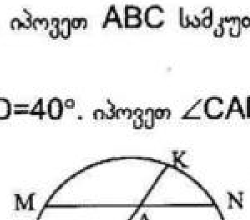
4.43. კუთხის წვერო წრეწირის გარეთაა, გვერდები წარმოადგენენ მხებებს და კუთხე ტოლია მის გვერდებს შორის მოქცეული უმცირესი რკალის გრადუსული ზომის, იპოვეთ ეს კუთხე.

4.44. კუთხის წვერო წრეწირის გარეთაა, ერთი გვერდი დიამეტრის გაგრძელებაა, ხოლო მეორე – მხები. იპოვეთ კუთხის გვერდებს შორის მოქცეული რკალები, თუ კუთხე ტოლია:
1) 45°; 2) 60°; 3) 33°.

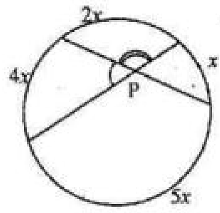
4.45. წრეწირი A, B და C წერტილებით გაყოფილია 2:3:4 შეფარდებით. იპოვეთ ABC სამკუთხედის კუთხეები.

4.46. წრეწირის AD და BC ქორდები ერთმანეთს კვეთს. $\angle ABC=20°$, $\angle ACD=40°$. იპოვეთ $\angle CAD$.

4.47. ცნობილია, რომ KN რკალის გრადუსული ზომა სამჯერ ნაკლებია MP რკალის გრადუსულ ზომაზე, $\angle KAN=40°$. რისი ტოლია KN რკალის გრადუსული ზომა.

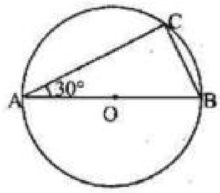


4.48. წრის შიგნით აღებულ P წერტილზე გავლებული ორი წრფე წრეწირს ყოფს შეფარდებით 2:1:5:4 (რკალები აღებულია მიმდევრობით). იპოვეთ მონიშნული კუთხეები.



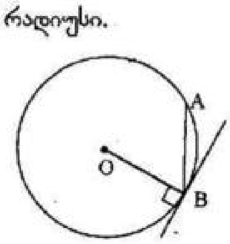
4.49. წრეწირის შიგნით აღებულ წერტილზე გამავალი ორი წრფით შედგენილი ერთ-ერთი კუთხეა 50°. ამ კუთხეს და მის ვერტიკალურ კუთხეში მოქცეული რკალებიდან ერთი მეორეზე 10°-ით მეტია. იპოვეთ ამ რკალების გრადუსული ზომები.

4.50. O ცენტრის მქონე წრეწირის რადიუსი 7 სმ-ია, $\angle CAB=30°$. რას უდრის BC?

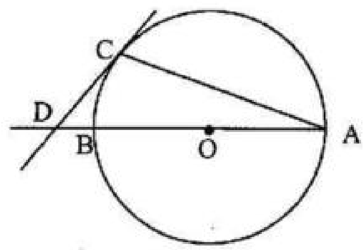


4.51. O ცენტრის მქონე წრეწირის PT ქორდა 10 სმ-ია, $\angle POT=60°$. იპოვეთ რადიუსი.

4.52. AB ქორდა წრეწირის რადიუსის ტოლია. რას უდრის კუთხე AB ქორდას და B წერტილში გავლებულ წრეწირის მხებს შორის?



4.53. 10 სმ სიგრძის AC ქორდა O ცენტრის მქონე წრეწირის AB დიამეტრთან ადგენს 30°-იან კუთხეს. იპოვეთ CD მონაკვეთის სიგრძე, თუ D წერტილი AB დიამეტრის გაგრძელებისა და C წერტილში გავლებული მხების გადაკვეთის წერტილია.

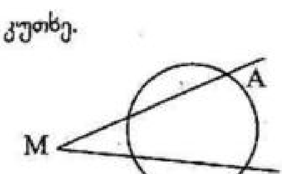


4.54. ABC სამკუთხედის AB გვერდი წრეწირის დიამეტრია, BC მხებია, ხოლო AC გვერდი წრეწირით შუაზე იყოფა. იპოვეთ ACB კუთხე.

4.55. 60°-იან მახვილ კუთხეში ჩახაზულია ორი წრეწირი, რომლებიც გარედან ეხებიან ერთმანეთს. დიდი წრეწირის რადიუსია 30 სმ. იპოვეთ მცირე წრეწირის რადიუსი.

4.56. იპოვეთ 220°-იანი რკალის ბოლოებზე გავლებული მხებებით შედგენილი კუთხე.

4.57. AMB კუთხეში მოქცეული რკალებია 120° და 30°. იპოვეთ $\angle AMB$.



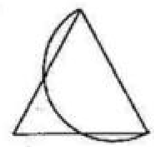
4.58. 50°-იანი კუთხის წვერო წრის გარეთაა. ამ კუთხეში მოქცეული ერთ-ერთი რკალია 20°. იპოვეთ ამ კუთხეში მოქცეული მეორე რკალის გრადუსული ზომა.

4.59. წრეწირი გაყოფილია შეფარდებით 3:4:5 და გაყოფის წერტილებზე გავლებულია მხებები. იპოვეთ მიღებული სამკუთხედის კუთხეები.

4.60. ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდი მასში ჩახაზულ წრეწირთან შეხების წერტილით იყოფა 7 სმ და 3 სმ ტოლ მონაკვეთებად. რას უდრის ამ სამკუთხედის პერიმეტრი (განიხილეთ ორი შემთხვევა).

4.61. ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდი მასში ჩახაზულ წრეწირთან შეხების წერტილით იყოფა შეფარდებით 9:7. იპოვეთ ფუძისა და ფერდის შეფარდება.

4.62. ტოლფერდა სამკუთხედის წვეროსთან მდებარე კუთხეა 40°. ერთ-ერთი ფერდი იმ წრეწირის დიამეტრია, რომელიც დანარჩენი გვერდებით იყოფა სამ რკალად. იპოვეთ ამ რკალთა გრადუსული ზომები.



4.63. A, B და C წერტილები წრეწირზე მდებარეობენ. რისი ტოლია AC ქორდა, თუ ABC კუთხის გრადუსული ზომაა 30°. წრეწირის დიამეტრია 20 სმ.

საკონტროლო ტესტი N 4 (ბ)

1. წერტილები კოორდინატებით (2;-1) და (-2;2) წარმოადგენენ კვადრატის მოპირდაპირე წვეროებს. იპოვეთ ამ კვადრატზე შემოხაზული წრეწირის დიამეტრი.

ა) 5 **ბ)** $\sqrt{5}$ **გ)** 2,5 **დ)** 3

2. წრეწირის ცენტრი ემთხვევა (3;-1) წერტილს, ხოლო წერტილი (6;3) ძევს წრეწირზე. იპოვეთ დიამეტრი

ა) 5 **ბ)** 10 **გ)** 15 **დ)** $\sqrt{15}$

3. წრეწირის დიამეტრზე წრეწირის წერტილიდან დაშვებული მართობი არის 4 სმ და ეს მონაკვეთი ცენტრიდან მოჩანს 30°-იანი კუთხით. რისი ტოლია რადიუსი?

ა) 2 სმ **ბ)** 4 სმ **გ)** 6 სმ **დ)** 8 სმ

4. 27 სმ-იანი მონაკვეთი წრეწირთან გადაკვეთის წერტილებით იყოფა 2:3:4 პროპორციით და მიღებული ქორდა წრეწირის ცენტრიდან მოჩანს 60°-იანი კუთხით. მაშინ დიამეტრი არის:

ა) 27 სმ **ბ)** 18 სმ **გ)** 12 სმ **დ)** 19 სმ

5. მოცემული წერტილიდან წრეწირისადმი 60°-იანი კუთხით გავლებულია ორი მხები. წერტილიდან ცენტრამდე მანძილი არის 15 სმ. იპოვეთ რადიუსი.

ა) 15 სმ **ბ)** 10 სმ **გ)** 2,5 სმ **დ)** 7,5 სმ

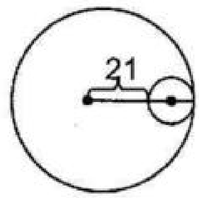
6. ორი წრეწირი გარედან ეხება ერთმანეთს. დიდი წრეწირის რადიუსია 27 სმ, ცენტრებს შორის მანძილი 32,5 სმ. იპოვეთ პატარა წრეწირის რადიუსი.

ა) 5,5 სმ **ბ)** 4,5 სმ **გ)** 3 სმ **დ)** 4 სმ

7. სამი ტოლი წრეწირი გარედან ეხება ერთმანეთს. მათი ცენტრებით შედგენილი სამკუთხედის პერიმეტრია 17 სმ. იპოვეთ რადიუსი.

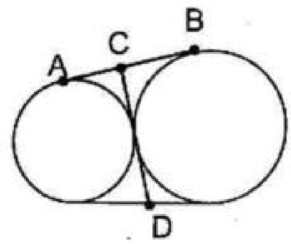
ა) $\frac{17}{2}$ სმ **ბ)** 5 სმ **გ)** $\frac{17}{6}$ სმ **დ)** $\frac{17}{3}$ სმ

8. დიდი წრის რადიუსი ხუთჯერ მეტია პატარა წრის რადიუსზე. რისი ტოლია დიდი წრის რადიუსი?



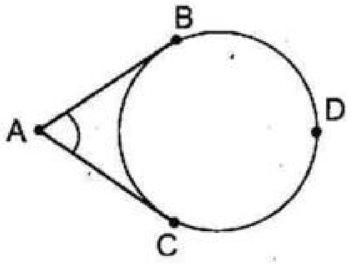
ა) 20 ბ) 35 გ) 30 დ) 28

9. ორი წრეწირი გარედან ეხება ერთმანეთს და გავლებულია ორი გარე და ერთი შიგა მხები. მაშინ:



ა) $AC<BC$ ბ) $AC=CD$ გ) $AB=CD$ დ) $AB=CD/2$

10. $2\cdot\angle BAC=\breve{BC}$. მაშინ $\breve{BDC}=$



ა) 90° ბ) 120° გ) 240° დ) 135°

§5. მრავალკუთხედები. პარალელოგრამი. მართკუთხედი. რომბი. კვადრატი. ტრაპეცია

ა

5.1. რამდენი დიაგონალი გაივლება:
1) ოთხკუთხედის ერთი წვეროდან; 2) ხუთკუთხედის ერთი წვეროდან;
3) ექვსკუთხედის ერთი წვეროდან; 4) n-კუთხედის ერთი წვეროდან.

5.2. რამდენი დიაგონალი აქვს:
1) ოთხკუთხედს; 2) ხუთკუთხედს; 3) ექვსკუთხედს; 4) n-კუთხედს.

5.3. რამდენი გვერდი აქვს მრავალკუთხედს, რომლის შიგა კუთხეების ჯამია:
1) $360°$; 2) $540°$; 3) $720°$; 4) $1440°$.

5.4. მრავალკუთხედის შიგა კუთხეების ჯამია $720°$. რამდენი დიაგონალი აქვს ამ მრავალკუთხედს?

5.5. იპოვეთ ოთხკუთხედის კუთხეები, თუ ერთი მათგანია $135°$, დანარჩენები კი ტოლია.

5.6. იპოვეთ ოთხკუთხედის კუთხეები, თუ მათი გრადუსული ზომები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 1:2:4:5.

5.7. ოთხკუთხედის გვერდები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 2:3:4:5. იპოვეთ მისი პერიმეტრი, თუ მცირე გვერდის სიგრძეა 10 სმ.

5.8. შეიძლება თუ არა, რომ ოთხკუთხედის გვერდების სიგრძეები იყოს:
1) 2 სმ, 3 სმ, 5 სმ, 5 სმ; 2) 3 სმ, 4 სმ, 5 სმ, 6 სმ;
3) 3 დმ, 4 დმ, 5 დმ, 12 დმ; 4) 1 მ, 2 მ, 3 მ, 8 მ.

5.9. $50°$-ის ტოლი კუთხის შიგნით აღებულ წერტილზე კუთხის გვერდებისადმი გავლებულია პერპენდიკულარები. იპოვეთ მიღებული ოთხკუთხედის კუთხეების გრადუსული ზომები.

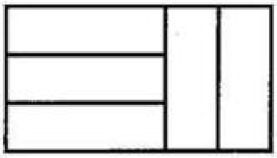
5.10. AB მონაკვეთის შუამართობზე აღებულია C და D წერტილები, $AC=8$ სმ და $AD=4$ სმ. რას უდრის $ADBC$ ოთხკუთხედის პერიმეტრი.

5.11. იპოვეთ პარალელოგრამის გვერდები, თუ მისი პერიმეტრია 60 სმ და:
1) ერთი გვერდი მეორეზე მეტია 3 სმ-ით;
2) ერთი გვერდი მეორეზე მეტია 2-ჯერ;
3) გვერდების სიგრძეთა შეფარდებაა 2:3;
4) ერთი გვერდი მეორე გვერდის $\frac{2}{3}$ ნაწილია;
5) ერთი გვერდი მეორე გვერდის 40%-ია.

5.12. იპოვეთ პარალელოგრამის კუთხეები, თუ:
1) ერთი კუთხის გრადუსული ზომაა $40°$;
2) ერთი კუთხის გრადუსული ზომა $20°$-ით მეტია მეორეზე;
3) კუთხეების გრადუსული ზომების შეფარდებაა 4:5;
4) ერთი კუთხის გრადუსული ზომა მეორის $\frac{2}{3}$ ნაწილია;
5) ორი მათგანის გრადუსულ ზომათა სხვაობაა $60°$.

5.13. ABCD პარალელოგრამის პერიმეტრია 10 სმ. იპოვეთ BD დიაგონალის სიგრძე, თუ ABD სამკუთხედის პერიმეტრია 8 სმ.

5.14. მართკუთხედი ააგეს ხუთი ერთნაირი მართკუთხედისაგან ისე, როგორც ნახაზზეა გამოსახული. რამდენჯერაა მეტი მიღებული მართკუთხედის პერიმეტრი მის დიდ გვერდზე?

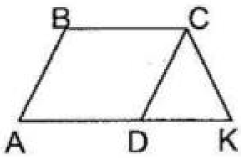


5.15. პარალელოგრამი, რომლის პერიმეტრია 44, დიაგონალებით გაყოფილია ოთხ სამკუთხედად. ორი არატოლი სამკუთხედის პერიმეტრების სხვაობა 6-ის ტოლია. იპოვეთ პარალელოგრამის დიდი გვერდი.

5.16. პარალელოგრამის დიაგონალი გვერდებთან ადგენს 25°-ის და 35°-ის ტოლ კუთხეებს. იპოვეთ პარალელოგრამის კუთხეები.

5.17. ABCD პარალელოგრამის პერიმეტრია 50 სმ, $\angle C=30°$. BH სიმაღლეა 5 სმ. იპოვეთ პარალელოგრამის გვერდები.

5.18. ABCD პარალელოგრამის C წვეროდან გავლებული CD-ის ტოლი CK მონაკვეთი AD გვერდის გადაკვეთამდე. $P_{ABCD}=100$, $P_{DCK}=50$. იპოვეთ DK, თუ AD=3DK.



5.19. მართკუთხედის დიაგონალი ერთ-ერთ გვერდთან ადგენს 30°-იან კუთხეს. იპოვეთ უმცირესი კუთხე დიაგონალებს შორის.

5.20. მართკუთხედის დიაგონალებს შორის კუთხეა 50°. იპოვეთ კუთხე დიაგონალსა და მცირე გვერდს შორის.

5.21. რომბის დიაგონალის მიერ ერთ-ერთ გვერდთან შედგენილი კუთხეა 53°. იპოვეთ რომბის კუთხეები.

5.22. რომბის პერიმეტრია 60 სმ, მისი ერთ-ერთი დიაგონალი – 15 სმ. იპოვეთ რომბის კუთხეები.

5.23. რომბის პერიმეტრია 24 სმ, სიმაღლე – 3 სმ. იპოვეთ რომბის კუთხეები.

5.24. სამკუთხედის გვერდები 8 სმ, 10 სმ და 12 სმ უდრის. იპოვეთ იმ სამკუთხედის გვერდები, რომლის წვეროებიც მოცემული სამკუთხედის გვერდების შუაწერტილებია.

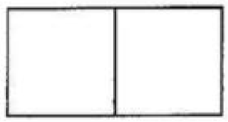
5.25. სამკუთხედის გვერდები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 3:4:5, მისი პერიმეტრია 60 სმ. იპოვეთ იმ სამკუთხედის პერიმეტრი და გვერდები, რომლის წვეროებიც მოცემული სამკუთხედის გვერდების შუაწერტილებია.

5.26. იპოვეთ ტოლფერდა ტრაპეციის პერიმეტრი, თუ მახვილი კუთხე უდრის 60°, ხოლო ფუძეებია 15 სმ და 49 სმ.

5.27. ტრაპეციის შუახაზის სიგრძეა 10 სმ, მისი დიდი ფუძე მცირეზე 3-ჯერ მეტია. იპოვეთ ფუძეები.

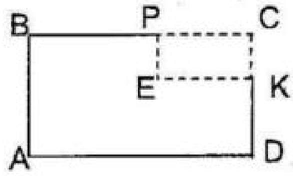
საკონტროლო ტესტი N 5 (ა)

1. მართკუთხედი ორი ერთნაირი კვადრატისაგანაა მიღებული. რამდენჯერაა მეტი ამ მართკუთხედის პერიმეტრი მის მცირე გვერდზე?



ა) 2-ჯერ ბ) 4-ჯერ გ) 6-ჯერ დ) 8-ჯერ

2. ABCD მართკუთხედისაგან ამოჭრეს PCKE მართკუთხედი. იპოვეთ დარჩენილი ფიგურის პერიმეტრი, თუ AB=7 და AD=12.



ა) 38 ბ) 34 გ) 26 დ) პოვნა შეუძლებელია

3. პარალელოგრამის მცირე გვერდი a-ს ტოლია. დიდი გვერდი მცირე გვერდზე 5-ით არის მეტი. იპოვეთ პარალელოგრამის პერიმეტრი.

ა) $2a+5$ ბ) a^2+5a გ) $2a+10$ დ) $4a+10$

4. რომბის პერიმეტრი არის 15 სმ. იპოვეთ გვერდი.

ა) 3 სმ ბ) 3,5 სმ გ) 3,75 სმ დ) 5 სმ

5. ოთხკუთხედი, რომლის დიაგონალები გადაკვეთის წერტილით შუაზე არ იყოფა, არის:

ა) კვადრატი ბ) პარალელოგრამი გ) რომბი დ) ტრაპეცია

6. მართკუთხედში დიაგონალი არის 18 სმ და იგი დიდ გვერდთან ადგენს 30°-იან კუთხეს. იპოვეთ მცირე გვერდი

ა) 5 სმ ბ) 9 სმ გ) 12 სმ დ) 7,5 სმ

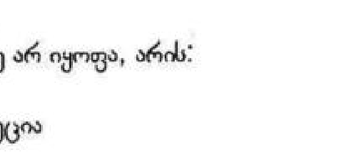
7. ტოლფერდა ტრაპეციის ბლაგვი კუთხის წვეროდან დაშვებული სიმაღლე დიდ ფუძეს ყოფს 13 სმ და 8 სმ-ის ტოლ მონაკვეთებად. იპოვეთ შუა მონაკვეთი და მცირე ფუძე.

ა) 13 სმ და 8 სმ ბ) 8 სმ და 5 სმ გ) 13 სმ და 5 სმ დ) 8 სმ და 4 სმ

8. ტრაპეციის ფერდის ბოლოებიდან გავლებულ ბისექტრისებს შორის კუთხე არის

ა) 30° ბ) 45° გ) 60° დ) 90°

9. მოცემულია ABCD რომბი. მაშინ აუცილებლად.



ა) AB=BD ბ) AB მართობულია BD-სი
გ) BD მართობულია AC-სი დ) BCD ბლაგვია

10. მრავალკუთხედში დიაგონალების რაოდენობაა 27. რამდენი გვერდი აქვს ამ მრავალკუთხედს?

ა) 6 ბ) 7 გ) 9 დ) 10

ბ

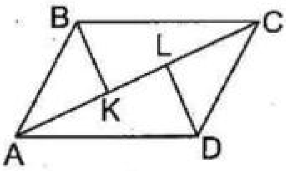
5.28. ოთხკუთხედის ორი გვერდის სიგრძეები 2 მ და 8 მ-ია. ერთ-ერთი დიაგონალი, რომლის სიგრძე 4 მ-ია, ყოფს ამ ოთხკუთხედს ორ ტოლფერდა სამკუთხედად. იპოვეთ ოთხკუთხედის პერიმეტრი.

5.29. ABCD ოთხკუთხედის პერიმეტრია 87 სმ. ABD და BCD სამკუთხედების პერიმეტრებია, შესაბამისად, 79 სმ და 72 სმ. იპოვეთ BD დიაგონალი.

5.30. ABC მახვილკუთხა სამკუთხედის B და C წვეროებიდან გავლებულ სიმაღლეებს შორის ერთ-ერთი კუთხეა $130°$. იპოვეთ $\angle A$.

5.31. ABCD ოთხკუთხედში E არის A და B კუთხეების ბისექტრისების, F კი – C და D კუთხეების ბისექტრისების გადაკვეთის წერტილი. იპოვეთ AEB და CFD კუთხეების ჯამი.

5.32. ABCD პარალელოგრამში B და D კუთხეების ბისექტრისები AC დიაგონალს კვეთენ K და L წერტილებში. მაშინ BKDL ოთხკუთხედი წარმოადგენს:



ა) ტრაპეციას   **ბ)** კვადრატს   **გ)** რომბს   **დ)** პარალელოგრამს

5.33. ABCD პარალელოგრამში დიაგონალების გადაკვეთის წერტილზე გავლებული წრფე BC და AD გვერდებიდან მოკვეთს BE=2 მ და AF=2,8 მ სიგრძის მონაკვეთებს. იპოვეთ პერიმეტრი, თუ AB=2,5 მ.

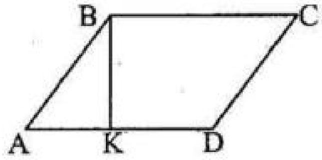
5.34. ABCD ოთხკუთხედში AB=CD და $AB \parallel CD$, AB=6 სმ, BC გვერდი AB გვერდზე 4 სმ-ით მეტია. იპოვეთ ABCD ოთხკუთხედის პერიმეტრი.

5.35. პარალელოგრამის ბლაგვი კუთხის წვეროდან გავლებულ სიმაღლეებს შორის კუთხეა $70°$. იპოვეთ პარალელოგრამის კუთხეები.

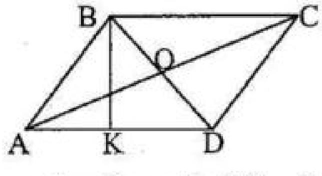
5.36. ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდია 12 სმ. ამ სამკუთხედის ფუძეზე მდებარე წერტილიდან გავლებულია გვერდების პარალელური ორი წრფე. იპოვეთ მიღებული პარალელოგრამის პერიმეტრი.

5.37. ABCD პარალელოგრამის B ბლაგვი კუთხის წვეროდან AD გვერდზე დაშვებული მართობი AD გვერდს შუაზე ყოფს, BD დიაგონალია 5 სმ. იპოვეთ AB გვერდი.

5.38. ABCD პარალელოგრამში BK სიმაღლეა. $\angle ABK=30°$, KD=20 სმ. იპოვეთ პარალელოგრამის გვერდები, თუ პარალელოგრამის პერიმეტრია 76 სმ.



5.39. ABCD პარალელოგრამში BK სიმაღლე AC დიაგონალთან ქმნის $120°$-იან კუთხეს. იპოვეთ BK სიმაღლე, თუ AO=10 სმ.



5.40. პარალელოგრამში დიდი დიაგონალი არის 18 სმ და იგი დიდ გვერდთან ადგენს $30°$-იან კუთხეს. იპოვეთ დიდ გვერდზე დაშვებული სიმაღლე.

5.41. პარალელოგრამში მახვილი კუთხის ბისექტრისა პარალელოგრამის გვერდს 5 სმ და 7 სმ ტოლ ნაწილებად ყოფს. იპოვეთ პარალელოგრამის პერიმეტრი (განიხილეთ ორი შემთხვევა).

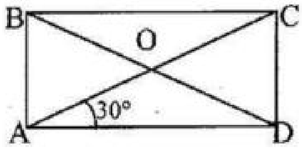
5.42. პარალელოგრამის ბლაგვი კუთხის ბისექტრისა მის გვერდს ყოფს შეფარდებით 2:1 ბლაგვი კუთხის წვეროს მხრიდან. იპოვეთ პარალელოგრამის გვერდები, თუ მისი პერიმეტრია 30 სმ.

5.43. პარალელოგრამის დიდ გვერდთან მდებარე ორი კუთხის ბისექტრისები მოპირდაპირე გვერდს ყოფენ სამ ნაწილად. იპოვეთ თითოეული მათგანი, თუ პარალელოგრამის გვერდებია:
1) 9 სმ და 4 სმ; 2) 5 სმ და 3 სმ.

5.44. მართკუთხედის ერთ-ერთი კუთხის ბისექტრისა მოპირდაპირე გვერდს შუაზე ყოფს. იპოვეთ მართკუთხედის მცირე გვერდი, თუ მისი პერიმეტრია 60 სმ.

5.45. მართკუთხედის წვეროდან დიაგონალზე დაშვებული მართობი დიაგონალს ყოფს 1:3 შეფარდებით. დიაგონალების გადაკვეთის წერტილიდან დიდ გვერდზე დაშვებული მართობის სიგრძეა 3,2 სმ. იპოვეთ დიაგონალის სიგრძე.

5.46. ABCD მართკუთხედის AC დიაგონალის სიგრძეა 12 სმ და დიდ გვერდთან ადგენს 30°-იან კუთხეს. იპოვეთ AOB სამკუთხედის პერიმეტრი.



5.47. მართკუთხედის წვეროდან მის დიაგონალზე დაშვებული პერპენდიკულარი ამ დიაგონალს ყოფს შეფარდებით 1:3. იპოვეთ მცირე გვერდის სიგრძე, თუ დიაგონალის სიგრძეა 20 სმ.

5.48. მართკუთხა სამკუთხედის თითოეული კათეტი 6 სმ უდრის. მასში ჩახაზულია მართკუთხედი, რომელსაც სამკუთხედთან საერთო კუთხე აქვს. იპოვეთ მართკუთხედის პერიმეტრი.

5.49. ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედში ჩახაზულია მართკუთხედი ისე, რომ მისი ორი წვერო ჰიპოტენუზაზე მდებარეობს, დანარჩენი ორი კი – კათეტებზე. რას უდრის მართკუთხედის გვერდები, თუ ისინი ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 5:2, სამკუთხედის ჰიპოტენუზა კი 45 სმ ტოლია?

5.50. წრეწირის ერთი წერტილიდან გავლებულია ორი ურთიერთმართობული ქორდა, რომლებიც ცენტრიდან 6 სმ-ით და 10 სმ-ით არის დაშორებული. იპოვეთ მათი სიგრძეები.

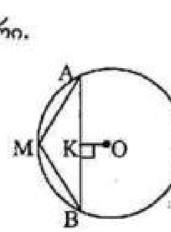
5.51. რომბის გვერდის მიერ დიაგონალებთან შედგენილი კუთხეები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 1:8. იპოვეთ რომბის კუთხეები.

5.52. იპოვეთ რომბის კუთხეები, თუ მისი ერთი წვეროდან გავლებული სიმაღლეები ადგენენ:
1) 40°-იან კუთხეს; 2) 130°-იან კუთხეს.

5.53. რომბის ბლაგვი კუთხის წვეროდან გავლებული სიმაღლე რომბის გვერდს შუაზე ყოფს. იპოვეთ რომბის დიაგონალების მიერ გვერდებთან შედგენილი კუთხეები.

5.54. რომბის ერთ-ერთი კუთხეა 150°, სიმაღლე – 3,5 სმ. იპოვეთ რომბის პერიმეტრი.

5.55. წრეწირზე აღებული M წერტილიდან გავლებულია წრეწირის რადიუსის ტოლი MA და MB ორი ქორდა. იპოვეთ მანძილი წრეწირის O ცენტრიდან AB ქორდამდე, თუ რადიუსია 5 სმ.



5.56. კვადრატის დიაგონალის სიგრძეა 120 სმ. კვადრატის წვეროებზე გავლებულია დიაგონალების პარალელური წრფეები. იპოვეთ მიღებული ოთხკუთხედის პერიმეტრი.

5.57. ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედში ჩახაზულია კვადრატი, რომელსაც სამკუთხედთან საერთო მართი კუთხე აქვს. კვადრატის ერთ-ერთი წვერო ჰიპოტენუზას ეკუთვნის, სამკუთხედის კათეტია 12 სმ. იპოვეთ კვადრატის პერიმეტრი.

5.58. ABC ტოლფერდა სამკუთხედში ჩახაზულია MNRQ კვადრატი ისე, რომ N წვერო AB გვერდს ეკუთვნის, R წვერო – BC გვერდს, Q და M წვეროები კი – AC ფუძეზე ძევს. კვადრატის გვერდია 3 სმ, P_{AMN}=12 სმ და P_{NBR}=9 სმ. იპოვეთ ABC სამკუთხედის პერიმეტრი.

5.59. კვადრატში, რომლის დიაგონალია 20 სმ, ჩახაზულია მართკუთხედი ისე, რომ მართკუთხედის გვერდები კვადრატის დიაგონალების პარალელურია და მისი გვერდების სიგრძეები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 3:2. იპოვეთ მართკუთხედის გვერდები.

5.60. კვადრატში, რომლის დიაგონალია 30 სმ, ჩახაზულია მართკუთხედი ისე, რომ მართკუთხედის გვერდები კვადრატის დიაგონალების პარალელურია. იპოვეთ მართკუთხედის პერიმეტრი.

5.61. მართკუთხა სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის რადიუსია 5 სმ. ამ სამკუთხედის პერიმეტრია 60 სმ. იპოვეთ ჰიპოტენუზა.

5.62. მართკუთხა სამკუთხედის პერიმეტრია 72 სმ, ჰიპოტენუზა – 30 სმ. იპოვეთ ჩახაზული წრეწირის რადიუსი.

5.63. გარე წერტილიდან წრეწირისადმი გავლებულია ორი ურთიერთმართობული მხები. შეხების წერტილთა შემაერთებელი ქორდაა 2 სმ. იპოვეთ მანძილი წრეწირის ცენტრიდან ამ ქორდამდე.

5.64. ოთხკუთხედის დიაგონალებია 10 მ და 12 მ. მასში ჩახაზულია ოთხკუთხედი, რომლის წვეროებიც მოცემული ოთხკუთხედის გვერდების შუაწერტილებია. იპოვეთ ჩახაზული ოთხკუთხედის პერიმეტრი.

5.65. ტოლგვერდა სამკუთხედის სიმაღლეა 15 სმ. იპოვეთ სიმაღლეების გადაკვეთის წერტილიდან გვერდებამდე მანძილი.

5.66. ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდისადმი გავლებული მედიანა უდრის 30 სმ და ფუძესთან ადგენს 30°-იან კუთხეს. იპოვეთ ფუძეზე დაშვებული სიმაღლე.

5.67. ABCD რომბში B კუთხე უდრის 120°. განსაზღვრეთ ბლაგვი კუთხის წვეროდან გავლებულ სიმაღლეებს შორის მოთავსებული დიაგონალის მონაკვეთი, თუ AC=21 სმ.

5.68. ABCD რომბის B წვეროდან გავლებულია BM და BN მონაკვეთები, რომლებიც AD და DC გვერდებს შუაზე ყოფს. ამ მონაკვეთების AC დიაგონალთან გადაკვეთის წერტილებია K და L. იპოვეთ KL მონაკვეთი, თუ AC დიაგონალია 15 სმ.

5.69. რას უდრის ტოლფერდა ტრაპეციის კუთხეები, თუ მისი ბლაგვი კუთხის წვეროდან გავლებულ სიმაღლეს და ფერდს შორის კუთხეა 40°.

5.70. ABCD ტოლფერდა ტრაპეციაში დიაგონალი ფერდის მართობულია და დიდ ფუძესთან ადგენს 15°-იან კუთხეს. იპოვეთ ტრაპეციის ფუძეებთან მდებარე კუთხეები.

5.71. ტოლფერდა ტრაპეციის მცირე ფუძე ფერდის ტოლია, დიაგონალი კი ფერდის მართობულია. იპოვეთ ტრაპეციის კუთხეები.

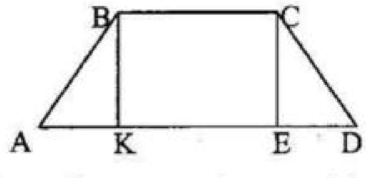
5.72. ტრაპეციაში ფერდები მცირე ფუძის ტოლია, დიაგონალი ფუძესთან ადგენს 30°-ის ტოლ კუთხეს. იპოვეთ ტრაპეციის კუთხეები.

5.73. ტოლფერდა ტრაპეციაში ერთი კუთხე უდრის 60°, ფერდი – 24 სმ-ია, ხოლო ფუძეების ჯამია 43 სმ. იპოვეთ ტრაპეციის ფუძეები.

5.74. ABCD ტრაპეციაში BC მცირე ფუძეა 4 სმ. B წვეროზე გავლებულია ფერდის პარალელური წრფე. მიღებული სამკუთხედის პერიმეტრია 12 სმ. იპოვეთ ტრაპეციის პერიმეტრი.

5.75. ABCD ტოლფერდა ტრაპეციაში BC და AD ფუძეებია შესაბამისად, 6 სმ და 10 სმ. იპოვეთ:

1) ტრაპეციის შუახაზი; 2) AE მონაკვეთი.



5.76. ტრაპეციის შუახაზი დიაგონალმა 3 სმ და 8 სმ ტოლ მონაკვეთებად გაყო. იპოვეთ ტრაპეციის ფუძეები.

5.77. ტრაპეციის ფუძეებია 9 სმ და 15 სმ. იპოვეთ მანძილი ტრაპეციის დიაგონალების შუაწერტილებს შორის.

5.78. ტრაპეციის შუახაზის სიგრძეა 16 სმ და დიაგონალით იყოფა ორ მონაკვეთად, რომელთა სიგრძეების სხვაობაა 4 სმ. იპოვეთ ტრაპეციის ფუძეები.

5.79. ABCD ტოლფერდა ტრაპეციაა. ამასთან, AD დიდი ფუძეა. ACD და BAC სამკუთხედების პერიმეტრების სხვაობა უდრის 6, ტრაპეციის შუამონაკვეთია 12. იპოვეთ AD.

5.80. ტოლფერდა ტრაპეციაში მახვილი კუთხე უდრის 45°, მისი სიმაღლეა 12, შუამონაკვეთი კი – 21. იპოვეთ ტრაპეციის დიდი ფუძე.

5.81.

1) ტოლფერდა ტრაპეციაში დიაგონალები ურთიერთმართობულია. იპოვეთ ტრაპეციის სიმაღლე, თუ მისი შუახაზის სიგრძეა 10 სმ.

2) ტოლფერდა ტრაპეციაში დიაგონალები ურთიერთმართობულია და დიდი ფუძე მცირე ფუძეზე 3-ჯერ მეტია. იპოვეთ მცირე ფუძე, თუ ტრაპეციის სიმაღლე 40 სმ-ია.

5.82. ტრაპეციის ფერდი გაყოფილია 4 ტოლ ნაწილად და დაყოფის წერტილებზე გავლებულია ტრაპეციის ფუძეების პარალელური წრფეები. იპოვეთ ტრაპეციის ფერდებს შორის მოთავსებული პარალელური წრფეების მონაკვეთების სიგრძეები, თუ ტრაპეციის ფუძეებია 23 სმ და 15 სმ.

5.83. ტრაპეციის ფერდი გაყოფილია 3 ტოლ ნაწილად და დაყოფის წერტილებიდან მეორე ფერდისადმი გავლებულია ფუძის პარალელური მონაკვეთები. რას უდრის ამ მონაკვეთების სიგრძეები, თუ ტრაპეციის ფუძეებია 2 მ და 5 მ?

5.84. მოცემული წრფის ერთ მხარეს აღებულია ორი A და B წერტილი, რომლებიც ამ წრფიდან 10 მ და 20 მ მანძილზე მდებარეობს. იპოვეთ AB მონაკვეთის შუაწერტილიდან მოცემული წრფემდე მანძილი.

5.85. მოცემული წრფის სხვადასხვა მხარეს აღებულია ორი A და B წერტილი, რომლებიც ამ წრფიდან 10 მ-ით და 20 მ-ით არიან დაშორებული. იპოვეთ AB მონაკვეთის შუაწერტილიდან მოცემული წრფემდე მანძილი.

5.86. ტოლფერდა ტრაპეციაში დიაგონალი მახვილი კუთხის ბისექტრისაა. იპოვეთ ტრაპეციის პერიმეტრი, თუ მისი ფუძეებია 10 სმ და 25 სმ.

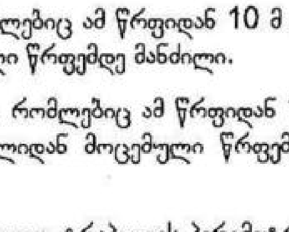
5.87. ტრაპეციაში დიაგონალები მახვილი კუთხის ბისექტრისებია. იპოვეთ ტრაპეციის პერიმეტრი, თუ დიაგონალი შუამონაკვეთს ყოფს 10 სმ და 18 სმ სიგრძის ნაწილებად.

5.88. ტოლფერდა ტრაპეციის დიაგონალი შუაზე ყოფს ტრაპეციის ბლაგვ კუთხეს. ტრაპეციის მცირე ფუძე 3 სმ ტოლია, ხოლო ტრაპეციის პერიმეტრია 42 სმ. იპოვეთ ტრაპეციის შუახაზი.

5.89. მართკუთხა ტრაპეციაში ერთი კუთხე უდრის 135°, შუამონაკვეთი – 18 სმ, ხოლო ფუძეების შეფარდებაა 1:8. იპოვეთ ტრაპეციის მცირე ფერდი.

5.90. ABCD ოთხკუთხედში AC დიაგონალი BD დიაგონალის პერპენდიკულარულია და მას შუაზე ყოფს. იპოვეთ ამ ოთხკუთხედის კუთხეები, თუ $\angle BAD=70°$ და ABCD ოთხკუთხედის წვეროები წრეწირზე მდებარეობს.

5.91. ამოზნექილ ABCDEF ექვსკუთხედში ყველა შიგა კუთხე ტოლია. ცნობილია, რომ AB=3, BC=4, CD=5, EF=1. იპოვეთ DE და AF გვერდების ჯამი.



საკონტროლო ტესტი N 5 (ბ)

1. წესიერი n-კუთხედი ნიშნავს, რომ:

ა) ყველა გვერდი ერთმანეთის ტოლია
ბ) ყველა კუთხე ერთმანეთის ტოლია
გ) ყველა გვერდი ტოლია და ყველა კუთხე ტოლია
დ) ყველა კუთხე მახვილია

2. ექვსკუთხედში კუთხეები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 1:2:2:4:5:6. განსაზღვრეთ უდიდესი და უმცირესი კუთხეების ჯამი.

ა) 252° ბ) 200° გ) 330° დ) 110°

3. ოთხკუთხედის გვერდების შუაწერტილების მიმდევრობით შეერთებით მიიღება მართკუთხედი. მაშინ ამ ოთხკუთხედის

ა) დიაგონალები ტოლია
ბ) დიაგონალები ურთიერთმართობულია
გ) გადაკვეთის წერტილით დიაგონალები შუაზე იყოფა
დ) დიაგონალები წარმოადგენენ კუთხეთა ბისექტრისებს

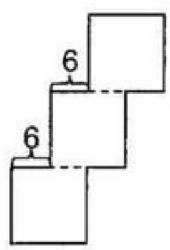
4. პარალელოგრამის კუთხეების შეფარდებაა 1:5. მაშინ, ბლაგვი კუთხის წვეროდან გვერდებზე დაშვებულ სიმაღლეებს შორის კუთხე არის:

ა) 30° ბ) 45° გ) 75° დ) 90°

5. პარალელოგრამის პერიმეტრია 16 სმ, მისი ერთ-ერთი ბისექტრისა წინამდებარე გვერდს ყოფს პროპორციით 2:1, ამ კუთხის ტოლი კუთხის წვეროს მხრიდან. იპოვეთ გვერდები.

ა) 5 სმ, 3 სმ ბ) 1 სმ, 7 სმ გ) 8 სმ, 10 სმ დ) 6 სმ, 2 სმ

6. სამი ტოლი კვადრატი ერთმანეთზე არის მიდებული, იპოვეთ მიღებული ფიგურის პერიმეტრი, თუ კვადრატის გვერდი არის 12 სმ.



ა) 90 სმ ბ) 100 სმ გ) 120 სმ დ) 140 სმ

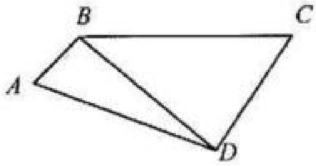
7. პარალელოგრამის დიაგონალებია 5 სმ და 7 სმ. პარალელოგრამის წვეროებიდან დიაგონალების პარალელურად გავლებული წრფეების გადაკვეთით მიღებული ოთხკუთხედის პერიმეტრი არის:

ა) 12 სმ ბ) 15 სმ გ) 18 სმ დ) 24 სმ

8. თუ ABCD ტრაპეციის AB ფერდი მეტია BC მცირე ფუძეზე, მაშინ A კუთხის ბისექტრისა

ა) გადაკვეთს BC გვერდს
ბ) გადაკვეთს CD გვერდს
გ) გადის C წვეროზე
დ) ასეთი ტრაპეცია არ არსებობს

9. $ABCD$ ოთხკუთხედის პერიმეტრია 100, ABD სამკუთხედის პერიმეტრი კი 40 და ორჯერ ნაკლებია BCD სამკუთხედის პერიმეტრზე. იპოვეთ BD დიაგონალი.



ა) 10 ბ) 20 გ) 25 დ) 45

10. ამოზნექილი 100 კუთხედის წვეროები გადანომრილია საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით (1, 2, 3, ...). 42-ე და 81-ე წვეროების შემაერთებელი დიაგონალით მრავალკუთხედი გაყოფილია ორ მრავალკუთხედად. რამდენი გვერდი აქვს თითოეულ მათგანს?

ა) 40 და 62 ბ) 40 და 60 გ) 42 და 60 დ) 41 და 61

§6. სამკუთხედების მსგავსება

ა

6.1. სამკუთხედის გვერდებია 4 სმ, 6 სმ და 7 სმ. მისი მსგავსი მეორე სამკუთხედის უმცირესი გვერდია 8 სმ. იპოვეთ მეორე სამკუთხედის დანარჩენი გვერდები.

6.2. სამკუთხედის გვერდების სიგრძეებია 5 სმ, 8 სმ და 9 სმ. იპოვეთ იმ სამკუთხედის პერიმეტრი, რომელიც მოცემულის მსგავსია $K=2$ კოეფიციენტით.

6.3. ორ ტოლფერდა სამკუთხედს ფერდებს შორის კუთხეები ტოლი აქვს. ერთ-ერთის გვერდებია 10 სმ, 10 სმ და 8 სმ. მეორის ფუძეა 20 სმ. იპოვეთ მეორე სამკუთხედის ფერდი.

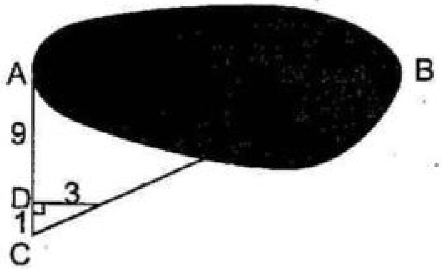
6.4. სამკუთხედის გვერდების სიგრძეები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 5:6:8. იპოვეთ მისი მსგავსი სამკუთხედის გვერდები, თუ ამ უკანასკნელის:
1) უმცირესი გვერდია 10 სმ; 2) პერიმეტრია 76 სმ.

6.5. აჩვენეთ, რომ თუ სამკუთხედის რომელიმე ორი კუთხის სიდიდეა $108°$ და $20°$, ხოლო მეორე სამკუთხედის ორი კუთხის სიდიდეა $52°$ და $20°$, ასეთი სამკუთხედები მსგავსია.

6.6. სამკუთხედის გვერდებია 10 სმ, 12 სმ, 15 სმ. რა მაქსიმალური სიგრძის გვერდი შეიძლება ჰქონდეს მოცემული სამკუთხედის მსგავს სამკუთხედს, თუ მისი ერთ-ერთი გვერდია 60 სმ.

6.7. ABC სამკუთხედში გავლებულია AC გვერდის პარალელური წრფე, რომელიც AB და BC გვერდს კვეთს შესაბამისად M და N წერტილებში. იპოვეთ:
1) BC, თუ $AB=10$ სმ, $BM=7$ სმ, $BN=5$ სმ; 2) CN, თუ $BN=6$ სმ, $MB:AB=3:7$;
3) AM, თუ $AB-AM=10$ სმ, $CN:BN=3:4$; 4) MN, თუ $AC=8$ სმ, $AM:BM=2:3$.

6.8. ნახაზზე დაყრდნობით იპოვეთ ტბის AB სიგრძე.



6.9. ABC სამკუთხედის AB და AC გვერდებზე აღებულია შესაბამისად D და E წერტილები. მსგავსია თუ არა ABC და ADE სამკუთხედები თუ:
1) $AB=24$, $AC=16$, $AD=21$, $AE=14$; 2) $AB=28$, $AC=21$, $AD=33$, $AE=44$.

6.10. $ABCD$ ტრაპეციაში AD და BC ფუძეებია, O დიაგონალების გადაკვეთის წერტილია. იპოვეთ OD, თუ $BO=3$, $OC=4$ და $AO=6$.

6.11. $ABCD$ ტრაპეციაში დიაგონალების გადაკვეთის წერტილით ერთ-ერთი დიაგონალი იყოფა შეფარდებით 4:5. მცირე ფუძეა 20 სმ. იპოვეთ დიდი ფუძე.

6.12. $ABCD$ ტრაპეციის ($BC||AD$) AC და BD დიაგონალები O წერტილში იკვეთება, $AO=20$ სმ, $OC=16$ სმ, მცირე ფუძეა 24 სმ. იპოვეთ დიდი ფუძე.

6.13. $ABCD$ ტრაპეციაში ($BC||AD$) $\angle ABD=\angle BCD$. იპოვეთ AB, თუ $BC=2$, $DC=3$, $BD=4$.

6.14. ურთიერთგადამკვეთი ორი ქორდიდან გადაკვეთის წერტილით ერთი იყოფა 1:3 შეფარდებით, მეორე – 2 სმ და 24 სმ ტოლ ნაწილებად. იპოვეთ პირველი ქორდის სიგრძე.

6.15. AB და CD ქორდები ერთმანეთს კვეთს M წერტილში ისე, რომ AM:MB=2:3, CM:MD=1:2, AC=6 სმ. იპოვეთ BD.

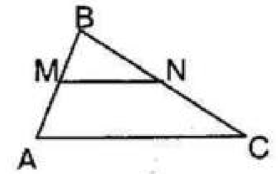
6.16. წრეწირის წერტილიდან მის დიამეტრზე დაშვებულია მართობი, რომელიც დიამეტრს ყოფს 4 სმ და 9 სმ ტოლ ნაწილებად. იპოვეთ მართობის სიგრძე.

6.17. მოცემული წერტილიდან წრეწირისადმი გავლებულია 20 სმ სიგრძის მხები და მკვეთი, რომლის გარე ნაწილი 16 სმ-ის ტოლია. რას უდრის მკვეთის შიგა ნაწილი?

6.18. მოცემული წერტილიდან გავლებულია მკვეთი და 30 სმ სიგრძის მხები. იპოვეთ მკვეთის სიგრძე, თუ მისი გარე ნაწილი ისე შეეფარდება შიგა ნაწილს როგორც 2:3.

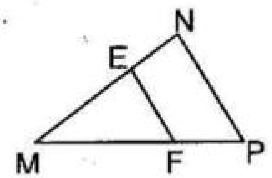
საკონტროლო ტესტი N 6 (ა)

1. ABC სამკუთხედში MN პარალელურია AC გვერდის. მაშინ:



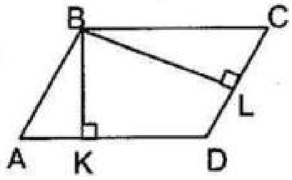
ა) MB=AM ბ) $\frac{MN}{AC}=\frac{MB}{AM}$ გ) $MN=\frac{AB+BC}{2}$ დ) $\frac{MB}{AB}=\frac{BN}{BC}$

2. MNP სამკუთხედში EF||NP იპოვეთ EF, თუ $\frac{MF}{MP}=\frac{5}{7}$ და NP=9.



ა) 45/7 ბ) 35/9 გ) 63/5 დ) 9/2

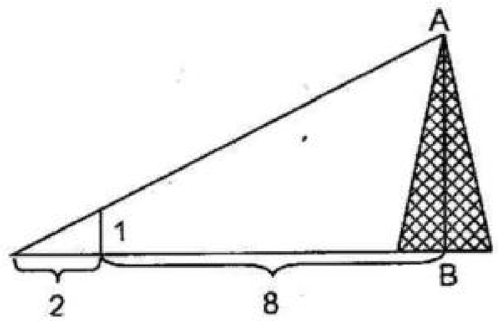
3. თუ პარალელოგრამში ბლაგვი B კუთხის წვეროდან გავლებულია სიმაღლეები BK და BL, მაშინ



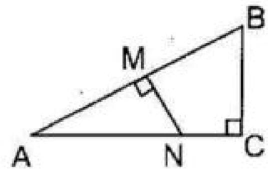
ა) BK=BL ბ) AK=CL გ) ΔABK~ΔCBL დ) არცერთი ჩამოთვლილთაგან

4. ნახაზზე დაყრდნობით იპოვეთ ანძის AB სიმაღლე.

ა) 5 ბ) 4 გ) 4,5 დ) 6

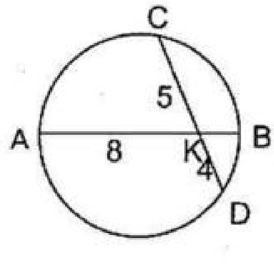


5. ნახაზის მიხედვით იპოვეთ MN, თუ AM=7, BC=5 და AC=12.



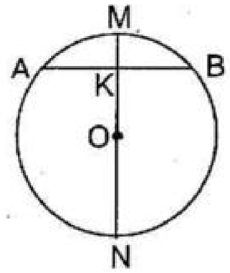
ა) 60/7 ბ) 84/5 გ) 35/12 დ) 19/5

6. წრეწირში გავლებულია ორი ურთიერთგადამკვეთი ქორდა. ნახაზის მიხედვით იპოვეთ KB.



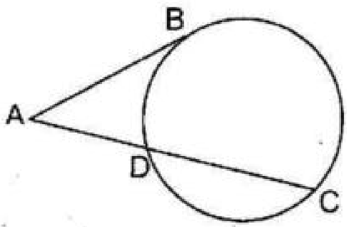
ა) 2 ბ) 2,5 გ) 4 დ) 2,25

7. წრეწირის რადიუსია 5. MN დიამეტრია, AB კი მისი მართობული ქორდა, რომლის სიგრძეა 8. იპოვეთ MK.



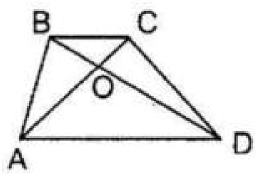
ა) 2 ბ) 3 გ) 2,5 დ) 1

8. თუ AB=6 წრეწირის მხებია და AD=3, მაშინ AC=



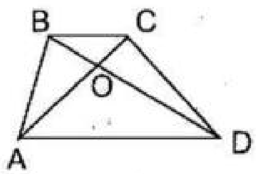
ა) 9 ბ) 8 გ) 10 დ) 12

9. ტრაპეციაში BC და AD ფუძეები შესაბამისად 5-ისა და 8-ის ტოლია. OC=3. იპოვეთ AO.



ა) 24/5 ბ) 15/8 გ) 40/3 დ) 10/3

10. ტრაპეციაში BC ფუძე 6-ის ტოლია CO:OA=3:7 იპოვეთ AD ფუძე.



ა) 8 ბ) 9 გ) 14 დ) 12,5

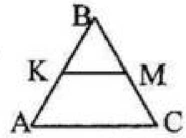
გ

6.19. სამკუთხედის გვერდებია 4 სმ, 6 სმ და 8 სმ. იპოვეთ მისი მსგავსი სამკუთხედის გვერდები, თუ ამ უკანასკნელის ერთ-ერთი გვერდია 24 სმ. რამდენი ამონახსნი აქვს ამოცანას?

6.20. ΔABC-ში M და N წერტილები მდებარეობს, შესაბამისად, AB და BC გვერდზე და $MN \parallel AC$. BM:AM=4:5 და BC=27. რას უდრის BN.

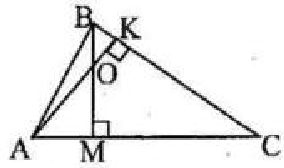
6.21. ΔABC-ში M და N წერტილები მდებარეობს, შესაბამისად, AB და BC გვერდზე და $MN \parallel AC$. AC=12. ABC სამკუთხედის პერიმეტრია 48, MBN სამკუთხედის პერიმეტრი კი – 20. რა უდრის MN.

6.22. ABC ტოლფერდა სამკუთხედში AB და BC გვერდებზე K და M წერტილები ისეა აღებული, რომ AK:KM:MC=5:3:5. AC=18 სმ, AB=15 სმ. იპოვეთ KM და MC.

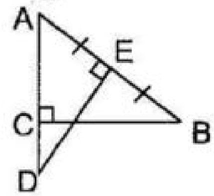


6.23. ტოლფერდა სამკუთხედში, რომლის ფერდია 20 სმ, ფუძე – 4 სმ, ჩახაზულია წრეწირი. იპოვეთ მანძილი ფერდებზე მოთავსებულ შეხების წერტილებს შორის.

6.24. ABC სამკუთხედში გავლებულია AK და BM სიმაღლეები, O მათი გადაკვეთის წერტილია. იპოვეთ AM, თუ BK=10 სმ და OK:OM=2:3.



6.25. ნახაზზე AB=5, AC=3 და AE=EB. იპოვეთ AD.

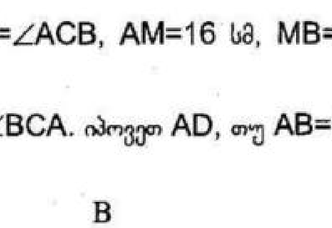


6.26. AC წრფის პარალელური DE წრფე ABC სამკუთხედის AB და BC გვერდებს შესაბამისად, D და E წერტილებში კვეთს: AB=20 სმ, BC=30 სმ, AD=BE. იპოვეთ BE და BD.

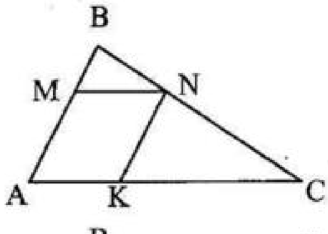
6.27. M წერტილი ABC სამკუთხედის AB გვერდზე ძევს. $\angle BMC=\angle ACB$, AM=16 სმ, MB=9 სმ. იპოვეთ BC.

6.28. ABC სამკუთხედში გავლებულია BD წრფე ისე, რომ $\angle ABD=\angle BCA$. იპოვეთ AD, თუ AB=16 და AC=20.

6.29. ABC სამკუთხედში ჩახაზულ AMNK პარალელოგრამს სამკუთხედთან აქვს საერთო A კუთხე. იპოვეთ პარალელოგრამის პერიმეტრი, თუ AC=15 სმ, AB=10 სმ, ხოლო BN:NC=2:3.



6.30. პარალელოგრამის ბლაგვი კუთხის წვეროდან გავლებული სიმაღლეების შეფარდებაა 2:3. იპოვეთ გვერდები, თუ პარალელოგრამის პერიმეტრია 80 სმ.

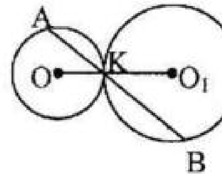


6.31. ABC სამკუთხედში ჩახაზულია ADEF რომბი ისე, რომ A მათი საერთო კუთხეა და E წვერო BC გვერდზეა. იპოვეთ რომბის გვერდი, თუ $AB=c$ და $AC=b$.

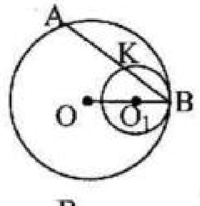
6.32. მართკუთხა სამკუთხედში, რომლის კათეტია 9 სმ, ხოლო მასთან მდებარე მახვილი კუთხეა 60°, ჩახაზულია რომბი ისე, რომ 60°-იანი კუთხე მათ საერთო აქვთ. იპოვეთ რომბის გვერდი.

6.33. ABCD მოცემული პარალელოგრამია, მისი დიაგონალების გადაკვეთის წერტილზე გავლებულია BC-ს პერპენდიკულარული წრფე, რომელიც BC-ს E წერტილში კვეთს, AB-ს გაგრძელებას კი – F-ში. იპოვეთ BE, თუ $AB=a$, $BC=b$ და $BF=c$.

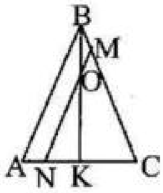
6.34. ორი წრეწირი გარედან ეხება ერთმანეთს, შეხების წერტილში გავლებული AB წრფე წრეწირებში წარმოშობს AK და BK ქორდებს. იპოვეთ წრეწირების რადიუსები, თუ $OO_1=20$ სმ და $3AK=2BK$.



6.35. ორი წრეწირი შიგნიდან ეხება ერთმანეთს, შეხების წერტილში გავლებული AB წრფე წრეწირებში წარმოშობს AB და KB ქორდებს. იპოვეთ წრეწირების რადიუსები, თუ $OO_1=30$ სმ და $\frac{AB}{AK}=\frac{3}{2}$.



6.36. ტოლფერდა სამკუთხედში ფუძეზე დაშვებულ BK სიმაღლეს ფერდის პარალელური MN წრფე კვეთს O წერტილში ისე, რომ $BO:BK=1:3$. იპოვეთ NMC სამკუთხედის პერიმეტრი, თუ ABC სამკუთხედის პერიმეტრია 96 სმ.

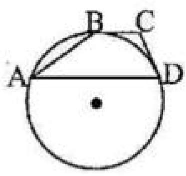


6.37. ABCD პარალელოგრამში B კუთხის ბისექტრისა CD გვერდს P წერტილში კვეთს, ხოლო AD წრფეს Q წერტილში. იპოვეთ ABQ სამკუთხედის პერიმეტრი, თუ $BC=9$, $PQ=5$ და $DP=4$.

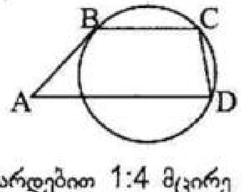
6.38. სამკუთხედში, რომლის ფუძეა 20 სმ და სიმაღლე – 15 სმ, ჩახაზულია კვადრატი ისე, რომ მისი ორი წვერო ძევს სამკუთხედის ფუძეზე, ორი სხვა კი – ფერდებზე. იპოვეთ კვადრატის გვერდი.

6.39. ABCD ტრაპეციაში $\angle ABC=\angle ACD$, BC და AD ფუძეები შესაბამისად ტოლია 1 სმ და 4 სმ. იპოვეთ AC დიაგონალი.

6.40. წრეწირი გადის $BC=5$ ფუძის და $BD=8$ დიაგონალის მქონე ABCD ტრაპეციის A, B და D წვეროებზე და ეხება BC და CD წრფეებს. იპოვეთ AD ფუძე.



6.41. წრეწირი გადის ABCD ტრაპეციის C, B და D წვეროებზე და AB გვერდს ეხება B წერტილში. იპოვეთ BD დიაგონალის სიგრძე, თუ ტრაპეციის ფუძეებია 4 და 9.

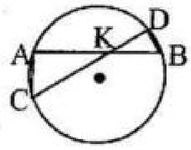


6.42. ტრაპეციის ფუძეების პარალელური წრფე ტრაპეციის ფერდს ყოფს შეფარდებით 1:4 მცირე ფუძის მხრიდან. იპოვეთ ფერდებს შორის მოქცეული მონაკვეთის სიგრძე, თუ ტრაპეციის ფუძეებია 3 და 8.

6.43. წრფე, რომელიც გადის ტრაპეციის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილზე და ტრაპეციის ფუძეების პარალელურია, ტრაპეციის ფერდებს კვეთს M და N წერტილებში. იპოვეთ MN მონაკვეთის სიგრძე, თუ ტრაპეციის ფუძეებია a და b.

6.44. მოცემულია P წერტილი, რომელიც 11 სმ რადიუსის მქონე წრეწირის ცენტრიდან დაშორებულია 7 სმ-ით. ამ წერტილზე გავლებულია 18 სმ სიგრძის ქორდა. იპოვეთ მონაკვეთები, რომლებადაც ყოფს ქორდას P წერტილი.

6.45. AB და CD ქორდები K წერტილში იკვეთებიან. $\frac{AK}{KB}=\frac{3}{2}$, $\frac{DK}{CK}=\frac{1}{5}$. იპოვეთ AC, თუ DB=$\sqrt{6}$



6.46. წრეწირის რადიუსის მართობული ქორდა ამ რადიუსს ტოლ ნაწილებად ყოფს. იპოვეთ ქორდა, თუ რადიუსი $3\sqrt{3}$ –ის ტოლია.

6.47. იპოვეთ ტოლფერდა სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი, თუ ფუძე უდრის 16 სმ და მასზე დაშვებული სიმაღლეა 4 სმ.

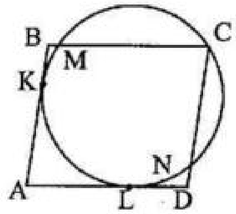
6.48. მოცემული წერტილიდან წრეწირისადმი გავლებულია მხები და მკვეთი. მათი სიგრძეების ჯამია 30 სმ, ხოლო მკვეთის გარე მონაკვეთი 4 სმ-ით ნაკლებია მხებზე. იპოვეთ მხების და მკვეთის სიგრძეები.

6.49. ერთი წერტილიდან წრეწირისადმი გავლებულია მხები და მკვეთი. მკვეთი უდრის 10 სმ და მისი შიგა მონაკვეთი მხების სიგრძით მეტია გარე მონაკვეთზე. იპოვეთ მხების სიგრძე.

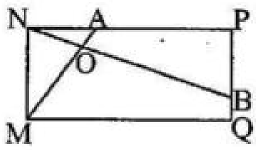
6.50. ერთი წერტილიდან წრეწირისადმი გავლებულია ორი მკვეთი. პირველის გარე ნაწილია 5, ხოლო შიგა ნაწილი – 15. მეორე მკვეთის სიგრძეა 25. იპოვეთ მეორე მკვეთის გარე ნაწილი.

6.51. წრეწირის რადიუსია 7 სმ. ცენტრიდან 9 სმ-ით დაშორებული წერტილიდან გავლებულია მკვეთი ისე, რომ ის წრეწირით შუაზე იყოფა. იპოვეთ მკვეთის სიგრძე.

6.52. ABCD პარალელოგრამის გვერდებია AB=16, AD=20. წრეწირი, რომელიც გადის C წვეროზე, ეხება AB და AD გვერდებს და გადაკვეთს BC და CD გვერდებს შესაბამისად, M და N წერტილებში. BM:MC=1:8. იპოვეთ DN:NC.



6.53. MNPQ მართკუთხედის NP და PQ გვერდებზე შესაბამისად აღებულია A და B წერტილები ისე, რომ AN:AP=2:3, BQ:BP=1:2. MA და NB მონაკვეთები იკვეთებიან O წერტილში. იპოვეთ NO:OB.



6.54. ABC სამკუთხედის BC გვერდზე აღებულია K წერტილი ისე, რომ BK:KC=1:3, AC გვერდზე – L წერტილი ისე, რომ AL:LC=2:5. რა შეფარდებით ყოფს AK და BL მონაკვეთების გადაკვეთის O წერტილი AK და BL მონაკვეთებს?

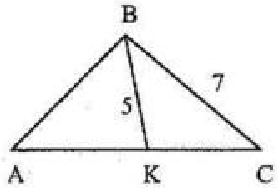
6.55. ABC სამკუთხედის BC გვერდზე აღებულია M წერტილი ისე, რომ CM:MB=3:2, AB გვერდზე – N წერტილი, CN და AM მონაკვეთები იკვეთებიან O წერტილში და AO:OM=5:1. იპოვეთ AN:NB.

საკონტროლო ტესტი N 6 (ბ)

1. ორი მსგავსი სამკუთხედის პერიმეტრების ჯამი 100 სმ-ის ტოლია. რას უდრის მცირე სამკუთხედის პერიმეტრი, თუ ამ სამკუთხედების მსგავსების კოეფიციენტი 3-ის ტოლია?

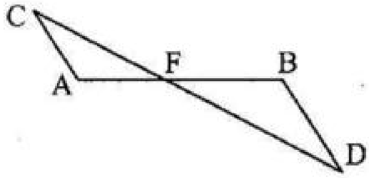
ა) 10 სმ **ბ)** 15 სმ **გ)** 20 სმ **დ)** 25 სმ

2. ABC ტოლფერდა სამკუთხედში AB=BC და AC გვერდზე აღებულია K წერტილი ისე, რომ BK=KC. იპოვეთ AC, თუ BK=5 და BC=7.



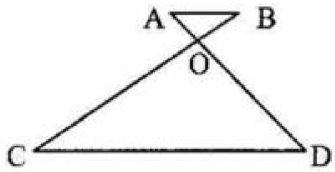
ა) $\frac{49}{5}$ ბ) $\frac{25}{7}$ გ) 8 დ) 10

3. AC და BD წრფეები პარალელურია, $\frac{AF}{FB}=\frac{2}{5}$, CF=6. რისი ტოლია CD მონაკვეთის სიგრძე?



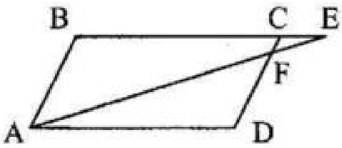
ა) 21 ბ) 15 გ) 8,4 დ) 9,6

4. AB და CD წრფეები პარალელურია, AB=4, CD=20, OB=3. რისი ტოლია BC მონაკვეთის სიგრძე?



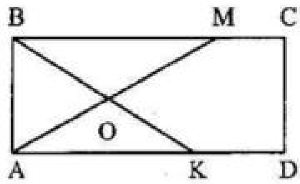
ა) 15 ბ) 12 გ) 27 დ) 18

5. ABCD პარალელოგრამია, AD=12, CE=4, CF=2. რისი ტოლია AB გვერდის სიგრძე?



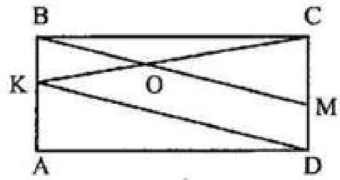
ა) 6 ბ) 9 გ) 10 დ) 8

6. ABCD მართკუთხედში AD და BC გვერდებზე აღებულია K და M წერტილები ისე, რომ BM:MC=3:1 და AK:KD=2:1. იპოვეთ BO:OK.



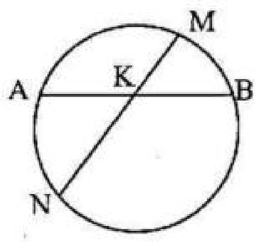
ა) 3:2 ბ) 6:5 გ) 7:6 დ) 9:8

7. ABCD მართკუთხედში BK:AK= =MD:MC=1:2. იპოვეთ P_{OCM}, თუ P_{DKC}=72.



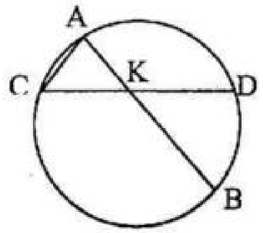
ა) 36 ბ) 16 გ) 24 დ) 48

8. წრეწირის AB ქორდა 10-ის ტოლია. MN ქორდა AB ქორდით იყოფა KM და NK ნაწილებად, რომელთა სიგრძეები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 1:2. იპოვეთ MN, თუ AK=KB.



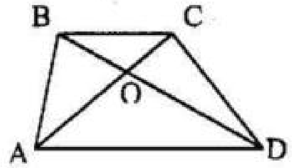
ა) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ ბ) $\frac{15\sqrt{2}}{2}$ გ) $5\sqrt{2}$ დ) 12

9. AB და CD ურთიერთგადამკვეთი ქორდებია. AC=7, AK=$\frac{2}{3}$ KD. იპოვეთ მანძილი D და B წერტილებს შორის.



ა) 10,5 ბ) $\frac{14}{3}$ გ) 9 დ) 9,5

10. ABCD ტრაპეციაში O დიაგონალების გადაკვეთის წერტილია. იპოვეთ AO, თუ OC=6 და $\frac{OD}{BO}=\frac{3}{2}$.



ა) 9 ბ) 6 გ) $\sqrt{20}$ დ) 5

§7. პითაგორას თეორემა

ა

7.1. იპოვეთ მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზა, თუ კათეტებია:
1) 3 სმ და 4 სმ; 2) 6 დმ და 8 დმ; 3) 5 მ და 12 მ; 4) 5 სმ და 6 სმ.

7.2. იპოვეთ მართკუთხა სამკუთხედის კათეტი, თუ ჰიპოტენუზა და მეორე კათეტი შესაბამისად, 17 მ და 8 მ ტოლია.

7.3. მართკუთხედის ერთი გვერდია 15 სმ, დიაგონალი – 25 სმ. იპოვეთ პერიმეტრი.

7.4. მართკუთხედის პერიმეტრია 62 სმ, ხოლო დიაგონალების გადაკვეთის წერტილი ერთ-ერთი გვერდიდან 12 სმ-ითაა დაშორებული. იპოვეთ მართკუთხედის დიაგონალი.

7.5. მართკუთხედის ერთი გვერდი ორჯერ მეტია მეორე გვერდზე, ხოლო მართკუთხედის პერიმეტრია 12 სმ. იპოვეთ მართკუთხედის დიაგონალი.

7.6. მართკუთხედის გვერდების სიგრძეები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 3:4, ხოლო მართკუთხედის დიაგონალის სიგრძეა 20 სმ. იპოვეთ მართკუთხედის პერიმეტრი.

7.7. ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედის კათეტი a-ს ტოლია. იპოვეთ ჰიპოტენუზა.

7.8. კვადრატის გვერდია a. იპოვეთ კვადრატის დიაგონალი.

7.9. ტოლგვერდა სამკუთხედის გვერდია a. იპოვეთ მისი სიმაღლე.

7.10. სამკუთხედის ფერდებია 30 სმ და 25 სმ, ფუძეზე დაშვებული სიმაღლე – 24 სმ. იპოვეთ ფუძე.

7.11. ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდია 13 სმ, ხოლო ფუძეზე დაშვებული სიმაღლე – 12 სმ. იპოვეთ ფუძე.

7.12. იპოვეთ ტოლფერდა სამკუთხედის გვერდები, თუ მისი სიმაღლეა 3 სმ და ფუძე ისე შეეფარდება ფერდს, როგორც 48:25.

7.13. ABC მართკუთხა სამკუთხედის AB ჰიპოტენუზა $2\sqrt{22}$-ის ტოლია, BC კათეტი – 6-ის. იპოვეთ BK მედიანა.

7.14. მართკუთხა სამკუთხედის ერთი კათეტი 3 სმ-ით გრძელია მეორეზე. ჰიპოტენუზის დიდ კათეტთან შეფარდებაა 5:4. იპოვეთ ჰიპოტენუზა.

7.15. იპოვეთ მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზისადმი გავლებული მედიანა, თუ კათეტებია $2\sqrt{5}$ და 4.

7.16. ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდია 10 სმ, ფუძესთან მდებარე კუთხე – 45°. იპოვეთ ფუძე.

7.17. იპოვეთ რომბის გვერდი, თუ მისი დიაგონალებია 14 და 48.

7.18. რომბის პერიმეტრია 68 სმ, ერთ-ერთი დიაგონალი – 30 სმ. იპოვეთ რომბის მეორე დიაგონალის სიგრძე.

7.19. რომბის დიაგონალები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 3:4, პერიმეტრია 6 მ. იპოვეთ რომბის დიაგონალები.

7.20. იპოვეთ ჰიპოტენუზაზე დაშვებული სიმაღლე, თუ ჰიპოტენუზაზე კათეტების გეგმილებია 4 სმ და 9 სმ.

7.21. მოცემული წერტილიდან წრფისადმი გავლებულია ორი დახრილი, რომელთა სიგრძეებია 10 და 17. ერთ-ერთის გეგმილია 15. იპოვეთ მეორე დახრილის გეგმილი.

7.22. ტოლფერდა ტრაპეციის ფუძეებია 12 და 18, ფერდი – 5. იპოვეთ ტრაპეციის სიმაღლე.

საკონტროლო ტესტი N 7 (ა)

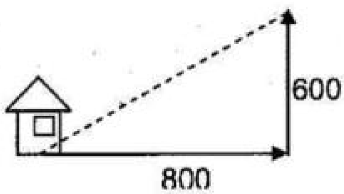
1. კვადრატის გვერდი არის 12 სმ. იპოვეთ მისი დიაგონალი.

ა) 24 სმ ბ) $12\sqrt{3}$ სმ გ) 18 სმ დ) $12\sqrt{2}$ სმ

2. კვადრატის დიაგონალი $\sqrt{18}$-ის ტოლია. იპოვეთ გვერდი.

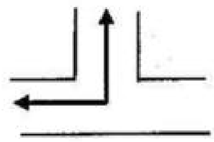
ა) 9 ბ) 3 გ) $\sqrt{2}$ დ) $\sqrt{6}$

3. გიორგი გამოვიდა სახლიდან და გაიარა აღმოსავლეთის მიმართულებით 800 მ, შემდეგ მოძრაობა გააგრძელა ჩრდილოეთის მიმართულებით და გაიარა 600 მ. რა მანძილზე იმყოფება გიორგი სახლიდან?



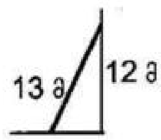
ა) 1400 მ ბ) 1600 მ გ) $\sqrt{2800}$ მ დ) 1000 მ

4. ნიკა და ბექა ერთმანეთს გზაჯვარედინზე დაშორდნენ და გააგრძელეს გზა ურთიერთმართობულ ქუჩებზე, ნიკამ 3 კმ/სთ სიჩქარით, ბექამ 4 კმ/სთ სიჩქარით. რა მანძილი იქნება მათ შორის 30 წუთის შემდეგ?



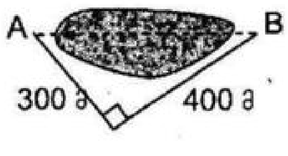
ა) 2 კმ ბ) 3,5 კმ გ) 2,5 კმ დ) 7 კმ

5. რა მანძილზე უნდა დავაფიქსიროთ სახლის კედლიდან კიბის ქვედა ბოლო, რომ კიბის ზედა ბოლო აღმოჩნდეს 12 მ-ის სიმაღლეზე, თუ კიბის სიგრძეა 13 მ?



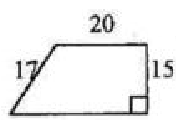
ა) 5 მ ბ) 1 მ გ) 6 მ დ) 4 მ

6. A და B წერტილები ტბის სხვადასხვა მხარესაა. ნახაზის მიხედვით იპოვეთ AB მანძილი.



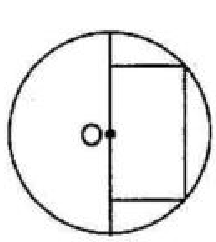
ა) 0,5 კმ ბ) 0,7 კმ გ) 1,1 კმ დ) 1 კმ

7. რისი ტოლია მოცემული ტრაპეციის პერიმეტრი?



ა) 80 ბ) 70 გ) 60 დ) 85 ე) 90

8. წრეწირში ჩახაზულია მართკუთხედი, ისე, როგორც ნახაზზეა ნაჩვენები. იპოვეთ მართკუთხედის დიდი გვერდი, თუ მცირე გვერდია 6, ხოლო დიამეტრი 20.



ა) 15 ბ) 16 გ) 12 დ) 14

9. მართი კუთხის შიგნით აღებული წერტილიდან მართი კუთხის გვერდებამდე მანძილებია a და b. იპოვეთ მანძილი ამ წერტილიდან მართი კუთხის წვერომდე.

ა) $\frac{a+b}{2}$ ბ) $a+b$ გ) $\sqrt{a^2+b^2}$ დ) $|a-b|$

10. მართკუთხა სამკუთხედის ორი გვერდი ტოლია 6-ის და 8-ის. რისი ტოლი შეიძლება იყოს მესამე გვერდი?

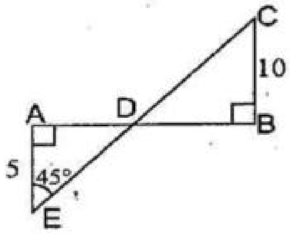
ა) 7 ბ) $2\sqrt{7}$ გ) 4 დ) არცერთი ჩამოთვლილთაგან

ბ

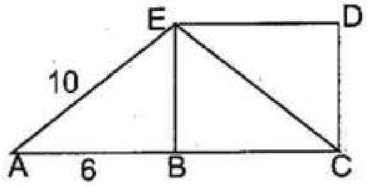
7.23. აჩვენეთ, რომ სამკუთხედი, რომლის წვეროებია A(-3;-1), B(5;1) და C(2;4) არის მართკუთხა.

7.24. იპოვეთ ტოლფერდა სამკუთხედის პერიმეტრი, თუ ფუძეზე დაშვებული სიმაღლე ფუძეზე 2-ით ნაკლებია, ფერდზე – 1-ით ნაკლები.

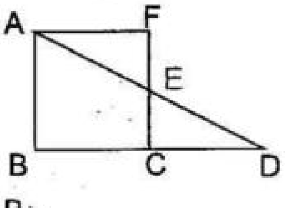
7.25. AB და CE მონაკვეთები D წერტილში იკვეთება. AE და BC მონაკვეთები AB მონაკვეთის მართობულია და მათი სიგრძეებია შესაბამისად, 5 სმ და 10 სმ. რისი ტოლია CE მონაკვეთის სიგრძე, თუ ∠AED=45°?



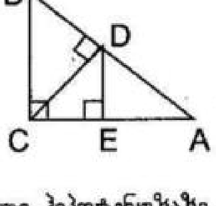
7.26. BCDE კვადრატის CB გვერდის გაგრძელებაზე აღებულია A წერტილი. AB=6 სმ და AE=10 სმ. იპოვეთ AEC სამკუთხედის პერიმეტრი.



7.27. ABCF მართკუთხედის BC გვერდის გაგრძელებაზე აღებულია D წერტილი. რისი ტოლია EF, თუ BD=8, AB=6 და ED=5?



7.28. ABC ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედში AB=8, CD⊥AB და DE⊥AC. რისი ტოლია DE?



7.29. მართკუთხა სამკუთხედის კათეტია 15/2 მ, ხოლო მისი გეგმილი ჰიპოტენუზაზე – 9/2 მ. იპოვეთ მეორე კათეტი.

7.30. იპოვეთ მართკუთხა სამკუთხედის კათეტები, თუ ჰიპოტენუზაზე მათი გეგმილებია:
1) 4,5 სმ და 8 სმ 2) 9 მ და 16 მ.

7.31. კათეტების შეფარდებაა 3:2, სიმაღლე ჰიპოტენუზას ყოფს ორ მონაკვეთად, რომელთაგან ერთი 4 მ-ით მეტია მეორეზე. იპოვეთ ჰიპოტენუზა.

7.32. იპოვეთ ჰიპოტენუზა, თუ კათეტი და მისი გეგმილი ჰიპოტენუზაზე შესაბამისად, 15-ის და 9-ის ტოლია.

7.33. მოცემული წერტილიდან წრფისადმი გავლებულია ორი დახრილი. ერთი მათგანის სიგრძეა 10, მისი გეგმილი წრფეზე არის 6. იპოვეთ მეორე დახრილის სიგრძე, თუ ის წრფესთან ადგენს 30°-იან კუთხეს.

7.34. ტოლფერდა ტრაპეციის ფუძეებია 32 და 24. დიდ ფუძესთან მდებარე კუთხეა 45°. იპოვეთ ფერდები.

7.35. წრფიდან 8 სმ-ით დაშორებული წერტილიდან გავლებულია ორი დახრილი. ერთი მათგანის სიგრძეა 10, მეორე წრფესთან ადგენს 45°-იან კუთხეს. იპოვეთ დახრილების ფუძეებს შორის მანძილი (განიხილეთ ორი შემთხვევა).

7.36. ტრაპეციის ფერდებია 20 და 13, სიმაღლე – 12, მცირე ფუძე – 10. იპოვეთ შუახაზი.

7.37. ტოლფერდა ტრაპეციის დიაგონალია $\sqrt{37}$, სიმაღლე – $2\sqrt{3}$. იპოვეთ ტრაპეციის შუახაზი.

7.38. მართკუთხა ტრაპეციაში მცირე ფერდია 8, ფუძეების სხვაობა – 6. იპოვეთ დიდი ფერდი.

7.39. ტოლფერდა ტრაპეციის დიაგონალი $\sqrt{12}$-ის ტოლია და ფერდის მართობულია. იპოვეთ ტრაპეციის სიმაღლე, თუ ფერდი 2-ის ტოლია.

7.40. ტოლფერდა ტრაპეციის დიაგონალი ფერდის მართობულია. იპოვეთ მცირე ფუძე, თუ ტრაპეციის სიმაღლეა 4, ფერდი კი – 5.

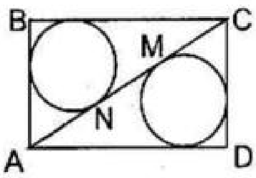
7.41. მოცემულია ABCD ტოლფერდა ტრაპეცია. AD=10, BC=2, AB=CD=5. BAD კუთხის ბისექტრისა BC გვერდის გაგრძელებას გადაკვეთს K წერტილში. იპოვეთ ABK სამკუთხედის B კუთხის ბისექტრისა.

7.42. მართკუთხა სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირი ჰიპოტენუზას შეხების წერტილით ყოფს 4 სმ და 6 სმ-ის ტოლ ნაწილებად. იპოვეთ ჩახაზული წრეწირის რადიუსი.

7.43. იპოვეთ მართკუთხა სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი, თუ კათეტებია 7 და 24.

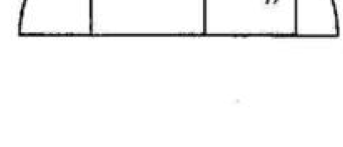
7.44. იპოვეთ ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი, თუ კათეტი $3\sqrt{2}$-ის ტოლია.

7.45. ABCD მართკუთხედში AB=3 სმ, BC=4 სმ. ABC და ADC სამკუთხედებში ჩახაზულია წრეწირები, რომლებიც AC დიაგონალს ეხებიან N და M წერტილებში. იპოვეთ NM მონაკვეთის სიგრძე.

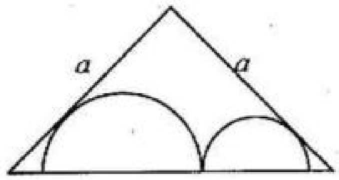


7.46. წრეწირში ჩახაზულია მართკუთხედი. იპოვეთ წრეწირის რადიუსი, თუ მართკუთხედის გვერდებია 5 $\sqrt{3}$ და 5.

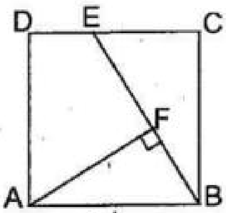
7.47. ორი კვადრატი ნახევარწრეშია ჩახაზული. იპოვეთ ნახევარწრის რადიუსი, თუ კვადრატების გვერდების სიგრძეებია a და b.



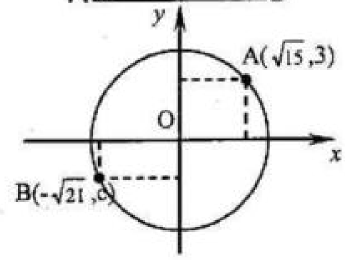
7.48. ორი ნახევარწრის ცენტრი ძევს ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზაზე. ნახევარწრეები ეხება ერთმანეთს და სამკუთხედის კათეტებს, რომლის სიგრძეა a. იპოვეთ ნახევარწრეების დიამეტრების ჯამი.



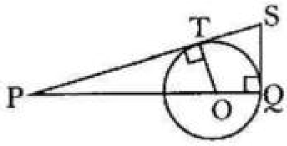
7.49. ABCD კვადრატია. AF⊥EB და AF=4 სმ. იპოვეთ EC-ს სიგრძე, თუ FB=3 სმ.



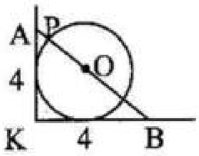
7.50. მოცემული წრეწირის ცენტრი კოორდინატთა სათავეშია. A და B წერტილები ამ წრეწირზე ძევს. რისი ტოლია c?



7.51. იპოვეთ O ცენტრის მქონე წრეწირის რადიუსი, თუ PS=20, QS=5.

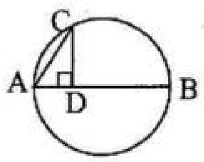


7.52. მართ კუთხეში ჩახაზული წრეწირის ცენტრია O. O წერტილზე გამავალი AB წრფე კუთხის გვერდებიდან 4 სმ ტოლ AK და KB მონაკვეთებს ჩამოკვეთს. იპოვეთ AP.



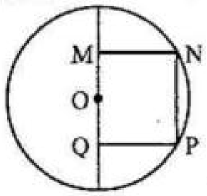
7.53. წრეწირში გავლებულია AB დიამეტრი და AC ქორდა. იპოვეთ CB ქორდა, თუ წრეწირის რადიუსია 5 სმ და AC ტოლია 6 სმ-ის.

7.54. წრეწირში გავლებულია AB დიამეტრი და AC ქორდა. C წერტილიდან AB დიამეტრზე დაშვებულია CD მართობი. იპოვეთ AC, თუ AB=70 და AD:AC=1:5.



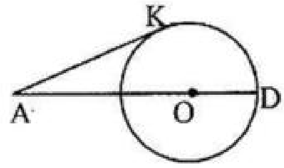
7.55. იპოვეთ მართკუთხა სამკუთხედის კათეტები, თუ ისინი ისე შეეფარდებიან ერთმანეთს, როგორც 20:21, ხოლო ამ სამკუთხედზე შემოხაზული და მასში ჩახაზული წრეწირების რადიუსების სხვაობაა 17 სმ.

7.56. MNPQ მართკუთხედის ორი წვერო წრეწირზე მდებარეობს, ორი კი წრეწირის დიამეტრზე. MN=4, MQ=6. იპოვეთ QL.

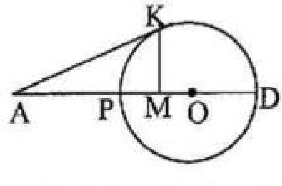


7.57. მართკუთხედის ორი წვეროდან დიაგონალზე დაშვებული პერპენდიკულარები ამ დიაგონალს სამ ტოლ ნაწილად ყოფს. მართკუთხედის მცირე გვერდია $10\sqrt{2}$. იპოვეთ დიდი გვერდი.

7.58. A წერტილიდან წრეწირისადმი გავლებულია AK მხები და ცენტრზე გამავალი AD მკვეთი. იპოვეთ წრეწირის რადიუსი, თუ AD=18 და AK=12.



7.59. A წერტილიდან წრეწირისადმი გავლებულია AK მხები და ცენტრზე გამავალი AD მკვეთი. იპოვეთ K წერტილიდან AD წრფეზე დაშვებული KM მართობის სიგრძე, თუ AP=8 და AK=12.



7.60. წრეწირის ქორდაა 40 სმ. ქორდის ერთ ბოლოზე გავლებულია წრეწირის მხები, მეორეზე – ამ მხების პარალელური ქორდა. იპოვეთ წრეწირის რადიუსი, თუ ქორდის სიგრძეა 48 სმ.

7.61. იპოვეთ ქორდის სიგრძე, თუ წრეწირის რადიუსია 18 და მანძილი ქორდის ერთი ბოლოდან მეორე ბოლოზე გავლებულ მხებამდე უდრის 4-ს.

7.62. წერტილი დაშორებულია წრეწირის ცენტრიდან 13 სმ-ით. ამ წერტილიდან წრეწირისადმი გავლებულია ორი მხები. წრეწირის რადიუსია 5 სმ. იპოვეთ მანძილი შეხების წერტილთა შორის.

7.63. წრეწირში გავლებულია ორი პარალელური ქორდა, რომელთა სიგრძეებია 12 სმ და 16 სმ. იპოვეთ მათ შორის მანძილი, თუ რადიუსია 10 სმ.

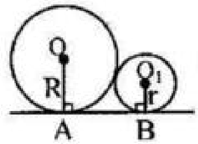
7.64. მანძილები დიამეტრის ერთი ბოლოდან მისი პარალელური ქორდის ბოლოებამდე არის 10 სმ და 24 სმ. იპოვეთ წრეწირის რადიუსი.

7.65. წრეწირში AB ქორდის F შუაწერტილზე გავლებულია CD დიამეტრი. იპოვეთ AC მონაკვეთის სიგრძე, თუ AB=5 სმ, CF=6 სმ.

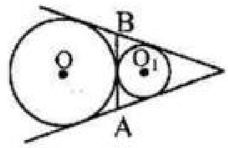
7.66. ერთი წერტილიდან გამოსული მხები და მკვეთი, შესაბამისად, უდრის 5 სმ-ს და 10 სმ-ს. მკვეთი ცენტრიდან დაშორებულია 2 სმ-ით. იპოვეთ წრეწირის რადიუსი.

7.67. ორი ურთიერთგადამკვეთი წრეწირის რადიუსებია 17 და 39. მათ ცენტრებს შორის მანძილია 44. იპოვეთ მათი საერთო ქორდის სიგრძე.

7.68. ორი წრეწირი, რადიუსებით R და r გარედან ეხება ერთმანეთს. რისი ტოლია საერთო გარე მხების მონაკვეთი AB?



7.69. ორი წრეწირი, რომელთა რადიუსებია R და r გარედან ეხება ერთმანეთს. რისი ტოლია საერთო მხების მონაკვეთი AB?



7.70. 9 სმ და 3 სმ რადიუსიანი წრეწირები ერთმანეთს გარედან ეხება. ერთი წრეწირის ცენტრიდან გავლებულია მეორე წრეწირის მხები და შეხებით მიღებული წერტილიდან გავლებულია პირველი წრეწირის მხები. იპოვეთ ამ უკანასკნელი მხების მონაკვეთის სიგრძე.

7.71. ორი წრეწირი გარედან ეხება ერთმანეთს. იპოვეთ მათი საერთო გარე მხების სიგრძე (შეხების წერტილთა შორის მანძილი), თუ წრეწირების რადიუსებია 32 სმ და 50 სმ.

7.72. ორი წრეწირის რადიუსებია 27 სმ და 13 სმ, მათ ცენტრებს შორის მანძილი უდრის 50 სმ. იპოვეთ მათი საერთო მხებების სიგრძე.

7.73. ერთმანეთის გარეთ მდებარე ორი წრეწირის ცენტრებს შორის მანძილი უდრის 65 დმ-ს. მათი საერთო გარე მხების სიგრძეა 63 დმ, საერთო შიგა მხების სიგრძე – 25 დმ. იპოვეთ რადიუსების სიგრძე.

7.74. წრეწირის რადიუსია 20 სმ. ორი ურთიერთგადამკვეთი ქორდა, რომელთა სიგრძეებია 32 სმ და $20\sqrt{3}$ სმ, ურთიერთმართობულია. იპოვეთ მონაკვეთები, რომლებადაც ეს ქორდები ერთმანეთს ყოფენ.

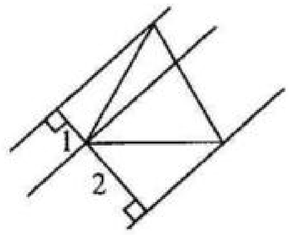
7.75. წრეწირის ერთი წერტილიდან გავლებულია 10 სმ და 30 სმ სიგრძის ორი ქორდა, რომლებიც მახვილ კუთხეს ქმნიან. იპოვეთ წრეწირის რადიუსი, თუ მანძილი მცირე ქორდის შუაწერტილიდან დიდ ქორდამდე უდრის 4 სმ.

7.76. სამკუთხედის ფუძეა 60 მ, სიმაღლე – 12 მ, ფუძის მედიანა – 13 მ. იპოვეთ ფერდები.

7.77. მოცემულია მართკუთხა ტრაპეცია a და b ფუძეებით და დახრილი c ფერდით. იპოვეთ, რა მანძილებითაა დაშორებული დიაგონალების გადაკვეთის წერტილი a ფუძიდან და მცირე ფერდიდან, თუ $a=2$, $b=3$, $c=5$.

7.78. წრეწირი ეხება კვადრატის ორ მოსაზღვრე გვერდს, ხოლო ორ დანარჩენ გვერდს ყოფს 2 სმ და 23 სმ ტოლ მონაკვეთებად. იპოვეთ წრეწირის რადიუსი.

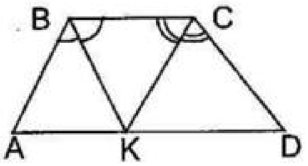
7.79. ტოლგვერდა სამკუთხედის წვეროები სამ პარალელურ წრფეზე ძევს. იპოვეთ სამკუთხედის გვერდი, თუ შუა წვერო კიდურა წრფეებიდან 1 და 2 მანძილითაა დაშორებული.



7.80. ტრაპეციის დიაგონალები ურთიერთმართობულია, მათი სიგრძეებია 3 და 4. იპოვეთ ტრაპეციის შუახაზი.

7.81. ტრაპეციაში ფუძეები არის 22 სმ და 12 სმ, ხოლო ფერდები 17 სმ და 21 სმ. იპოვეთ ტრაპეციის სიმაღლე.

7.82. ტრაპეციის ფუძესთან მდებარე ბლაგვი კუთხეების ბისექტრისები მეორე ფუძეზე იკვეთებიან. იპოვეთ ტრაპეციის უდიდესი გვერდი, თუ მისი სიმაღლეა 12, ხოლო ბისექტრისები – 13 და 15.



7.83. ტოლფერდა ტრაპეციის მეზობელი გვერდების შუაწერტილების შეერთებით მიღებულია კვადრატი. ფერდი და მცირე ფუძე, შესაბამისად, არის 10 სმ და 2 სმ. იპოვეთ ტრაპეციის შუახაზი.

7.84. ABC მახვილკუთხა სამკუთხედში BD სიმაღლე 14-ის ტოლია, AE სიმაღლე კი 15-ის. $BE:EC=5:9$. იპოვეთ AC.

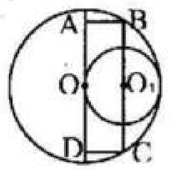
7.85. O_1 და O_2 ცენტრის მქონე წრეწირების რადიუსებია 12 და 7. გავლებულია ამ წრეწირების საერთო გარე მხები, რომელიც ამ წრეწირებს ეხება M_1 და M_2 წერტილებში. იპოვეთ M_1M_2, თუ $\frac{M_1M_2}{O_1O_2}=\frac{2}{\sqrt{5}}$.

საკონტროლო ტესტი N 7 (ბ)

1. ტელევიზორის ეკრანის სიმაღლისა და სიგანის შეფარდებაა 0,75. დიაგონალის სიგრძეა 60 სმ. იპოვეთ ეკრანის სიგანე.

ა) 40 სმ ბ) 44 სმ გ) 45 სმ დ) 48 სმ

2. დიდი წრეწირის რადიუსი 4 სმ-ის ტოლია. იპოვეთ ABCD მართკუთხედის დიაგონალი.

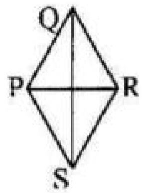


ა) $2\sqrt{13}$ სმ ბ) 4 სმ გ) $4\sqrt{2}$ სმ დ) 6 სმ

3. სამკუთხედის კუთხეები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 1:2:3. მცირე გვერდი არის 16 სმ. იპოვეთ საშუალო გვერდი.

ა) $16\sqrt{2}$ სმ ბ) $16\sqrt{3}$ სმ გ) 32 სმ დ) 20 სმ

4. PQR და PSR წესიერი სამკუთხედებია. რისი ტოლია QS:PR?



ა) $\sqrt{2}:1$ ბ) $\sqrt{3}:2$ გ) $\sqrt{3}:3$ დ) $\sqrt{3}:1$

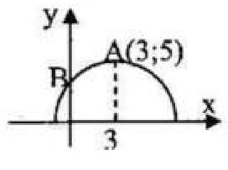
5. მართკუთხა სამკუთხედის კათეტი 3 სმ-ის ტოლია, მისი გეგმილი ჰიპოტენუზაზე არის 1,8 სმ. იპოვეთ პერიმეტრი.

ა) 18 სმ ბ) 12 სმ გ) 9 სმ დ) $3+4\sqrt{3}$ სმ

6. მართკუთხა სამკუთხედის კათეტები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 3:4. ჰიპოტენუზა არის 10 სმ. იპოვეთ ჰიპოტენუზაზე დაშვებული სიმაღლე.

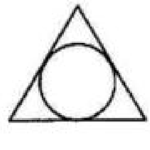
ა) 1,2 სმ ბ) 3 სმ გ) 4,2 სმ დ) 4,8 სმ

7. A არის ნახევარწრის ყველაზე ზედა წერტილი. რისი ტოლია B-ს y-კოორდინატი?



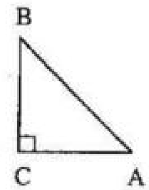
ა) 4 ბ) 3 გ) $3\sqrt{2}$ დ) $3\sqrt{3}$

8. ტოლფერდა სამკუთხედში, რომლის ფუძე არის 4 სმ, ფერდი 6 სმ, ჩახაზულია წრეწირი. იპოვეთ მისი რადიუსი.



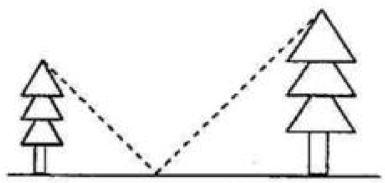
ა) 2 სმ ბ) 3 სმ გ) $\sqrt{2}$ სმ დ) $\sqrt{3}$ სმ

9. პატრულის სამორიგეო რეგიონს ABC მართკუთხა სამკუთხედის ფორმა აქვს. BC მონაკვეთის გავლას პატრული ანდომებს 100 წმ-ით მეტ დროს, ვიდრე AC მონაკვეთის და 100 წმ-ით ნაკლებ დროს, ვიდრე AB მონაკვეთის გავლას. რამდენჯერ მეტ დროს ანდომებს პატრული AB მონაკვეთის გავლას BC მონაკვეთთან შედარებით?



ა) 1,1-ჯერ   ბ) 1,2-ჯერ   გ) 1,25-ჯერ   დ) 1,3-ჯერ

10. ორი ხის კენწეროზე ზის ორი ყვავი. თითოეული ხის სიმაღლეა 4 მ და 6 მ. ხეებს შორის მანძილი 10 მ-ია. დაბალი ხიდან რა მანძილზე უნდა დავდოთ ყველის ნაჭერი, რომ ორივე ყვავი აღმოჩნდეს ერთნაირ მდგომარეობაში? (მანძილი ყველის ნაჭრამდე იყოს ტოლი).



ა) 6 მ   ბ) 4 მ   გ) 7 მ   დ) 5,5 მ

§8. მართკუთხა სამკუთხედში კუთხეებს და გვერდებს შორის ტრიგონომეტრიული თანაფარდობები. სინუსების თეორემა. კოსინუსების თეორემა

ა

8.1. ABC მართკუთხა სამკუთხედში AC კათეტია 5 სმ, BC კათეტი – 12 სმ. იპოვეთ A კუთხის სინუსი, კოსინუსი და ტანგენსი.

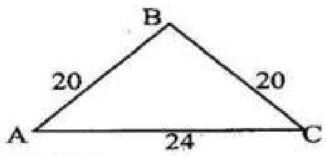
8.2. ABC სამკუთხედში $\angle C=90°$, იპოვეთ:

1) $\sin\angle A$, თუ $AB=30$, $AC=3\sqrt{19}$,
2) AB, თუ $\sin\angle A=11/14$, $AC=10\sqrt{3}$,
3) AC, თუ $\cos\angle B=20/29$, $AB=29$,
4) $\mathrm{tg}\angle A$, თუ $AB=75$, $AC=60$,
5) AB, თუ $\sin\angle A=3/5$, $AC=4$,
6) BC, თუ $AC=3$, $\sin\angle A=3/5$,
7) AC, თუ $\cos\angle B=3/5$, $AB=5$,
8) $\cos\angle A$, თუ $AB=40$, $BC=24$,
9) $\sin\angle B$, თუ $BC=12\sqrt{6}$, $AB=30$,
10) $\cos\angle B$, თუ $AC=3a^2$, $BC=5a^2$.

8.3. მართკუთხა სამკუთხედის კათეტებია 2 სმ და 5 სმ. იპოვეთ დიდი მახვილი კუთხის სინუსი, კოსინუსი და ტანგენსი.

8.4. ABC მართკუთხა სამკუთხედში AC კათეტია 9, AB ჰიპოტენუზა – 15. იპოვეთ A და B კუთხეების სინუსი, კოსინუსი და ტანგენსი.

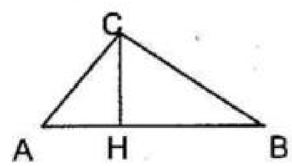
8.5. 1) ABC სამკუთხედში $AB=BC=20$ $AC=24$. გამოთვალეთ C კუთხის კოსინუსი.



2) ABC სამკუთხედში $AB=BC$. იპოვეთ CH სიმაღლე, თუ $AB=15$, $\cos\angle A=3/5$.

8.6.

1) ABC სამკუთხედში $\angle C=90°$, CH სიმაღლეა, $\angle A=60°$, $AB=4$. იპოვეთ AH.



2) ABC სამკუთხედში $\angle C=90°$, $\cos\angle A=4/5$, $BC=3$. იპოვეთ CH სიმაღლე.

8.7. ქორდა დიამეტრს კვეთს α კუთხით და იყოფა ორ მონაკვეთად სიგრძეებით 12 სმ და 8 სმ. იპოვეთ მანძილი ცენტრიდან ქორდამდე, თუ $\mathrm{tg}\alpha=2$.

8.8. გამოთვალეთ სამკუთხედის სამივე კუთხის კოსინუსი, თუ მისი გვერდებია:
1) 6, 8, 9   2) 3, 4, 6   3) 6, 8, 10.

8.9. სამკუთხედის გვერდების სიგრძეებია:
1) 5,12, 13   2) 5, 6, 8   3) 6, 7, 8.
თითოეულ შემთხვევაში გაარკვიეთ მახვილკუთხა, მართკუთხა თუ ბლაგვკუთხაა სამკუთხედი?

8.10. იპოვეთ სამკუთხედის მესამე გვერდის სიგრძე, თუ ორი გვერდის სიგრძეებია 7 და 10 და ამ გვერდებს შორის კუთხეა:
1) 60°   2) 120°.

8.11. იპოვეთ სამკუთხედის მესამე გვერდის სიგრძე, თუ:
1) AB=$3\sqrt{2}$, AC=7 და $\angle A=45°$,   2) AB=1, AC=$7\sqrt{3}$ და $\angle A=150°$.

8.12. პარალელოგრამის დიაგონალებია 10 სმ და 12 სმ. მისი ერთ-ერთი გვერდია 9 სმ. იპოვეთ მეორე გვერდი.

8.13. პარალელოგრამის გვერდებია $5\sqrt{2}$ და 6, ერთ-ერთი კუთხეა 45°. იპოვეთ დიაგონალები.

8.14. ABC სამკუთხედში $\angle A=45°$, $\angle B=60°$, AC =24. იპოვეთ BC.

8.15. სამკუთხედში 30°-იანი კუთხის მოპირდაპირე გვერდია 10 სმ. იპოვეთ ამ სამკუთხედის 45°-იანი კუთხის მოპირდაპირე გვერდის სიგრძე.

8.16. სამკუთხედში ერთ-ერთი კუთხეა 60°. ამ კუთხის მოპირდაპირე გვერდია 20 სმ. იპოვეთ სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი.

8.17. სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის დიამეტრია 16 სმ. იპოვეთ სამკუთხედის გვერდი, თუ ამ გვერდის მოპირდაპირე კუთხის სინუსია $\frac{3}{4}$.

8.18.

1) ტოლფერდა ტრაპეციის ფუძეებია a და b, ხოლო მახვილი კუთხე β ტოლია. იპოვეთ ტრაპეციის სიმაღლე, თუ a=72, b=66, tgβ=23.
2) ტოლფერდა ტრაპეციის ფუძეებია 6 და 16, სიმაღლე კი – 10. იპოვეთ მახვილი კუთხის ტანგენსი.

საკონტროლო ტესტი N 8 (ა)

1. ABC სამკუთხედში $\angle C=90°$. იპოვეთ $\sin\angle A$, თუ BC=9, AB=15.

ა) 2/3   **ბ)** 4/5   **გ)** 9/10   **დ)** 3/5

2. MNP სამკუთხედში $\angle N=90°$. იპოვეთ $tg\angle M$, თუ NP=4, MN=8.

ა) 2   **ბ)** 1/2   **გ)** $1/2\sqrt{5}$ **დ)** $2\sqrt{5}$

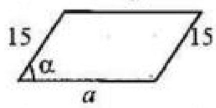
3. ABC სამკუთხედში AB=BC. იპოვეთ BK სიმაღლე, თუ $tg\angle A=3/7$ და AC=70.

ა) 30   **ბ)** 15   **გ)** 21   **დ)** 49/3

4. მართკუთხა სამკუთხედის ერთ-ერთი მახვილი კუთხის ტანგენსი a-ს ტოლია. იპოვეთ მეორე მახვილი კუთხის ტანგენსი.

ა) $\frac{1}{a}$ **ბ)** $a+\frac{1}{a}$ **გ)** $\sqrt{a+\frac{1}{a}}$ **დ)** შეუძლებელია დადგენა

5. იპოვეთ a გვერდზე დაშვებული სიმაღლე, თუ $\sin\alpha=\frac{3}{5}$.



ა) 9   **ბ)** 10   **გ)** 11   **დ)** 12   **ე)** 5

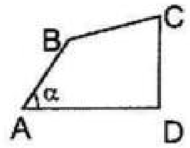
6. ტოლფერდა ტრაპეციაში ფუძეებია 6 და 12. ტრაპეციის მახვილი კუთხის კოსინუსი 0,6-ის ტოლია. იპოვეთ ფერდი.

ა) 3 ბ) 4 გ) 5 დ) 6

7. ABC სამკუთხედში $\angle C=90°$, $\cos\angle A=10/\sqrt{109}$. იპოვეთ $\text{tg}\angle A$.

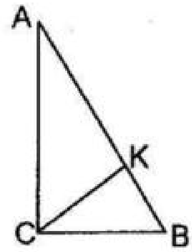
ა) $\pm 3/10$ ბ) $3/10$ გ) $\sqrt{109}/5$ დ) $\sqrt{109}/10$

8. ABCD ოთხკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი არის 20 სმ. $\cos\alpha=\frac{1}{2}$. იპოვეთ BD.



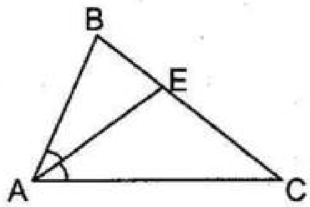
ა) $20\sqrt{3}$ სმ ბ) 30 სმ გ) $20\sqrt{2}$ სმ დ) 20,5 სმ

9. ABC სამკუთხედში $\angle C=90°$, $\cos\angle A=4/5$, BC=3. იპოვეთ CK სიმაღლე.



ა) 1,8 ბ) 3,75 გ) 2 დ) 2,4

10. ABC სამკუთხედში AE ბისექტრისაა, AB:AC=2:3. იპოვეთ EC, თუ BE=4.



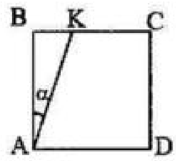
ა) 6 ბ) 8/3 გ) 25/9 დ) 10

ბ

8.19. მართკუთხა სამკუთხედში დიდი კათეტი მცირე კათეტზე $1\frac{2}{3}$-ჯერ მეტია. იპოვეთ მცირე კუთხის სინუსი, კოსინუსი და ტანგენსი.

8.20. მართკუთხედის ერთი გვერდია 4 სმ. დიაგონალის მიერ მეორე გვერდთან შედგენილი კუთხის კოსინუსია $\frac{1}{\sqrt{3}}$. იპოვეთ მართკუთხედის პერიმეტრი.

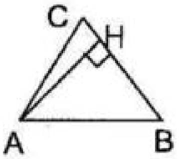
8.21. მოცემულია ABCD კვადრატი. იპოვეთ α კუთხის ტანგენსი, თუ BK:KC=1:3.



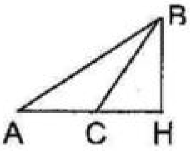
8.22. მართკუთხა სამკუთხედში ჰიპოტენუზა 3 სმ-ით მეტია მცირე კათეტზე. იპოვეთ ჰიპოტენუზა, თუ მის მიერ დიდ კათეტთან შედგენილი კუთხის სინუსია $\frac{1}{3}$.

8.23.

1) ABC სამკუთხედში AC=BC, AB=6, $\cos\angle A=3/5$, AH სიმაღლეა. იპოვეთ BH.

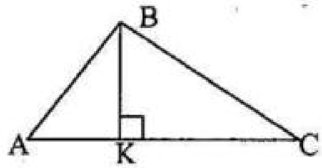


2) ABC ბლაგვკუთხა სამკუთხედში AC=BC, AC=5, $\sin\angle C=0{,}6$, BH სიმაღლეა. იპოვეთ AH.

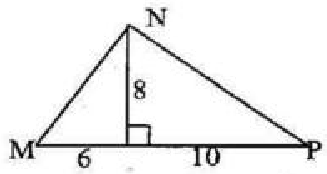


8.24. რომბის დიაგონალი რომბის გვერდთან ადგენს კუთხეს, რომლის სინუსია $\frac{1}{4}$. იპოვეთ მეორე დიაგონალი, თუ რომბის გვერდია 5 სმ.

8.25. ABC სამკუთხედში AC=38 სმ. იპოვეთ BK სიმაღლე, თუ $\operatorname{tg}A=\frac{4}{3}$ და $\operatorname{tg}C=\frac{6}{5}$.

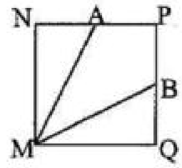


8.26. MNP სამკუთხედში MP გვერდზე დაშვებული სიმაღლეა 8 და MP გვერდს ყოფს 6 და 10 სიგრძის მონაკვეთებად. იპოვეთ MNP კუთხის ტანგენსი.



8.27. სამკუთხედის კუთხეების შეფარდებაა 1:5:6. უდიდესი გვერდის სიგრძეა 6 სმ. იპოვეთ სამკუთხედის უდიდეს გვერდზე დაშვებული სიმაღლე.

8.28. MNPQ კვადრატის გვერდებზე აღებულია A და B წერტილები ისე, რომ $NA=\frac{1}{2}MN$, $QB=\frac{1}{3}MN$. იპოვეთ $\angle AMB$.



8.29. ABC მართკუთხა სამკუთხედში AL ბისექტრისაა 6 სმ, ხოლო $\angle A=60°$. იპოვეთ სამკუთხედის უდიდესი კათეტი.

8.30. მართკუთხა სამკუთხედში AC კათეტის მედიანა $3\sqrt{7}$-ის ტოლია, $\angle A=30°$. იპოვეთ AB ჰიპოტენუზა.

8.31. სამკუთხედის ორი მცირე გვერდის სიგრძეებია 6 და 9. რა საზღვრებში შეიძლება იცვლებოდეს მესამე გვერდი, თუ სამკუთხედი ბლაგვკუთხაა?

8.32. იპოვეთ ABC სამკუთხედის BC გვერდი, თუ AB=5 სმ, AC=6 სმ, $\sin A=\frac{\sqrt{5}}{3}$ და BC ამ სამკუთხედის უდიდესი გვერდია.

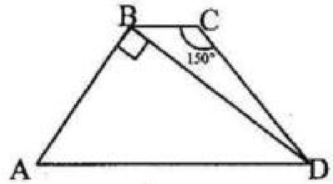
8.33. იპოვეთ პარალელოგრამის გვერდების და დიაგონალების სიგრძეები, თუ მისი დიდი გვერდი და მცირე დიაგონალი ერთმანეთის ტოლია, გვერდების სიგრძეების სხვაობაა 3 სმ, დიაგონალების სიგრძეების სხვაობა – 2 სმ.

8.34.

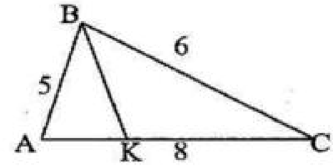
1) პარალელოგრამის დიაგონალები უდრის 17 სმ და 19 სმ, გვერდები კი ისე შეეფარდება ერთმანეთს როგორც 2:3. იპოვეთ გვერდები.

2) პარალელოგრამის დიაგონალები უდრის 12 სმ და 14 სმ, მათ შორის მახვილი კუთხე კი 60°-ია. იპოვეთ პარალელოგრამის დიდი გვერდი.

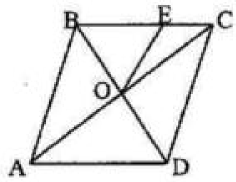
8.35. ABCD ტრაპეციაში მცირე BC ფუძე 2-ის ტოლია, CD ფერდი – $2\sqrt{3}$. BD დიაგონალი AB ფერდის მართობულია, $\angle BCD=150°$. იპოვეთ AD.



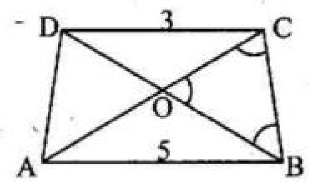
8.36. ABC სამკუთხედში AC=8, AB=5 და BC=6. AC გვერდზე აღებულია K წერტილი ისე, რომ AK=1. იპოვეთ BK.



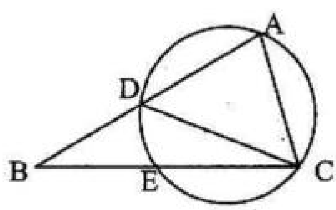
8.37. ABCD რომბის გვერდია 6 სმ, $\angle BAD=60°$, E წერტილი BC გვერდზე ძევს და CE=2 სმ. იპოვეთ OE მონაკვეთის სიგრძე.



8.38. ABCD ტრაპეციაში AB და CD ფუძეები შესაბამისად, 5-ის და 3-ის ტოლია. AC და BD დიაგონალები იკვეთებიან O წერტილში, ამასთან, BOC სამკუთხედი ტოლგვერდაა. იპოვეთ BC.



8.39. წრეწირი გადის ABC სამკუთხედის A და C წვეროებზე. AB და BC გვერდებს კვეთს შესაბამისად, D და E წერტილებში. AD=5, AC=$2\sqrt{7}$, BE=4, BD:CE=3:2. იპოვეთ CD მონაკვეთის სიგრძე.



8.40. სამკუთხედის გვერდებია 8, 9 და 13. იპოვეთ უდიდესი გვერდის მედიანა.

8.41. სამკუთხედის ორი გვერდია 7 და 11. მესამე გვერდის მედიანა უდრის 6. იპოვეთ მესამე გვერდი.

8.42. სამკუთხედის ერთი გვერდია 13 სმ, მისი მედიანა – 8 სმ. იპოვეთ ამ სამკუთხედის ორი სხვა გვერდი, თუ მათი შეფარდებაა 3:5.

8.43. MP არის MNK სამკუთხედის ბისექტრისა. იპოვეთ:

1) NP და PK, თუ MN=6, MK=8 და NK=11; 2) $\frac{NP}{PK}$, თუ 2MN= 3MK;

3) NP და PK, თუ PK= NP+2 და $\frac{NM}{MK}=\frac{2}{3}$; 4) MN და MK, თუ MN+MK=20 და $\frac{NP}{NK}=\frac{2}{5}$;

8.44. სამკუთხედის გვერდებია 4, 5 და 6. იპოვეთ უმცირესი გვერდისადმი გავლებული ბისექტრისა.

8.45. მართკუთხა ტოლფერდა სამკუთხედის კათეტი უდრის a-ს. როგორ ნაწილებად ყოფს მას მოპირდაპირე კუთხის ბისექტრისა?

8.46. ABC სამკუთხედის პერიმეტრია 32 სმ. A კუთხის ბისექტრისა BC გვერდს ყოფს 5-ის და 3-ის ტოლ ნაწილებად. იპოვეთ უდიდესი გვერდის სიგრძე.

8.47. იპოვეთ კათეტები, თუ მართი კუთხის ბისექტრისა ჰიპოტენუზას ყოფს 3 სმ-ისა და 4 სმ-ის ტოლ ნაწილებად.

8.48. მართკუთხა სამკუთხედის კათეტებია 12 სმ და 9 სმ. იპოვეთ ამ სამკუთხედის მახვილი კუთხეების ბისექტრისები.

8.49. სამკუთხედში ჩახაზულია რომბი, რომლის გვერდია 12. სამკუთხედს და რომბს ერთი კუთხე საერთო აქვთ, ხოლო რომბის ამ კუთხის პირდაპირ მდებარე წვერო მოთავსებულია სამკუთხედის გვერდზე და ყოფს მას მონაკვეთებად, რომელთა სიგრძეებია 10 და 15. იპოვეთ სამკუთხედის გვერდები.

8.50. წრეში, რომლის რადიუსია 12, გავლებულია AB და BC ქორდები. იპოვეთ BC ქორდის სიგრძე, თუ AB=6 და AC=4.

8.51. ქორდა AB=5 მ, ქორდა AC=7 მ და ქორდა BC=8 მ. D არის CB რკალის შუაწერტილი. იპოვეთ მონაკვეთები, რომლებადაც AD ქორდა ყოფს BC ქორდას.

8.52. ტოლფერდა სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის ცენტრი სიმაღლეს ყოფს 12:5 შეფარდებით, ფერდი უდრის 30 სმ. იპოვეთ ფუძე.

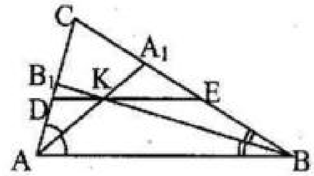
8.53. ტოლფერდა სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი შეადგენს სიმაღლის $\frac{2}{7}$ ნაწილს, ხოლო ამ სამკუთხედის პერიმეტრია 28 სმ. იპოვეთ მის გვერდები.

8.54. ტოლფერდა სამკუთხედის სიმაღლე უდრის 10 სმ, ხოლო ფუძე ისე შეეფარდება ფერდს, როგორც 4:3. იპოვეთ ჩახაზული წრეწირის რადიუსი.

8.55. ABC სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის ცენტრი AD ბისექტრისას ყოფს AO და OD მონაკვეთებად. AO მონაკვეთი $\frac{4}{3}$-ჯერ მეტია OD-ზე. ABC სამკუთხედის პერიმეტრია 35 სმ, $\angle BAC=30°$. იპოვეთ ABC სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის დიამეტრი.

8.56. ABC სამკუთხედში $BC=a$, $AC=b$ და $AB=c$. AA_1 და CC_1 ბისექტრისები იკვეთებიან K წერტილში. იპოვეთ $CK:KC_1$.

8.57. ABC სამკუთხედში AA_1 და BB_1 ბისექტრისების გადაკვეთის K წერტილზე გავლებული AB-ს პარალელური წრფე AC და BC გვერდებს გადაკვეთს შესაბამისად, D და E წერტილებში. იპოვეთ DE, თუ $BC=a$, $AC=b$, $AB=c$.



8.58. ABC სამკუთხედში $BC=a$, $AC=b$. CC_1 ბისექტრისის C_1 ფუძიდან გავლებული AC-ს პარალელური წრფე BC-ს კვეთს D წერტილში. იპოვეთ CD.

8.59. სამკუთხედში 60°-იანი კუთხის ბისექტრისა მოპირდაპირე გვერდს 6-ისა და 10-ის ტოლ მონაკვეთებად ყოფს. იპოვეთ უდიდესი გვერდი.

8.60. ABC ტოლფერდა სამკუთხედში AB=BC. O ბისექტრისების გადაკვეთის წერტილზე გავლებულია AC ფუძის პარალელური MN მონაკვეთი. იპოვეთ P_{MBN}, თუ AB=20, AC=10.

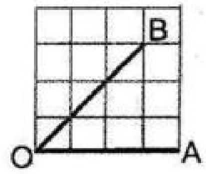
8.61. ABC მართკუთხა სამკუთხედში A მახვილი კუთხის წვეროდან გავლებულია AK ბისექტრისა, ხოლო B მახვილი კუთხის წვეროდან – BD მედიანა. იპოვეთ მანძილი მათი გადაკვეთის წერტილიდან BC კათეტამდე, თუ AC=39, BC=52.

8.62. ABC მართკუთხა სამკუთხედში C მართი კუთხის წვეროდან გავლებულია CK სიმაღლე, ხოლო A მახვილი კუთხის წვეროდან – AD ბისექტრისა. იპოვეთ მანძილი მათი გადაკვეთის წერტილიდან BC კათეტამდე, თუ AC=15, BC=20.

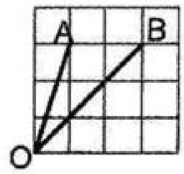
8.63. სამკუთხედის გვერდები არის 8, 15 და 17. იპოვეთ უმცირესი კუთხის კოსინუსისა და სინუსის სხვაობა.

8.64. ნახაზზე თითოეული უჯრის გვერდის სიგრძე 1-ის ტოლია. იპოვეთ:

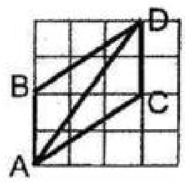
1) $2\sqrt{2}\cos\angle AOB$



2) $\sin\angle AOB$.



3) ABCD პარალელოგრამის AC დიაგონალი.



8.65. სამკუთხედის ერთ-ერთი გვერდი არის 20 სმ-ის ტოლი, ხოლო სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი არის 15 სმ. იპოვეთ მოცემული გვერდის წინამდებარე კუთხის სინუსი.

8.66. სამკუთხედში 120°-იანი კუთხის ბისექტრისა მოპირდაპირე გვერდს ყოფს 10-ისა და 12-ის ტოლ მონაკვეთებად და ამ გვერდთან ადგენს კუთხეს, რომლის სინუსია $\frac{4}{5}$. იპოვეთ სამკუთხედის გვერდები.

8.67. პარალელოგრამის ერთ-ერთი დიაგონალია $4\sqrt{6}$ სმ. ეს დიაგონალი პარალელოგრამის გვერდთან ადგენს 60°-იანი კუთხეს, მეორე დიაგონალი იგივე გვერდთან ადგენს 45°-იანი კუთხეს. იპოვეთ მეორე დიაგონალი.

8.68. პარალელოგრამის სიმაღლეები არის 24 და 36 სანტიმეტრი, ხოლო მახვილი კუთხის კოსინუსი $\frac{5}{13}$. იპოვეთ პერიმეტრი.

8.69. რომბის პერიმეტრი არის 40 სმ, ხოლო მახვილი კუთხის კოსინუსი $\frac{\sqrt{19}}{10}$. იპოვეთ რომბის სიმაღლე.

8.70. ABCD მართკუთხა ტრაპეციაში A და D მართი კუთხეებია. გვერდები AD=5, AB=1, CD=4. AD გვერდზე აღებულია M წერტილი ისე, რომ CMD კუთხე ორჯერ მეტია BMA კუთხეზე. რა შეფარდებით იყოფა AD გვერდი M წერტილით?

8.71. მართკუთხა ტრაპეციის ფუძეების ფარდობა უდრის 4, ხოლო დიაგონალების ფარდობა – 2. იპოვეთ ტრაპეციის მახვილი კუთხის სიდიდე.

8.72. სამკუთხედში, რომლის გვერდია a, ხოლო ამ გვერდის მოპირდაპირე კუთხე – α, ჩახაზულია წრეწირი. მის ცენტრზე და მოცემული გვერდის ბოლოებზე გავლებულია მეორე წრეწირი. იპოვეთ მისი რადიუსი, თუ $a=10$, $\cos\frac{\alpha}{2}=\frac{5}{7}$.

8.73. მართკუთხა ტრაპეციის d დიაგონალი ფერდის მართობულია, ტრაპეციის მახვილი კუთხე α ტოლია. იპოვეთ ტრაპეციის მცირე ფუძე, თუ $d=45$, $\sin\alpha=\frac{4}{9}$.

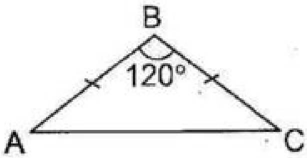
8.74. ABC სამკუთხედში $\angle C-\angle A=\alpha$, BD ბისექტრისაა, BE – სიმაღლე. იპოვეთ DE, თუ BD=a.

8.75. სამი გზა ABC სამკუთხედს ქმნის, ამასთან $\angle A=30°$, $\angle B=120°$. AC და BC სოფლის გზებია, AB კი ასფალტირებული, ამიტომ AB გზაზე სიჩქარე 2-ჯერმეტია ვიდრე სოფლის გზაზე. A-დან C-კენ ორი ავტომობილი გაემართა, პირველმა აირჩია ABC მარშრუტი, მეორემ კი AC მარშრუტი. რომელი ავტომობილი დახარჯავს ნაკლებ დროს და რამდენჯერ?

8.76. a-ს რამდენი მთელი მნიშვნელობა არსებობს, რომლისთვისაც სამკუთხედი, რომლის გვერდებია a, a+1 და a+2 არის ბლაგვკუთხა?

საკონტროლო ტესტი N 8 (ბ)

1. ABC სამკუთხედში AB=BC, $\angle C=120°$, AC $=2\sqrt{3}$. იპოვეთ AB.

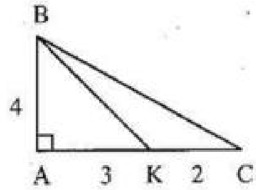


ა) 2 ბ) $\sqrt{3}$ გ) $3\sqrt{3}/2$ დ) $4\sqrt{3}/3$

2. ABC ბლაგვკუთხა სამკუთხედში $\sin\angle A=\frac{1}{2}$, $\sin\angle B=\frac{\sqrt{2}}{2}$. რისი ტოლი შეიძლება იყოს ასეთ სამკუთხედში უდიდესი კუთხე?

ა) 105° ბ) 150° გ) 120° დ) 135°

3. ABC მართკუთხა სამკუთხედში AB კათეტი 4ის ტოლია, AK=3 და KC=2. იპოვეთ KBC კუთხის ტანგენსი.

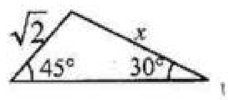


ა) $\frac{3}{4}$ ბ) $\frac{8}{31}$ გ) $\frac{7}{9}$ დ) $\frac{11}{13}$

4. ABC სამკუთხედის AB გვერდია 8-ის ტოლია. CD მედიანა 3-ის ტოლია. რისი ტოლია. $\angle A=60°$. იპოვეთ BC გვერდი.

ა) 4 ბ) 5 გ) 8 დ) ასეთი სამკუთხედი არ არსებობს

5. ნახაზიდან გამომდინარე x ტოლია



ა) $\sqrt{7}$ ბ) $2\sqrt{2}$ გ) $\sqrt{2}$ დ) 2

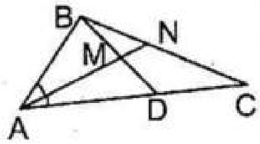
6. ABC სამკუთხედში $\angle C=90°$. CK სიმაღლეა, $\angle A=60°$, AB=4. იპოვეთ AK.

ა) 1 ბ) 3/2 გ) 2 დ) 7/4

7. სამკუთხედის გვერდები არის 12, 15 და 18 სმ. 18 სმ-ის ტოლი გვერდის მოპირდაპირე კუთხიდან გავლებულია სამკუთხედის ბისექტრისა, რომელიც მოცემულ გვერდს ყოფს ორ ნაწილად. იპოვეთ მათგან უმცირესის სიგრძე.

ა) 4 სმ ბ) 5 სმ გ) 6 სმ დ) 8 სმ

8. AB:AC=2:5, AD:DC=5:3, AN ბისექტრისაა. იპოვეთ $\sqrt{\dfrac{BM}{DM}}$.

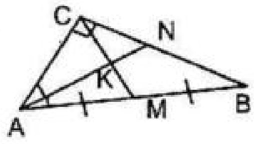


ა) $\frac{3}{5}$ ბ) $\frac{4}{5}$ გ) $\frac{16}{25}$ დ) $\frac{4}{9}$

9. სამკუთხედის გვერდები არის 4, $\sqrt{33}$ და 5 სმ. იპოვეთ $\sqrt{33}$ სმ-ის ტოლი გვერდის მედიანა.

ა) 3 სმ ბ) 2,5 სმ გ) 3,5 სმ დ) $2\sqrt{3}$ სმ

10. AC=3, BC=4, $\angle C=90°$, CM მედიანაა, AN ბისექტრისაა. იპოვეთ CK.



ა) $\frac{7}{12}$ ბ) 1,5 გ) $\sqrt{2}$ დ) $\frac{15}{11}$

§9. ფიგურათა ფართობები

ა

9.1. იპოვეთ კვადრატის პერიმეტრი, თუ მისი ფართობია 36 მ^2.

9.2. იპოვეთ კვადრატის ფართობი, თუ მისი დიაგონალია $9\sqrt{2}$ სმ.

9.3. როგორ შეიცვლება კვადრატის ფართობი, თუ მის თითოეულ გვერდს:

1) 3-ჯერ გავადიდებთ? 2) 25%-ით გავადიდებთ? 3) 1,5-ჯერ შევამცირებთ? 4) 50%-ით შევამცირებთ?

9.4. რამდენი პროცენტით უნდა შემცირდეს კვადრატის თითოეული გვერდი, რომ კვადრატის ფართობი 4-ჯერ შემცირდეს?

9.5. რას უდრის მართკუთხედის გვერდები, თუ ისინი ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 4:9. მართკუთხედის ფართობია 144 მ^2.

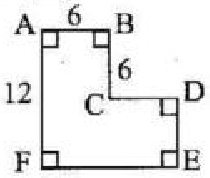
9.6. ABCD მართკუთხედის ფართობია 600 სმ^2 და 3AB=2BC. იპოვეთ AB და BC გვერდები.

9.7. მართკუთხედის გვერდებია 40 სმ და 9 დმ. იპოვეთ მისი ტოლდიდი კვადრატის პერიმეტრი.

9.8. რამდენი პროცენტით გაიზრდება მართკუთხედის ფართობი, თუ მის ყველა გვერდს გავზრდით 3-ჯერ?

9.9. მართკუთხედის ფართობია 300 სმ^2. სიგანე სიგრძის 75%-ია. იპოვეთ სიგრძე და სიგანე.

9.10. ნახაზზე მოცემული ფიგურის ფართობია 108 მ^2. იპოვეთ CD და DE მონაკვეთები.



9.11. ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზაა a. იპოვეთ მისი ფართობი.

9.12. იპოვეთ მართკუთხა სამკუთხედის ფართობი, თუ ჰიპოტენუზა ტოლია 13 სმ-ის, ერთ-ერთი კათეტი – 5 სმ-ის.

9.13. მართკუთხა სამკუთხედის ფართობი უდრის 720 სმ^2-ს, კათეტები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 9:40. იპოვეთ ჰიპოტენუზა.

9.14. სამკუთხედის ფართობია 30 სმ^2, ერთ-ერთი გვერდი – 12 სმ. იპოვეთ ამ გვერდზე დაშვებული სიმაღლე.

9.15. სამკუთხედის ფართობია 75 სმ^2. მისი ერთ-ერთი გვერდი მასზე დაშვებულ სიმაღლეზე 1,5-ჯერ მეტია. იპოვეთ ეს გვერდი.

9.16. მართკუთხა სამკუთხედის კათეტებია a და b. იპოვეთ ჰიპოტენუზაზე დაშვებული სიმაღლე.

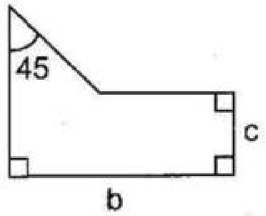
9.17. სამკუთხედის ორი გვერდია 6 სმ და 7 სმ. 6 სმ სიგრძის გვერდზე დაშვებული სიმაღლეა 5 სმ. იპოვეთ 7 სმ სიგრძის გვერდზე დაშვებული სიმაღლე.

9.18. ტოლგვერდა სამკუთხედის ფართობია $9\sqrt{3}$ სმ^2. იპოვეთ სამკუთხედის გვერდი და სიმაღლე.

9.19. სამკუთხედის ორი გვერდის სიგრძეა 8 სმ და 12 სმ. მათ შორის კუთხეა 30°. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.

9.20. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი, თუ მისი ორი გვერდია 6 და 8, ამ გვერდებს შორის კუთხე:
1) 30°; 2) 45°; 3) 120°; 4) 150°.

9.21. ნახაზის მონაცემებზე დაყრდნობით იპოვეთ ფიგურის ფართობი.

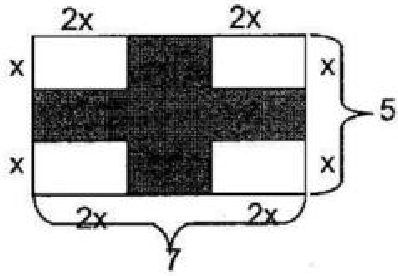


9.22. ნახაზის მიხედვით დაადგინეთ დაშტრიხული ფიგურის S ფართობის x სიდიდეზე დამოკიდებულება.

1)

2x
x
8
11

2)



9.23. სამკუთხედის ორი გვერდის სიგრძეა 5 სმ და 7 სმ. მათ შორის მდებარე კუთხის სინუსი $\frac{3}{14}$-ს უდრის. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.

9.24.
1) პარალელოგრამის გვერდი 15 სმ-ია, მასზე დაშვებული სიმაღლე 10 სმ. იპოვეთ ფართობი.
2) პარალელოგრამის ფართობია 210 სმ^2, ერთ-ერთ გვერდზე დაშვებული სიმაღლეა 20 სმ. იპოვეთ ეს გვერდი.

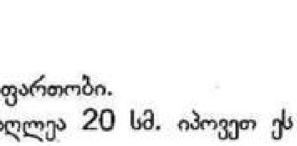
9.25.
1) იპოვეთ რომბის ფართობი, თუ მისი გვერდი 15 სმ-ის ტოლია, მახვილი კუთხე კი 60°-ის.
2) იპოვეთ რომბის ფართობი, თუ მისი დიაგონალებია 20 სმ და 24 სმ.

9.26. ტრაპეციის ფუძეებია 5 სმ და 3 სმ, ხოლო ფართობი – 20 სმ^2. იპოვეთ ტრაპეციის სიმაღლე.

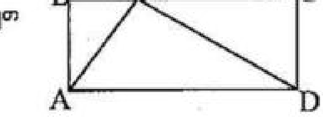
9.27. ტრაპეციის ფართობია 16 სმ^2, სიმაღლე – 5 სმ. იპოვეთ შუახაზი.

9.28. ტრაპეციაში, რომლის ფუძეებია 24 სმ და 16 სმ, სიმაღლე – 9 სმ, გავლებულია შუახაზი. იპოვეთ მიღებული ორი ტრაპეციის ფართობები.

9.29. ABCD მართკუთხედია. AED სამკუთხედის ფართობია 25. იპოვეთ ABCD მართკუთხედის ფართობი.



9.30.
1) ნახაზზე მოცემულ ABC სამკუთხედში AK:KB=2:3 და KM||AC. იპოვეთ S_{ABC}, თუ $S_{AKMC}=20$.



2) მოცემული სამკუთხედის ფართობის რა ნაწილია სამკუთხედის ფართობი, რომელიც მისგან შუამონაკვეთითაა მოკვეთილი?

9.31. სამკუთხედში გავლებულია ყველა შუამონაკვეთი. მოცემული სამკუთხედის ფართობის რა ნაწილია შუამონაკვეთებით შედგენილი სამკუთხედის ფართობი?

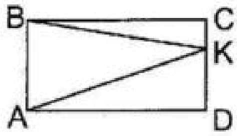
9.32. სამკუთხედის გვერდებია 27 სმ, 29 სმ და 52 სმ. იპოვეთ მისი ფართობი.

9.33. სამკუთხედის გვერდებია13 სმ, 14 სმ და 15 სმ. იპოვეთ სამკუთხედის:

1) უმცირეს გვერდზე დაშვებული სიმაღლე; 2) უდიდეს გვერდზე დაშვებული სიმაღლე.

საკონტროლო ტესტი N 9 (ა)

1. რაას უდრის ABCD მართკუთხედის ფართობი, თუ ABK სამკუთხედის ფართობი 10-ის ტოლია?



ა) 20 **ბ)** 15 **გ)** 30 **დ)** შეუძლებელია განსაზღვრა

2. რას უდრის კვადრატის ფართობი, თუ მისი დიაგონალი 7 სმ-ის ტოლია?

ა) $7\sqrt{2}/2$ სმ^2 **ბ)** 49 სმ^2 **გ)** 49/2 სმ^2 **დ)** $49\sqrt{2}/2$ სმ^2

3. იპოვეთ ტოლგვერდა სამკუთხედის ფართობი, თუ მისი გვერდი $a\sqrt{3}$ სმ-ის ტოლია.

ა) $\dfrac{3a^2\sqrt{3}}{4}$ სმ^2 **ბ)** $9a^2$ სმ^2 **გ)** $3\sqrt{3}a^2$ სმ^2 **დ)** $3a^2$ სმ^2

4. როგორ შეიცვლება კვადრატის ფართობი, თუ პერიმეტრი შემცირდა 2-ჯერ?

ა) შემცირდება 2-ჯერ **ბ)** შემცირდება 4-ჯერ **გ)** შემცირდება 1,5-ჯერ **დ)** შემცირდება 8-ჯერ

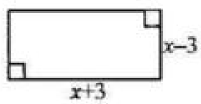
5. იპოვეთ რომბის ფართობი, თუ მისი დიაგონალები 9 სმ და 16 სმ.

ა) 25 სმ^2 **ბ)** 48 სმ^2 **გ)** 60 სმ^2 **დ)** 72 სმ^2

6. იპოვეთ იმ მართკუთხედის ფართობი, რომლის პერიმეტრი არის 20 სმ, ხოლო დიაგონალი 8 სმ.

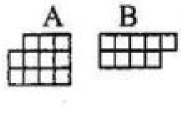
ა) 18 სმ^2 **ბ)** 12 სმ^2 **გ)** 30 სმ^2 **დ)** 24 სმ^2

7. მოცემული მართკუთხედის ფართობია 16. რისი ტოლია x?



ა) 3 **ბ)** 4 **გ)** 5 **დ)** 6

8. მოცემული A და B ფიგურების უმცირესი ზომის კვადრატები ტოლია. რისი ტოლია B-ს ფართობი, თუ A-ს ფართობი არის 44?

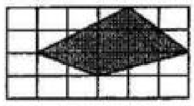


ა) 44 **ბ)** 40 **გ)** 36 **დ)** 32

9. როგორ იცვლება სამკუთხედის ფართობი, თუ მის ყოველ გვერდს გავზრდით 6-ჯერ?

ა) გაიზრდება 60%-ით ბ) გაიზრდება 6-ჯერ გ) გაიზრდება 36-ჯერ დ) შემცირდება 4-ჯერ

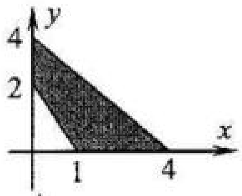
10. უმცირესი კვადრატის ფართობი 1-ის ტოლია. რისი ტოლია მოცემული ფიგურის ფართობი?



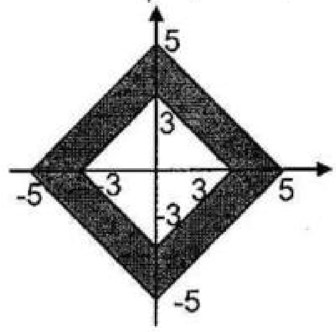
ა) 15 ბ) 10 გ) 8,5 დ) 7,5

ბ

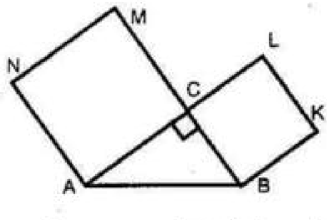
9.34. იპოვეთ ნახაზზე მოცემული გამუქებული ფიგურის ფართობი.



9.35. იპოვეთ გამუქებული ფიგურის ფართობი.

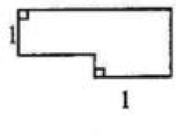


9.36. ACMN და BKLC კვადრატების ფართობებია, შესაბამისად 144 და 81. $\angle ACB=90^0$. იპოვეთ ABC სამკუთხედის ფართობი.



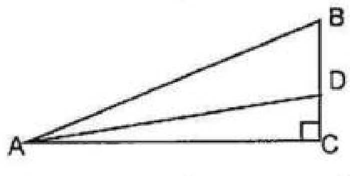
9.37. მართკუთხა სამკუთხედის ერთ-ერთ კათეტზე და ჰიპოტენუზაზე აგებული კვადრატების ფართობებია 1,44 $მ^2$ და 4 $მ^2$. იპოვეთ ამ სამკუთხედის ფართობი.

9.38. მოცემული ფიგურის ფართობია $\frac{9}{4}$. რისი ტოლია პერიმეტრი.



9.39. ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძე უდრის 30 დმ, სიმაღლე – 20 დმ. იპოვეთ ფერდზე დაშვებული სიმაღლე.

9.40. ΔABC-ში $AC=10$, $BC=6$. ABC სამკუთხედის ფართობი ორჯერ აღემატება ADC სამკუთხედის ფართობს. იპოვეთ AD.



9.41. პარალელოგრამში გვერდისადმი გავლებული სიმაღლე სამჯერ ნაკლებია ამ გვერდზე. პარალელოგრამის ფართობი უდრის 48 სმ^2. იპოვეთ ეს გვერდი და სიმაღლე.

9.42. პარალელოგრამის ფართობი უდრის S-ს, მისი გვერდების სიგრძეებია a და b. იპოვეთ პარალელოგრამის მახვილი კუთხის გრადუსული ზომა, თუ $S=15$, $a=6$, $b=5$.

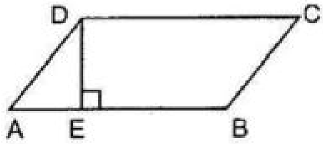
9.43. პარალელოგრამის სიმაღლეებია 6 სმ და 15 სმ, პერიმეტრი – 56 სმ. იპოვეთ პარალელოგრამის ფართობი.

9.44. პარალელოგრამის ბლაგვი კუთხის წვეროდან გავლებულ სიმაღლეებს შორის კუთხეა 30°, გვერდები – 9 სმ და 16 სმ. იპოვეთ პარალელოგრამის ფართობი.

9.45. პარალელოგრამის ერთი გვერდია 20 სმ, მეორე – 16 სმ, მანძილი დიდ გვერდებს შორის – 8 სმ. იპოვეთ მანძილი მცირე გვერდებს შორის.

9.46. პარალელოგრამის მოსაზღვრე გვერდები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 3:4. იპოვეთ სიმაღლეების შეფარდება.

9.47. ABCD პარალელოგრამში $AB=3\cdot DE$. პარალელოგრამის ფართობია 48 და $\angle A=45°$. იპოვეთ AD.



9.48. იპოვეთ რომბის სიმაღლე, თუ მისი დიაგონალებია 10 სმ 24 სმ.

9.49. იპოვეთ რომბის გვერდი, თუ მისი დიაგონალები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 1:3, რომბის ფართობია 12 სმ^2.

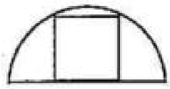
9.50. იპოვეთ რომბის ფართობი, თუ მისი სიმაღლეა 12 სმ, მცირე დიაგონალია 13 სმ.

9.51. რომბის ერთ-ერთი კუთხეა 150°, გვერდი – 20 სმ. იპოვეთ მისი ფართობი.

9.52. ორი რომბით შედგენილი პარალელოგრამის პერიმეტრია 60 სმ, ხოლო რომბის მახვილი კუთხეა 45°. იპოვეთ პარალელოგრამის ფართობი.

9.53. მართკუთხა სამკუთხედში ერთ-ერთი კათეტი მეტია მართი კუთხის წვეროდან გავლებულ მედიანაზე 0,5 მ-ით. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი, თუ მეორე კათეტი 4 მ-ის ტოლია.

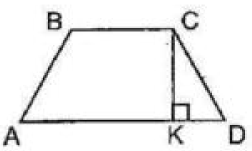
9.54. ნახევარწრეწირში კვადრატია ჩახაზული. იპოვეთ კვადრატის ფართობი, თუ წრის რადიუსი r-ის ტოლია.



9.55. პარალელოგრამს და მართკუთხედს შესაბამისად ტოლი გვერდები აქვთ. იპოვეთ პარალელოგრამის მახვილი კუთხე, თუ მისი ფართობი უდრის მართკუთხედის ფართობის ნახევარს.

9.56. ტრაპეციის ფართობია 108 სმ^2, სიმაღლე – 12 სმ, ფუძეები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 2:3. იპოვეთ ფუძეები.

9.57. ABCD ტოლფერდა ტრაპეციაა. CK სიმაღლე ტოლია 16 სმ-ის, AK=25 სმ. იპოვეთ ფართობი.



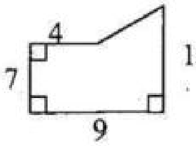
9.58. იპოვეთ ტოლფერდა ტრაპეციის ფართობი, თუ მისი დიაგონალი უდრის $8\sqrt{2}$ სმ და დიდ ფუძესთან ადგენს 45°-იან კუთხეს.

9.59. იპოვეთ იმ ტოლფერდა ტრაპეციის ფართობი, რომლის ფუძეები უდრის 12 სმ და 20 სმ, დიდ ფუძესთან მდებარე კუთხეა 45°.

9.60. ტოლფერდა ტრაპეციის ფერდი ფუძესთან 45°-იან კუთხეს ადგენს. დიდი ფუძე მცირეზე 3-ჯერ მეტია. ტრაპეციის ფართობია 2,88 $დმ^2$. იპოვეთ ფუძეები და სიმაღლე.

9.61. ტოლფერდა ტრაპეციის დიაგონალები ურთიერთმართობულია. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი, თუ:
1) ფუძეებია 6 სმ და 10 სმ 2) სიმაღლეა 5 სმ.

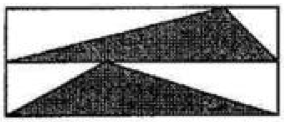
9.62. იპოვეთ ნახაზზე მოცემული ფიგურის ფართობი.



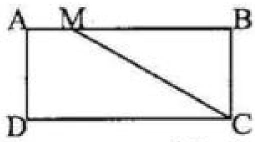
9.63. ტოლფერდა ტრაპეციის დიაგონალი წარმოადგენს მახვილი კუთხის ბისექტრისას. იპოვეთ ტრაპეციის ფერდი, თუ მისი ფართობია 27, სიმაღლე კი 3.

9.64. ABCD მართკუთხედში გატარებულია AK ბისექტრისა. იპოვეთ AKCD ტრაპეციის ფართობი, თუ AB=4 სმ, BC=7 სმ.

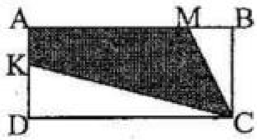
9.65. მართკუთხედის ფართობია S, ფუძეების პარალელურად გავლებულია წრფე. იპოვეთ გამუქებული ფიგურის ფართობი.



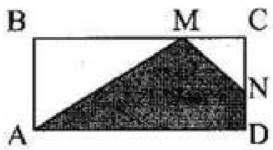
9.66. M წერტილი ABCD მართკუთხედის AB გვერდზე ისეა აღებული, რომ AM:MB=2:5. რამდენჯერ მეტია ABCD მართკუთხედის ფართობი MBC სამკუთხედის ფართობზე?



9.67. K და M წერტილები ABCD მართკუთხედის შესაბამისად AD და AB გვერდებზე ისეა აღებული, რომ AK:KD=2:3 და AM:MB=3:1. იპოვეთ გამუქებული ფიგურის ფართობის შეფარდება ABCD მართკუთხედის ფართობთან.



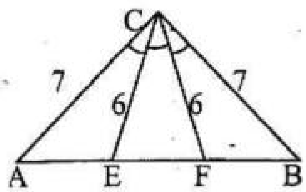
9.68. ABCD მართკუთხედია ფართობით S. BM:MC=3:1, CN:ND=2:1. იპოვეთ გამუქებული ფიგურის ფართობი.



9.69. ABC სამკუთხედის ფართობია 100 $სმ^2$. AB გვერდზე აღებულია K წერტილი ისე, რომ $\frac{AK}{KB}=\frac{2}{3}$.

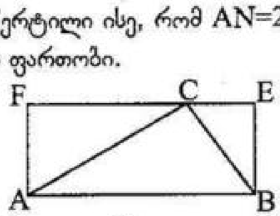
იპოვეთ AKC და CKB სამკუთხედების ფართობები.

9.70. ABC სამკუთხედში AC=BC=7 სმ. AB გვერდზე აღებულია E და F წერტილები ისე, რომ CE=CF=6 სმ-ს და ამასთან, ეს მონაკვეთები C წვეროსთან მდებარე კუთხეს სამ ტოლ ნაწილად ყოფენ. იპოვეთ EFC სამკუთხედის ფართობის შეფარდება ABC სამკუთხედის ფართობთან.

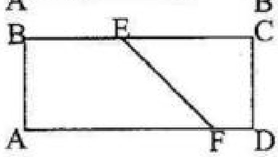


9.71. ABCD კვადრატის გვერდი a-ს ტოლია. AD გვერდზე აღებულია N წერტილი ისე, რომ AN=2ND. AC და BN მონაკვეთები O წერტილში იკვეთებიან. იპოვეთ AON სამკუთხედის ფართობი.

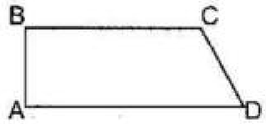
9.72. ნახაზზე მოცემულია ABEF მართკუთხედი და ABC სამკუთხედი. ∠ACF=∠CBE, CF=6 და CE=2. რისი ტოლია ABC სამკუთხედის ფართობი?



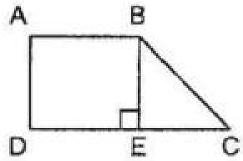
9.73. ABCD მართკუთხედში BE:EC=2:3, BE=2·FD და BC=10. ABCD მართკუთხედის ფართობია 40. იპოვეთ ABEF ტრაპეციის ფართობი.



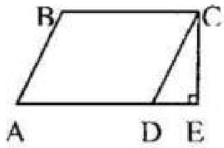
9.74. ABCD მართკუთხა ტრაპეციის ფართობია 28, ხოლო ფუძეების სიგრძეებია 6 და 8. იპოვეთ CD.



9.75. ABCD მართკუთხა ტრაპეციაში BEC ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედია. AB=4 და BC=$\sqrt{8}$. იპოვეთ ABCD ტრაპეციის ფართობი.



9.76. ABCD რომბის გვერდია 5, ხოლო CE=4. იპოვეთ ABCE-ს ფართობი.



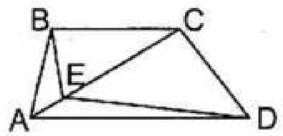
9.77. ABCD მართკუთხა ტრაპეციაში BC=6, CD=8 და $\angle D=60^0$. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი.

9.78. ABCD მართკუთხა ტრაპეციაში AD+BC=20, AB+CD=18 და $\angle D=30^0$. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი.

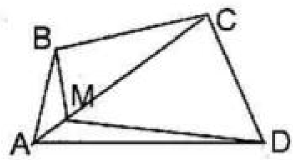
9.79. ტრაპეციის დიაგონალები არის 12 სმ და 8 სმ, მათ შორის კუთხეა 45°. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი.

9.80.

1) ABCD ტრაპეციის დიდი ფუძე 10 სმ-ია. E წერტილი AC დიაგონალზეა და $S_{ABE}:S_{AED}=1:2$. იპოვეთ მცირე ფუძე.



2) ABCD ოთხკუთხედის AC დიაგონალზე აღებულია M წერტილი, $S_{ABM}:S_{AED}=1:3$. იპოვეთ S_{ABCD}, თუ $S_{ABC}=10$ სმ.



9.81. E წერტილი ABC სამკუთხედის AD მედიანას ყოფს 2:3 შეფარდებით (წვეროს მხრიდან). იპოვეთ BEC სამკუთხედის ფართობი, თუ ABC სამკუთხედის ფართობია 20.

9.82. სამკუთხედის პერიმეტრია 10 სმ, ფართობი – 3 სმ^2. იპოვეთ მოცემული სამკუთხედის მსგავსი სამკუთხედის პერიმეტრი, თუ მისი ფართობია 12 სმ^2.

9.83. სამკუთხედის სიმაღლე უდრის h. წვეროდან რა მანძილზეა ამ სამკუთხედის ფართობის შუაზე გამყოფი და ფუძის პარალელური წრფე?

9.84. სამკუთხედის ფუძის პარალელური წრფე ამ სამკუთხედს ტოლდიდ ნაწილებად ყოფს. იპოვეთ მოცემული სამკუთხედის პერიმეტრი, თუ მცირე სამკუთხედის პერიმეტრია 20 სმ.

9.85. სამკუთხედის ფერდი გაყოფილია 2:3:4 შეფარდებით (წვეროს მხრიდან) და დაყოფის წერტილებზე გავლებულია ფუძის პარალელური წრფეები. რა შეფარდებით გაიყო სამკუთხედის ფართობი?

9.86. სამკუთხედი ფუძის პარალელური ორი წრფით გაყოფილია სამ ტოლდიდ ნაწილად. რა შეფარდებით დაიყო მისი ფერდები წვეროს მხრიდან?

9.87. სამკუთხედის ფუძის პარალელური წრფე მის ფერდს ყოფს 5:3 შეფარდებით წვეროს მხრიდან, ხოლო ფართობს ნაწილებად, რომელთა სხვაობაა 56 სმ^2. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.

9.88. მართკუთხა სამკუთხედის მახვილი კუთხის ბისექტრისა მოპირდაპირე კათეტს ყოფს 8 და 10 ერთეული სიგრძის მონაკვეთებად. იპოვეთ ჰიპოტენუზაზე დაშვებული სიმაღლე.

9.89. წესიერ სამკუთხედში ჩახაზულია 25 სმ^2 ფართობის მქონე კვადრატი. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.

9.90. სამკუთხედის ფუძეა 10 სმ, სიმაღლე – $\frac{10}{3}$ სმ. მასში ჩახაზულია მართკუთხედი, რომლის ფართობია 7 სმ^2. იპოვეთ ამ მართკუთხედის პერიმეტრი.

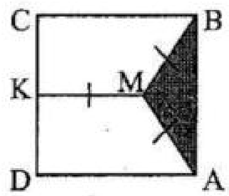
9.91. იპოვეთ მართკუთხა სამკუთხედის ფართობი, თუ მისი სიმაღლე ჰიპოტენუზას 16 სმ და 5 სმ ტოლ მონაკვეთებად ყოფს.

9.92. მართკუთხა სამკუთხედის კათეტებია 3 მ და 4 მ. მართი კუთხის წვეროდან ჰიპოტენუზაზე დაშვებულია პერპენდიკულარი. იპოვეთ მიღებული სამკუთხედების ფართობები.

9.93. მართკუთხა სამკუთხედში კათეტები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 2:3. სიმაღლე სამკუთხედის ფართობს ყოფს ნაწილებად, რომელთა სხვაობაა 30 დმ^2. იპოვეთ მოცემული სამკუთხედის ფართობი.

9.94. წრეწირის O ცენტრი ABC მართკუთხა სამკუთხედის AC ჰიპოტენუზაზე ძევს, კათეტები კი წრეწირს ეხებიან. იპოვეთ ABC სამკუთხედის ფართობი, თუ წრეწირის რადიუსი 3-ის, OC მონაკვეთი კი 5-ის ტოლია.

9.95. ABCD კვადრატია. M წერტილი თანაბრადაა დაშორებული A და B წვეროებიდან და CD გვერდიდან. კვადრატის ფართობის რა ნაწილს შეადგენს AMB სამკუთხედის ფართობი?



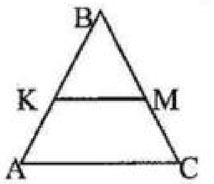
9.96. ტრაპეციის ფუძეები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 2:5. როგორი შეფარდებით იყოფა ტრაპეციის ფართობი შუახაზით?

9.97. ტრაპეციის ფუძეები არის 4 სმ და 20 სმ. იპოვეთ ერთ-ერთი დიაგონალის მიერ შექმნილი ორი სამკუთხედიდან უდიდესის ფართობის შეფარდება უმცირეს ფართობთან.

9.98. ტრაპეციის დიდი და მცირე ფუძეების შეფარდება 6-ის ტოლია. იპოვეთ მისი ერთ-ერთი დიაგონალით შექმნილი ორი სამკუთხედიდან დიდისა და მცირეს ფართობების შეფარდება.

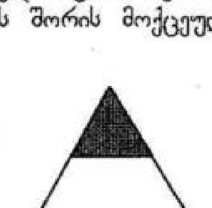
9.99. ტრაპეციაში გავლებული ფუძეების პარალელური მონაკვეთი, რომლის სიგრძეა 13 სმ, ტრაპეციის ფართობს ყოფს შეფარდებით 1:3 მცირე ფუძის მხრიდან. იპოვეთ ტრაპეციის დიდი ფუძის სიგრძე, თუ მცირე ფუძის სიგრძეა $2\sqrt{33}$ სმ.

9.100. ABC ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძე AC=18, ფერდი 10-ის ტოლია. AB გვერდზე აღებულია K წერტილი, BC გვერდზე – M წერტილი ისე, რომ AK:KM:MC=5:3:5. იპოვეთ AKMC ოთხკუთხედის ფართობი.



9.101. ტრაპეციის ფუძეების პარალელური წრფე ტრაპეციას ყოფს ორ ნაწილად, რომელთა ფართობები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 2:7 მცირე ფუძის მხრიდან. იპოვეთ ფერდებს შორის მოქცეული მონაკვეთის სიგრძე, თუ ტრაპეციის ფუძეებია $\sqrt{2}$ და 5.

9.102. ტოლგვერდა სამკუთხედიდან ჩამოჭრეს სამკუთხედი ისე, რომ მიიღეს ტოლფერდა ტრაპეცია. ტრაპეციის პერიმეტრი 6/5-ჯერ ნაკლები აღმოჩნდა მოცემული სამკუთხედის პერიმეტრზე. სამკუთხედის ფართობის რა ნაწილია ტრაპეციის ფართობი.



9.103. ტოლფერდა სამკუთხედში ფერდის მედიანის სიგრძეა 10 სმ და ფუძესთან ადგენს 60°-იან კუთხეს. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.

9.104. მართკუთხა სამკუთხედში მართი კუთხის წვეროდან გავლებული სიმაღლე მართ კუთხეს ყოფს შეფარდებით 1:2. რა შეფარდებით გაყოფს ეს სიმაღლე სამკუთხედის ფართობს?

9.105. სამკუთხედის პერიმეტრია 28 სმ, გვერდები კი x, $x+2$ და $x+5$. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.

9.106. პარალელოგრამის დიაგონალებია 10 სმ და 12 სმ, მისი ერთ-ერთი გვერდი – 9 სმ. იპოვეთ პარალელოგრამის ფართობი.

9.107. პარალელოგრამის გვერდებია 26 სმ და 28 სმ, ერთ-ერთი დიაგონალი – 30 სმ. იპოვეთ პარალელოგრამის ფართობი.

9.108. სამკუთხედის ორი გვერდია 27 სმ და 29 სმ. მესამე გვერდის მედიანაა 26 სმ. იპოვეთ ფართობი.

9.109. იპოვეთ სამკუთხედზე შემოხაზული და სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირების რადიუსები, თუ მისი გვერდებია 13, 14, 15.

9.110. წრეწირის ქორდა, რომელიც 16 სმ-ის ტოლია, დაშორებულია ცენტრიდან 15 სმ-ით. იპოვეთ იმ სამკუთხედის ფართობი, რომელიც შემოხაზულია ამ წრეწირზე, თუ სამკუთხედის პერიმეტრია 100 სმ.

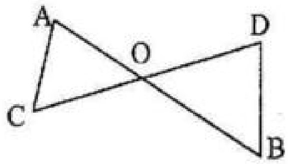
9.111. წრეწირის ერთი წერტილიდან გავლებულია 9 სმ და 17 სმ სიგრძის ორი ქორდა. იპოვეთ წრეწირის რადიუსი, თუ მანძილი ქორდების შუაწერტილებს შორის უდრის 5 სმ.

9.112. ტოლფერდა სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის რადიუსია 2 სმ, ფუძე და მასზე დაშვებული სიმაღლე ერთმანეთის ტოლია. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.

9.113. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი, თუ მისი ერთ-ერთი გვერდია 6 და მასთან მდებარე კუთხეებია 30° და 45°.

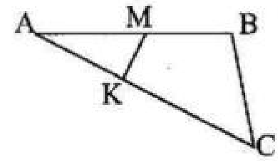
9.114. ABC სამკუთხედის ფართობია 16 სმ^2. იპოვეთ AB გვერდის სიგრძე, თუ AC=5 სმ, BC=8 სმ და C კუთხე ბლაგვია.

9.115. AO=3 სმ, OB=6 სმ, OC=5 სმ, OD=4სმ. AOC და BOD სამკუთხედების ფართობების ჯამია $\frac{39}{4}$ სმ^2. იპოვეთ AOC სამკუთხედის ფართობი.



9.116. მართკუთხა სამკუთხედის ერთი კათეტია 30 სმ. ამ სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის რადიუსია 6 სმ. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.

9.117. AM=6 სმ, MB=4 სმ, AK=4 სმ, AC=12 სმ. იპოვეთ MBCK ოთხკუთხედის ფართობი, თუ AMK სამკუთხედის ფართობია 8 სმ^2.



9.118. KMN სამკუთხედში KM=6, MN-KN=2, $\cos\angle KMN=3/5$. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.

9.119. წრეში გავლებული AB და CD ქორდები იკვეთებიან M წერტილში. K BMD კუთხის ბისექტრისის BD ქორდასთან გადაკვეთის წერტილია. იპოვეთ BK და KD, თუ BD=3 და $S_{CMB}:S_{AMD}=1:4$.

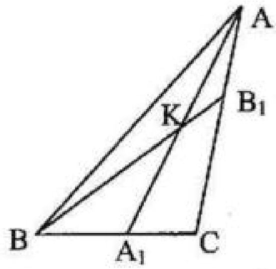
9.120. AB მონაკვეთი წრის დიამეტრია, ხოლო C წერტილი მდებარეობს ამ წრის გარეთ. AC და BC იკვეთებიან წრეწირთან, შესაბამისად D და M წერტილებში. იპოვეთ $\angle CBD$, თუ $S_{DCM}:S_{ACB}=1:4$.

9.121. სამკუთხედის გვერდებია 10 და 15, მათ შორის მდებარე კუთხეა α. იპოვეთ ამ სამკუთხედის α კუთხის ბისექტრისა, თუ $\cos\frac{\alpha}{2}=\frac{1}{3}$.

9.122. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი, თუ მისი გვერდებია 5 და 10, ხოლო ამ გვერდებს შორის მოთავსებული ბისექტრისაა 4.

9.123. ABC სამკუთხედში BC გვერდზე მდებარე M წერტილზე გავლებულია AB და AC გვერდების პარალელური წრფეები. მიღებული პარალელოგრამის ფართობი ABC სამკუთხედის ფართობის $\frac{5}{18}$ ნაწილია. იპოვეთ შეფარდება, რომლითაც M წერტილი ყოფს BC გვერდს.

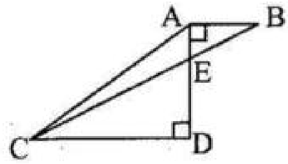
9.124. ABC სამკუთხედის ფართობი 1-ის ტოლია. BC და AC გვერდებზე, შესაბამისად, აღებულია A_1 და B_1 წერტილები ისე, რომ $AB_1:B_1C=1:3$ და $CA_1:A_1B=2:3$. იპოვეთ A_1KB_1C ოთხკუთხედის ფართობი, თუ BB_1 და AA_1 წრფეები K წერტილში იკვეთებიან.



9.125. ABCD ტრაპეციაში (BC||AD) AB=10 სმ, BC=5 სმ, CD=$8\sqrt{2}$ სმ, AD=19 სმ. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი.

9.126. ABCD ტრაპეციაში BC და AD ფუძეებია. AD=10 სმ, BC=5 სმ, AC=9 სმ, BD=12 სმ. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი.

9.127. ნახაზზე მოცემულ ფიგურაზე AD=4, AB=3 და CD=4. იპოვეთ AEC სამკუთხედის ფართობი.



9.128. ტოლფერდა სამკუთხედი ფუძესთან მდებარე კუთხის ბისექტრისით გაყოფილია ორ სამკუთხედად. ფუძესთან მდებარე სამკუთხედის ფართობია $\frac{72}{11}$ სმ^2, ფერდთან მდებარესი – $\frac{60}{11}$ სმ^2. იპოვეთ სამკუთხედის გვერდები.

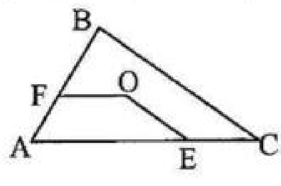
9.129. სამკუთხედის ერთი გვერდის სიგრძეა 8 სმ, მეორესი – 5 სმ. მოყვანილი სიდიდეებიდან რომელი შეიძლება იყოს ამ სამკუთხედის ფართობი?

1) 11 სმ^2 2) 5 სმ^2 3) 40 სმ^2 4) 20 სმ^2. რა უდიდესი ფართობი შეიძლება ჰქონდეს ასეთ სამკუთხედს?

9.130. რა უმცირესი ფართობი შეიძლება ჰქონდეს ისეთ მართკუთხა სამკუთხედს, რომლის ჰიპოტენუზაზე დაშვებული სიმაღლე 5 სმ-ის ტოლია?

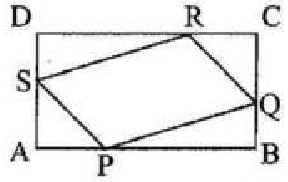
9.131. მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზაა c. რა უდიდესი ფართობი შეიძლება ჰქონდეს მას?

9.132. ABC სამკუთხედში მედიანების გადაკვეთის O წერტილზე გავლებულია გვერდების პარალელური მონაკვეთები ისე, როგორც ნახაზზეა ნაჩვენები. იპოვეთ AFOE ტრაპეციის ფართობი, თუ ABC სამკუთხედის ფართობია 36 სმ^2?



9.133. პარალელოგრამის ფართობი 1-ის ტოლია. დაამტკიცეთ, რომ მისი დიდი დიაგონალი არ არის ნაკლები $\sqrt{2}$-ზე. (მითითება: გამოიყენეთ ფორმულა $S=\frac{1}{2}d_1d_2\sin\alpha$).

9.134. P, Q, R და S წერტილები მართკუთხედის გვერდებს ყოფენ 1:2 შეფარდებით. მართკუთხედის ფართობის რა ნაწილია პარალელოგრამის ფართობი?



9.135. იპოვეთ ტოლფერდა ტრაპეციის დიდ ფუძესთან მდებარე კუთხე, თუ მისი ფართობი იმ მონაკვეთების ნამრავლის ტოლია, რომლებადაც მცირე ფუძის წვეროდან დაშვებული სიმაღლე ყოფს დიდ ფუძეს.

9.136. ABC სამკუთხედში გავლებულია BD და CK სიმაღლეები და D და K წერტილები შეერთებულია. დაამტკიცეთ, რომ ABC და ADK სამკუთხედები მსგავსია. იპოვეთ მსგავსების კოეფიციენტი, თუ $\angle BAC=\alpha$.

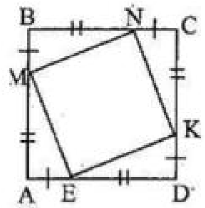
9.137. ABC სამკუთხედში გავლებულია AE და BM სიმაღლეები. ABC სამკუთხედის ფართობის რა ნაწილს შეადგენს CEM სამკუთხედის ფართობი, თუ $\angle C=45°$.

9.138. HKO სამკუთხედის HK გვერდზე აღებულია C წერტილი ისე, რომ HC=6, CK=12 და $\angle COH=\angle OKH$. იპოვეთ OHC სამკუთხედის ფართობი, თუ $\angle H=60°$.

9.139. ტრაპეციის დიაგონალებია 20 და 15, სიმაღლე – 12. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი.

9.140. ტოლფერდა ტრაპეციის დიაგონალი შუაზე ყოფს ტრაპეციის ბლაგვ კუთხეს. ტრაპეციის მცირე ფუძე ტოლია 5 სმ, ხოლო ტრაპეციის პერიმეტრია 56 სმ. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი.

9.141. კვადრატში, რომლის გვერდია 5, ჩახაზულია მეორე კვადრატი ისე, რომ მისი წვეროები პირველი კვადრატის თითოეულ გვერდს ყოფს 2:3 შეფარდებით. გამოთვალეთ ჩახაზული კვადრატის ფართობი.



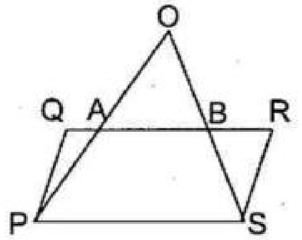
9.142. ABC სამკუთხედის C კუთხის ბისექტრისა AB გვერდს D წერტილში კვეთს. იპოვეთ BCD სამკუთხედის ფართობი, თუ AC=5 სმ, BC=2,5 სმ და CD=2 სმ.

9.143. * ABC სამკუთხედში BC გვერდზე აღებულია M წერტილი ისე, რომ CM:MB=3:2. AB გვერდზე აღებულია N წერტილი, AM და CN მონაკვეთები იკვეთებიან O წერტილში, AO:OM=5:1. იპოვეთ ABC სამკუთხედის ფართობი, თუ NBMO ოთხკუთხედის ფართობი 6-ის ტოლია.

9.144. * MNPQ მართკუთხედის NP და PQ გვერდებზე აღებულია, შესაბამისად, A და B წერტილები ისე, რომ AN:AP=2:3, BQ:BP=1:2. MA და NB მონაკვეთები O წერტილში იკვეთებიან. იპოვეთ OAPB ოთხკუთხედის ფართობი, თუ MNPQ მართკუთხედის ფართობი 285-ის ტოლია.

9.145. ABCD პარალელოგრამის გვერდებზე აღებულია K, L, M, N წერტილები ისე, რომ AK:KB=3:2, BL:LC=1:3, CM:MD=2:1, AN:ND=1:4. იპოვეთ DKN და DLM სამკუთხედების ფართობების შეფარდება.

9.146. POS სამკუთხედის PO და SO გვერდები კვეთენ PQRS პარალელოგრამის QR გვერდს A და B წერტილებში ისე, რომ A არის PO მონაკვეთის შუაწერტილი. იპოვეთ S_{PABS}, თუ $S_{PQRS}=a$, $S_{AOB}=b$.



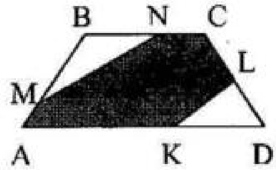
9.147. ABCD ტრაპეციაში (AD||BC) BAD კუთხის ბისექტრისა CD გვერდს M წერტილში კვეთს. იპოვეთ AM მონაკვეთის სიგრძე, თუ BM=8, BC+AD=17, ACM და ADM სამკუთხედებს ტოლი ფართობები აქვთ.

9.148. ABCD პარალელოგრამის CD გვერდის გაგრძელებაზე აღებულია E წერტილი. AE და BC მონაკვეთები F წერტილში იკვეთებიან, AF:FE=3:5. რა შეფარდებით ყოფს AE წრფე ABCD პარალელოგრამის ფართობს?

9.149. L წერტილი ABCD პარალელოგრამის AB გვერდზე ძევს. CL წრფე DA სხივს კვეთს K წერტილში. იპოვეთ ABCD პარალელოგრამის ფართობი, თუ AKL და BLC სამკუთხედების ფართობები შესაბამისად 36-ის 144-ის ტოლია.

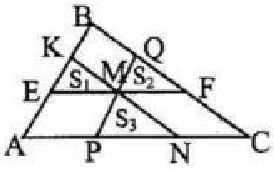
9.150. ABCD ტრაპეციაში (AD||CB) O დიაგონალების გადაკვეთის წერტილია. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი, თუ AOD და BOC სამკუთხედების ფართობებია 36 და 16.

9.151. AD:BC=2:1, AM:MB=1:3, BN:NC=2:1, CL:LD=2:1, AK:KD=3:1. რისი ტოლია გამუქებული ფიგურის ფართობის შეფარდება ტრაპეციის ფართობთან?



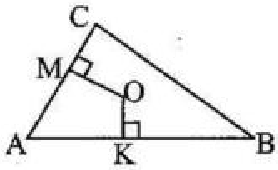
9.152. ტრაპეციის ფუძეები ისე შეეფარდებიან ერთმანეთს, როგორც 1:3. ტრაპეციის ფართობია 32. დიაგონალები ტრაპეციას ოთხ ნაწილად ყოფენ. იპოვეთ უდიდესი ნაწილის ფართობი.

9.153. ABC სამკუთხედის შიგნით მდებარე M წერტილზე გავლებულია გვერდების პარალელური EF, PQ და KN მონაკვეთები. $S_{EKM}=S_1$, $S_{QFM}=S_2$, $S_{PMN}=S_3$. იპოვეთ S_{ABC}.

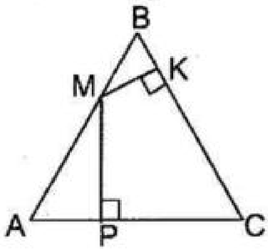


9.154. ABC ტოლფერდა სამკუთხედში BC ფუძეა. BB_1 და CC_1 სიმაღლეები M წერტილში იკვეთებიან. $AB_1=24$, $BB_1=32$. იპოვეთ ABM სამკუთხედის ფართობი.

9.155. ABC სამკუთხედში მედიანების გადაკვეთის O წერტილიდან AB და AC გვერდებზე დაშვებულია მართობები, შესაბამისად, OK და OM. იპოვეთ AB, თუ OK=3, OM=5 და AB+AC=40.

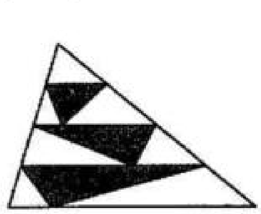


9.156. ტოლგვერდა სამკუთხედის ერთ-ერთ გვერდზე აღებულია M წერტილი, საიდანაც დანარჩენ ორ გვერდზე დაშვებულია MK და MP მართობები. იპოვეთ PK, თუ MP=2MK და სამკუთხედის გვერდი a-ს ტოლია.

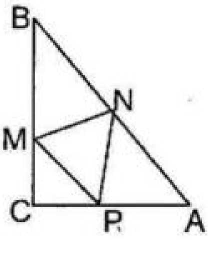


9.157. ABC სამკუთხედის ფართობია 90. AD ბისექტრისა BC გვერდს ყოფს BD:CD=2:3 შეფარდებით. BL მონაკვეთი კვეთს AD ბისექტრისას E წერტილში, AC გვერდს – L წერტილში ისე, რომ AL:CL=1:2. იპოვეთ EDCL ოთხკუთხედის ფართობი.

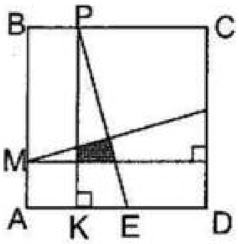
9.158. სამკუთხედის ფართობია S. ფერდი გაყოფილია 4 ტოლ ნაწილად და გავლებულია ფუძის პარალელური წრფეები. რისი ტოლია გამუქებული ნაწილის ფართობი?



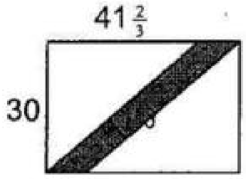
9.159. მართკუთხა ABC ($\angle C=90°$) სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის გვერდებთან შეხების M, N და P წერტილები ერთმანეთთანაა შეერთებული. იპოვეთ MNP სამკუთხედის ფართობი, თუ AC=6სმ და BC=8 სმ.



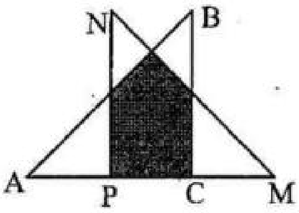
9.160. ABCD კვადრატში ორი ტოლი მართკუთხა სამკუთხედი ისეა ჩახაზული, როგორც ეს ნახაზზეა ნაჩვენები. იპოვეთ სამკუთხედების საერთო ნაწილის ფართობი, თუ AM=AK=KE=2 სმ და PK=7 სმ.



9.161. მიხო პაპას ბაღში, რომლის ზომებია $30\times41\frac{2}{3}$, სურს გააკეთოს 1 მ სიგანის ბილიკი (იხ. ნახაზი). რისი ტოლი იქნება ბილიკის ფართობი?



9.162. ორი ტოლი ABC და MNP მართკუთხა ტოლფერდა სამკუთხედი ისეა განლაგებული, რომ მათი კუთხეების ერთი წყვილი ჰორიზონტალურ წრფეზეა, ხოლო თვითონ სამკუთხედები სიმეტრიული არიან რაღაც ვერტიკალური წრფის მიმართ. (სამკუთხედების განლაგების ერთ-ერთი ვარიანტი ნახაზზეა ნაჩვენები). რისი ტოლია ამ სამკუთხედების საერთო ნაწილის ფართობის მაქსიმუმი, თუ კათეტი 1-ის ტოლია.



9.163. ქვემოთ მოყვანილი წრფივ უტოლობათა სისტემის ამონახსნი გეომეტრიულად მრავალკუთხედს წარმოადგენს. გამოსახეთ სისტემების ამონახსნები საკოორდინატო სიბრტყეზე და იპოვეთ მიღებული მრავალკუთხედის ფართობი.

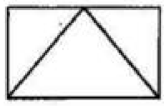
1) $\begin{cases} 1\le x\le 5 \\ -1\le y\le 3 \end{cases}$, 2) $\begin{cases} x+y\le 6 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x+y\ge 0 \\ x-y\le 0, \\ y\le 6 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x+y\ge 0 \\ y-x\le 0, \\ x\le 5 \end{cases}$

5) $\begin{cases} y\le x-3 \\ y\ge 0 \quad, \\ x\le 5 \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 0\le x\le 5 \\ y\ge -4 \quad, \\ y\le -x+3 \end{cases}$ 7) $\begin{cases} y\le -2 \\ y\ge -x-5, \\ 0\le x\le 3 \end{cases}$ 8) $\begin{cases} x-y+1\ge 0 \\ x+y-3\le 0. \\ x+3y+1\ge 0 \end{cases}$

9.164. იპოვეთ y=5x, y=7x და y=1 წრფეებით შექმნილი სამკუთხედის ფართობი.

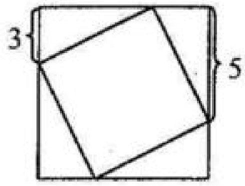
საკონტროლო ტესტი N 9 (ბ)

1. მართკუთხედში ჩახაზულია ტოლგვერდა სამკუთხედი, რომლის გვერდია 5 სმ. იპოვეთ მართკუთხედის ფართობი.



ა) $\frac{25\sqrt{3}}{2}$ სმ^2 ბ) $25\sqrt{3}$ სმ^2 გ) $\frac{25\sqrt{3}}{4}$ სმ^2 დ) $25\sqrt{2}$ სმ^2

2. მცირე კვადრატის წვეროები დიდი კვადრატის გვერდებზე ძევს. იპოვეთ მცირე კვადრატის ფართობი.

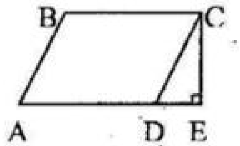


ა) 16 ბ) 28 გ) 34 დ) 36

3. რომბის მახვილი კუთხე არის 30°, ხოლო ჩახაზული წრეწირის რადიუსი 15 სმ. იპოვეთ რომბის ფართობი.

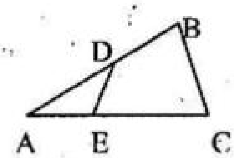
ა) 1800 სმ^2 ბ) 300 სმ^2 გ) 900 სმ^2 დ) 1500 სმ^2

4. პარალელოგრამის გვერდებია 10 სმ და 14 სმ, ხოლო AE=20 სმ. ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომელია პარალელოგრამის ფართობი?



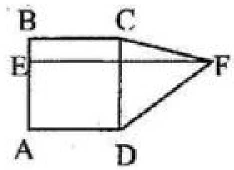
ა) 140 სმ^2 ბ) 124 სმ^2 გ) 112 სმ^2 დ) 108 სმ^2

5. ABC სამკუთხედში AD:BD=3:2, AE:EC=1:3. იპოვეთ ADE და ABC სამკუთხედების ფართობების შეფარდება.



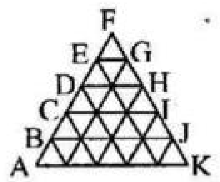
ა) $\frac{1}{15}$ ბ) $\frac{2}{15}$ გ) $\frac{3}{20}$ დ) $\frac{2}{5}$

6. EF ყოფს ABCD კვადრატს ორ მართკუთხედად. CD შუაზე ყოფს EF-ს. თუ AB=6, რას უდრის S_{DCF}?



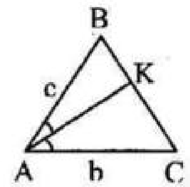
ა) 32 ბ) 24 გ) 18 დ) 12

7. AFK სამკუთხედში ჩახაზულია 25 პატარა ტოლგვერდა სამკუთხედი. $S_{DFH}=10$. რისი ტოლია S_{AFK}?



ა) 250 ბ) 125 გ) 62,5 დ) 100

8. ΔABC-ში $AB=c$, $AC=b$ და AK ბისექტრისაა. იპოვეთ $S_{ABK}:S_{AKC}$.

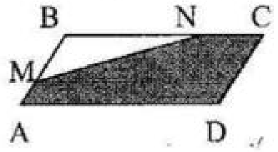


ა) $\frac{c^2}{b^2}$ ბ) 1:1 გ) $\frac{c}{b}\sqrt{2}$ დ) $\frac{c}{b}$

9. სამკუთხედის ორი მედიანა არის ურთიერთპერპენდიკულარული და ტოლი m_1 და m_2-ის. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.

ა) m_1m_2 ბ) $\frac{m_1m_2}{2}$ გ) $\frac{m_1m_2}{3}$ დ) $\frac{2}{3}m_1m_2$

10. ABCD პარალელოგრამის ფართობია 4 მ². AM:MB=1:2, BN:BC=3:4. იპოვეთ გამუქებული ფიგურის ფართობი.



ა) 3 მ^2 ბ) 2,5 მ^2 გ) 2 მ^2 დ) $\sqrt{3}$ მ^2

§10. წესიერი მრავალკუთხედები. წრეწირის სიგრძე. წრის ფართობი. წრეწირში ჩახაზული და მასზე შემოხაზული ფიგურები

ა

10.1. გამოთვალეთ n-კუთხედის შიგა კუთხეების ჯამი, თუ:

1) $n=5$, 2) $n=6$, 3) $n=10$, 4) $n=k+2$.

10.2. წესიერი n–კუთხედის შიგა კუთხის სიდიდეა $144°$. რისი ტოლია n?

10.3. რამდენი დიაგონალი აქვს:

1) ხუთკუთხედს, 2) ექვსკუთხედს, 3) ათკუთხედს; 4) $(k+3)$-კუთხედს.

10.4. წესიერი მრავალკუთხედის შიგა კუთხეების ჯამია $1260°$. რამდენი გვერდი აქვს ამ მრავალკუთხედს და რას უდრის მისი თითოეული შიგა კუთხე?

10.5. წესიერი სამკუთხედის გვერდია $2\sqrt{3}$. იპოვეთ:

1) სამკუთხედის სიმაღლე, 2) ჩახაზული წრეწირის რადიუსი, 3) შემოხაზული წრეწირის რადიუსი.

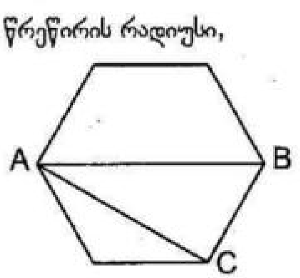
10.6. წესიერი ექვსკუთხედის გვერდია a . იპოვეთ:

1) ექვსკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი, 2) ექვსკუთხედში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი.

10.7. კვადრატის გვერდია 10. იპოვეთ:

1) კვადრატში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი, 2) კვადრატზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი,

10.8. იპოვეთ წესიერი ექვსკუთხედის დიდი AB დიაგონალი და მცირე AC დიაგონალი, თუ ექვსკუთხედის გვერდი m-ის ტოლია.



10.9. იპოვეთ წრის ფართობი თუ:

1) მისი დიამეტრია 5,2 სმ; 2) წრეწირის სიგრძეა 32π სმ.

10.10. იპოვეთ R რადიუსიანი წრიული სექტორის ფართობი, თუ ამ სექტორის შესაბამისი ცენტრალური კუთხეა:

1) $60°$; 2) $90°$; 3) $150°$; 4) $240°$.

10.11. წრის ფართობის რა ნაწილია სექტორის ფართობი, თუ მისი ცენტრალური კუთხეა:

1) $90°$; 2) $180°$; 3) $20°$; 4) $45°$.

10.12. რისი ტოლია სექტორის ცენტრალური კუთხე, თუ მისი ფართობი შეადგენს წრის ფართობის:

1) $\frac{1}{4}$ ნაწილს; 2) $\frac{5}{6}$ ნაწილს; 3) $\frac{2}{3}$ ნაწილს.

10.13. მართკუთხა სამკუთხედის მცირე კათეტი 6 სმ-ის ტოლია. $\frac{5\sqrt{6}}{3}$ სმ რადიუსის მქონე წრეწირის ცენტრი მართი კუთხის წვეროშია. იპოვეთ წრისა და სამკუთხედის საერთო ნაწილის ფართობი.

საკონტროლო ტესტი N 10 (ა)

1. რამდენი დიაგონალის გავლება შეიძლება 8-კუთხედში?

ა) 20 ბ) 16 გ) 15 დ) 14

2. ტოლგვერდა სამკუთხედის სიმაღლეა h. რას უდრის ამ სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი?

ა) h/2 ბ) h/3 გ) 2h/3 დ) ამ მონაცემით არ განისაზღვრება

3. ტოლგვერდა სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის რადიუსია r, შემოხაზული კი R, მაშინ

ა) R=2r ბ) r=R/3 გ) r=R/4 დ) R=r$\sqrt{3}$

4. კვადრატის პერიმეტრი მასში ჩახაზულ წრეწირის დიამეტრზე მეტია

ა) 2-ჯერ ბ) 4-ჯერ გ) 16-ჯერ დ) $\sqrt{2}$-ჯერ

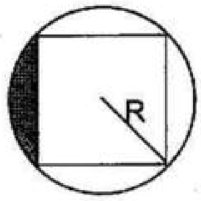
5. კვადრატის პერიმეტრი მასზე შემოხაზულ წრეწირის დიამეტრზე მეტია

ა) 2-ჯერ ბ) 2$\sqrt{2}$-ჯერ გ) 8-ჯერ დ) 3-ჯერ

6. სად მდებარეობს სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის ცენტრი?

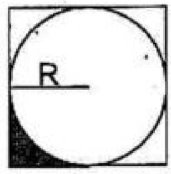
ა) ყოველთვის უდიდესი გვერდის შუაწერტილზე
ბ) ყოველთვის სამკუთხედის შიგნით
გ) გვერდების შუაწერტილების მართობების გადაკვეთის წერტილზე
დ) არცერთი პასუხი არ არის სწორი

7. წრეწირში ჩახაზულია კვადრატი. გამუქებული ფიგურის ფართობია



ა) πR^2-R^2 ბ) $(\pi R^2-R^2)/2$ გ) $4R^2-\pi R^2$ დ) $(\pi R^2-2R^2)/4$

8. კვადრატში ჩახაზულია წრეწირი. გამუქებული ფიგურის ფართობია

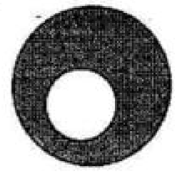


ა) $(4R^2-\pi R^2)/2$ ბ) $(4R^2-\pi R^2)/4$ გ) $2R^2-\pi R^2$ დ) $4R^2-\pi R^2$

9. 9 სმ რადიუსის მქონე წრის ცენტრალური კუთხე არის 40°. რისი ტოლია იმ რკალის სიგრძე, რომელსაც ეს კუთხე ეყრდნობა?

ა) 2 სმ   ბ) π სმ   გ) 2π სმ   დ) 3π სმ

10. რას უდრის გამუქებული ფიგურის ფართობი, თუ დიდი წრის რადიუსია 5 სმ, მეორესი კი 2 სმ.



ა) 3π სმ^2 ბ) 9π სმ^2 გ) 21π სმ^2 დ) 21 სმ^2

გ

10.14. წესიერი n–კუთხედის შიგა კუთხის სიდიდეა 108°. რამდენი დიაგონალი აქვს მას?

10.15. რისი ტოლია წესიერ n-კუთხედში გავლებული ისეთი დიაგონალების რაოდენობა, რომლებიც არ გადიან ცენტრზე, თუ:
1) $n=6$;   2) $n=12$;   3) $n=24$.

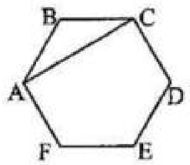
10.16.

1) წესიერ სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის რადიუსია $\sqrt{3}$. იპოვეთ ამ სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი და სამკუთხედის პერიმეტრი.

2) წესიერ სამკუთხედზე შემოხაზული და მასში ჩახაზული წრეწირების რადიუსების სხვაობა ტოლია $\sqrt{3}$ სმ-ის. იპოვეთ სამკუთხედის გვერდი და ფართობი.

10.17. წესიერი ექვსკუთხედის გვერდია 5 სმ. იპოვეთ მისი ტოლდიდი წესიერი სამკუთხედის გვერდი.

10.18. ABCDEF წესიერი ექვსკუთხედის AC დიაგონალის სიგრძეა $10\sqrt{3}$ სმ. იპოვეთ ამ ექვსკუთხედის ფართობი.



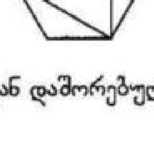
10.19. იპოვეთ R რადიუსიან წრეწირში ჩახაზული:

1) წესიერი სამკუთხედის გვერდი;   2) წესიერი ექვსკუთხედის გვერდი.

10.20. წრეწირში ჩახაზულია კვადრატი და წესიერი სამკუთხედი. სამკუთხედის ფართობია $10\sqrt{3}$ სმ^2. იპოვეთ კვადრატის ფართობი.

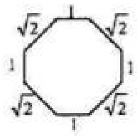
10.21. როგორ შეეფარდება ერთმანეთს კვადრატის და წესიერი ექვსკუთხედის ფართობები, თუ მათი პერიმეტრები ტოლია?

10.22. წესიერი ექვსკუთხედის წვეროები თითოს გამოტოვებით შეერთებულია. მიღებული სამკუთხედის ფართობია $27\sqrt{3}$ სმ^2. იპოვეთ ექვსკუთხედის ფართობი.



10.23. წესიერი სამკუთხედის ბისექტრისების გადაკვეთის წერტილი სამკუთხედის წვეროდან დაშორებულია 5 სმ-ით. იპოვეთ მისი ფართობი.

10.24. ნახაზზე მოცემულია რვაკუთხედი, რომლის ყველა კუთხე ტოლია. იპოვეთ მისი ფართობი.



10.25. წრეწირში ჩახაზული წესიერი თორმეტკუთხედის ფართობია $18\sqrt{2}$ სმ^2. იპოვეთ იმავე წრეწირში ჩახაზული წესიერი რვაკუთხედის ფართობი.

10.26. წრეწირში ჩახაზული წესიერი n–კუთხედის გვერდია 12 სმ და წრეწირის ცენტრიდან ჩანს $24°$-იანი კუთხით. იპოვეთ ამ n–კუთხედის პერიმეტრი.

10.27. წესიერ ექვსკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსია 8 სმ. იპოვეთ ამ ექვსკუთხედში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი.

10.28. წრეწირში ჩახაზული წესიერი ოთხკუთხედის ფართობია 96 სმ^2. იპოვეთ ამავე წრეწირზე შემოხაზული წესიერი ექვსკუთხედის ფართობი.

10.29. წრეწირის სიგრძეა 8π მ. იპოვეთ ამ წრეწირის დიამეტრი.

10.30. 2 მ სიგრძის რკინის ნაჭრისაგან გააკეთეს წრეწირის ფორმის სალტე. რისი ტოლია მისი დიამეტრი?

10.31. კვადრატის ფართობია 4π. რისი ტოლია მისი ტოლდიდი წრის დიამეტრი?

10.32. იპოვეთ $R=5$ სმ რადიუსიანი წრეწირის $90°$–იანი რკალის სიგრძე.

10.33. წრეწირის რადიუსია 2 სმ. იპოვეთ ამ წრეწირის რკალის გრადუსული ზომა, თუ ამ რკალის სიგრძეა:

1) 2π სმ 2) $\frac{1}{4}\pi$ სმ.

10.34. რისი ტოლია რადიუსი, თუ წრის ფართობი რიცხობრივად წრეწირის სიგრძის ტოლია?

10.35. იპოვეთ წრეწირის სიგრძე და დიამეტრი, თუ მისი $72°$–იანი რკალის სიგრძეა 45π სმ.

10.36. წრეწირში გავლებულია 10 სმ სიგრძის ქორდა. იპოვეთ მის მიერ მოჭიმული რკალის სიგრძე, თუ რკალის გრადუსული ზომაა:

1) $60°$; 2) $90°$.

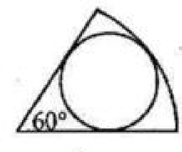
10.37. რკალის სიგრძეა 6π სმ. იპოვეთ მისი შესაბამისი ქორდა, თუ რკალის გრადუსული ზომაა:

1) $60°$; 2) $90°$.

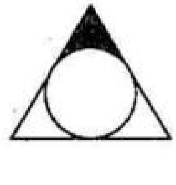
10.38. იპოვეთ წრის ფართობი, თუ მასში ჩახაზული კვადრატის ფართობია $\frac{32}{\pi}$ სმ^2.

10.39. $R=2\sqrt{3}$ სმ რადიუსიანი წრეწირის AB რკალის სიგრძეა $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$ სმ. იპოვეთ AB ქორდის სიგრძე.

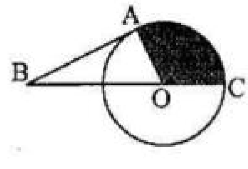
10.40. წრიულ სექტორში, რომლის ცენტრალური კუთხეა $60°$, ჩახაზულია წრეწირი. იპოვეთ წრეწირის რადიუსი, თუ სექტორის რადიუსია a.



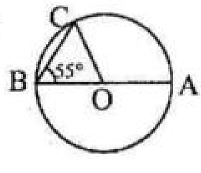
10.41. ტოლგვერდა სამკუთხედში ჩახაზულია წრეწირი. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი, თუ გამუქებული ფიგურის ფართობი $12(3\sqrt{3}-\pi)$-ის ტოლია.



10.42. წრეწირის რადიუსია 6 სმ. წრეწირის გარეთ მდებარე B წერტილიდან ამ წრეწირისადმი გავლებულია BA მხები. BC მონაკვეთი წრეწირის O ცენტრზე გადის. იპოვეთ AC მცირე რკალით და OA და OC რადიუსებით შემოსაზღვრული სექტორის ფართობი, თუ $\angle ABO=30°$.



10.43. A, B და C წერტილები წრეწირზე მდებარეობენ. O წერტილი ამ წრეწირის ცენტრია, AB მონაკვეთი – მისი დიამეტრი. რისი ტოლია AOC სექტორის ფართობი, თუ $\angle ABC=55°$ და წრეწირის რადიუსია 5 სმ.



10.44. წრეწირის სიგრძეა $4\sqrt{3}\pi$ სმ. იპოვეთ შესაბამისი წრის 60°-იანი ცენტრალური კუთხის შესაბამისი სექტორის ფართობი.

10.45. მოცემული წრეწირის რადიუსია 20 სმ. AB ამ წრეწირში ჩახაზული წესიერი n–კუთხედის გვერდია. იპოვეთ გამუქებული ფიგურის ფართობი თუ:
1) $n=6$ 2) $n=3$ 3) $n=4$.

10.46. მართკუთხედის პერიმეტრია 14 სმ. მასზე შემოხაზული წრეწირის სიგრძე – 5π სმ. იპოვეთ მართკუთხედის ფართობი.

10.47. მართკუთხედის ფართობია 35 სმ^2. მასზე შემოხაზული წრეწირის სიგრძე – $\sqrt{74}\,\pi$ სმ. იპოვეთ მართკუთხედის გვერდები.

10.48. მართკუთხა სამკუთხედის მახვილი კუთხეა α, ფართობი – $\frac{16}{\pi^2}$. იპოვეთ სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის სიგრძე, თუ $\sin 2\alpha=1/4$?

10.49. მოცემულია საერთო ცენტრის მქონე r და R რადიუსებიანი ორი წრეწირი. გამუქებული რგოლის ფართობი მცირე წრის ფართობის ტოლია. იპოვეთ r: R.

10.50. ოთხკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის სამი მომდევნო რკალის გრადუსული ზომებია 40°, 90° და 130°. იპოვეთ ამ ოთხკუთხედის კუთხეები.

10.51. წრეწირში ჩახაზული ABCD ოთხკუთხედის A, B და C კუთხეები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 4:3:1. იპოვეთ ამ ოთხკუთხედის კუთხეები.

10.52. ABCD ოთხკუთხედის B და D კუთხეები მართია. AC დიაგონალი AB გვერდთან 40°-იან კუთხეს ადგენს, AD გვერდთან – 30°-იან კუთხეს. იპოვეთ კუთხე AC და BD დიაგონალებს შორის.

10.53. წრეწირზე შემოხაზული ოთხკუთხედის სამი მომდევნო გვერდის სიგრძეებია 12 სმ, 22 სმ და 15 სმ. იპოვეთ ოთხკუთხედის მეოთხე გვერდი.

10.54. წრეწირზე შემოხაზული ოთხკუთხედის პერიმეტრია 20 სმ. ორი მოპირდაპირე გვერდის სიგრძე ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 3:2. იპოვეთ ეს ორი გვერდი.

10.55. წრეწირზე შემოხაზული ტოლფერდა ტრაპეციის ფერდია 12 სმ. დიდი ფუძე მცირე ფუძეზე 2-ჯერ გრძელია. იპოვეთ ტრაპეციის ფუძეები.

10.56. რომბის გვერდია 10 სმ, მახვილი კუთხე – 30°. იპოვეთ ჩახაზული წრის ფართობი.

10.57. მართკუთხა ტრაპეციაში ჩახაზულია 10 სმ რადიუსის წრეწირი. იპოვეთ ტრაპეციის შუამონაკვეთი, თუ ტრაპეციის მახვილი კუთხე 30°-ის ტოლია.

10.58. ტრაპეციაში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი არის 6 სმ, ხოლო ფერდების ჯამი 30 სმ. იპოვეთ ფართობი.

10.59. მართკუთხა ტრაპეციაში ჩახაზულია 9 სმ რადიუსის წრეწირი. იპოვეთ ტრაპეციის მახვილი კუთხე, თუ ტრაპეციის შუამონაკვეთია 27 სმ.

10.60. წრეწირზე შემოხაზული მართკუთხა ტრაპეციის მახვილი კუთხეა $60°$. იპოვეთ ტრაპეციის პერიმეტრი, თუ მანძილი წრეწირის ცენტრიდან ტრაპეციის ბლაგვი კუთხის წვერომდე არის $10(2-\sqrt{3})$ სმ.

10.61.

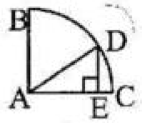
1) წრეწირზე შემოხაზული მართკუთხა ტრაპეციის მახვილი კუთხეა $30°$. იპოვეთ ტრაპეციის პერიმეტრი, თუ მანძილი წრეწირის ცენტრიდან ტრაპეციის მართი კუთხის წვერომდე არის $7\sqrt{2}$ სმ.

2) რომბის ფართობია $\frac{8}{\pi}$, მასში ჩახაზული წრის ფართობი – $\sqrt{3}$. იპოვეთ რომბის მახვილი კუთხის გრადუსული ზომა.

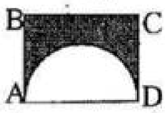
10.62. რომბში ჩახაზულია წრეწირი, ამ წრეწირში – კვადრატი. იპოვეთ რომბის მახვილი კუთხის გრადუსული ზომა, თუ კვადრატის ფართობი ოთხჯერ ნაკლებია რომბის ფართობზე.

10.63. $30°$-იანი მახვილი კუთხის მქონე რომბში ჩახაზულია წრეწირი, ამ წრეწირში – კვადრატი. იპოვეთ რომბის ფართობის შეფარდება კვადრატის ფართობთან.

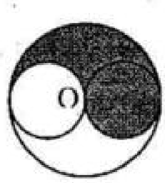
10.64. მოცემულია წრის მეოთხედი. AD რადიუსი ტოლია 4-ის, $DE=2\sqrt{3}$. იპოვეთ CD რკალის სიგრძე.



10.65. ABCD მართკუთხედის პერიმეტრია 26. AD დიამეტრის მქონე ნახევარწრის ფართობია 8π. რისი ტოლია გამუქებული ფიგურის ფართობი?

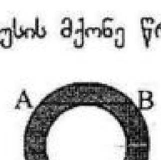


10.66. წრეწირში ჩახაზული ორი მცირე წრეწირი, რომელთა რადიუსებია 4 სმ, ეხებიან ერთმანეთს და ეხებიან დიდ წრეწირს, რომლის ცენტრია O. რისი ტოლია დაშტრიხული ფიგურის ფართობი?

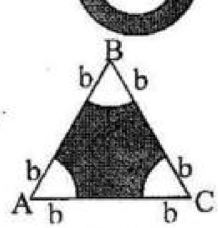


10.67. ტოლგვერდა სამკუთხედის გვერდია 9 სმ. მისი წვერო წარმოადგენს 3 სმ რადიუსის მქონე წრის ცენტრს. იპოვეთ წრისა და სამკუთხედის თანაკვეთის ფართობი.

10.68. მოცემულია საერთო ცენტრის მქონე ორი წრეწირი. AB=10 სმ სიგრძის ქორდა მცირე წრეწირის მხებია. რას უდრის გამუქებული რგოლის ფართობი?



10.69. ABC ტოლგვერდა სამკუთხედია. იპოვეთ გამუქებული ფიგურის ფართობი, თუ სამკუთხედის გვერდი a-ს ტოლია, თითოეულ წვეროსთან შემოწერილია b რადიუსიანი რკალი.

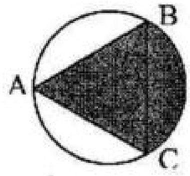


10.70. ნახევარწრის ფართობია Q. AB და CD რკალების გრადუსული ზომა $30°$-ის ტოლია. იპოვეთ გამუქებული ფიგურის ფართობი.

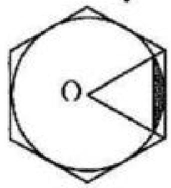
10.71. სამკუთხედის ერთ-ერთი კუთხე დანარჩენი ორი კუთხის სხვაობის ტოლია. უმცირესი გვერდი 1-ის ტოლია, დანარჩენ ორ გვერდზე აგებულ კვადრატთა ფართობების ჯამი ორჯერ მეტია ამ სამკუთხედზე შემოხაზული წრის ფართობზე. იპოვეთ სამკუთხედის უდიდესი გვერდის სიგრძე.

10.72. ABC სამკუთხედში AH ბისექტრისა BE მედიანას ყოფს BK:KE=2 ფარდობით, ხოლო $\angle ACB=30°$. იპოვეთ BCE სამკუთხედის ფართობის ფარდობა მასზე შემოხაზული წრის ფართობთან.

10.73. ABC წესიერი სამკუთხედია, რომლის გვერდია 6. რისი ტოლია გამუქებული ფიგურის ფართობი?

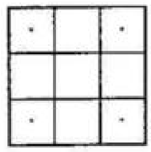


10.74. წესიერ ექვსკუთხედში, რომლის გვერდია 2, ჩახაზულია წრე. რისი ტოლია გამუქებული ფიგურის ფართობი?

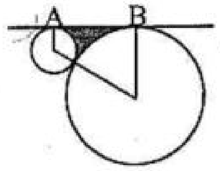


10.75. იპოვეთ მართკუთხა სამკუთხედში ჩახაზული წრის ფართობი, თუ კათეტების გეგმილები ჰიპოტენუზაზე უდრის 9 მ და 16 მ.

10.76. კვადრატი, რომლის გვერდია 9, გაყოფილია 9 ტოლ კვადრატად. კუთხეებში მოთავსებული კვადრატების ცენტრებზე გავლებულია წრეწირი. იპოვეთ ამ წრის ფართობი.

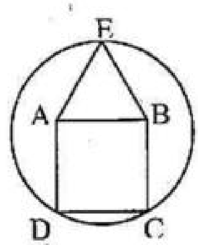


10.77. r და $3r$ რადიუსების მქონე წრეწირები ერთმანეთს გარედან ეხება. იპოვეთ გამუქებული ფიგურის ფართობი, თუ AB ამ წრეწირების საერთო მხებია.



10.78. წრეწირზე შემოხაზულია ტოლფერდა ტრაპეცია, რომლის ერთი კუთხეა 150° და შუამონაკვეთი 20 სმ-ის ტოლია. იპოვეთ წრის ფართობი.

10.79. ABCD კვადრატის გარეთ AB გვერდზე აგებულია AEB ტოლგვერდა სამკუთხედი. რისი ტოლია იმ წრეწირის რადიუსი, რომელიც გადის C, E და D წერტილებზე, თუ კვადრატის გვერდია a.



10.80. ტრაპეცია, რომლის ფუძეები BC=3 და AD=9 ისეთია, რომ შეიძლება ჩაიხაზოს და შემოიხაზოს წრეწირი. იპოვეთ შემოხაზული წრის ფართობი.

საკონტროლო ტესტი N 10 (ბ)

1. წესიერი ექვსკუთხედის პერიმეტრი რამდენჯერ არის მეტი მის მცირე დიაგონალზე?

ა) 3-ჯერ ბ) $2\sqrt{3}$-ჯერ გ) $3\sqrt{2}$-ჯერ დ) 4-ჯერ

2. რისი ტოლია წესიერი ექვსკუთხედის დიდი და მცირე დიაგონალების ჯამი, თუ ექვსკუთხედის გვერდი a-ს ტოლია?

ა) $2a+a\sqrt{3}$ ბ) $a+a\sqrt{3}$ გ) $a\sqrt{3}+a\sqrt{2}$ დ) $a+2a\sqrt{3}$

3. მოცემულია ABC მართკუთხა სამკუთხედი $\angle C=90°$. მასში ჩახაზულია წრეწირი, რომლის ცენტრია O წერტილი. AB=13, AC=12. OB-ს წრეწირთან გადაკვეთის წერტილია D. იპოვეთ BD.

ა) 5 ბ) $\sqrt{5}$ გ) $\sqrt{13}$ დ) $\sqrt{13}-2$

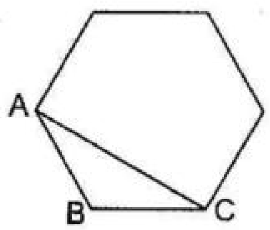
4. ΔABC- ში ჩახაზულია წრეწირი, რომელიც ეხება მის გვერდებს K, L, M წერტილებში. მაშინ ΔKLM არის

ა) მართკუთხა ბ) მახვილკუთხა გ) ბლაგვკუთხა დ) ტოლგვერდა

5. ოთხკუთხედის ერთ-ერთი კუთხე 90°-ია და ამ ოთხკუთხედზე შემოხაზულია წრეწირი. მაშინ ეს ოთხკუთხედი არის:

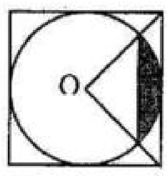
ა) კვადრატი ბ) რომბი გ) მართკუთხედი დ) არა აუცილებლად მართკუთხედი

6. ნახაზზე გამოსახულია წესიერი ექვსკუთხედი. რამდენჯერაა მეტი ამ ექვსკუთხედის ფართობი ABC სამკუთხედის ფართობზე?



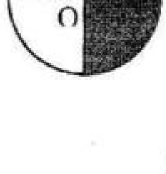
ა) 3-ჯერ ბ) 4-ჯერ გ) $2\sqrt{3}$-ჯერ დ) 6-ჯერ

7. კვადრატში, რომლის გვერდია 2, ჩახაზულია წრე. რისი ტოლია გამუქებული ფიგურის ფართობი?



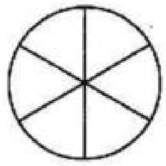
ა) $\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}$ ბ) $\frac{\pi}{2}-1$ გ) $\frac{\pi}{4}-1$ დ) $\pi-\frac{1}{2}$

8. O ცენტრის მქონე წრეწირის სიგრძე არის 2π. რისი ტოლია გამუქებული ფიგურის ფართობი?



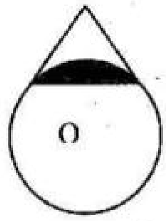
ა) $\frac{1}{2}$ ბ) 1 გ) $\frac{\pi}{4}$ დ) $\frac{1}{4}$

9. 16π ფართობის მქონე წრე გაყოფილია ექვს ტოლ ნაწილად. რისი ტოლია ერთი ასეთი ნაწილის პერიმეტრი?



ა) $8+\pi$ ბ) $8+\frac{4\pi}{3}$ გ) $4+2\pi$ დ) $4+\frac{6}{\pi}$

10. ტოლგვერდა სამკუთხედის გვერდია $\sqrt{3}$ სმ. მის ორ წვეროსა და ბისექტრისების გადაკვეთის წერტილზე შემოხაზულია წრეწირი. იპოვეთ სამკუთხედისა და წრის თანაკვეთის ფართობი.



ა) $\frac{4\pi}{3}-\sqrt{3}$ ბ) $\sqrt{3}(\pi-1)$ გ) $\frac{\pi}{3}-\frac{1}{4}$ დ) $\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}$

§ 11. ვექტორები სიბრტყესა და სივრცეში

ა

11.1.

1) ABC სამკუთხედში თუ $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ და $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$. იპოვეთ $\overrightarrow{AC}$.

2) ABCD პარალელოგრამში $\overrightarrow{AB}=\vec{m}$ და $\overrightarrow{AD}=\vec{n}$. იპოვეთ $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BD}$.

11.2. იპოვეთ ვექტორების ჯამი:

1) $\overline{a}\,(0,5;3)$ და $\overline{b}\,(2;-4)$, 2) $\overline{a}\,(-3;2)$ და $\overline{b}\,(2;-1)$,

3) $\overline{a}\,(-2;4;1)$ და $\overline{b}\,(3,5;1;-7)$, 4) $\overline{a}\,(1;1;1)$ და $\overline{b}\,(3;3;3)$.

11.3. იპოვეთ $2\overline{a}-\overline{b}$ ვექტორის კოორდინატები, თუ:

1) $\overline{a}\,(2;3;-1)$ და $\overline{b}\,(0;1;4)$, 2) $\overline{a}\,(13;-12)$ და $\overline{b}\,(0;5)$.

11.4. იპოვეთ $\overline{s}=-\overline{b}+2\overline{a}$ ვექტორის კოორდინატები, თუ:

1) $\overline{a}\,(2;-3;5)$ და $\overline{b}\,(-1;4;3)$, 2) $\overline{a}\,(2;3;-1)$ და $\overline{b}\,(0;1;4)$.

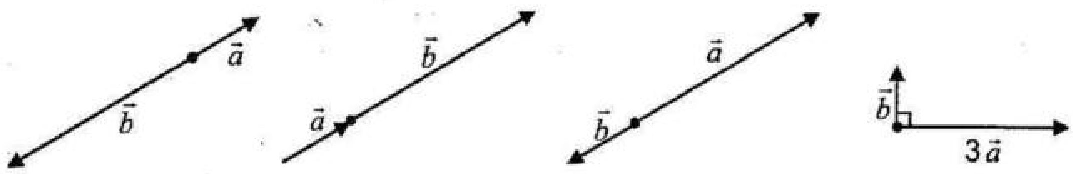
11.5.

1) მოცემულია $A(3;1)$ და $B(0;4)$ წერტილები. იპოვეთ $\overrightarrow{AB}$ და $\overrightarrow{BA}$ ვექტორების კოორდინატები.

2) მოცემულია $P(-1;5;0)$ და $Q(5;-1;5)$ წერტილები. იპოვეთ $\overrightarrow{PQ}$ და $\overrightarrow{QP}$ ვექტორების კოორდინატები.

11.6. რომელი ნახაზი შეიძლება შეესაბამებოდეს ტოლობას $\vec{a}=-3\vec{b}$?

ა) ბ) გ) დ)



11.7. იპოვეთ ვექტორების სიგრძეები: $\vec{a}(-5;5)$, $\vec{b}(0;-2;2)$, $\vec{c}(\sqrt{2};\sqrt{3};\sqrt{7})$.

11.8. იპოვეთ $\vec{c}=\vec{a}-\vec{b}$, ვექტორის სიგრძე, თუ $\vec{a}(1;-4)$, $\vec{b}(-4;8)$.

11.9. იპოვეთ $\overline{a}+\overline{b}$ ვექტორის სიგრძე, თუ:

1) $\overline{a}\,(2;5)$ და $\overline{b}\,(4;3)$, 2) $\overline{a}\,(2;3;-1)$ და $\overline{b}\,(1;-3;5)$.

11.10. მოცემულია $\overline{a}\,(3;0;2)$ და $\overline{b}\,(0;1;-1)$ ვექტორები. იპოვეთ ვექტორები:

1) $-2\overline{a}+4\overline{b}$, 2) $5\overline{a}-10\overline{b}$.

11.11. იპოვეთ ვექტორების სკალარული ნამრავლი:

1) $\vec{a}(0;3)$ და $\vec{b}(7;4)$, 2) $\vec{a}(5;-3)$ და $\vec{b}(-3;5)$.

11.12. იპოვეთ $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორებს შორის კუთხის კოსინუსი, თუ:

1) $|\vec{a}|=5$, $|\vec{b}|=3$, $\vec{a}\cdot\vec{b}=8$, 2) $|\vec{a}|=6$, $|\vec{b}|=8$, $\vec{a}\cdot\vec{b}=-2$.

საკონტროლო ტესტი N 11 (ა)

1. იპოვეთ $\vec{a}(1;-1;1)$ ვექტორის სიგრძე.

ა) 3 ბ) 1 გ) $\sqrt{3}$ დ) $\sqrt{2}$

2. $\vec{b}$ (0;3) ვექტორის თანამიმართული ვექტორია

ა) (0;-3) ბ) (3;3) გ) (-3;0) დ) (0;5)

3. შეადარეთ $\vec{a}(1;1;0)$ და $\vec{b}$ (0;0;2) ვექტორების სიგრძეები

ა) $|\vec{a}|>|\vec{b}|$ ბ) $|\vec{a}|<|\vec{b}|$ გ) $|\vec{a}|=|\vec{b}|$ დ) შედარება შეუძლებელია

4. $\overrightarrow{AB}$ ვექტორის სიგრძე, სადაც $A(a_1;a_2)$ და $B(b_1;b_2)$ ტოლია

ა) $(b_1-a_1;b_2-a_2)$ ბ) $\sqrt{(a_1+b_1)^2+(a_2+b_2)^2}$

გ) $a_1b_1+a_2b_2$ დ) $\sqrt{(b_1-a_1)^2+(b_2-a_2)^2}$

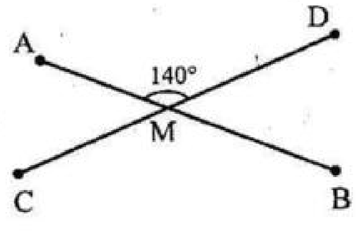
5. (1;0;1) და (2;0;2) ვექტორები

ა) თანამიმართულია ბ) საწინააღმდეგოდაა მიმართული გ) მართობულია დ) არცერთი ჩამოთვლილთაგან

6. ABCD ოთხკუთხედი პარალელოგრამია. ვექტორთა რომელი წყვილია ერთნაირად მიმართული?

ა) $\overline{AB}$ და $\overline{CD}$ ბ) $\overline{BC}$ და $\overline{AD}$ გ) $\overline{AB}$ და $\overline{BC}$ დ) $\overline{AD}$ და $\overline{DC}$

7. შემდეგი სიდიდეებიდან რომელია დადებითი?

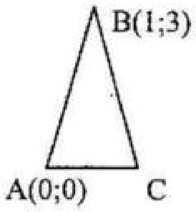


ა) $\overline{MA}\cdot\overline{MB}$ ბ) $\overline{MD}\cdot\overline{MC}$ გ) $\overline{MA}\cdot\overline{MC}$ დ) $\overline{MB}\cdot\overline{MC}$

8. ცნობილია, რომ $\vec{a}$ და $\vec{b}$ პარალელური ვექტორებია. რისი ტოლი შეიძლება იყოს კუთხე მათ შორის?

ა) 30° ბ) 60° გ) 180° დ) 120°

9. ABC ტოლფერდა სამკუთხედში $AB=BC$ და AC პარალელურია OX ღერძის. იპოვეთ $\overline{CB}$-ს კოორდინატები.



ა) (–1;3) ბ) (2;0) გ) (0;2) დ) (0;1)

10. $\overline{a}$ და $\overline{b}$ ვექტორების სიგრძეები არის 10 და 15, მათ შორის კუთხეა 60°. იპოვეთ $\overline{a}\cdot\overline{b}$ სკალარული ნამრავლი.

ა) 45 ბ) 75 გ) $45\sqrt{2}$ დ) 45

ბ

11.13.

1) ABC სამკუთხედში $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$. M წერტილი AC გვერდზე ისეა აღებული, რომ AM:MC=1:2. გამოსახეთ $\overrightarrow{MB}$ ვექტორი $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორების საშუალებით.

2) O წერტილი ABC სამკუთხედების მედიანების გადაკვეთის წერტილია. $\overrightarrow{AB}=\vec{m}$ და $\overrightarrow{AC}=\vec{n}$. გამოსახეთ $\overrightarrow{OA}$ და $\overrightarrow{OC}$ ვექტორები $\vec{m}$ და $\vec{n}$ ვექტორების საშუალებით.

11.14. რას უდრის m, თუ $\vec{a}(3;m)$ ვექტორის სიგრძე $\vec{b}(1;5)$ ვექტორის სიგრძის ტოლია?

11.15. m-ის რა მნიშვნელობისათვის არ აღემატება $\overline{a}(-2;2m;3)$ ვექტორის სიგრძე $\overline{b}(-m;5;6)$ ვექტორის სიგრძეს?

11.16. მოცემულია $\overline{a}(4;1)$ ვექტორი. იპოვეთ $\overline{b}(b_1,b_2)$, რომელსაც სამჯერ მეტი სიგრძე აქვს და

1) $\overline{a}$ და $\overline{b}$ ერთნაირადაა მიმართული,

2) $\overline{a}$ და $\overline{b}$ მოპირდაპირედაა მიმართული.

11.17. $k\overline{a}$ ვექტორის სიგრძე არის 5, იპოვეთ k, თუ:

1) $\overline{a}(-6;-8)$, 2) $\overline{a}(-5;12)$.

11.18. მოცემულია ორი $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორი, $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=5$. ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომელია ყოველთვის ჭეშმარიტი?

ა) $0\le\vec{a}\cdot\vec{b}\le\sqrt{15}$, ბ) $-\sqrt{15}\le\vec{a}\cdot\vec{b}\le\sqrt{15}$, გ) $-15\le\vec{a}\cdot\vec{b}\le 15$, დ) $-5\le\vec{a}\cdot\vec{b}\le 5$.

11.19. ცნობილია, რომ $\overline{a}(n;1)$ და $\overline{b}(4;n)$ ვექტორები ერთნაირადაა მიმართული და ერთ წრფეზე მდებარეობს. რისი ტოლია n? (მითითება: ერთ წრფეზე მდებარე ვექტორებისათვის $\overline{a}=k\overline{b}$, რომელიღაც k რიცხვისათვის).

11.20. იპოვეთ ვექტორი, რომელიც (3;-5) ვექტორის საწინააღმდეგოდაა მიმართული და მისი სიგრძე 20-ის ტოლია.

11.21. იპოვეთ k, თუ:

1) $\vec{a}(3;5-k)$ და $\vec{b}(2;7)$ ვექტორების სკალარული ნამრავლი -1-ის ტოლია,

2) $\vec{a}(5;2;k)$ და $\vec{b}(1;k;3)$ ვექტორების სკალარული ნამრავლი 0-ის ტოლია.

11.22. მოცემულია $\overline{a}(4;3)$ და $\overline{b}(6;8)$ ვექტორები. იპოვეთ ამ ვექტორებს შორის კუთხის კოსინუსი.

11.23. იპოვეთ კუთხე $\overrightarrow{AB}$ და $\overrightarrow{BC}$ ვექტორებს შორის, თუ $A(5;2)$, $B(1;2)$ და $C(3;4)$.

11.24. იპოვეთ k, თუ $\vec{a}(0;1)$ და $\vec{b}(1;3k)$ ვექტორებს შორის კუთხის კოსინუსი 2/3-ის ტოლია.

11.25. $\bar{a}$ (n;m) არის არანულოვანი ვექტორი. რისი ტოლია კუთხე $\bar{a}$ ვექტორსა და $\bar{b}$ (–m;n) ვექტორს შორის?

11.26.

1) იპოვეთ a, თუ ცნობილია, რომ $\vec{p}(a;4)$ და $\vec{q}\left(2;\dfrac{a^2+1}{4}\right)$ ვექტორები ურთიერთმართობულია,

2) x-ის რა მნიშვნელობებისათვის არის $\vec{a}(x;-2;1)$ და $\vec{b}(x;-x;1)$ ვექტორები პერპენდიკულარული.

11.27. იპოვეთ m-ის ყველა მნიშვნელობათა ჯამი, რომლისთვისაც $\bar{a}$ (m+1;1;–1) და $\bar{b}$ (m;–m;–2m+3) ვექტორები ურთიერთ მართობულია.

11.28.

1) იპოვეთ კუთხე $\vec{b}(\sqrt{2};\sqrt{6})$ ვექტორსა და oy ღერძს შორის.

2) იპოვეთ კუთხე $\bar{a}$ (1;1;$\sqrt{6}$) ვექტორსა და OZ ღერძს შორის.

11.29. იპოვეთ k-ს ყველა მნიშვნელობა, რომლისთვისაც $\bar{p}$ (–1;2x;x^2) და $\bar{q}$ (5;k;k) ვექტორები ნებისმიერი x-ისათვის ქმნიან მახვილ კუთხეს.

11.30. იპოვეთ $\bar{a}$ (3;–3;–2) და $\bar{b}$ (1;2;–1) ვექტორებზე აგებული პარალელოგრამის დიდი დიაგონალის სიგრძე.

11.31. მოცემულია $\bar{a}$ (3;2) ვექტორი და A(1;4) წერტილი. იპოვეთ $\overline{AB}\cdot\bar{a}$ სკალარული ნამრავლი, თუ ცნობილია, რომ B წერტილი ძევს OX ღერძზე და $\overline{AB}$ და $\bar{a}$ პარალელური ვექტორებია.

11.32. მოცემულია წერტილები $A(-2;4)$, $B(0;-1)$ და $C(1;1)$. იპოვეთ $D(x;y)$ წერტილი, თუ $\overrightarrow{CD}=-2\cdot\overrightarrow{AB}$.

11.33. იპოვეთ x და y, თუ A წერტილის კოორდინატებია $(x;-3)$, B წერტილის - (2;-7), ხოლო $\overrightarrow{AB}(5;y)$.

11.34. მოცემულია სამი წერტილი $A(1;1)$, $B(-1;0)$ და $C(0;1)$. იპოვეთ ისეთი $D(x;y)$ წერტილი, რომ შესრულდეს პირობა $\overrightarrow{AB}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{CD}$.

11.35. მოცემულია $\overrightarrow{AB}(40a;6;a)$ და $\overrightarrow{BC}(2a^2;-3;5)$ ვექტორები. იპოვეთ a, თუ A, B და C წერტილები ერთ წრფეზე მდებარეობენ.

11.36. ერთ წრფეზე მდებარე A, B და C წერტილებისთვის გაარკვიეთ რომელი მდებარეობს დანარჩენ ორს შორის, თუ:

ა) $\overrightarrow{AB}(0,1;-1;3)$ და $\overrightarrow{BC}(-0,3;3;-9)$;

ბ) $\overrightarrow{AB}(2;-1;0)$ და $\overrightarrow{BC}(-1;0,5;0)$;

გ) $\overrightarrow{AB}(4;0;-3)$ და $\overrightarrow{BC}(2;0;-1,5)$;

11.37. მოცემულია ოთხი წერტილი A(–4;0), B(2;–3), C(–1;1) და D(3;2). იპოვეთ სკალარული ნამრავლი $(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BD})(\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{CB})$.

11.38. ABCD პარალელოგრამში მოცემულია $\overline{BC}$ (1;0;5) და D(3;0;–30). იპოვეთ A წვეროს კოორდინატები.

11.39. ABCD პარალელოგრამია. იპოვეთ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}$.

11.40. იპოვეთ $\bar{a}$ (1;1;$\sqrt{6}$) და $\bar{b}$ (0;0;1) ვექტორებზე აგებული პარალელოგრამის ფართობი.

11.41. $\bar{a}$ და $\bar{b}$ მართობული ვექტორებია, $|\bar{a}|$=3, $|\bar{b}|$=4. იპოვეთ $|\bar{a}+\bar{b}|$.

11.42. რა კუთხეს ქმნიან $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ერთეული სიგრძის ვექტორები, თუ ცნობილია, რომ:

1) $\vec{a}+2\vec{b}$ და $5\vec{a}-4\vec{b}$ ვექტორები ურთიერთმართობულია;

2) $2\vec{a}+\vec{b}$ და $3\vec{a}-2\vec{b}$ ვექტორები ურთიერთმართობულია.

11.43. იპოვეთ $2\vec{a}+3\vec{b}$ და $4\vec{a}-6\vec{b}$ ვექტორების სკალარული ნამრავლი, თუ $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ურთიერთმართობული ვექტორებია და $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=2$.

11.44. A(–2;–3), B(–1;2) და C(4;1) წერტილები წარმოადგენენ სამკუთხედის წვეროებს. დაწერეთ იმ წრფის განტოლება, რომელზეც ძევს A წერტილიდან გავლებული სიმაღლე.

11.45. A(2;1), B(3;–1) და C(–4;0) წერტილები წარმოადგენენ ტოლფერდა ABCD ტრაპეციის სამ წვეროს. ცნობილია აგრეთვე, რომ $\overline{AB}=k\cdot\overline{CD}$. იპოვეთ D წერტილის კოორდინატები.

11.46. დაამტკიცეთ, რომ $A(-2;-3)$, $B(-3;1)$, $C(7;7)$ და $D(3;0)$ წერტილები ტრაპეციის წვეროებს წარმოადგენენ. იპოვეთ ამ ტრაპეციის შუახაზის სიგრძე.

11.47. $5x-2y+9=0$ წრფეზე იპოვეთ A წერტილი, რომელიც თანაბრადაა დაშორებული B(–2;–3) და C(4;1) წერტილებიდან და გაიგეთ ABC სამკუთხედის ფართობი.

11.48. მოცემულია ABC სამკუთხედის A(2;–1) და B(–3;5) წვეროები და ამ სამკუთხედების მედიანების გადაკვეთის წერტილი M(1;1). იპოვეთ C წერტილის კოორდინატები.

მითითება. თუ BD არის მედიანა, მაშინ $\overline{BD}=\frac{3}{2}\overline{BM}$, D=B+$\overline{BD}$, ხოლო C=A+2$\overline{AD}$.

11.49. ABC სამკუთხედის BC, AC და AB გვერდების სიგრძეებია a, b და c. იპოვეთ $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CD}$ სკალარული ნამრავლი, სადაც CD მედიანაა.

11.50. $ABCD$ პარალელოგრამში $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ და $\overrightarrow{BD}$ ვექტორების სიგრძეებია a, b და c. იპოვეთ $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}$ სკალარული ნამრავლი.

11.51. კოორდინატთა სათავის მიმართ მობრუნების შედეგად A(6;8) წერტილი გადავიდა B(8;6) წერტილში. იპოვეთ მობრუნების კუთხის კოსინუსი.

11.52. $\overline{OA}$ ვექტორი OX, OY და OZ ღერძებთან ადგენს, შესაბამისად $\alpha=\frac{\pi}{3}$, $\beta=\frac{\pi}{3}$, $\gamma=\frac{\pi}{4}$ კუთხეებს. იპოვეთ კუთხე $\overline{OA}$ და $\overline{OB}$ ვექტორებს შორის, თუ B წერტილის კოორდინატებია $(-2;-2;-2\sqrt{2})$.

11.53. α-ს და β-ს რა მნიშვნელობებისათვის არიან ვექტორები $\vec{a}(3;-1;\alpha)$ და $\vec{b}(2;\beta;1)$ ურთიერთპერპენდიკულარული, თუ $|\vec{b}|=3$?

11.54. მოცემულია ორი ვექტორი $\overline{OA}(-1;2)$ და $\overline{OB}(-4;-2)$, სადაც O კოორდინატთა სათავეა. იპოვეთ ΔABO-ს ფართობი.

11.55. xoy საკოორდინატო სიბრტყეზე $y=x^2-4x+5$ ფუნქციის გრაფიკზე მოცემულია $A(1;a)$ და $B(b;1)$ წერტილები. იპოვეთ $\overrightarrow{OA}$ და $\overrightarrow{OB}$ ვექტორების სკალარული ნამრავლი.

11.56. იპოვეთ ABC სამკუთხედში AM მედიანა, თუ AB=10 სმ, AC=6 სმ და ∠BAC=60°.

11.57. მოცემულია ოთხი ტოლობა

1) $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|+|\vec{b}|$, 2) $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|-|\vec{b}|$, 3) $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$, 4) $|\vec{a}+\vec{b}|<|\vec{a}-\vec{b}|$.

და ოთხი წინადადება

ა) $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორები ურთიერთმართობულია,

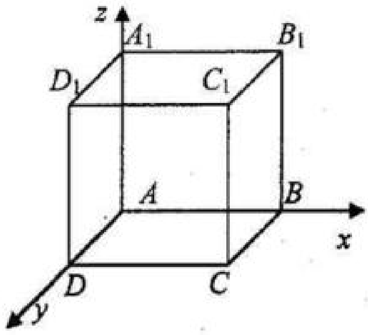
ბ) $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორები თანამიმართულია,

გ) $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორები საწინააღმდეგოდ მიმართულია,

დ) $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორები ერთმანეთთან ბლაგვ კუთხეს ადგენენ.

რომელ ტოლობას რომელი წინადადება შეესაბამება?

11.58. საკოორდინატო სივრცეში მოცემულია კუბი 1-ის ტოლი წიბოთი ისე, რომ A, B, C და A_1 წერტილების კოორდინატებია (0;0;0), (1;0;0), (1;1;0), (0;0;1). იპოვეთ:



1) B_1 და C_1 წერტილების კოორდინატები,

2) M, N და K წერტილების კოორდინატები, თუ M და N შესაბამისად C_1B_1 და DD_1 მონაკვეთების შუაწერტილებია, ხოლო K ფუძის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილი,

3) $\overrightarrow{A_1D}$, $\overrightarrow{CA_1}$ და $\overrightarrow{KM}$ ვექტორების კოორდინატები,

4) იპოვეთ შემდეგ ვექტორებს შორის კუთხის კოსინუსი: ა) $\overrightarrow{AB_1}$ და $\overrightarrow{AC_1}$, ბ) $\overrightarrow{AB_1}$ და $\overrightarrow{AD}$, გ) $\overrightarrow{KM}$ და $\overrightarrow{KC}$.

11.59. იპოვეთ a-ს მნიშვნელობა, რომლისთვისაც $(1+a;3-a)$ ვექტორს აქვს მინიმალური სიგრძე.

საკონტროლო ტესტი N 11 (ბ)

1. მოცემულია წერტილები A(–1;3;2), B(3;–1;4) და C(4;2;–6). იპოვეთ D(x;y;z) წერტილის კოორდინატების ჯამი, თუ $\overline{AB}-2\overline{BC}+3\overline{AD}=\bar{0}$.

ა) $-\frac{14}{3}$ **ბ)** $\frac{40}{3}$ **გ)** 6 **დ)** $-\frac{2}{3}$

2. პარალელოგრამის სამი წვერო არის A(0;1;–0,5), B(2;3;1), C(0;2;1). განსაზღვრეთ მეოთხე წვეროს კოორდინატები.

ა) (3;4;3,5) **ბ)** (1;2;1) **გ)** (1,5;2;0) **დ)** (-2;0;-0,5)

3. m-ს უდიდესი მნიშვნელობა, რომლისთვისაც $\bar{a}$ (2m;2;3) და $\bar{b}$ (–6;–2; m) ვექტორების სიგრძეები ტოლია, არის:

ა) 1 **ბ)** 3 **გ)** 2 **დ)** 1,5

4. $\bar{a}$ (4;–2;0) და $\bar{b}$ (1;2;3) ვექტორებს შორის კუთხე

ა) მახვილია **ბ)** მართია **გ)** ბლაგვია **დ)** 0°-ის ტოლია

5. თუ $\bar{a}$ (1;3;–2) და $\bar{b}$ (–1;m;4) პერპენდიკულარული ვექტორებია, მაშინ m უდრის

ა) –1 **ბ)** 2 **გ)** 3 **დ)** –0,5

6. მოცემულია $\bar{a}$ (1;–2;3) ვექტორი და A(2;4;5) წერტილი. იპოვეთ $\overline{AB}$ ვექტორის სიგრძე, თუ იგი პერპენდიკულარულია $\bar{a}$ ვექტორისა და B წერტილი OX ღერძზე ძევს.

ა) $3\sqrt{5}$ **ბ)** $3\sqrt{7}$ **გ)** $6\sqrt{2}$ **დ)** $3\sqrt{10}$

7. თუ ოთხკუთხედის წვეროები არის A(1;1); B(2;3), C(0;4) და D(–1;2), მაშინ ეს ოთხკუთხედი არის

ა) პარალელოგრამი კუთხით 60° **ბ)** რომბი მახვილი კუთხით **გ)** ტრაპეცია **დ)** კვადრატი

8. თუ სამკუთხედის წვეროებია A(6;–4;2), B(3;2;3), C(3;–5;–1), მაშინ ეს სამკუთხედი არის

ა) ტოლგვერდა **ბ)** ბლაგვკუთხა **გ)** მართკუთხა **დ)** ტოლფერდა

9. მოცემულია ორი ვექტორი $\overline{OA}\,(-1;2)$ და $\overline{OB}\,(-4;-2)$, სადაც O კოორდინატთა სათავეა. იპოვეთ OAB სამკუთხედში OM მედიანა.

ა) 2,5 **ბ)** 3 **გ)** 3,1 **დ)** 4,5

10. ცნობილია, რომ ვექტორები $\overline{a}\,(1;-1)$ და $\overline{b}\,(-2;m)$ ერთ წრფეზე მდებარეობენ. მაშინ m უდრის

ა) 1 **ბ)** 2 **გ)** 0 **დ)** –2

§12. ფიგურების გარდაქმნა

ა

12.1. იპოვეთ A(3;0), B(0;5), C(1;1), D(-3;0), E(-2;-1), F(1;-4) წერტილების სიმეტრიული წერტილები:
1) კოორდინატთა სათავის მიმართ;
2) OX ღერძის მიმართ;
3) OY ღერძის მიმართ.

12.2. სიმეტრიის რამდენი ცენტრი აქვს:

1) მონაკვეთს? 2) წრფეს? 3) სამკუთხედს?

12.3. სიმეტრიის რამდენი ღერძი აქვს:

1) მონაკვეთს? 2) წრფეს? 3) მართკუთხედს? 4) წრეწირს?

12.4. რომელ წერტილში აისახება A(3;0) და B(0;5) წერტილები კოორდინატთა სათავის მიმართ, საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით:

1) 90°-იანი კუთხით მობრუნებისას?

2) 180°-იანი კუთხით მობრუნებისას?

12.5. რომელ წერტილებში გადაიყვანს A(3;0), B(-2;2), C(0;-2) წერტილებს $\vec{a}$ (-3;3) ვექტორით განსაზღვრული პარალელური გადატანა?

12.6. პარალელური გადატანისას (1;2) წერტილი (–1;1) წერტილში გადადის. რომელ წერტილში გადავა კოორდინატთა სათავე?

საკონტროლო ტესტი N 12 (ა)

1. (3;4) წერტილის სიმეტრიული კოორდინატთა სათავის მიმართ არის წერტილი

ა) (4;3) **ბ)** (-4;-3) **გ)** (-4;3) **დ)** (-3;-4)

2. ($\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$) წერტილის სიმეტრიული წერტილი OY ღერძის მიმართ არის წერტილი

ა) (2;3) **ბ)** ($\sqrt{3}$; $\sqrt{2}$) **გ)** (- $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$) **დ)** (- $\sqrt{3}$; $\sqrt{2}$)

3. თუ სიბრტყის ნებისმიერი (a;b) წერტილი სიბრტყის გარდაქმნით აისახება (a;-b) წერტილში, მაშინ ესგარდაქმნა შეიძლება იყოს

ა) ცენტრული სიმეტრია კოორდინატთა სათავის მიმართ

ბ) ღერძული სიმეტრია OX ღერძის მიმართ

გ) ღერძული სიმეტრია OY ღერძის მიმართ

დ) ღერძული სიმეტრია y=x წრფის მიმართ

4. თუ სიბრტყის ნებისმიერი (a;b) წერტილი სიბრტყის გარდაქმნით აისახება (2a;2b) წერტილში, მაშინ ესგარდაქმნა შეიძლება იყოს

ა) ცენტრული სიმეტრია კოორდინატთა სათავის მიმართ
ბ) ღერძული სიმეტრია OX ღერძის მიმართ
გ) ღერძული სიმეტრია OY ღერძის მიმართ
დ) ჰომოთეტია კოორდინატთა სათავის მიმართ

5. იმ რომბის სიმეტრიის ღერძების რაოდენობა, რომელიც არ წარმოადგენს კვადრატს, არის

ა) 0 ბ) 1 გ) 2 დ) 3

6. თუ F და F' ჰომოთეტურია k კოეფიციენტით, მაშინ F' და F ჰომოთეტურია

ა) k ბ) 2k გ) 1/k დ) –k

7. თუ პარალელური გადატანა (1;1) წერტილს გადაიყვანს (2;2) წერტილში, რომელ წერტილში გადაიტანს იგივე პარალელური გადატანა (8;8) წერტილს?

ა) (9;9) ბ) (10;10) გ) (16;16) დ) (7;7)

8. რამდენი სიმეტრიის ღერძი აქვს წესიერ ხუთკუთხედს?

ა) არა აქვს სიმეტრიის ღერძი ბ) 2 გ) 3 დ) 5

9. $\vec{a}$ (1;3) ვექტორით განისაზღვრულმა პარალელურმა გადატანამ A(x;y) წერტილი A_1(3;5) წერტილში გადაიტანა. იპოვეთ A წერტილის კოორდინატები.

ა) (2;2) ბ) (-2;-2) გ) (2;4) დ) (0;4)

10. O ცენტრის მიმართ ცენტრული სიმეტრია იგივეა, რაც

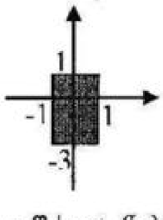
ა) O ცენტრის მიმართ 90°-იანი კუთხით მობრუნება
ბ) O ცენტრის მიმართ 45°-იანი კუთხით მობრუნება
გ) O ცენტრის მიმართ 180°-იანი კუთხით მობრუნება
დ) O ცენტრის მიმართ ჰომოთეტია k=1 კოეფიციენტით

გ

12.7. მოიყვანეთ f გარდაქმნის აღწერა ფორმულის საშუალებით, თუ სიტყვიერად იგი ასე აღიწერება: f გარდაქმნა თავის არგუმენტის აბსცისას გაზრდის 3-ჯერ, ხოლო ორდინატს შეამცირებს 5-ით.

12.8. f გარდაქმნა თავის არგუმენტის აბსცისას ზრდის 2-ჯერ, ხოლო ორდინატს ზრდის 3-ით. მოიყვანეთ f გარდაქმნის შექცეული g ასახვის აღწერა ფორმულის საშუალებით.

12.9. f გარდაქმნა მოქმედებს $f(x;y)=(x+6;|y|)$ წესის თანახმად. რა ფიგურად გარდაიქმნება ნახაზზე მოყვანილი მართკუთხედი?



12.10. f და g წარმოადგენენ წრფის გარდაქმნებს, ანუ ფუნქციებს და მოქმედებენ შემდეგი წესით: $f(x)=-x^2+2x+11$, $g(x)=x+3$. როგორი სახე აქვს $h=f\circ g$ გარდაქმნას, რომელიც წარმოადგენს f-ისა და g-ს კომპოზიციას?

12.11. წინა ამოცანის პირობებში რა სახე აქვს $h=g\circ f$ გარდაქმნას, რომელიც წარმოადგენს g და f გარდაქმნების კომპოზიციას?

12.12. მოცემულია სიბრტყის f და g გარდაქმნები, რომლებიც მოქმედებენ შემდეგი ფორმულების შესაბამისად: $f(x;y)=(x+y;-y)$, $g(x;y)=(y-3;2x)$. როგორ მოქმედებს მათი $h=f\circ g$ კომპოზიცია?

12.13. M წერტილის მიმართ სიმეტრიით $A(x_1;y_1)$ წერტილი $B(x_2;y_2)$ წერტილად გარდაიქმნა. რა არის M წერტილის კოორდინატები?

12.14. M წერტილის მიმართ სიმეტრიით (0;0) წერტილი გარდაიქმნა (2;2) წერტილად. რომელი წერტილი არის (1;0)-ის სიმეტრიული M წერტილის მიმართ?

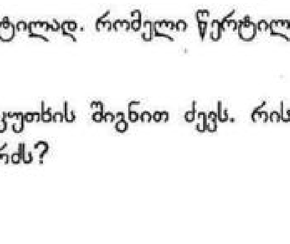
12.15. მოცემულია 82°-ის ტოლი AOB კუთხე და C წერტილი, რომელიც კუთხის შიგნით ძევს. რისი ტოლია ∠AOC, თუ ცნობილია, რომ OC წარმოადგენს ∠AOB-ს სიმეტრიის ღერძს?

12.16. რომელ წრფეში აისახება $y=2x+3$ წრფე:

1) ცენტრული სიმეტრიით, ცენტრით კოორდინატთა სათავეში?
2) ღერძული სიმეტრიით, oy ღერძის მიმართ?
3) $\vec{a}(1;3)$ ვექტორით განსაზღვრული პარალელური გადატანით?
4) ჰომოთეტიით, ცენტრით კოორდინატთა სათავეში და კოეფიციენტით 2?

12.17. რისი ტოლია k, თუ $y=2x+3$ წრფე $\vec{a}(1;k)$ ვექტორით განსაზღვრული პარალელური გადატანით თავის თავში აისახა?

12.18. საკოორდინატო სიბრტყეზე მოცემულია M ფიგურა. იპოვეთ მოცემული ფიგურის:



1) სიმეტრიული M_1 ფიგურა oy ღერძის მიმართ,

2) სიმეტრიული M_2 ფიგურა ox ღერძის მიმართ,

3) o ცენტრის მიმართ სიმეტრიული M_3 ფიგურა,

4) M და M_1 ფიგურების თანაკვეთის ფართობი, თუ 1 უჯრა ფართობის 1 ერთეულს შეესაბამება.

12.19. რომელ წერტილში აისახება $A(0;3)$ წერტილი სათავის მიმართ საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით

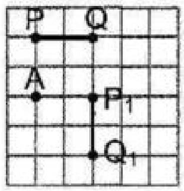
1) $90°$-იანი კუთხით მობრუნებისას,

2) $45°$-იანი კუთხით მობრუნებისას,

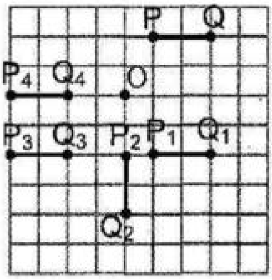
3) $60°$-იანი კუთხით მობრუნებისას.

12.20.

1) A წერტილის მიმართ α კუთხით მობრუნებისას PQ მონაკვეთი P_1Q_1 მონაკვეთში გადავიდა. იპოვეთ α.



2) O წერტილის მიმართ $180°$-იანი კუთხით მობრუნებისას რომელ მონაკვეთში გადავა PQ მონაკვეთი?



12.21. კოორდინატთა სათავის მიმართ საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით α კუთხით მობრუნებისას რომელ წერტილში აისახება $A(5;0)$, $B(0;3)$, $C(-1;0)$, $K(2;2)$ წერტილები, თუ:

1) $\alpha = 135°$, 2) $\alpha = 120°$, 3) $\alpha = 150°$.

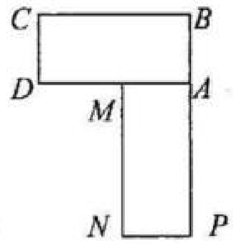
12.22. A წერტილის მიმართ საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით მობრუნებისას $B(4;2)$ წერტილი $C(-4;2)$ წერტილში აისახა. იპოვეთ A წერტილის კოორდინატები, თუ AB მონაკვეთის სიგრძე 2-ჯერ მეტია BC-ს სიგრძეზე.

12.23. $P(x_0;y_0)$ წერტილის მიმართ საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით მობრუნებისას $K(3;-3)$ წერტილი გადავიდა $M(3;5)$ წერტილში. იპოვეთ $x_0 + y_0$, თუ $x_0 = -3y_0$.

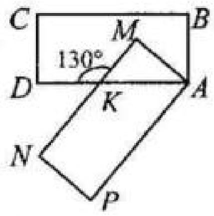
12.24. a სიგრძის გვერდის მქონე ABC ტოლგვერდა სამკუთხედი მოაბრუნეს A წერტილის ირგვლივ $60°$-იანი კუთხით. ამ მობრუნებით BC გვერდის K შუაწერტილი K_1 წერტილში აისახა. იპოვეთ KK_1.

12.25. ABC მართკუთხა სამკუთხედში AB ჰიპოტენუზა 10-ის ტოლია, ხოლო B მახვილი კუთხე $60°$-ია. C წერტილის ირგვლივ $90°$-იანი კუთხით სამკუთხედის მობრუნებისას A წერტილი A_1 წერტილში აისახა. იპოვეთ AA_1.

12.26. A წერტილის ირგვლივ $90°$-იანი კუთხით მობრუნებისას $ABCD$ მართკუთხედი $AMNP$ მართკუთხედში გადადის. იპოვეთ DN, თუ $AB = 5$, $BC = 8$.



12.27. A წერტილის ირგვლივ α კუთხით მობრუნებისას $ABCD$ მართკუთხედი $AMNP$ მართკუთხედში აისახა. იპოვეთ α, თუ $\angle DKM = 130°$.



12.28. ერთი ფიგურის ნებისმიერ ორ წერტილს შორის მანძილი 5 სმ-ზე ნაკლებია, ხოლო მეორე ფიგურის რომელიღაც ორ წერტილს შორის მანძილი მეტია 5 სმ-ზე. შეიძლება თუ არა რომ ეს ორი ფიგურა სიმეტრიული იყოს წერტილის ან წრფის მიმართ, ან ერთი მათგანი მიიღებოდეს მობრუნებით ან მოძრაობით?

12.29. რომელ წერტილში გადადის (a;b) წერტილი:

1) ox ღერძის მიმართ ღერძული სიმეტრიით?
2) oy ღერძის მიმართ ღერძული სიმეტრიით?
3) x=2 წრფის მიმართ ღერძული სიმეტრიით?
4) y=x წრფის მიმართ ღერძული სიმეტრიით?
5) (0;0) წერტილის მიმართ ცენტრული სიმეტრიით?
6) (1;2) წერტილის მიმართ ცენტრული სიმეტრიით?

12.30. მოცემულია ორი წერტილი A(-1;4) და B(-1;8). იპოვეთ წრფე, რომლის მიმართაც ეს წერტილები სიმეტრიულია.

12.31. იპოვეთ წერტილები, რომლებშიც აისახება ჰომოთეტიით (1;2), (1;1), (–1;1), (5;–3) წერტილები, თუ ჰომოთეტიის ცენტრი კოორდინატთა სათავეა, ხოლო ჰომოთეტიის კოეფიციენტი არის:

1) 3; 2) 1/2.

12.32. ჰომოთეტია, რომლის ცენტრია კოორდინატთა სათავეში:

1) A (1;3) წერტილს ასახავს B (3;9) წერტილში. იპოვეთ ჰომოთეტიის კოეფიციენტი,
2) M (-4;2) წერტილს ასახავს N (8;-4) წერტილში. იპოვეთ ჰომოთეტიის კოეფიციენტი.

12.33. F მრავალკუთხედის პერიმეტრი 10-ის ტოლია. F' ფიგურა მიიღება F-ისაგან ჰომოთეტიის გარდაქმნით, რომლის კოეფიციენტია $-\frac{1}{2}$. იპოვეთ F' ფიგურის პერიმეტრი.

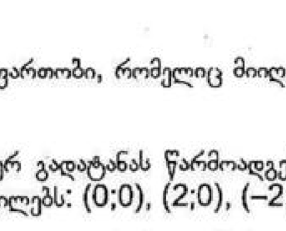
12.34. ABC სამკუთხედის ფართობი 20-ის ტოლია. იპოვეთ იმ სამკუთხედის ფართობი, რომელიც მიიღება ABC სამკუთხედისაგან ჰომოთეტიის გარდაქმნით, კოეფიციენტით 3.

12.35. f გარდაქმნა მოქმედებს ფორმულით $f(x;y)=(x+1;y-1)$ და პარალელურ გადატანას წარმოადგენს. რომელ წერტილებში გარდაქმნის (გადაიყვანს) ეს პარალელური გადატანა წერტილებს: (0;0), (2;0), (–2;5)?

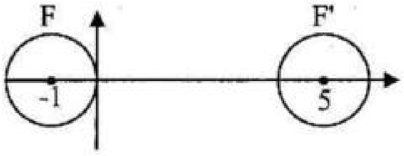
12.36. პარალელური გადატანისას კოორდინატთა სათავე გადადის (3;-2) წერტილში. რომელი წერტილი გადადის კოორდინატთა სათავეში?

12.37. არსებობს თუ არა პარალელური გადატანა, რომელიც (1;2) წერტილს (3;4) წერტილში ასახავს, (0;1) წერტილს კი (2;4) წერტილში?

12.38. f არის სიმეტრია M წერტილის მიმართ g არის სიმეტრია x=2 წრფის მიმართ და $h = g \circ f$. რომელ წერტილად გარდაქმნის A-ს h გარდაქმნა?



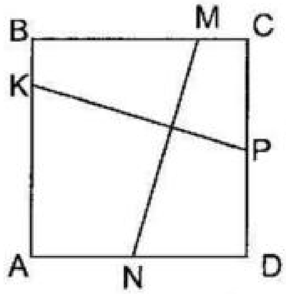
12.39. ცნობილია, რომ $h = f \circ g$ და g არის სიმეტრია ორდინატთა ღერძის მიმართ. რა გარდაქმნას წარმოადგენს f, თუ h გარდაქმნის F წრეწირს F'-ად?



12.40. სიბრტყეზე ძევს კვადრატი, რომლის გვერდი a-ს ტოლია. ეს კვადრატი მოაბრუნეს ამ სიბრტყეში ერთ-ერთი წვეროს ირგვლივ 30°-ით. მიიღეს ახალი კვადრატი. იპოვეთ იმ ოთხკუთხედის პერიმეტრი, რომელიც ამ კვადრატების საერთო ნაწილს წარმოადგენს.

12.41. მოცემულია a კათეტის მქონე ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედი. ეს სამკუთხედი მოაბრუნეს მართი კუთხის წვეროს გარშემო 45°-იანი კუთხით საათის ისრის მობრუნების საწინააღმდეგო მიმართულებით. იპოვეთ სამკუთხედების თანაკვეთით მიღებული ფიგურის ფართობი.

12.42. წრფე ABCD კვადრატის BC და AD გვერდებს კვეთს M და N წერტილებში, ამ წრფის მართობული წრფე კი AB და CD გვერდებს K და P წერტილებში. დაამტკიცეთ, რომ MN=KP.



საკონტროლო ტესტი N 12 (ბ)

1. იპოვეთ B(3;7) წერტილის სიმეტრიული წერტილი K(4;2) წერტილის მიმართ.

ა) (5;–3) **ბ)** (7;3) **გ)** (–5;3) **დ)** (5;–2)

2. ორი პარალელური წრფის სიმეტრიის ცენტრების ერთობლიობა წარმოადგენს

ა) წერტილს **ბ)** მონაკვეთს **გ)** წრეწირს **დ)** მათ შუაში გამავალ პარალელურ წრფეს

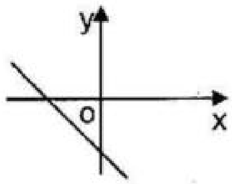
3. თუ მრავალკუთხედს აქვს სიმეტრიის ცენტრი, მაშინ მისი წვეროების რაოდენობა შეიძლება იყოს

ა) 7 **ბ)** 3 **გ)** 5 **დ)** 6

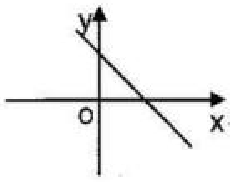
4. M წერტილი xoy საკოორდინატო სიბრტყეზე ძევს. M წერტილის სიმეტრიული წერტილი კოორდინატთა სათავის მიმართ და M წერტილის სიმეტრიული წერტილი ox ღერძის მიმართ ერთმანეთს ემთხვევა. სად მდებარეობს M წერტილი?

ა) I მეოთხედში **ბ)** ox ღერძზე **გ)** oy ღერძზე **დ)** III მეოთხედში

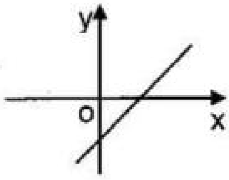
5. რომელი წრფე შეიძლება იყოს ნახაზზე გამოსახული წრფის სიმეტრიული OX ღერძის მიმართ?



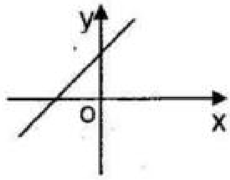
ა)



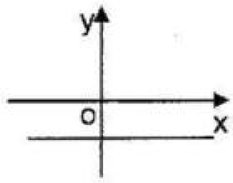
ბ)



გ)



დ)



6. თუ $M(3;5)$ წერტილი M'-ის სიმეტრიულია $y=x$ წრფის მიმართ, მაშინ M'-ის კოორდინატებია

ა) (3;4) ბ) (5;3) გ) (3;3) დ) (1;3)

7. იპოვეთ $y=2x+5$ წრფის სიმეტრიული წრფე ორდინატთა ღერძის მიმართ.

ა) $y=2x-5$ ბ) $y=3x+5$ გ) $y=-2x+5$ დ) $y=3x-5$

8. პარალელური გადატანით (1;1) წერტილი გადადის (0;−2)-ში. მაშინ $y=x-13$ წრფე გადადის

ა) ერთეულოვან წრეწირში ბ) ორდინატთა ღერძში გ) $y=x+3$ წრფეში დ) $y=x-15$ წრფეში

9. AB მონაკვეთი კოორდინატთა სათავის მიმართ ჰომოთეტიით აისახა A_1B_1 მონაკვეთზე. იპოვეთ A_1B_1 მონაკვეთის შუა წერტილის კოორდინატები, თუ A(1;2), B(3;8) და ჰომოთეტიის კოეფიციენტია 3.

ა) (2;5) ბ) (3;6) გ) (6;3) დ) (6;15)

10. f არის ჰომოთეტიით გარდაქმნა კოეფიციენტით 3 და ჰომოთეტიის ცენტრით (0;0). რა ფიგურად გარდაქმნის f გარდაქმნა $y=-x+2$ წრფეს

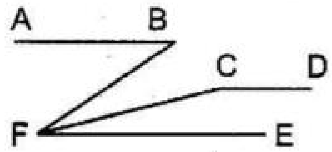
ა) ერთეულოვან წრეწირად ბ) $y=-x+6$ წრფედ გ) $y=x+5$ წრფედ დ) $y=-3x+6$ წრფედ

ტესტი გამეორებისათვის 1

1. თუ C წერტილი არის AB მონაკვეთის შიგა წერტილი, მაშინ აუცილებლად სრულდება

ა) $AC=BC$ **ბ)** $AC>BC$ **გ)** $BC>AB$ **დ)** $AC<AB$ **ე)** $AC=AB$

2. ნახაზზე $AB \parallel FE \parallel CD$, $\angle ABF=61^\circ$, $\angle BFC=29^\circ$. იპოვეთ $\angle FCD$.



ა) 130° **ბ)** 142° **გ)** 144° **დ)** 140° **ე)** 148°

3. M, A და B წერტილები მდებარეობენ a წრფეზე. იპოვეთ MA და MB მონაკვეთებიდან უდიდესის სიგრძე, თუ $AB=6$ სმ და $MA+MB=9$ სმ.

ა) 7 სმ **ბ)** 8 სმ **გ)** 8,5 სმ **დ)** 7,5 სმ **ე)** 6,5 სმ

4. XYZ სამკუთხედში $XY=XZ$, X კუთხე ორჯერ მეტია Y კუთხეზე. რისი ტოლია გარე კუთხე Z წვეროსთან?

ა) 45° **ბ)** 90° **გ)** 140° **დ)** 145° **ე)** 135°

5. AB მონაკვეთის სიგრძეა 15, C და D ამ მონაკვეთის შიგა წერტილებია და $AC<AD$. მაშინ აუცილებლად სრულდება

ა) $AC=CD=BD=5$ **ბ)** $AC<CD<BD$ **გ)** $AC+BD=15$ **დ)** $AC+BD+CD=15$ **ე)** $AC+CD+BD>15$

6. AB მონაკვეთის სიგრძეა 15, C და D ამ მონაკვეთის შიგა წერტილებია. მაშინ აუცილებლად სრულდება

ა) $AC+CD+BD<15$ **ბ)** $AC+CD+BD=15$ **გ)** $AC=CD=BD=5$
დ) $AC+CD+BD\geq 15$ **ე)** $AC+CD+BD>15$

7. AB მონაკვეთის სიგრძეა 12, C მისი შიგა წერტილია და C-ს მიერ შექმნილი ერთი მონაკვეთი სამჯერ გრძელია მეორეზე. მაშინ, მათი სიგრძეები არის

ა) 4 და 8 **ბ)** 6 და 6 **გ)** 1 და 11 **დ)** 3 და 9 **ე)** 2 და 10

8. AB მონაკვეთის სიგრძეა 12, C მისი შიგა წერტილია და C-ს მიერ შექმნილი ერთი მონაკვეთი ორჯერ მოკლეა მეორეზე. მაშინ, მათი სიგრძეთა სხვაობა არის

ა) 5 **ბ)** 2 **გ)** 4 **დ)** 11 **ე)** 6

9. 20 სმ სიგრძის მონაკვეთი დაყოფილია 2-ისა და 3-ის პროპორციულ მონაკვეთებად. მაშინ ამ მონაკვეთების სხვაობაა

ა) 6 **ბ)** 12 **გ)** 8 **დ)** 11 **ე)** 4

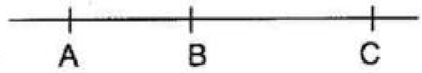
10. AB მონაკვეთი გაყოფილია 2:4:5 პროპორციით. განსაზღვრეთ AB-ს სიგრძე, თუ უმცირესი მონაკვეთის სიგრძე 4-ის ტოლია.

ა) 21 **ბ)** 19 **გ)** 22 **დ)** 24 **ე)** 11

11. ერთ წრფეზე მოცემულია სხივი და მონაკვეთი. რა არ შეიძლება იყოს მათი თანაკვეთა?

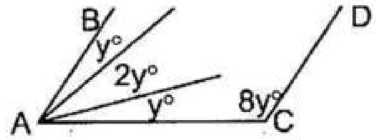
ა) სხივი **ბ)** ცარიელი სიმრავლე **გ)** წერტილი **დ)** მონაკვეთი **ე)** პასუხი არ არის ცალსახა

12. თუ AB:BC=2:3, მაშინ AB:AC=



ა) 2:4 **ბ)** 2:5 **გ)** 2:6 **დ)** 2:7 **ე)** 2:2

13. ნახაზზე AB პარალელურია CD-სი. რისი ტოლია y?



ა) 12 **ბ)** 15 **გ)** 18 **დ)** 20 **ე)** 24

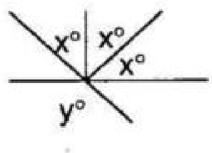
14. იპოვეთ მოსაზღვრე კუთხეებიდან უდიდესი, თუ მათი სხვაობა 20°-ის ტოლია

ა) 70° **ბ)** 130° **გ)** 90° **დ)** 100° **ე)** 110°

15. ნახაზზე მოცემული კუთხეების შესახებ ცნობილია, რომ $x<y$. რისი ტოლი შეიძლება აღმოჩნდეს კუთხე მარჯვენა ორი კუთხის ბისექტრისებს შორის?

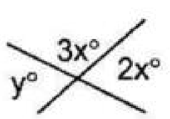
ა) 80° **ბ)** 60° **გ)** 40° **დ)** 50° **ე)** არცერთი უკვე აღნიშნულიდან

16. x=42. რისი ტოლია y?



ა) 42 **ბ)** 126 **გ)** 62 **დ)** 156 **ე)** შეუძლებელია განსაზღვრა

17. y ტოლია

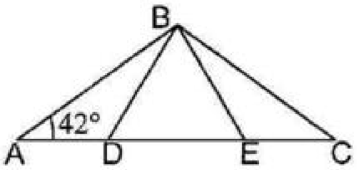


ა) 90 **ბ)** 80 **გ)** 82 **დ)** 68 **ე)** 72

18. ქვემოთ ჩამოთვლილი სამკუთხედებიდან რომელზე შეიძლება ვთქვათ, რომ ის ტოლფერდაა, მაგრამ არა ტოლგვერდა?

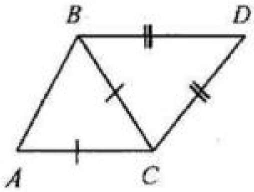
ა) სამკუთხედი, რომლის კუთხეებია 30° და 60°
ბ) სამკუთხედი, რომლის კუთხეებია 30° და 100°
გ) ტოლ კუთხეებიანი სამკუთხედი
დ) სამკუთხედი, რომლის კუთხეებია 50° და 80°
ე) მართკუთხა სამკუთხედი 15°-ის ტოლი კუთხით

19. ABC სამკუთხედში AB=BC, BD და BE მონაკვეთები B კუთხეს სამ ტოლ ნაწილად ჰყოფენ. რას უდრის BDE კუთხის გრადუსული ზომა, თუ $\angle A=42°$?



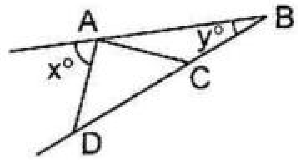
ა) 14° ბ) 45° გ) 74° დ) 96° ე) 126°

20. ნახაზზე $BD=CD$ და $BC=AC$. $\angle ACB=40°$ და $\angle DBC=80°$. იპოვეთ $\angle ABD$.



ა) 120° ბ) 125° გ) 150° დ) 145° ე) 100°

21. ნახაზზე AD=AC=CB. თუ y-ის მნიშვნელობაა 28, მაშინ რას უდრის x?

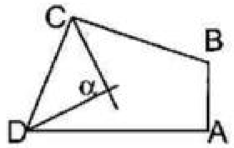


ა) 80 ბ) 48 გ) 56 დ) 84 ე) 82

22. მართკუთხედში დიაგონალი კუთხეს ყოფს შეფარდებით 2:3. იპოვეთ მახვილი კუთხე დიაგონალებს შორის.

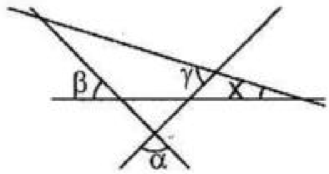
ა) 54° ბ) 72° გ) 48° დ) 60° ე) 24°

23. ABCD ოთხკუთხედის A და B კუთხეების სიდიდეთა ჯამია 200°. რას უდრის α კუთხე დანარჩენი ორი კუთხის ბისექტრისებს შორის?



ა) 80° ბ) 90° გ) 100° დ) 105° ე) შეუძლებელია დადგენა

24. მოცემულ ნახაზზე $\alpha=80°$, $\beta=60°$, $\gamma=70°$. რისი ტოლია x კუთხე?



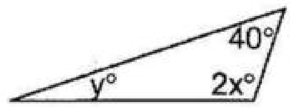
ა) 70° ბ) 60° გ) 40° დ) 30° ე) 20°

25. სამკუთხედის კუთხეებია α, β და γ. რისი ტოლი შეიძლება იყოს $\alpha:\beta:\gamma$, თუ ცნობილია, რომ სამკუთხედი არის ბლაგვკუთხა

ა) 1:2:3 ბ) 1:1:2 გ) 1:1:1 დ) 1:1:3 ე) 2:3:4

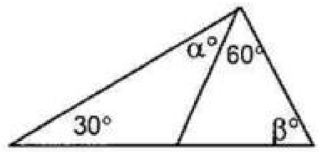
26. ტოლფერდა სამკუთხედში, ფუძესთან მდებარე კუთხე არის x, წვეროსთან y. იპოვეთ ეს კუთხეები, თუ $x:y=1:2$.

ა) 30° და 50° ბ) 40° და 60° გ) 45° და 90° დ) 30° და 60° ე) 60° და 120°



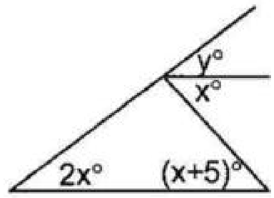
27. x და y ნატურალური რიცხვებია. რისი ტოლი შეიძლება იყოს y?

ა) 65 ბ) 70 გ) 90 დ) 15 ე) 20



28. რისი ტოლია $\alpha+\beta$?

ა) 140 ბ) 120 გ) 100 დ) 90 ე) 80



29. ნახაზის მიხედვით y ტოლია:

ა) $2x$ ბ) $2x+5$ გ) $3x+5$ დ) $90-x$ ე) $180-3x$

30. სამკუთხედის ერთი კუთხე 110°-ია. დანარჩენი ორი კუთხის წვეროებიდან გავლებულ სიმაღლეებს შორის კუთხე ტოლია

ა) 80° ბ) 100° გ) 30° დ) 70° ე) 60°

31. სამკუთხედის ერთი კუთხე 110°-ია. დანარჩენი ორი კუთხის ბისექტრისებს შორის ბლაგვი კუთხე ტოლია

ა) 100° ბ) 120° გ) 125° დ) 130° ე) 145°

32. სამკუთხედის შიგა კუთხეები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 3:5:7. რისი ტოლია გარე კუთხეების შეფარდება?

ა) 6:5:4 ბ) 7:5:3 გ) 8:7:6 დ) 6:4:3 ე) 3:2:1

33. სამკუთხედის შიგა კუთხეები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც $n:(n+1):(n+2)$, $n\in N$. იპოვეთ სამკუთხედის საშუალო კუთხე.

ა) 30° ბ) 45° გ) 60° დ) 75° ე) 90°

34. სამკუთხედის ნებისმიერი ორი კუთხის ჯამი მეტია 90°-ზე, მაშინ ეს სამკუთხედი აუცილებლად

ა) ბლაგვკუთხაა ბ) მართკუთხაა გ) მახვილკუთხაა დ) ტოლფერდაა ე) შეიძლება იყოს ნებისმიერი

35. თუ სამკუთხედის ერთი კუთხე დანარჩენი ორის სხვაობის ტოლია, მაშინ ეს სამკუთხედი

ა) მართკუთხაა ბ) მახვილკუთხაა გ) ბლაგვკუთხაა დ) ტოლგვერდაა ე) შეიძლება იყოს ნებისმიერი

36. სამკუთხედის ნებისმიერი კუთხე დანარჩენი ორი კუთხის ჯამზე ნაკლებია, მაშინ ეს სამკუთხედი აუცილებლად

ა) მახვილკუთხაა ბ) ბლაგვკუთხაა გ) მართკუთხაა დ) ტოლგვერდაა ე) შეიძლება იყოს ნებისმიერი

37. სამკუთხედის შიგა კუთხე მისი არამოსაზღვრე გარე კუთხეების სხვაობის ტოლია, მაშინ ეს სამკუთხედი აუცილებლად

ა) მახვილკუთხაა **ბ)** მართკუთხაა **გ)** ბლაგვკუთხაა **დ)** ტოლფერდაა **ე)** შეუძლებელია დადგენა

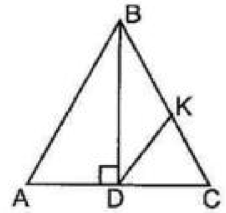
38. ABC სამკუთხედში $BC=15$, $AC=10$, $AB=12$. რომელი კუთხე არის მინიმალური

ა) $\angle B$ **ბ)** $\angle A$ **გ)** $\angle C$ **დ)** $\angle B$ და $\angle A$ **ე)** შეუძლებელია განსაზღვრა

39. ტოლფერდა სამკუთხედში წვეროსთან მდებარე კუთხეა $30°$. მის ფერდზე დაშვებულია სიმაღლე. იპოვეთ კუთხე, რომელსაც ეს სიმაღლე ფუძესთან ადგენს.

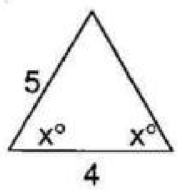
ა) 30^0 **ბ)** 45^0 **გ)** 15^0 **დ)** 60^0 **ე)** 75^0

40. ΔABC-ში $AB=BC$, $BD \perp AC$ და $\angle C=70°$, DK არის BDC კუთხის ბისექტრისა. $\angle BKD$ უდრის



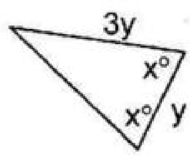
ა) 65 **ბ)** 90 **გ)** 45 **დ)** 100 **ე)** 115

41. სამკუთხედის პერიმეტრი არის:



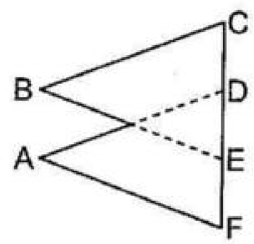
ა) 10 **ბ)** 11 **გ)** 12 **დ)** 13 **ე)** 14

42. სამკუთხედის პერიმეტრია 21. მაშინ უმცირესი გვერდის კუბი არის



ა) 3 **ბ)** 9 **გ)** 8 **დ)** 64 **ე)** 27

43. დროშა გაკეთებულია ორი ტოლი ტოლგვერდა სამკუთხედისაგან, $CD=DE=EF=10$ სმ. რისი ტოლია პერიმეტრი?

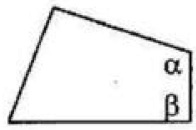


ა) 60 სმ **ბ)** 100 სმ **გ)** 90 სმ **დ)** 120 სმ **ე)** 110 სმ

44. ცნობილია, რომ ნებისმიერ სამკუთხედში მედიანები ერთ წერტილში იკვეთება. ამასთან გადაკვეთის წერტილით ყოველი მედიანა იყოფა შეფარდებით:

ა) 1:1 **ბ)** 2:1 წვეროს მხრიდან **გ)** 1:2 წვეროს მხრიდან
დ) სხვადასხვა მედიანაზე სხვადასხვა შეფარდებაა **ე)** შეუძლებელია შეფარდების განსაზღვრა

45. ნახაზზე მოცემული ოთხკუთხედის ორი α და β შიგა კუთხის გრადუსულ ზომათა საშუალო არითმეტიკული $120°$-ია. რისი ტოლია დანარჩენი ორი კუთხის გრადუსულ ზომათა საშუალო არითმეტიკული?



ა) $60°$ ბ) $90°$ გ) $120°$ დ) $180°$ ე) $240°$

46. ორი არატოლი მონაკვეთი ურთიერთმართობულია და გადაკვეთის წერტილით შუაზე იყოფიან. ამ მონაკვეთების ბოლოები მიმდევრობით შეერთებულია. მიღებული ოთხკუთხედი არის

ა) კვადრატი ბ) რომბი გ) ტრაპეცია დ) მართკუთხედი ე) შეუძლებელია დადგენა

47. ორი არატოლი მონაკვეთი იკვეთება და გადაკვეთის წერტილით შუაზე იყოფიან. ამ მონაკვეთების ბოლოები მიმდევრობით შეერთებულია. მიღებული ოთხკუთხედი არის

ა) კვადრატი ბ) რომბი გ) პარალელოგრამი დ) მართკუთხედი ე) ტრაპეცია

48. თუ მანძილი A წერტილიდან B წერტილამდე 8 სმ-ია და A წერტილიდან C წერტილამდე 12 სმ, მაშინ აუცილებლად

ა) 4 სმ $\le$ BC $\le$ 20 სმ ბ) BC=20 სმ გ) BC=4 სმ დ) 4 სმ < BC < 20 სმ ე) BC ნებისმიერია

49. თუ ABC სამკუთხედში AB=10 სმ, BC=5სმ, მაშინ

ა) AC= 5 სმ ბ) AC= 15 სმ გ) 5 სმ $\le$ AC $\le$ 15 სმ
დ) 5 სმ < AC < 15 სმ ე) AC ნებისმიერია

50. სამკუთხედის გვერდების სიგრძეები წარმოადგენენ განსხვავებულ მთელ რიცხვებს. ერთი გვერდი არის 4, მეორე 3. მესამე გვერდის სიგრძე შეიძლება იყოს

ა) 1 ბ) 2 გ) 3 დ) 4 ე) 8

51. თუ ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძე 20 სმ-ია, ფერდი კი – x სმ, მაშინ

ა) x=11 სმ ბ) 10 სმ < $x \le$ 11 სმ გ) 10 სმ $\le x \le$ 11 სმ დ) x > 10 სმ ე) x ნებისმიერია

52. თუ ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდი 8-ის ტოლია, პერიმეტრი კი – y-ის, მაშინ

ა) $y < 16$ ბ) $0 < y < 16$ გ) $16 < y < 32$ დ) $y=24$ ე) $y=32$

53. სამკუთხედის პერიმეტრი 13-ია, მისი ორი მცირე გვერდის სიგრძე x-ის და $x+1$-ის ტოლი მთელი რიცხვებია. ჩამოთვლილთაგან რისი ტოლი შეიძლება იყოს მესამე გვერდის სიგრძე?

ა) 2 ბ) 4 გ) 6 დ) 8 ე) 10

54. თუ სამკუთხედის ორი გვერდის სიგრძეებია 5 და 9. ჩამოთვლილთაგან რისი ტოლი არ შეიძლება იყოს ამ სამკუთხედის პერიმეტრი?

ა) 17,5 ბ) 20 გ) 22,5 დ) 25 ე) 27,5

55. თუ სამკუთხედის ორი გვერდის სიგრძეებია 8 და 10, ჩამოთვლილთაგან რისი ტოლი არ შეიძლება იყოს ამ სამკუთხედის პერიმეტრი?

ა) 20,5　　ბ) 25　　გ) 27　　დ) 29　　ე) 36

56. სამკუთხედის ორი გვერდის სიგრძეებია 5 და 10. რა უდიდესი და უმცირესი მთელი რიცხვებით შეიძლება გამოისახოს მესამე გვერდის სიგრძე?

ა) 15 და 5　　ბ) 15 და 6　　გ) 14 და 6　　დ) 14 და 7　　ე) 16 და 8

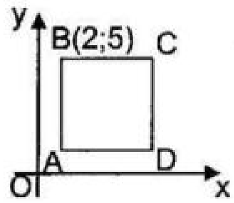
57. მრავალკუთხედის ერთი წვეროდან სამი დიაგონალის გავლებაა შესაძლებელი. რას უდრის ასეთი მრავალკუთხედის შიგა კუთხეების ჯამი?

ა) 360°　　ბ) 540°　　გ) 720°　　დ) 900°　　ე) 1080°

58. რამდენი გვერდი აქვს ამოზნექილ მრავალკუთხედს, რომლის კუთხეების ჯამი ამოზნექილი ცხრაკუთხედის კუთხეების ჯამზე ორჯერ მეტია?

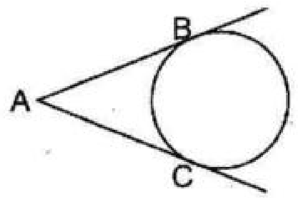
ა) 12　　ბ) 14　　გ) 16　　დ) 17　　ე) 18

59. ABCD კვადრატის გვერდები კოორდინატთა ღერძების პარალელურია. კვადრატის B წვეროს კოორდინატები მითითებულია ნახაზზე. იპოვეთ კვადრატის პერიმეტრი, თუ D წვეროს აბსცისაა 6.



ა) 16　　ბ) 20　　გ) 24　　დ) 12　　ე) 8

60. კუთხის წვერო წრეწირის გარეთაა. გვერდები წარმოადგენენ მხებებს და კუთხის გრადუსული ზომა მის გვერდებს შორის მოქცეული BC რკალის გრადუსული ზომის ტოლია. იპოვეთ ეს კუთხე.



ა) 45°　　ბ) 30°　　გ) 60°　　დ) 90°　　ე) შეუძლებელია განსაზღვრა

61. სანდრომ და ლაშამ გადახერხეს მართკუთხედის ფორმის ორი ერთნაირი ფიცარი. სანდრომ მიიღო ორი მართკუთხედი, თითოეული პერიმეტრით – 40 სმ, ლაშამ კი ორი მართკუთხედი თითოეული პერიმეტრით 50 სმ. რისი ტოლი იყო თავდაპირველი მართკუთხედის პერიმეტრი?

ა) 80 სმ　　ბ) 100 სმ　　გ) 90 სმ　　დ) 70 სმ　　ე) 60 სმ

62. მართკუთხედი დაყოფილია ორ კვადრატად. რამდენჯერაა მეტი მართკუთხედის პერიმეტრი თითოეული კვადრატის პერიმეტრზე?

ა) 1,25-ჯერ　　ბ) 1,5-ჯერ　　გ) 2-ჯერ　　დ) 3-ჯერ　　ე) 4-ჯერ

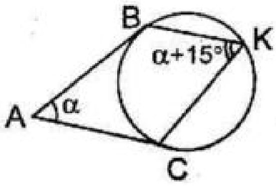
63. მოცემულია წრეწირი რადიუსით 7 სმ და წერტილი, რომელიც ცენტრიდან დაშორებულია 4 სმ-ით. მაშინ, ამ წერტილიდან ცენტრამდე და წრეწირამდე მანძილების ნამრავლი არის:

ა) 3 სმ　　ბ) 4 სმ　　გ) 7 სმ　　დ) 1 სმ　　ე) 12 სმ

64. წრეწირის რადიუსია 4,5 სმ. მაშინ შეუძლებელია, რომ რომელიმე ქორდის სიგრძე იყოს:

ა) 2 სმ   ბ) 4 სმ   გ) 7 სმ   დ) 11 სმ   ე) 9 სმ

65. A წერტილიდან წრეწირისადმი გავლებულია ორი მხები, რომლებიც წრეწირს B და C წერტილებში ეხება. K წერტილი ამ წრეწირზე მდებარეობს. ნახაზზე მითითებული კუთხეების სიდიდეების მიხედვით, რისი ტოლია α?



ა) 45°   ბ) 50°   გ) 55°   დ) 60°   ე) 70°

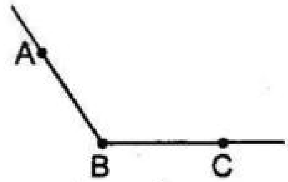
66. ქორდა ჭიმავს 90°-იან რკალს, ცენტრიდან ქორდამდე მანძილია 4 სმ. განსაზღვრეთ ქორდის სიგრძე

ა) 4 სმ   ბ) 8 სმ   გ) 12 სმ   დ) 9 სმ   ე) 5 სმ

67. 7 სმ-იანი ქორდა ჭიმავს 60°-იან რკალს. განსაზღვრეთ რადიუსი.

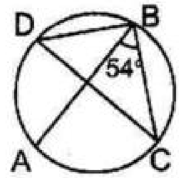
ა) 2 სმ   ბ) 3 სმ   გ) 3,5 სმ   დ) 5 სმ   ე) 7 სმ

68. $\angle ABC=120°$, $AB=BC=8$ სმ. A, B და C წერტილებზე გავლებულია წრეწირი. რისი ტოლია მისი რადიუსი?



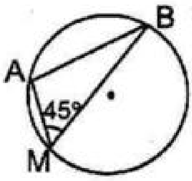
ა) 4 სმ   ბ) 6 სმ   გ) 15 სმ   დ) 8 სმ   ე) 7 სმ

69. ნახაზზე $AB=BC$, $\angle ABC=54°$, ხოლო CD – წრეწირის დიამეტრია. იპოვეთ BCD კუთხე.



ა) 47°   ბ) 54°   გ) 57°   დ) 63°   ე) 27°

70. $\sqrt{2}$ რადიუსის მქონე წრეწირში გავლებულია AB ქორდა. იპოვეთ ამ ქორდის სიგრძე, თუ წრეწირის M წერტილიდან ეს ქორდა ჩანს 45°-იანი კუთხით.



ა) $\sqrt{2}$ ბ) 3   გ) 4   დ) 2   ე) პასუხი M წერტილის არჩევაზეა დამოკიდებული

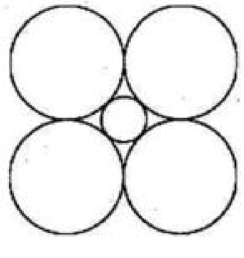
71. სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის ცენტრი წარმოადგენს:

ა) კუთხეთა ბისექტრისების თანაკვეთას
ბ) კუთხეთა სიმაღლეების თანაკვეთას
გ) მედიანების თანაკვეთას
დ) სხვადასხვა სამკუთხედში სხვადასხვა შემთხვევაა
ე) სამკუთხედის გვერდების შუაწერტილებიდან გავლებული მართობების თანაკვეთას

72. მოცემული წერტილიდან გავლებულია ორი ურთიერთმართობული მხები. მხების მონაკვეთის სიგრძეა 10 სმ. იპოვეთ დიამეტრი.

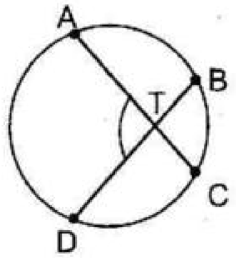
ა) 10 სმ   ბ) 15 სმ   გ) 20 სმ   დ) 100 სმ   ე) 49 სმ

73. ოთხი ერთნაირი წრეწირი გარედან ეხება ერთმანეთს ისე, როგორც ნახაზზეა ნაჩვენები. ამ წრეების ფართობების ჯამი 16π-ს ტოლია. რას უდრის პატარა წრის დიამეტრი?



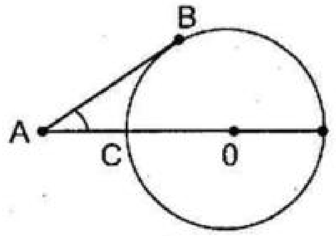
ა) $4\sqrt{2}$ **ბ)** $4-\sqrt{2}$ **გ)** $4+\sqrt{2}$ **დ)** $4\sqrt{2}+4$ **ე)** $4\sqrt{2}-4$

74. $\breve{AB}:\breve{BC}:\breve{CD}:\breve{AD}=3:2:2:5$. მაშინ $\angle ATD=$



ა) 120° **ბ)** 45° **გ)** 60° **დ)** 90° **ე)** 105°

75. $\angle BAC=37°$. AB მხებია. $\breve{BC}=$

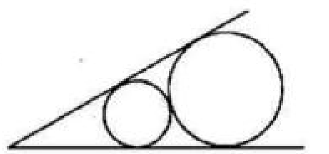


ა) 37° **ბ)** 45° **გ)** 53° **დ)** 60° **ე)** 63°

76. 120°-ის ტოლი ABC კუთხის გვერდებზე მოზომილია BA=BC=6 ტოლი მონაკვეთები. A, B და C წერტილებზე გავლებულია წრეწირი. იპოვეთ წრეწირის რადიუსი.

ა) 3 **ბ)** 6 **გ)** 9 **დ)** 10 **ე)** 12

77. 60°-იან კუთხეში ჩახაზული ორი წრეწირი ერთმანეთს ეხება. დიდი წრეწირის რადიუსია 18 სმ. მაშინ პატარა წრეწირის რადიუსია



ა) 9 სმ **ბ)** 6 სმ **გ)** 4 სმ **დ)** 8 სმ **ე)** 3 სმ

78. ორი წრეწირი, რომელთა რადიუსებია 17 სმ და 10 სმ, კვეთს ერთმანეთს. მაშინ მათ ცენტრებს შორის მანძილი არის:

ა) 27 სმ **ბ)** 7 სმ **გ)** 13,5 სმ **დ)** 17 სმ **ე)** შეუძლებელია განსაზღვრა

79. ორი წრეწირი შიგნიდან ეხება ერთმანეთს. დიდი წრეწირის რადიუსია 27 სმ, პატარა წრეწირის რადიუსი კი 5 სმ. იპოვეთ ცენტრებს შორის მანძილი.

ა) 17 სმ **ბ)** 32 სმ **გ)** 22 სმ **დ)** 15 სმ **ე)** შეუძლებელია განსაზღვრა

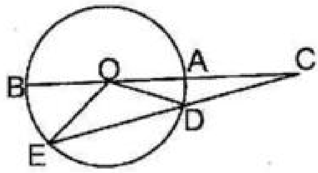
80. სიბრტყეზე მოცემულია ორი წერტილი. რა ფიგურას ქმნიან ამ წერტილებზე გამავალი ყველა შესაძლო წრეწირების ცენტრები?

ა) წრეწირს **ბ)** ნახევარსიბრტყეს **გ)** წრფეს **დ)** ორ წრფეს **ე)** მონაკვეთს

81. სიბრტყეზე მოცემულია წერტილი. რა ფიგურას ქმნიან ამ წერტილზე გამავალი მოცემული რადიუსის მქონე ყველა შესაძლო წრეწირების ცენტრები?

ა) წრეწირს **ბ)** ნახევარსიბრტყეს **გ)** წრფეს **დ)** ორ წრფეს **ე)** სხივს

82. O ცენტრის მქონე წრეწირის BA დიამეტრის გაგრძელებაზე აღებულია C წერტილი, რომელზეც გავლებული წრფე წრეწირს კვეთს D და E წერტილებში. რამდენჯერაა მეტი BOE კუთხის გრადუსული ზომა AOD კუთხის გრადუსულ ზომაზე, თუ CD=OA.



ა) 2-ჯერ **ბ)** 1,5-ჯერ **გ)** 4-ჯერ **დ)** 2,5-ჯერ **ე)** 3-ჯერ

83. თუ წრეწირის ორი დიამეტრის ბოლოებს მიმდევრობით შევაერთებთ, მიღებული ოთხკუთხედი აუცილებლად იქნება

ა) კვადრატი **ბ)** რომბი **გ)** პარალელოგრამი **დ)** ტრაპეცია **ე)** მართკუთხედი

84. წერტილები კოორდინატებით (2;3) და (-2;0) წარმოადგენენ მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზის ბოლოებს. იპოვეთ ამ სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი.

ა) 5 **ბ)** 3,5 **გ)** 2,5 **დ)** 3 **ე)** 2

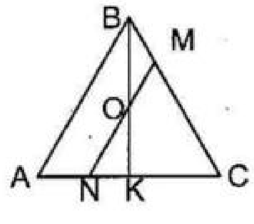
85. წერტილები კოორდინატებით (4;-3) და (-2;5) წარმოადგენენ მართკუთხედის მოპირდაპირე წვეროებს. იპოვეთ ამ მართკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი.

ა) 5 **ბ)** $\sqrt{19}$ **გ)** 2,5 **დ)** 10 **ე)** განსაზღვრა შეუძლებელია

86. სამკუთხედის გვერდებია 6, 9, 12. მისი მსგავსი სამკუთხედის გვერდების ნამრავლია 24. იპოვეთ ამ სამკუთხედების ფართობების შეფარდება.

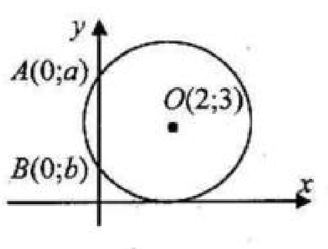
ა) 3 **ბ)** 6 **გ)** 9 **დ)** 2 **ე)** 4

87. ტოლფერდა სამკუთხედში ფერდის პარალელურად გავლებული წრფე ფუძეზე დაშვებულ სიმაღლეს O წერტილში კვეთს, BO:OK=2:3. იპოვეთ OM, თუ AB=20 სმ.



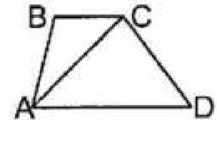
ა) 3 **ბ)** 3,5 **გ)** 4 **დ)** 4,5 **ე)** 5

88. წრეწირის ცენტრია $O(2;3)$ წერტილი. ეს წრეწირი ეხება ox ღერძს და კვეთს oy ღერძს $A(0;a)$ და $B(0;b)$ წერტილებში. იპოვეთ $a \cdot b$.



ა) 2 **ბ)** 4 **გ)** 6 **დ)** 5 **ე)** 1

89. ABCD ტრაპეციაში (AD||BC), ∠BAC=∠CDA, BC=2, AD=8. რისი ტოლია AC დიაგონალი?



ა) 5 **ბ)** 4 **გ)** 3 **დ)** 6 **ე)** 4,5

90. იპოვეთ მართკუთხა სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი, თუ ამ სამკუთხედის კათეტების სიგრძეები $x^2-14x+48=0$ განტოლების ფესვებია.

ა) 5 **ბ)** 6 **გ)** 7 **დ)** 8 **ე)** 10

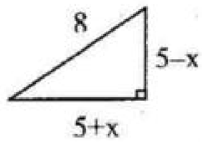
91. ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზა არის 6 სმ. იპოვეთ მისი კათეტი.

ა) $6\sqrt{2}$ სმ **ბ)** 4 სმ **გ)** $3\sqrt{2}$ სმ **დ)** 5 სმ **ე)** $2\sqrt{3}$ სმ

92. მართკუთხედის დიაგონალი არის 26 სმ, ხოლო გვერდები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 5:12. იპოვეთ მისი ერთ-ერთი წვეროდან დიაგონალზე დაშვებული მართობი.

ა) $\frac{60}{13}$ სმ **ბ)** 7 სმ **გ)** 86 სმ **დ)** $\frac{120}{13}$ სმ **ე)** 10 სმ

93. რისი ტოლია $25-x^2$?

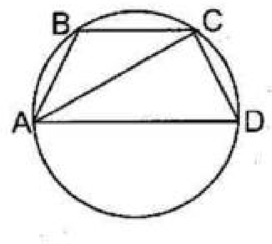


ა) 64 **ბ)** $40\sqrt{2}$ **გ)** –10 **დ)** –14 **ე)** 18

94. სამკუთხედის კუთხეები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 1:1:2. მცირე გვერდი არის 4 სმ. იპოვეთ უდიდესი გვერდის მედიანა.

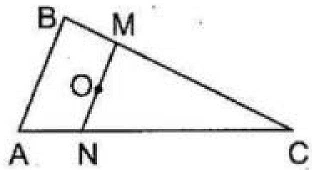
ა) 2 სმ **ბ)** $2\sqrt{3}$ სმ **გ)** 2,5 სმ **დ)** $2\sqrt{2}$ სმ **ე)** $\sqrt{2}$ სმ

95. ABCD ტრაპეციის წვეროები წრეწირზე მდებარეობს. წრეწირის O ცენტრი AD ფუძეზეა. იპოვეთ ტრაპეციის დიაგონალი, თუ BC=6 და AD=10.



ა) 7 **ბ)** 8 **გ)** $4\sqrt{5}$ **დ)** 9 **ე)** $3\sqrt{6}$

96. ABC სამკუთხედის პერიმეტრი 30 სმ-ია. მისი მედიანების გადაკვეთის O წერტილზე გავლებულია AB გვერდის პარალელური MN წრფე. იპოვეთ MCN სამკუთხედის პერიმეტრი.



ა) 15 სმ **ბ)** 18 სმ **გ)** 20 სმ **დ)** 24 სმ **ე)** 25 სმ

97. მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზა 40-ის ტოლია. ჰიპოტენუზის შუაწერტილიდან ერთ კათეტამდე მანძილი 3-ჯერ მეტია, ვიდრე მეორე კათეტამდე მანძილი. იპოვეთ სამკუთხედის პერიმეტრი.

ა) 200 **ბ)** 120 **გ)** $40+32\sqrt{10}$ **დ)** $40+16\sqrt{10}$ **ე)** $20+16\sqrt{10}$

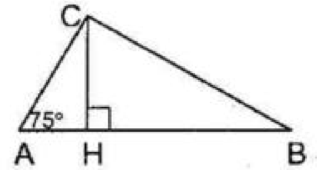
98. ორი სამკუთხედი მსგავსია. ერთ-ერთი სამკუთხედის გვერდების სიგრძეები 2 სმ-ით მეტია მეორე სამკუთხედის შესაბამის გვერდებზე. იპოვეთ ამ სამკუთხედის კუთხეები.

ა) 90°; 45°; 45° **ბ)** 90°; 60°; 30° **გ)** 60°; 60°; 60° **დ)** 72°; 72°; 36°
ე) პასუხი განსხვავებულია ჩამოთვლილთაგან

99. ABC სამკუთხედის სიმაღლეები O წერტილში იკვეთებიან. მოცემულია OC=AB. იპოვეთ კუთხე ACB.

ა) 30° ბ) 45° გ) 60° დ) 67,5° ე) 75°

100. იპოვეთ ABC სამკუთხედის B კუთხე, თუ CH სიმაღლე AB გვერდის ნახევარია, ხოლო $\angle BAC=75°$.

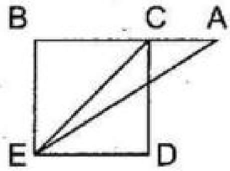


ა) 75° ბ) 60° გ) 45° დ) 30° ე) შეუძლებელია დადგენა

101. მართკუთხა სამკუთხედის კათეტი 6 სმ-ის ტოლია. მის წინ მდებარე კუთხე კი 60°-ია. იპოვეთ სამკუთხედის დიდი მახვილი კუთხის ბისექტრისა.

ა) 3 სმ ბ) 4 სმ გ) 5 სმ დ) 2,5 სმ ე) 1,5 სმ

102. BCDE კვადრატის BC გვერდის გაგრძელებაზე აღებულია A წერტილი, AB=8 და AE=10. რისი ტოლია AEC სამკუთხედის პერიმეტრი?



ა) $12+4\sqrt{2}$ ბ) $12+6\sqrt{2}$ გ) $10+6\sqrt{2}$ დ) 24 ე) 18

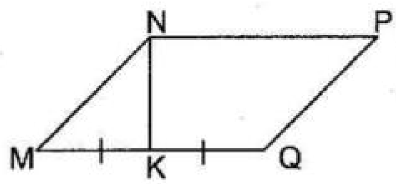
103. მართკუთხა სამკუთხედში გავლებულია 60°-იანი კუთხის ბისექტრისა. იპოვეთ ბისექტრისის სიგრძე, თუ ის დიდ კათეტზე 1 სმ-ით მოკლეა.

ა) 0,5 სმ ბ) 1 სმ გ) 1,5 სმ დ) 2 სმ ე) 2,5 სმ

104. მართკუთხა სამკუთხედის კათეტები არის 4 სმ და 5 სმ. იპოვეთ ჰიპოტენუზაზე მათი გეგმილების შეფარდება.

ა) 4:5 ბ) $\sqrt{4}:\sqrt{5}$ გ) 16:25 დ) $4\sqrt{2}:5\sqrt{3}$ ე) 2:3

105. პარალელოგრამში N წვეროდან MQ გვერდზე დაშვებული NK სიმაღლე ამ გვერდს შუაზე ყოფს. იპოვეთ პარალელოგრამის პერიმეტრი, თუ MQ=14 და NQ=10

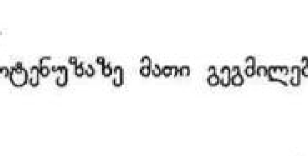


ა) 40 ბ) 60 გ) 48 დ) 50 ე) 52

106. მართკუთხა ტრაპეციაში მცირე ფერდი მცირე ფუძის ტოლია, ხოლო მცირე დიაგონალი – დიდი ფერდის. მაშინ ამ ტრაპეციის მახვილი კუთხეა

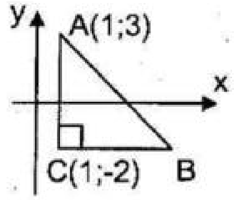
ა) 30° ბ) 45° გ) 60° დ) 75° ე) შეუძლებელია დადგენა

107. ტრაპეციის მახვილი კუთხეებია 30° და 45°. დიდი ფუძეა 7, დიდი ფერდი კი – 4. იპოვეთ ტრაპეციის პერიმეტრი.



ა) $16-2\sqrt{3}+2\sqrt{2}$ ბ) $10+2\sqrt{3}$ გ) $12-2\sqrt{2}$ დ) $10\sqrt{2}+5\sqrt{3}$ ე) 18

108. ABC ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედის A და C წვეროების კოორდინატები მითითებულია ნახაზზე. იპოვეთ ABC სამკუთხედის პერიმეტრი.



ა) 20   ბ) $10+5\sqrt{2}$ გ) $20+\sqrt{5}$ დ) 18   ე) 16

109. რომბში და კვადრატში დიაგონალების მიერ ერთმანეთთან შედგენილი კუთხე არის:

ა) 30°   ბ) 45°   გ) 60°   დ) 90°   ე) 120°

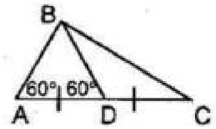
110. ოთხკუთხედი, რომელშიც დიაგონალები წარმოადგენენ ბისექტრისებს, არ არის

ა) კვადრატი
ბ) მართკუთხედი, რომელიც არ არის კვადრატი
გ) რომბი
დ) რომბი ან კვადრატი
ე) კვადრატი ან პარალელოგრამი, რომელიც არ არის რომბი

111. პარალელოგრამის ერთ-ერთი გვერდი არის 7 სმ, ხოლო ერთ-ერთი დიაგონალი წარმოადგენს ბისექტრისას. იპოვეთ პერიმეტრი.

ა) 14 სმ   ბ) 28 სმ   გ) 21,5 სმ   დ) 31 სმ   ე) 31,75 სმ

112. BD მედიანაა, AB=3. რისი ტოლია BC?



ა) 4   ბ) 5   გ) $3\sqrt{2}$ დ) $4\sqrt{2}$ ე) $3\sqrt{3}$

113. რომბის დიაგონალებია c და $c\sqrt{3}$; მაშინ რომბის ბლაგვი კუთხეა

ა) 120°   ბ) 135°   გ) 110°   დ) 150°   ე) დამოკიდებულია c-ს მნიშვნელობაზე

114. მახვილკუთხა სამკუთხედის ორი მცირე გვერდის სიგრძეებია 7 და 10. რა უდიდესი მთელი მნიშვნელობის მიღება შეუძლია მესამე გვერდს?

ა) 11   ბ) 12   გ) 13   დ) 15   ე) 16

115. ბლაგვკუთხა სამკუთხედის ორი მცირე გვერდის სიგრძეებია 6 და 9. რა უმცირესი მთელი მნიშვნელობის მიღება შეუძლია მესამე გვერდს?

ა) 10   ბ) 11   გ) 12   დ) 13   ე) 15

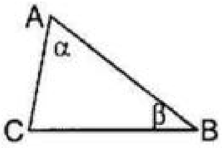
116. ბლაგვკუთხა სამკუთხედის ორი მცირე გვერდის სიგრძეებია 6 და 9. რამდენი მთელი მნიშვნელობის მიღება შეუძლია მესამე გვერდს?

ა) 1   ბ) 2   გ) 3   დ) 4   ე) 5

117. რისი ტოლია სამკუთხედის უმცირესი კუთხის სინუსი, თუ მისი გვერდები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 5:7:8.

ა) $\frac{5\sqrt{3}}{14}$ ბ) $\frac{5}{8}$ გ) $\frac{1}{3}$ დ) $\frac{2\sqrt{3}}{5}$ ე) $\frac{7}{8}$

118. ABC მახვილკუთხა სამკუთხედში BC გვერდი AC გვერდზე 2-ჯერ დიდია. ჩამოთვლილთაგან რომელი პირობა სრულდება აუცილებლად?



ა) $4\beta<\alpha$ ბ) $\beta=2\alpha$ გ) $\alpha<2\beta$ დ) $\alpha=2\beta$ ე) $\alpha>2\beta$

119. გამოსახულება $\frac{n(n-3)}{2}$ გვაძლევს:

ა) კუთხეების ჯამს n-კუთხედში
ბ) გვერდების რაოდენობას n-კუთხედში
გ) დიაგონალების რაოდენობას n-კუთხედში
დ) n წერტილის შემაერთებელი მონაკვეთების რაოდენობას
ე) არცერთი აღნიშნულთაგან

120. მრავალკუთხედში შიგა კუთხეების ჯამი არის 1080°. რამდენი კუთხე აქვს ამ მრავალკუთხედს?

ა) 6 ბ) 8 გ) 9 დ) 10 ე) 5

121. ამოზნექილ ექვსკუთხედს არ შეიძლება ჰქონდეს

ა) 2 მართი კუთხე ბ) 3 მართი კუთხე გ) 4 მართი კუთხე დ) 2 ბლაგვი კუთხე ე) 3 ბლაგვი კუთხე

122. ნებისმიერი ოთხკუთხედის გვერდების შუაწერტილებს თუ მიმდევრობით შევაერთებთ, მივიღებთ:

ა) პარალელოგრამს ბ) კვადრატს გ) ტრაპეციას დ) რომბს ე) მართკუთხედს

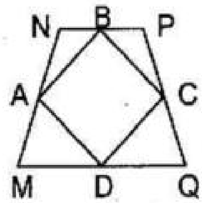
123. პარალელოგრამში ერთი კუთხე წარმოადგენს მეორის 20%-ს. იპოვეთ უმცირესი კუთხე.

ა) 10° ბ) 30° გ) 45° დ) 37° ე) 15°

124. პარალელოგრამის ორი მეზობელი კუთხის ბისექტრისებს შორის კუთხეა:

ა) 30° ბ) 45° გ) 75° დ) 90° ე) 120°

125. MNPQ ტოლფერდა ტრაპეციის მეზობელი გვერდების შუაწერტილების შემაერთებელი მონაკვეთები ABCD კვადრატს ქმნიან. იპოვეთ ტრაპეციის ფერდი, თუ ტრაპეციის ფუძეებია 1 და 7.



ა) 5 ბ) 4 გ) 3 დ) $3\sqrt{2}$ ე) $\sqrt{5}/2$

126. მართკუთხა ტრაპეციის ფუძეებია 10 და 16, დიდი ფერდი კი – 10. იპოვეთ მეორე ფერდი.

ა) 6 ბ) 7 გ) 8 დ) 10 ე) 12

127. ტოლფერდა ტრაპეციის ფუძეები არის 6 სმ და 4 სმ, ხოლო დიაგონალი წარმოადგენს მახვილი კუთხის ბისექტრისას. მაშინ ტრაპეციის პერიმეტრი არის:

ა) 10 სმ ბ) 20 სმ გ) 20,5 სმ დ) 18 სმ ე) 17 სმ

128. ტოლფერდა ტრაპეციის სიმაღლე მისი შუამონაკვეთის ტოლია. მაშინ, კუთხე დიაგონალებს შორის არის

ა) 30° ბ) 45° გ) 60° დ) 90° ე) 120°

129. მართკუთხა ტრაპეციის მცირე ფუძე არის 8 სმ, დიდი ფერდი 12 სმ, ხოლო მახვილი კუთხე 60°. იპოვეთ დიდი ფუძე.

ა) 10 სმ ბ) 12 სმ გ) 16 სმ დ) 14 სმ ე) 12,5 სმ

130. ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძეა 6, ფერდი კი – 5. იპოვეთ ჩახაზული წრეწირის რადიუსი.

ა) 2 ბ) 1,5 გ) 1,8 დ) 2,5 ე) 1,6

131. იპოვეთ იმ კვადრატის ფართობი, რომლის დიაგონალი არის 6 სმ.

ა) 36 სმ^2 ბ) 30 სმ^2 გ) 24 სმ^2 დ) 18 სმ^2 ე) 12 სმ^2

132. მართკუთხედის ერთი გვერდი შეადგენს მეორის 40%-ს, პერიმეტრი არის 42 სმ. იპოვეთ ფართობი.

ა) 126 სმ^2 ბ) 90 სმ^2 გ) 80 სმ^2 დ) 72 სმ^2 ე) 96 სმ^2

133. იპოვეთ მართკუთხედის ფართობი, თუ შემოხაზული წრეწირის რადიუსი არის 5 სმ, ხოლო დიაგონალებს შორის კუთხე 30°.

ა) 20 სმ^2 ბ) 25 სმ^2 გ) 30 სმ^2 დ) 35 სმ^2 ე) 36 სმ^2

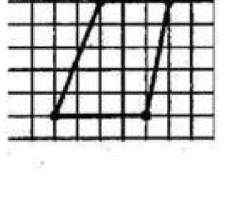
134. კვადრატის ფართობი რიცხობრივად მისი პერიმეტრის ტოლია. იპოვეთ კვადრატის გვერდი.

ა) 4 ბ) 3 გ) 9 დ) $\sqrt{3}$ ე) შეუძლებელია განსაზღვრა

135. რომბის მახვილი კუთხე არის 30°-ის ტოლი. რისი ტოლია გვერდი, თუ ფართობი რიცხობრივად პერიმეტრის ტოლია?

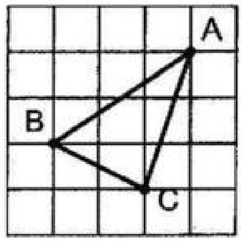
ა) 4 ბ) 9 გ) $3\sqrt{2}$ დ) 8 ე) შეუძლებელია განსაზღვრა

136. უჯრედებიან ფურცელზე გამოსახულია ოთხკუთხედი. იპოვეთ მისი ფართობი, თუ თითოეული უჯრა წარმოადგენს კვადრატს, რომლის გვერდის სიგრძეა 1 სმ.



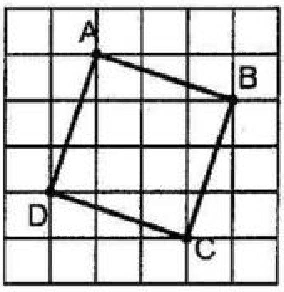
ა) 12 სმ^2 ბ) 15 სმ^2 გ) 17,5 სმ^2 დ) 18 სმ^2 ე) 19 სმ^2

137. რას უდრის ABC სამკუთხედის ფართობი, თუ ნახაზზე უმცირესი კვადრატის გვერდი 1-ის ტოლია



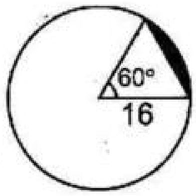
ა) $\frac{7}{2}$ ბ) 3 გ) $\frac{10}{3}$ დ) $\frac{13}{4}$ ე) $\frac{5}{2}$

138. რას უდრის ABCD ოთხკუთხედის ფართობი, თუ ნახაზზე უმცირესი კვადრატის გვერდი 1-ის ტოლია



ა) 10 ბ) 12 გ) 8 დ) 9 ე) 9,5

139. ნახაზზე მითითებული მონაცემების მიხედვით იპოვეთ გამუქებული ფიგურის პერიმეტრი



ა) $16\sqrt{2}+16\pi$ ბ) $16+\frac{16}{3}\pi$ გ) $16+12\pi$ დ) $16\sqrt{2}+8\pi$ ე) $16+16\pi$

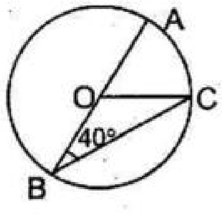
140. პარალელოგრამის დიაგონალებია 5 და $5\sqrt{3}$, მათ შორის მდებარე კუთხე კი 60°-ის ტოლია. იპოვეთ პარალელოგრამის ფართობი.

ა) $\frac{75}{4}$ ბ) $\frac{25\sqrt{3}}{2}$ გ) $\frac{75}{2}$ დ) $\frac{50\sqrt{3}}{3}$ ე) 30

141. ნახაზზე გამოსახულია წრეწირი და მასში ჩახაზული წესიერი სამკუთხედი, რომლის გვერდის სიგრძე a-ს ტოლია. რისი ტოლია გამუქებული ფიგურის ფართობი?

ა) $\frac{3a^2}{4}$ ბ) $a^2\left(\pi-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ გ) $\frac{a^2(4\pi-3\sqrt{3})}{12}$ დ) $\frac{a^2(\pi-2)}{2}$ ე) $\frac{a^2(\pi-\sqrt{3})}{3}$

142. O ცენტრის მქონე წრის ფართობი 90π სმ^2-ის ტოლია. რისი ტოლია AOC სექტორის ფართობი, თუ $\angle ABC=40°$?



ა) 30π სმ^2 ბ) 40π სმ^2 გ) 45π სმ^2 დ) 20π სმ^2 ე) 25π სმ^2

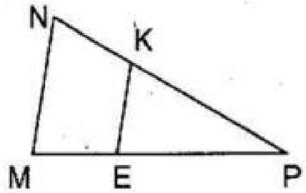
143. იპოვეთ წრეწირის რადიუსი, რომელიც 1-ის ტოლი რადიუსის მქონე წრეწირის კონცენტრულია და რომელიც მას ორ ტოლდიდ ნაწილად ყოფს.

ა) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ბ) 0,5 გ) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ დ) 0,75 ე) $\frac{2}{3}$

144. მართკუთხედიდან მოჭრილია ორი სამკუთხედი. დარჩენილი ტრაპეციის ფართობი უდრის 30 სმ^2-ს და მისი ერთი ფუძე ორჯერ გრძელია მეორეზე. რას უდრის ამოჭრილი სამკუთხედების ფართობების ჯამი?

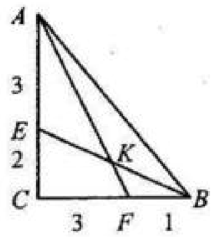
ა) 10 სმ^2 ბ) 12 სმ^2 გ) 15 სმ^2 დ) 18 სმ^2 ე) 20 სმ^2

145. MNP სამკუთხედში NP=16 სმ, KE||NM. იპოვეთ NK, თუ ცნობილია, რომ NKEM ოთხკუთხედის ფართობი MNP სამკუთხედის ფართობის ნახევარია.



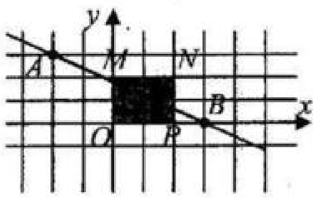
ა) 3 ბ) 4 გ) 5 დ) $16-6\sqrt{2}$ ე) $16-8\sqrt{2}$

146. ABC მართკუთხა სამკუთხედში გავლებულია BE და AF მონაკვეთები ისე, როგორც ნახაზზეა ნაჩვენები. იპოვეთ $S_{KEA}-S_{KFB}$.



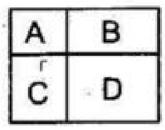
ა) 2 ბ) 3 გ) 3,5 დ) 4 ე) 1

147. A და B წერტილებზე გამავალი წრფე რა ნაწილებად გაყოფს $OMNP$ კვადრატის ფართობს, თუ მცირე კვადრატების გვერდი ერთი ერთეულის ტოლია.



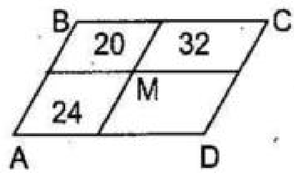
ა) 2:3 ბ) 1:3 გ) 2:5 დ) 3:5 ე) 4:7

148. A, B, C, D მართკუთხედების სიგრძე და სიგანე მთელი რიცხვებია. A, B, C-ს ფართობები, შესაბამისად არის 14, 22, 21. რისი ტოლია მთელი ფიგურის ფართობი?



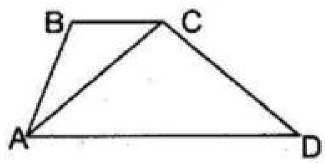
ა) 100 ბ) 90 გ) 80 დ) 85 ე) 75

149. ABCD პარალელოგრამის შიგნით აღებულ M წერტილზე გავლებულია AB და AD გვერდების პარალელური წრფეები. მიღებული ოთხი პარალელოგრამიდან სამის ფართობი ნახაზზეა მითითებული. რას უდრის მეოთხე პარალელოგრამის ფართობი.



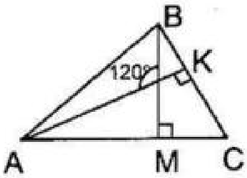
ა) 15 ბ) 80/3 გ) 38,4 დ) 40 ე) 42

150. ABCD ტრაპეციის BC ფუძის სიგრძე 3-ჯერ ნაკლებია AD ფუძის სიგრძეზე. რისი ტოლია ამ ტრაპეციის ფართობი, თუ ACD და ABC სამკუთხედების ფართობების სხვაობა 20 სმ^2-ია?



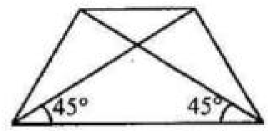
ა) 40 სმ^2 ბ) 45 სმ^2 გ) 50 სმ^2 დ) 60 სმ^2 ე) 55 სმ^2

151. ABC სამკუთხედში AC=8, BC=5, AK და BM სიმაღლეები 120°-იანი კუთხით იკვეთებიან. იპოვეთ ABC სამკუთხედის ფართობი.



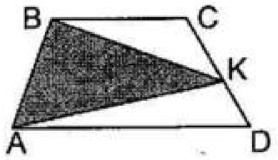
ა) 20 ბ) $10\sqrt{3}$ გ) $20\sqrt{2}$ დ) 30 ე) $25\sqrt{3}$

152. ტრაპეციაში დიაგონალები ფუძესთან 45°-იან კუთხეებს ადგენენ. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი, თუ მისი დიაგონალი a-ს ტოლია.



ა) $\frac{a^2}{3}$ ბ) $\frac{2a^2}{3}$ გ) $\frac{3a^2}{4}$ დ) $\frac{a^2}{2}$ ე) შეუძლებელია განსაზღვრა

153. K წერტილი ABCD ტრაპეციის CD ფერდის შუაწერტილია. იპოვეთ გამუქებული ფიგურის ფართობი, თუ ტრაპეციის ფართობია 40.

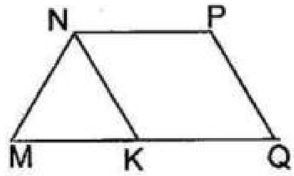


ა) 20 ბ) 25 გ) 30 დ) 32 ე) შეუძლებელია განსაზღვრა

154. ტოლფერდა ტრაპეციაში დიაგონალი არის 20 სმ, სიმაღლე 12 სმ. იპოვეთ ფართობი.

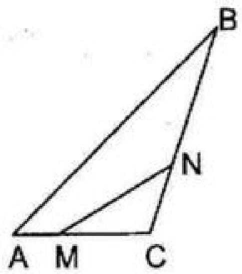
ა) 144 სმ^2 ბ) 132 სმ^2 გ) 121 სმ^2 დ) 100 სმ^2 ე) 192 სმ^2

155. MNPQ ტოლფერდა ტრაპეციაში $\angle N = 120°$, $MN = NK = \frac{MQ}{2}$. იპოვეთ S_{MNPQ}, თუ $S_{MNK}=5$.



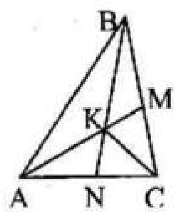
ა) 30 ბ) 10 გ) 15 დ) 20 ე) 7,5

156. ABC სამკუთხედის AC და BC გვერდებზე ისეა აღებული M და N წერტილები, რომ AM:MC=1:3, ხოლო NC:NB=1:2. რისი ტოლია AMNB ოთხკუთხედის ფართობი, თუ ABC სამკუთხედის ფართობია 32 სმ^2?



ა) 8 სმ^2 ბ) 16 სმ^2 გ) 20 სმ^2 დ) 24 სმ^2 ე) 28 სმ^2

157. BM:MC=2:3, AK:KM=2:1. იპოვეთ AKC და ABC სამკუთხედების ფართობების შეფარდება.

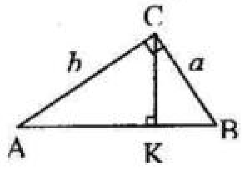


ა) $\frac{2}{5}$ ბ) $\frac{3}{5}$ გ) $\frac{1}{2}$ დ) $\frac{5}{8}$ ე) $\frac{1}{3}$

158. მოცემულია სამკუთხედი ABC ფართობით S. O არის CK და BL მედიანების გადაკვეთის წერტილი. იპოვეთ ΔBOC-ს ფართობი.

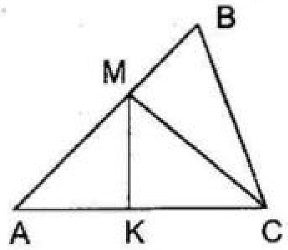
ა) $\frac{2}{3}S$ ბ) $\frac{1}{3}S$ გ) $\frac{6}{S}$ დ) $S(\sqrt{2}-1)$ ე) $\frac{3}{4}S$

159. ΔABC არის მართკუთხა, $AC=b$, $BC=a$ და $CK\perp AB$. იპოვეთ $S_{ACK}:S_{BCK}$.



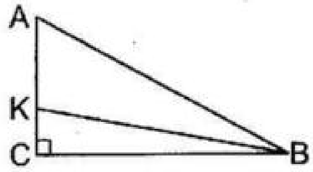
ა) $\frac{a^2}{b^2}$ ბ) $\frac{b^2}{a^2}$ გ) $\frac{a}{b}$ დ) $\frac{b}{a}$ ე) 2:1

160. ABC სამკუთხედში AB და AC გვერდებზე აღებულია M და K წერტილები, ისე რომ $\frac{AM}{MB}=\frac{3}{2}$, ხოლო $\frac{AK}{KC}=\frac{2}{3}$. რისი ტოლია $\frac{S_{MKC}}{S_{ABC}}$?



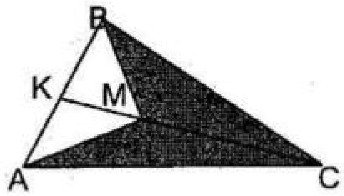
ა) $\frac{3}{5}$ ბ) $\frac{3}{10}$ გ) $\frac{9}{25}$ დ) $\frac{9}{16}$ ე) $\frac{4}{9}$

161. ნახაზზე მოცემულია ABC მართკუთხა სამკუთხედი. $BC=7$, $AB=\sqrt{109}$, იპოვეთ KC, თუ $S_{KBC}=\frac{1}{3}S_{ABC}$.



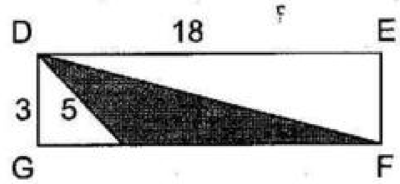
ა) 10/3 ბ) $2\sqrt{15}/3$ გ) $3\sqrt{10}$ დ) $\sqrt{89}$ ე) $\sqrt{106}/3$

162. ABC სამკუთხედში AB გვერდზე აღებული K წერტილი შეერთებულია C წვეროსთან. KC მონაკვეთზე აღებულია M წერტილი ისე, რომ $KM:MC=1:3$. იპოვეთ გამუქებული ფიგურის ფართობი, თუ AMB სამკუთხედის ფართობი 10 სმ^2-ია.



ა) $\frac{70}{3}$ სმ^2 ბ) 30 სმ^2 გ) 40 სმ^2 დ) 35 სმ^2 ე) $\frac{65}{3}$ სმ^2

163. ნახაზზე გამოსახულია DEFG მართკუთხედი. რას უდრის გამუქებული ფიგურის ფართობი?



ა) 21 ბ) 25 გ) 30 დ) 32 ე) 40

164. რომელი ფორმულის გამოყენება არ შეიძლება სამკუთხედის ფართობის გამოსათვლელად?

ა) $\frac{ah}{2}$, სადაც a გვერდია და h მასზე დაშვებული სიმაღლე

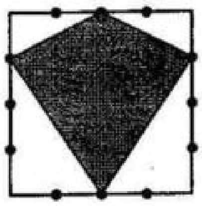
ბ) $\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, სადაც p ნახევარპერიმეტრია, a, b, c გვერდები

გ) $\frac{2}{3}m_1m_2$, სადაც m_1 და m_2 ორი მედიანაა

დ) $\frac{abc}{4R}$, სადაც a, b, c გვერდებია, R შემოხაზული წრეწირის რადიუსი

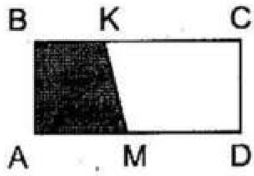
ე) $\frac{a+b+c}{2}r$, სადაც a, b, c გვერდებია, r ჩახაზული წრეწირის რადიუსი

165. ნახაზზე გამოსახული კვადრატის ფართობის რა ნაწილია გამუქებული, თუ კვადრატის გვერდები მონიშნული წერტილებით ტოლ ნაწილებადაა დაყოფილი.



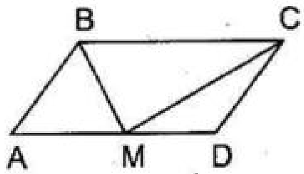
ა) $\frac{9}{16}$ ბ) $\frac{1}{2}$ გ) $\frac{3}{4}$ დ) $\frac{5}{9}$ ე) $\frac{7}{12}$

166. ნახაზზე გამოსახულია ABCD მართკუთხედი. გამუქებული ფიგურის ფართობი გაუმუქებელი ფიგურის ფართობის ნახევარია, BK:KC=1:4, იპოვეთ AM:MD.



ა) 5:6 ბ) 3:4 გ) 3:5 დ) 5:7 ე) 7:8

167. ABCD პარალელოგრამში B და C კუთხეების ბისექტრისები AD გვერდზე მდებარე M წერტილში იკვეთებიან. რას უდრის პარალელოგრამის ფართობი, თუ BM=10 სმ, CM=12 სმ?



ა) 100 სმ^2 ბ) 90 სმ^2 გ) 140 სმ^2 დ) 130 სმ^2 ე) 120 სმ^2

168. პარალელოგრამის გვერდებია 9 და 6. მანძილი დიდ გვერდებს შორის 3-ის ტოლია. იპოვეთ მანძილი მცირე გვერდებს შორის.

ა) 12 ბ) 13 გ) 5 დ) 4,5 ე) 4

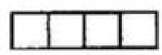
169. თუ რომბის დიაგონალების ნამრავლი 8-ჯერ მეტია რომბის გვერდზე, მაშინ რომბის სიმაღლეა

ა) 4 ბ) 8 გ) 6 დ) 5 ე) 4,5

170. თუ რომბის დიაგონალების ნამრავლი 6-ჯერ მეტია რომბის სიმაღლეზე, მაშინ რომბის გვერდია

ა) 4 ბ) 6 გ) 3 დ) 4,5 ე) 5,5

171. ოთხი კვადრატისაგან შედგენილი მართკუთხედის პერიმეტრი არის 50 სმ. იპოვეთ ფართობი.

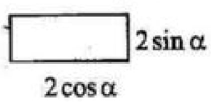


ა) 100 სმ^2 ბ) 80 სმ^2 გ) 75 სმ^2 დ) 55 სმ^2 ე) 50 სმ^2

172. რამდენჯერ შემცირდება მართკუთხედის ფართობი, თუ მის ერთ გვერდს გავზრდით 2-ჯერ, მეორეს კი შევამცირებთ 3-ჯერ?

ა) 6 ბ) 2 გ) 3 დ) 0,5 ე) $\frac{3}{2}$

173. მართკუთხედის გვერდებია $2\sin\alpha$ და $2\cos\alpha$, ხოლო ფართობი 1-ის ტოლია. ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რისი ტოლია α?

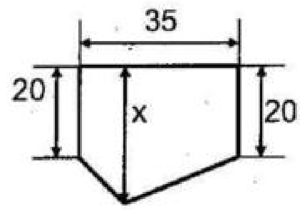


ა) 15° ბ) 30° გ) 45° დ) 60° ე) 90°

174. სულ რამდენი ისეთი მართკუთხედი არსებობს, რომელთა გვერდების სიგრძეები მთელი რიცხვებია, ხოლო ფართობი 14-ს არ აღემატება?

ა) 3 ბ) 8 გ) 16 დ) 22 ე) 25

175. ნახაზზე გამოსახული ფიგურის ფართობი 805 სმ²-ია. აღნიშნული ზომების მიხედვით იპოვეთ x.

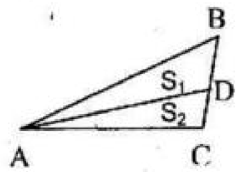


ა) 21 სმ ბ) 22 სმ გ) 24 სმ დ) 26 სმ ე) 28 სმ

176. სამკუთხედის ფართობი, რომლის წვეროებია $A(2;2)$, $B(2;-2)$ და $C(6;-4)$ ტოლია

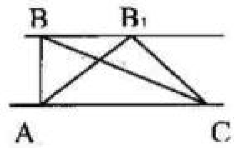
ა) 6 ბ) 8 გ) 12 დ) 15 ე) 16

177. $BD>DC$ შეადარეთ S_1 და S_2 სამკუთხედების ფართობები.



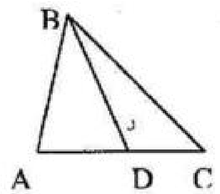
ა) $S_1<S_2$ ბ) $S_1=S_2$ გ) $S_1>S_2$
დ) სხვადასხვა სამკუთხედში სხვადასხვა უტოლობაა
ე) შეუძლებელია განსაზღვრა

178. $AC \| BB_1$, $S_{ABC}=S_1$, $S_{AB_1C}=S_2$, შეადარეთ S_1 და S_2.



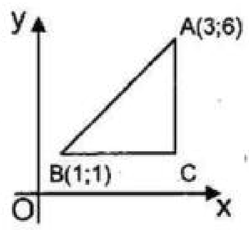
ა) $S_1<S_2$ ბ) $S_1=S_2$ გ) $S_1>S_2$
დ) სხვადასხვა სამკუთხედში სხვადასხვა უტოლობაა
ე) შეუძლებელია განსაზღვრა

179. $AD:DC=5:4$ და $S_{ABD}=45$. რისი ტოლია S_{ABC}?



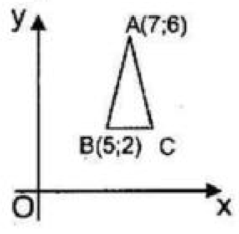
ა) 90 ბ) 81 გ) 78 დ) 100 ე) 95

180. ABC სამკუთხედის ერთი გვერდი OX ღერძის პარალელურია, მეორე – OY ღერძის. სამკუთხედის B და A წვეროების კოორდინატები მითითებულია ნახაზზე. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.



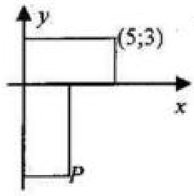
ა) 4 ბ) 5 გ) 6 დ) 8 ე) 10

181. ABC ტოლფერდა სამკუთხედის BC ფუძე OX ღერძის პარალელურია. სამკუთხედის A და B წვეროების კოორდინატები მითითებულია ნახაზზე. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.



ა) 4 ბ) 6 გ) 8 დ) 10 ე) 12

182. მოცემული ორი მართკუთხედის ფართობი ტოლია. რა შეიძლება იყოს P-ს კოორდინატები?

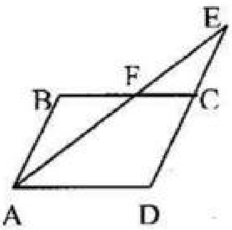


ა) (–5;–3) ბ) (5;–5) გ) (–5;3) დ) (5;–3) ე) (3;–5)

183. კვადრატის ფართობი, რომლის მეზობელი წვეროებია A(3;–7) და B(–1;4) არის

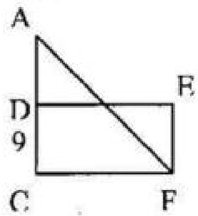
ა) 167 ბ) 107 გ) 16 დ) 67 ე) 137

184. ABCD ოთხკუთხედი წარმოადგენს პარალელოგრამს. AB=8 სმ, CE=2 სმ. იპოვეთ ADE და FCE სამკუთხედების ფართობების შეფარდება.



ა) 64:25 ბ) 45:2 გ) 16:1 დ) 25:1 ე) 20:1

185. CDEF არის მართკუთხედი, რომლის ფართობი ტოლია ACF სამკუთხედის ფართობისა. რისი ტოლია AD, თუ DC=9?



ა) $\frac{9}{2}$ ბ) 7 გ) 11 დ) $\frac{15}{2}$ ე) 9

186. კვადრატის ფართობი, რომლის მოპირდაპირე წვეროებია A(3;–3) და B(3;9) არის

ა) 144 ბ) 72 გ) 27 დ) 9 ე) 81

187. რა მაქსიმალური მნიშვნელობა შეიძლება მიიღოს მართკუთხედის ფართობმა, რომლის გვერდებია x და y–5 და x+y=3?

ა) 1 ბ) 1,5 გ) 2 დ) 3 ე) ასეთი მართკუთხედი არ არსებობს

188. სამკუთხედის სიმაღლეებია 3, 4 და 5. განსაზღვრეთ სამკუთხედის სახე.

ა) მართკუთხა ბ) მახვილკუთხა გ) ბლაგვკუთხა დ) მახვილკუთხა ან მართკუთხა ე) შეუძლებელია დადგენა

189. თუ სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის ცენტრი არის სამკუთხედის შიგნით, მაშინ სამკუთხედი არის:

ა) მართკუთხა ბ) ბლაგვკუთხა გ) მახვილკუთხა
დ) მახვილკუთხა ან ბლაგვკუთხა ე) სხვადასხვა სამკუთხედში სხვადასხვაა

190. თუ სამკუთხედის ორი გვერდის სიგრძეებია 5 სმ და 7 სმ, რისი ტოლი არ შეიძლება იყოს ამ სამკუთხედის ფართობი?

ა) 0,035 სმ^2 ბ) 0,01 სმ^2 გ) 10 სმ^2 დ) 15 სმ^2 ე) 18 სმ^2

191. სამკუთხედის გვერდები არის 25 სმ, 17 სმ და 12 სმ. იპოვეთ 12 სმ-იან გვერდზე დაშვებული სიმაღლე.

ა) 8 სმ ბ) 13 სმ გ) 14 სმ დ) 15 სმ ე) 13 სმ

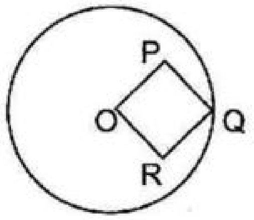
192. ტოლფერდა ტრაპეციის მეზობელი გვერდების შუაწერტილების შეერთებით მიღებულია კვადრატი. ტრაპეციის ფუძეები არის 1 სმ და 7 სმ. რისი ტოლია ტრაპეციის ფერდი?

ა) 3 სმ ბ) 4 სმ გ) 5 სმ დ) $3\sqrt{3}$ სმ ე) $3\sqrt{2}$ სმ

193. ტოლფერდა ტრაპეციის დიაგონალი მახვილი კუთხის ბისექტრისას წარმოადგენს. მცირე ფუძე 2 სმ-ია, ხოლო მახვილი კუთხე 60°-ია. რისი ტოლია ტრაპეციის სიმაღლე?

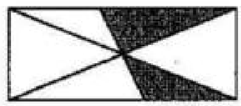
ა) 1,5 სმ ბ) 1 სმ გ) $\sqrt{2}$ სმ დ) $\sqrt{3}$ სმ ე) შეუძლებელია განსაზღვრა

194. OPQR კვადრატია, რომლის ერთი წვერო წრეწირზე მდებარეობს, მეორე კი – მის ცენტრში. კვადრატის ფართობი 4-ის ტოლია. რას უდრის წრის ფართობი?



ა) 8π ბ) $8\sqrt{2}\pi$ გ) 16π დ) 32π ე) 64π

195. თუ ნახაზზე მოცემული მართკუთხედის ფართობი 5 ერთეულის ტოლია, მაშინ მისი გამუქებული ნაწილის ფართობია



ა) $\frac{5}{4}$ ბ) $\frac{5}{2}$ გ) 1 დ) $\frac{3}{4}$ ე) გამოთვლა შეუძლებელია

196. პარალელოგრამის გვერდების შუაწერტილები მიმდევრობითაა შეერთებული. რამდენჯერაა ნაკლები მიღებული ოთხკუთხედის ფართობი მოცემული პარალელოგრამის ფართობზე?

ა) 2,5-ჯერ ბ) 4-ჯერ გ) 3-ჯერ დ) 1,5-ჯერ ე) 2-ჯერ

197. მართკუთხედის ფორმის ფურცელი, რომლის სიგრძეა 4 და სიგანე 3 დიაგონალზე გადაკეცეს და შეაწებეს. იპოვეთ მიღებული ფიგურის ფართობი.

ა) 12 ბ) 6 გ) $\frac{117}{16}$ დ) $\frac{75}{16}$ ე) 8

198. ტოლფერდა სამკუთხედის პერიმეტრი ფუძეზე 13-ჯერ მეტია. ფერდის რა ნაწილს წარმოადგენს ფუძე?

ა) $\frac{1}{4}$ ბ) $\frac{1}{5}$ გ) $\frac{1}{6}$ დ) $\frac{2}{13}$ ე) $\frac{2}{7}$

199. მართკუთხედის მცირე გვერდი პერიმეტრის 10%-ია. რამდენი პროცენტითაა მეტი დიდი გვერდი მცირე გვერდზე?

ა) 30%-ით ბ) 100%-ით გ) 150%-ით დ) 200%-ით ე) 300%-ით

200. რამდენი პროცენტით უნდა შემცირდეს კვადრატის პერიმეტრი, რომ კვადრატის ფართობი 75%-ით შემცირდეს?

ა) 25%-ით ბ) 50%-ით გ) 75%-ით დ) 40%-ით ე) 35%-ით

201. რამდენი პროცენტით გაიზრდება მართკუთხედის ფართობი, თუ მის სიგანეს გავზრდით k პროცენტით?

ა) გაიზრდება k-ჯერ ბ) გაიზრდება $k\sqrt{3}$-ით გ) გაიზრდება 2k%-ით
დ) გაიზრდება k%-ით ე) შეუძლებელია განსაზღვრა

202. რამდენჯერ შემცირდება ტრაპეციის ფართობი, თუ მის ყველა გვერდს 2-ჯერ შევამცირებთ, კუთხეებს კი უცვლელად დავტოვებთ?

ა) 2-ჯერ ბ) 4-ჯერ გ) 8-ჯერ დ) 1,5-ჯერ ე) შეუძლებელია განსაზღვრა

203. რამდენჯერ გაიზრდება კვადრატის ფართობი, თუ მის დიაგონალს 3-ჯერ გავზრდით?

ა) 3-ჯერ ბ) 9-ჯერ გ) $\sqrt{3}$-ჯერ დ) $\sqrt{6}$-ჯერ ე) 6-ჯერ

204. რამდენჯერ გაიზრდება წრის ფართობი, თუ მის დიამეტრს 50%-ით გავზრდით?

ა) $\frac{3}{2}$-ჯერ ბ) 2-ჯერ გ) $\frac{9}{4}$-ჯერ დ) 3-ჯერ ე) $\frac{5}{2}$-ჯერ

205. რამდენი სმ-ით გაიზრდება წრეწირის სიგრძე, თუ მის რადიუსს 5 სმ-ით გავზრდით?

ა) 5 სმ-ით ბ) 10 სმ-ით გ) 5πსმ-ით დ) 10πსმ-ით ე) შეუძლებელია განსაზღვრა

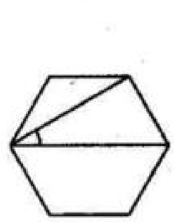
206. რამდენი პროცენტით გაიზრდება წრის ფართობი, თუ წრეწირის სიგრძეს 20%-ით გავზრდით?

ა) 40%-ით ბ) 44%-ით გ) 20%-ით დ) 30%-ით ე) შეუძლებელია განსაზღვრა

207. წესიერი მრავალკუთხედის ერთ-ერთი კუთხე 135°-ია. მრავალკუთხედის პერიმეტრი 28 სმ-ით მეტია გვერდის სიგრძეზე. იპოვეთ ამ მრავალკუთხედის გვერდი.

ა) 2 ბ) 3 გ) 4 დ) 3,5 ე) $\frac{28}{9}$

208. რისი ტოლია წესიერ ექვსკუთხედში ერთი წვეროდან გავლებულ დიდ და მცირე დიაგონალს შორის კუთხე?



ა) 15° ბ) 30° გ) 45° დ) 22,5° ე) 60°

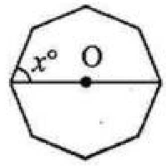
209. იპოვეთ ისეთი დიაგონალების რაოდენობა წესიერ 8-კუთხედში, რომლებიც ცენტრზე არ გადიან.

ა) 18 ბ) 16 გ) 14 დ) 12 ე) 10

210. რისი ტოლია წესიერ ექვსკუთხედზე შემოხაზული და მასში ჩახაზული წრეწირების რადიუსების სხვაობა, თუ ექვსკუთხედის გვერდი a-ს ტოლია?

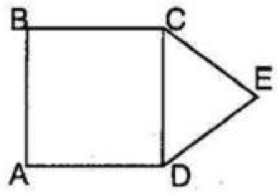
ა) $\frac{a}{2}$ ბ) $a\sqrt{2}$ გ) $a\sqrt{3}$ დ) $\frac{a-a\sqrt{3}}{2}$ ე) $a-\frac{a\sqrt{3}}{2}$

211. ნახაზზე გამოსახულია წესიერი რვაკუთხედი, ცენტრით O. რისი ტოლია x?



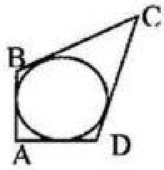
ა) 45° ბ) 30° გ) (67,5)° დ) (60,5)° ე) 75°

212. ABCD კვადრატის გარეთ აგებულია CED წესიერი სამკუთხედი. რისი ტოლია წრეწირის რადიუსი, რომელიც გადის A, B და E წერტილებზე, თუ კვადრატის გვერდია a.



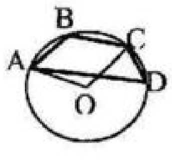
ა) a ბ) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ გ) $\frac{2a}{\sqrt{3}}$ დ) $a\sqrt{3}$ ე) $a\sqrt{2}$

213. რომელი ტოლობა შეესაბამება ნახაზს?



ა) AB+CD=BC+AD ბ) AB=AD გ) BC=DC დ) CD–AB=AD–BC ე) 2AD=BC–AB

214. ABCD ოთხკუთხედზე შემოხაზულია წრეწირი, ცენტრით O. ∠AOC=130°. რისი ტოლია ∠ABC?

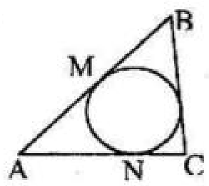


ა) 70,5° ბ) 120° გ) 130° დ) 75° ე) 115°

215. ოთხკუთხედის ორი მოსაზღვრე გვერდი ტოლია და ამ ოთხკუთხედში შეიძლება წრეწირის ჩახაზვა. მაშინ ეს ოთხკუთხედი არის:

ა) კვადრატი ბ) რომბი გ) მართკუთხედი დ) ტრაპეცია ე) სიმეტრიის ღერძის მქონე ფიგურა

216. ΔABC-ში ჩახაზულია წრეწირი. P_{ABC}=2p, BC=a. რისი ტოლია AM?



ა) 2p–2a ბ) p–2a გ) 2p–a დ) p–a ე) არცერთი ამათგან

217. რამდენი სიმეტრიის ღერძი აქვს ორი პარალელური წრფისაგან შედგენილ ფიგურას?

ა) 1 ბ) 2 გ) 8 დ) არც ერთი ე) პასუხი განსხვავებულია ჩამოთვლილთაგან

218. რამდენი სიმეტრიის ღერძი აქვს წესიერ ექვსკუთხედს?

ა) 1 **ბ)** 2 **გ)** 3 **დ)** 6 **ე)** პასუხი განსხვავებული ჩამოთვლილთაგან

219. A, B და C წერტილები წარმოადგენენ სამკუთხედის წვეროებს, რომელიც არც ტოლფერდაა და არც მართკუთხა. სულ რამდენი ისეთი D წერტილი არსებობს, რომ A, B, C და D წერტილების ერთობლიობას ჰქონდეს სიმეტრიის ღერძი?

ა) 3 **ბ)** 4 **გ)** 5 **დ)** 6 **ე)** 8

220. A, B და C წერტილები წარმოადგენენ მართკუთხა სამკუთხედის წვეროებს, რომელიც არ არის ტოლფერდა. სულ რამდენი ისეთი D წერტილი არსებობს, რომ A, B, C და D წერტილების ერთობლიობას ჰქონდეს სიმეტრიის ღერძი?

ა) 3 **ბ)** 4 **გ)** 5 **დ)** 6 **ე)** 8

221. სიბრტყეზე მოცემულია AB მონაკვეთი. ამ სიბრტყეზე მდებარე ყველა ისეთი M წერტილის ერთობლიობა, რომელთათვისაც MAB სამკუთხედის ფართობი 1-ის ტოლია, არის

ა) მონაკვეთი **ბ)** სხივი **გ)** წრფე **დ)** ორი პარალელური წრფე **ე)** არც ერთი ჩამოთვლილთაგან

§13. სტერეომეტრიის საწყისები

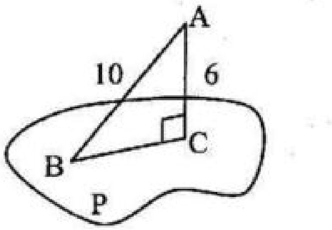
ა

13.1. სიბრტყიდან 15-ის ტოლი მანძილით დაშორებული წერტილიდან გავლებულია დახრილი. იპოვეთ ამ დახრილის სიგრძე, თუ მისი გეგმილი სიბრტყეზე 20-ის ტოლია.

13.2. დახრილი a-ს ტოლია. რას უდრის ამ დახრილის გეგმილი სიბრტყეზე, თუ დახრილის მიერ სიბრტყესთან შედგენილი კუთხეა:
1) 30°; 2) 45°; 3) 60°.

13.3. A წერტილიდან p სიბრტყისადმი გავლებულ პერპენდიკულარსა და დახრილს შორის კუთხეა α, $\cos\alpha=\frac{2}{5}$. დახრილის სიგრძეა 20. იპოვეთ მანძილი A წერტილიდან სიბრტყემდე.

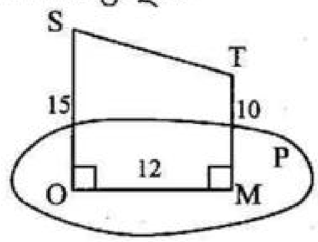
13.4. P სიბრტყიდან 6 სმ მანძილით დაშორებული A წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია AB დახრილი, რომლის სიგრძეა 10 სმ. იპოვეთ დახრილის BC გეგმილი P სიბრტყეზე.



13.5. მოცემული წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია ორი დახრილი, რომელთა სიგრძეებია 3 და 4. პირველის გეგმილი სიბრტყეზე 1,8-ის ტოლია. იპოვეთ მეორე დახრილის გეგმილი.

13.6. წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია ორი დახრილი. იპოვეთ დახრილთა სიგრძეები, თუ ისინი ისე შეეფარდება ერთმანეთს როგორც 1:2 და დახრილთა გეგმილები 2 მ-ის და 14 მ-ის ტოლია.

13.7. S და T წერტილებიდან p სიბრტყეზე დაშვებულია მართობები. იპოვეთ მანძილი S და T წერტილებს შორის, თუ მართობების სიგრძეებია 15 მ და 10 მ, მათ ფუძეებს შორის მანძილია – 12 მ, ხოლო ST მონაკვეთი სიბრტყეს არ კვეთს.



13.8. მოცემული მონაკვეთის სიგრძეა 125 სმ. მისი ბოლოები სიბრტყიდან დაშორებულია 100 სმ-ით და 56 სმ-ით. იპოვეთ მონაკვეთის გეგმილის სიგრძე.

საკონტროლო ტესტი N 13 (ა)

1. თუ ორი პარალელური წრფიდან ერთ-ერთი სიბრტყის მართობულია, მაშინ მეორე წრფე:

ა) ამ სიბრტყის პარალელურია **ბ)** ამ სიბრტყის მართობულია
გ) ამ სიბრტყეს არ კვეთს **დ)** არცერთი ჩამოთვლილთაგან

2. მოცემული წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებული დახრილი 10-ის ტოლია. რას უდრის ამ დახრილის გეგმილი სიბრტყეზე, თუ ამავე წერტილიდან გავლებული მართობის სიგრძეა 8.

ა) 6 **ბ)** 8 **გ)** $\sqrt{6}$ **დ)** 5

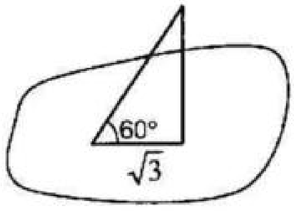
3. მოცემული წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია დახრილი და მართობი. სიბრტყეზე დახრილის გეგმილია $\sqrt{5}$, ხოლო მართობი 2. იპოვეთ დახრილის სიგრძე.

ა) 5   ბ) 4   გ) 3   დ) 9

4. წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია დახრილი და მართობი. მათ შორის კუთხის კოსინუსია 4/5. დახრილის სიგრძეა 10. იპოვეთ მართობი და დახრილის გეგმილი სიბრტყეზე.

ა) 6 და 4   ბ) 4 და 6   გ) 8 და 6   დ) 6 და 8

5. მოცემული წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებული დახრილი სიბრტყესთან ადგენს 60°-იან კუთხეს. იპოვეთ დახრილის სიგრძე, თუ მისი გეგმილი სიბრტყეზე $\sqrt{3}$-ის ტოლია.



ა) $4\sqrt{3}$ ბ) $2\sqrt{3}$ გ) 6   დ) 3

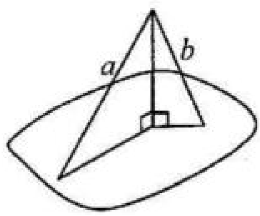
6. სიბრტყიდან 4-ის ტოლი მანძილით დაშორებული წერტილიდან გავლებულია დახრილი და მართობი, რომლებიც ერთმანეთთან 30°-იან კუთხეს ქმნიან. იპოვეთ დახრილი და მისი გეგმილი სიბრტყეზე

ა) $\frac{8}{\sqrt{3}}$ და $\frac{4}{\sqrt{3}}$ ბ) $\frac{8}{\sqrt{3}}$ და $\frac{1}{\sqrt{3}}$ გ) 8 და 4   დ) $8\sqrt{3}$ და $4\sqrt{3}$

7. თუ წრფის ორი წერტილი სიბრტყეს ეკუთვნის, მაშინ:

ა) ეს წრფე ამ სიბრტყეს ეკუთვნის
ბ) ეს წრფე ამ სიბრტყის მართობულია
გ) არსებობს ამ წრფის ერთი წერტილი მაინც, რომელიც ამ სიბრტყეს არ ეკუთვნის
დ) არცერთი ჩამოთვლილთაგან

8. მოცემული წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია ორი a და b დახრილი. a დახრილის სიგრძე 2-ჯერ მეტია b-ს სიგრძეზე, მაშინ



ა) a დახრილის გეგმილის სიგრძე 4-ჯერ მეტია b-ს გეგმილის სიგრძეზე
ბ) a დახრილის გეგმილის სიგრძე 2-ჯერ მეტია b-ს გეგმილის სიგრძეზე
გ) a დახრილის გეგმილის სიგრძე 2-ჯერ ნაკლებია b-ს გეგმილის სიგრძეზე
დ) არცერთი ჩამოთვლილთაგან

9. სიბრტყიდან a მანძილით დაშორებული წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია დახრილი, რომელიც სიბრტყესთან 30°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ დახრილის სიგრძე.

ა) $a\sqrt{3}$ ბ) $a/2$ გ) $2a$ დ) $3a/4$

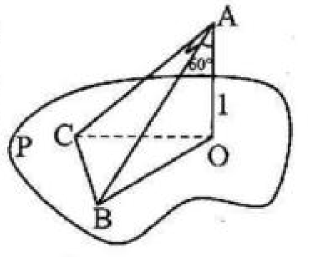
10. სიბრტყიდან a მანძილით დაშორებული წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია დახრილი, რომელიც იმავე წერტილიდან სიბრტყისადმი დაშვებულ მართობთან 45°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ დახრილის გეგმილი სიბრტყეზე.

ა) a ბ) $a\sqrt{2}$ გ) $a\sqrt{2}/2$ დ) $2a$

ბ

13.9. სივრცის რომელიღაც წერტილიდან გავლებულია მოცემული სიბრტყისადმი პერპენდიკულარი და დახრილი. პერპენდიკულარის სიგრძეა 12 სმ, დახრილის – 13 სმ. იპოვეთ პერპენდიკულარის გეგმილი დახრილზე.

13.10. P სიბრტყიდან 1 სმ მანძილით დაშორებული A წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია ორი ტოლი AB და AC დახრილები, რომლებიც AO მართობთან ადგენენ $\angle BAO = \angle CAO = 60°$-იან კუთხეებს, ხოლო ერთმანეთთან კი $\angle CAB = 90°$-იან კუთხეს. იპოვეთ დახრილების ფუძეებს შორის BC მანძილი.



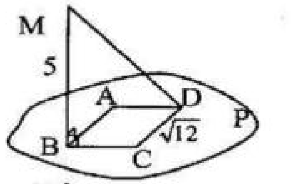
13.11. სიბრტყიდან 20 სმ მანძილით დაშორებული წერტილიდან ამ სიბრტყისადმი გავლებულია ორი ტოლი დახრილი. იპოვეთ მანძილი დახრილთა ფუძეებს შორის, თუ დახრილები სიბრტყისადმი გავლებულ მართობთან ქმნიან 60°-იან კუთხეებს, ხოლო ერთმანეთთან კი 30°-იან კუთხეს.

13.12. მოცემული წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია ორი ტოლი დახრილი, სიგრძით $7\sqrt{2}$. მათ შორის კუთხეა 45°, ხოლო მათ გეგმილებს შორის კუთხე – 60°. იპოვეთ მანძილი მოცემული წერტილიდან სიბრტყემდე.

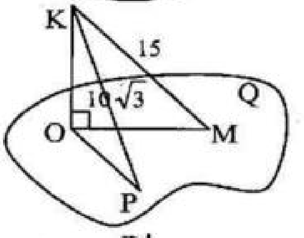
13.13. სიბრტყიდან 26 სმ მანძილით დაშორებული წერტილიდან გავლებულია ორი დახრილი, რომლებიც სიბრტყესთან ადგენენ α და β კუთხეებს, ხოლო ერთმანეთთან – 60°-იან კუთხეს. იპოვეთ დახრილთა ბოლოებს შორის მანძილი, თუ $\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{6}}$; $\sin\beta = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

13.14. წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია ორი დახრილი, რომელთა სიგრძეებია 10 სმ და 17 სმ. ამ დახრილთა გეგმილებს შორის სხვაობაა 9 სმ. იპოვეთ დახრილთა გეგმილები.

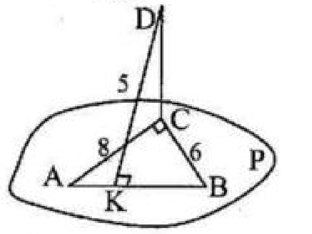
13.15. ABCD კვადრატი მდებარეობს P სიბრტყეში. BM P სიბრტყის მართობულია. იპოვეთ DM, თუ კვადრატის გვერდია $\sqrt{12}$ სმ, BM=5 სმ.



13.16. KO არის Q სიბრტყის მართობული, KP და KM დახრილებია. $KP = 10\sqrt{3}$ სმ, KM=15 სმ, OM და OP ამ დახრილების გეგმილებია Q სიბრტყეზე, OP+OM=25 სმ. იპოვეთ KO.

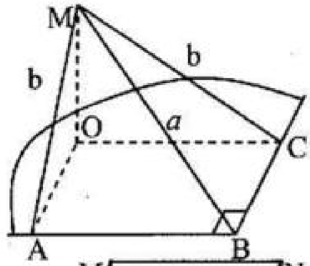


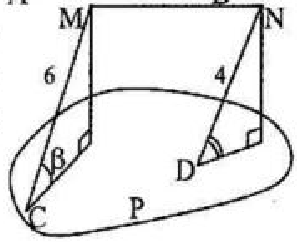
13.17. ABC მართკუთხა სამკუთხედი P სიბრტყეში მდებარეობს. $\angle ACB = 90°$, AC=8, BC=6, CD მართობულია P სიბრტყის. იპოვეთ CD, თუ D წერტილიდან მანძილი AB გვერდამდე 5-ის ტოლია.



13.18. მართი ABC კუთხის სიბრტყის გარეთ მდებარე M წერტილი კუთხის წვეროდან დაშორებულია a მანძილით, ხოლო კუთხის გვერდებიდან – b მანძილით. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან კუთხის სიბრტყემდე.

13.19. მართი ABC კუთხის სიბრტყის გარეთ მდებარე M წერტილი კუთხის წვეროდან დაშორებულია a მანძილით, ხოლო კუთხის AB და BC გვერდებიდან კი b-ს ტოლი მანძილებით. იპოვეთ კუთხე MB დახრილსა და მართი კუთხის სიბრტყეს შორის.

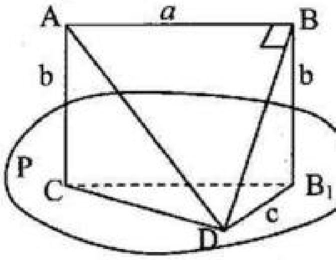




13.20. MN მონაკვეთი P სიბრტყის პარალელურია. მისი ბოლოებიდან P სიბრტყისადმი გავლებულია ორი დახრილი MC=6 და ND=4. MC დახრილი სიბრტყესთან ადგენს β კუთხეს. იპოვეთ ND დახრილსა და სიბრტყეს შორის კუთხე, თუ $\sin\beta=\frac{1}{3}$.

13.21. სიბრტყის პარალელური AB მონაკვეთის ბოლოებიდან ამ სიბრტყისადმი გავლებულია AP მართობი და BQ დახრილი, რომელიც AB მონაკვეთის მართობულია. რას უდრის PQ მანძილი, თუ AB=21, AP=15, BQ=25?

13.22. P სიბრტყის პარალელური AB მონაკვეთის A წვეროდან გავლებულია სიბრტყის AC მართობი, ხოლო B წვეროდან კი P სიბრტყის BD დახრილი, ისე რომ $AB\perp BD$. ვიპოვოთ AD მონაკვეთის სიგრძე, თუ $AB=a$, $AC=b$ და $B_1D=c$.



13.23. იპოვეთ მანძილი RT მონაკვეთის შუაწერტილიდან ამ მონაკვეთის არაგადამკვეთ სიბრტყემდე, თუ R და T წერტილებიდან სიბრტყემდე მანძილებია a და $2a$.

13.24. მონაკვეთი კვეთს სიბრტყეს, მისი ბოლოები სიბრტყიდან დაშორებულია 4 სმ-ით და 1 სმ-ით. იპოვეთ მანძილი ამ მონაკვეთის შუაწერტილიდან სიბრტყემდე.

13.25. მონაკვეთი კვეთს სიბრტყეს. მონაკვეთის ბოლოებიდან სიბრტყემდე მანძილებია 3 მ და 5 მ, ხოლო სიბრტყეზე მონაკვეთის გეგმილის სიგრძეა 6 მ. იპოვეთ მონაკვეთის სიგრძე.

13.26. MN მონაკვეთი p სიბრტყის პარალელურია. MC და ND სიბრტყისადმი MN-ის პერპენდიკულარულად და მისგან სხვადასხვა მიმართულებით გავლებული ტოლი დახრილებია. მონაკვეთი MN=4 სმ და p სიბრტყიდან დაშორებულია 14 სმ-ით. MC და ND მონაკვეთები 16 სმ-ია. იპოვეთ CD მანძილი.

13.27. p სიბრტყეზე გავლებულია ორი პარალელური წრფე, რომელთა შორის მანძილი 6-ის ტოლია. S წერტილი ამ წრფეებიდან თანაბრადაა დაშორებული, ხოლო p სიბრტყიდან კი – $\sqrt{2}$-ის ტოლი მანძილით. იპოვეთ მანძილი S წერტილიდან წრფემდე.

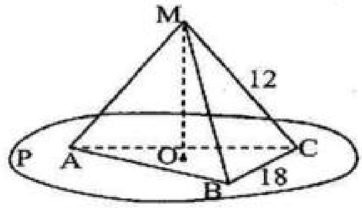
13.28. ორ პარალელურ სიბრტყეს შორის მოქცეული ორი მონაკვეთის სიგრძეები, შესაბამისად, 51 სმ-ის და 53 სმ-ის ტოლია, ხოლო ერთ-ერთ სიბრტყეზე მათი გეგმილების სიგრძეები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 6:7. იპოვეთ მოცემულ სიბრტყეებს შორის მანძილი.

13.29. მოცემულია ABC სამკუთხედი. AB წრფის პარალელური სიბრტყე ამ სამკუთხედის AC გვერდს კვეთს A_1 წერტილში, ხოლო BC გვერდს – B_1 წერტილში. იპოვეთ A_1B_1 მონაკვეთის სიგრძე, თუ:
1) AB=15 სმ, $AA_1 : AC=2:3$ 2) AB=8 სმ, $AA_1 : A_1C=5:3$.

13.30. AB, AC და AD წრფეები წყვილ-წყვილად მართობულია. იპოვეთ CD მონაკვეთი, თუ:
1) AB=3 სმ, BC=7 სმ, AD=1,5 სმ; 2) AB=b, BC=a, AD=d.

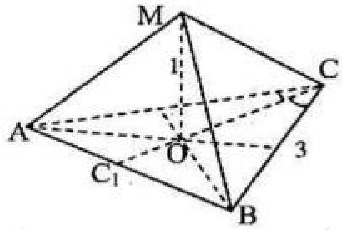
13.31. წესიერი სამკუთხედის გვერდი $2\sqrt{6}$-ის ტოლია. A წერტილი ისეა არჩეული, რომ მონაკვეთები, რომლებიც მას სამკუთხედის წვეროებთან აერთებს, სამკუთხედის სიბრტყესთან 30°-იან კუთხეებს ადგენენ. იპოვეთ მანძილი A წერტილიდან სამკუთხედის წვეროებამდე.

13.32. P სიბრტყეში მდებარე წესიერი ABC სამკუთხედის გვერდია 18 სმ, M წერტილი 12 სმ-ით არის დაშორებული სამკუთხედის წვეროებიდან. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან P სიბრტყემდე (MO).



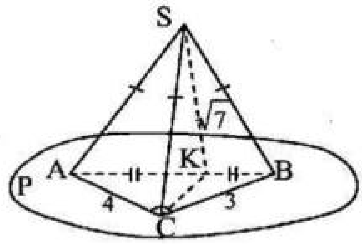
13.33. A წერტილი წესიერი სამკუთხედის ყველა წვეროდან დაშორებულია 10 სმ-ით, ხოლო გვერდებიდან – $2\sqrt{13}$ სმ-ით. იპოვეთ მანძილი A წერტილიდან სამკუთხედის სიბრტყემდე.

13.34. მოცემულია ABC წესიერი სამკუთხედი. O მისი ცენტრია. O წერტილიდან ΔABC-ს სიბრტყისადმი აღმართულია OM მართობი. OM=1, AB=3. იპოვეთ მანძილები M წერტილიდან სამკუთხედის წვეროებამდე.



13.35. ტოლგვერდა სამკუთხედის გვერდია 6 მ. იპოვეთ მანძილი სამკუთხედის სიბრტყემდე იმ წერტილიდან, რომელიც სამკუთხედის თითოეული წვეროდან დაშორებულია 4 მ-ით.

13.36. ABC მართკუთხა სამკუთხედის კათეტებია 3 და 4. S წერტილი დაშორებულია სამკუთხედის P სიბრტყიდან $\sqrt{7}$-ის ტოლი მანძილით და თანაბრადაა დაშორებული სამკუთხედის ყველა წვეროდან. იპოვეთ მანძილი S წერტილიდან წვეროებამდე.



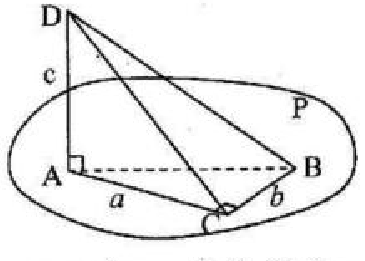
13.37. D წერტილი წესიერი ექვსკუთხედის ყველა წვეროდან დაშორებულია $\sqrt{10}$ სმ-ით, ხოლო ყველა გვერდიდან – $\sqrt{8}$ სმ-ით. იპოვეთ მანძილი D წერტილიდან ექვსკუთხედის მცირე დიაგონალამდე.

13.38. მართკუთხა სამკუთხედის მართი კუთხის C წვეროდან სამკუთხედის სიბრტყის მართობულად აღმართულია CN პერპენდიკულარი. იპოვეთ მანძილი N წერტილიდან ჰიპოტენუზამდე, თუ CN=20 და მართი კუთხის წვეროდან ჰიპოტენუზაზე დაშვებული სიმაღლეა 15.

13.39. მოცემულია მართკუთხა სამკუთხედი 12-ის ტოლი ჰიპოტენუზითა და β მახვილი კუთხით, $\cos\beta=\frac{1}{3}$. ამ კუთხის S წვეროდან სამკუთხედის სიბრტყისადმი აღმართულია SN პერპენდიკულარი. იპოვეთ მანძილი N წერტილიდან მოცემული კუთხის მოპირდაპირე კათეტამდე, თუ SN=5-ს.

13.40. სამკუთხედის გვერდების სიგრძეებია 10, 17 და 21. ამ სამკუთხედის უდიდესი A კუთხის წვეროდან მისი სიბრტყისადმი გავლებულია AK პერპენდიკულარი, რომლის სიგრძეა 15. იპოვეთ მანძილი K წერტილიდან უდიდესი გვერდის შემცველ წრფემდე.

13.41. C მართი კუთხის მქონე ABC სამკუთხედში A მახვილი კუთხის წვეროდან სამკუთხედის სიბრტყისადმი აღმართულია AD მართობი. იპოვეთ მანძილები D წერტილიდან B და C წვეროებამდე, თუ AC=a, BC=b, AD=c.



13.42. მოცემულია ტოლფერდა სამკუთხედი, რომლის ფუძეა 6 მ, ხოლო ფერდი – 5 მ. ჩახაზული წრეწირის ცენტრიდან სამკუთხედის სიბრტყისადმი აღმართულია 2 მ სიგრძის მართობი. იპოვეთ მანძილები მართობის ბოლოდან სამკუთხედის გვერდებამდე.

13.43. ABC სამკუთხედში AB=3 მ, BC=4 მ, AC=5 მ. AC გვერდის D შუა წერტილიდან სამკუთხედის სიბრტყისადმი აღმართულია DM მართობი, რომლის სიგრძეა 4 მ. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან .სამკუთხედის საშუალო სიგრძის გვერდამდე.

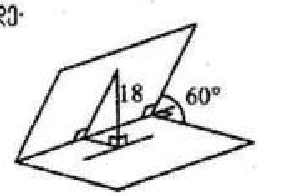
13.44. წრის ცენტრიდან მისი სიბრტყისადმი აღმართულია პერპენდიკულარი, რომლის სიგრძეა 20. იპოვეთ მანძილი პერპენდიკულარის ბოლოდან წრეწირის წერტილებამდე, თუ წრის ფართობია 35π.

13.45. ABC სამკუთხედის A წვეროდან მისი სიბრტყის გარეთ გავლებულია AD წრფე, რომელიც AB და AC გვერდებთან ქმნის ტოლ მახვილ კუთხეებს. რა ნაწილებად ყოფს BC გვერდს AD წრფის გეგმილი სამკუთხედის სიბრტყეზე, თუ AB=3 მ, AC=5 მ და BC=6 მ?

13.46. ABCD მართკუთხედის A წვეროდან ამ მართკუთხედის სიბრტყისადმი აღმართულია AM მართობი, რომლის M ბოლოდან სხვა წვეროებამდე მანძილებია 3 მ, 3,5 მ და 4,5 მ. იპოვეთ AM მართობის სიგრძე.

13.47. P და Q სიბრტყეები ურთიერთმართობულია. P სიბრტყის M წერტილიდან სიბრტყეთა გადაკვეთის c წრფემდე მანძილი 0,5 მ-ის ტოლია. Q სიბრტყეში გავლებულია c წრფის პარალელური b წრფე, რომელიც c წრფიდან დაშორებულია 1,2 მ-ით. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან b წრფემდე.

13.48. 60°-იანი ორწახნაგა კუთხის ერთ წახნაგზე მოცემულია წერტილი, რომელიც მეორე წახნაგიდან დაშორებულია 18 სმ-ით. იპოვეთ მანძილი ამ წერტილიდან წიბომდე.

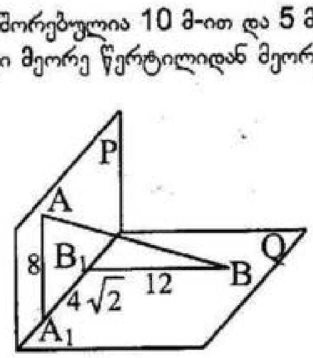


13.49. 30°-იანი ორწახნაგა კუთხის ერთ წახნაგზე მოცემულია წერტილი, რომელიც მეორე წახნაგიდან დაშორებულია l მანძილით. იპოვეთ მანძილი ამ წერტილიდან წიბომდე.

13.50. 60°-იანი ორწახნაგა კუთხის შიგნით აღებული წერტილი ორივე წახნაგიდან დაშორებულია 26 სმ-ით. იპოვეთ მანძილი ამ წერტილიდან წიბომდე.

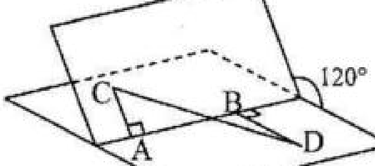
13.51. ორწახნაგა კუთხის ერთ წახნაგზე აღებული ორი წერტილი წიბოდან დაშორებულია 10 მ-ით და 5 მ-ით. მანძილი პირველი წერტილიდან მეორე წახნაგამდე 8 მ-ია. იპოვეთ მანძილი მეორე წერტილიდან მეორე წახნაგამდე.

13.52. P სიბრტყე Q სიბრტყის მართობულია. P სიბრტყეში მდებარე A წერტილიდან გავლებულია Q სიბრტყის AA_1 მართობი, Q სიბრტყეში მდებარე B წერტილიდან გავლებულია P სიბრტყის BB_1 მართობი. იპოვეთ AB, თუ $AA_1=8$, $BB_1=12$, $A_1B_1=4\sqrt{2}$.

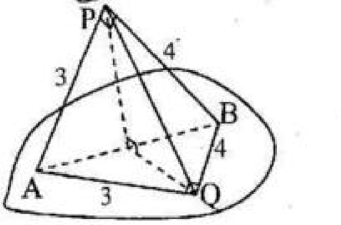


13.53. ორ ურთიერთმართობულ სიბრტყეში მდებარე A და B წერტილებიდან ამ სიბრტყეების ურთიერთგადაკვეთის წრფეზე დაშვებულია AC და BD მართობები. იპოვეთ AB მონაკვეთის სიგრძე, თუ:
1) AC=6 მ, BD=7 მ, CD=6 მ; 2) AD=BC=5 მ, CD=1 მ.

13.54. A და B არის $120°$-იანი ორწახნაგა კუთხის წიბოზე მდებარე წერტილები. AC და BD სხვადასხვა წახნაგზე გავლებული წიბოს პერპენდიკულარებია. იპოვეთ CD მონაკვეთის სიგრძე, თუ:
1) $AB= AC= BD=a$ 2) $AB=3$, $AC=2$, $BD=1$.



13.55. ABP და ABQ მართკუთხა სამკუთხედების სიბრტყეები ურთიერთპერპენდიკულარულია (AB საერთო ჰიპოტენუზაა). იპოვეთ მანძილი P და Q წვეროებს შორის, თუ $AP=AQ=3$ სმ და $BP=BQ=4$ სმ.



13.56. ორ ტოლფერდა სამკუთხედს აქვთ საერთო ფუძე და მათი სიბრტყეები დახრილია ერთმანეთისადმი $30°$-იანი კუთხით, საერთო ფუძის სიგრძეა 8, ერთი სამკუთხედის ფერდის სიგრძეა 5, ხოლო მეორე სამკუთხედის ფერდები ურთიერთპერპენდიკულარულია. იპოვეთ მანძილი სამკუთხედების წვეროებს შორის.

13.57. ორ ტოლფერდა სამკუთხედს აქვთ საერთო ფუძე და მათი სიბრტყეები დახრილია ერთმანეთისადმი $60°$-იანი კუთხით. საერთო ფუძის სიგრძეა 16 სმ. ერთი სამკუთხედის ფერდის სიგრძეა 17 სმ, ხოლო მეორე სამკუთხედის ფართობია 160 სმ^2. იპოვეთ მანძილი სამკუთხედების წვეროებს შორის.

13.58. MNK მართკუთხა ($\angle K=90°$) სამკუთხედის MK კათეტზე გამავალი სიბრტყე სამკუთხედის სიბრტყესთან α კუთხეს ადგენს, $\sin\alpha=\dfrac{3}{8}$. იპოვეთ მანძილი N წვეროდან ამ სიბრტყემდე, თუ $MN=5$, $MK=3$.

13.59. მართკუთხა სამკუთხედის კათეტების სიგრძეები 7 სმ-ისა და 24 სმ-ის ტოლია. იპოვეთ მანძილი მართი კუთხის წვეროდან ჰიპოტენუზაზე გამავალ სიბრტყემდე, რომელიც სამკუთხედის სიბრტყესთან $30°$-ის ტოლ ორწახნაგა კუთხეს ადგენს.

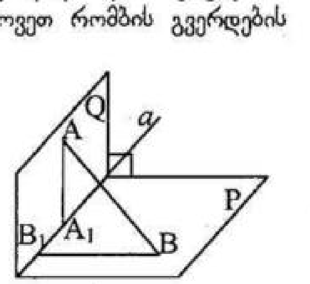
13.60. დახრილი სიბრტყესთან $45°$-იან კუთხეს ქმნის. დახრილის ფუძეზე, მოცემულ სიბრტყეში გავლებულია წრფე, რომელიც გეგმილთან $45°$-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ კუთხე ამ წრფესა და დახრილს შორის.

13.61. წესიერი სამკუთხედის წვეროები დაშორებულია P სიბრტყიდან 51, 45 და 27-ის ტოლი მანძილებით. იპოვეთ მანძილი სამკუთხედის მედიანების გადაკვეთის წერტილიდან P სიბრტყემდე.

13.62. STR მართკუთხა სამკუთხედის მართი კუთხის R წვეროზე გავლებულია სიბრტყე, რომელიც ჰიპოტენუზის პარალელურია და მისგან 4-ის ტოლი მანძილითაა დაშორებული. ამ სიბრტყეზე კათეტების გეგმილების სიგრძეებია $8\sqrt{2}$ და 3. იპოვეთ STR სამკუთხედის პერიმეტრი.

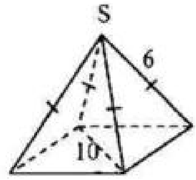
13.63. * რომბის ერთ გვერდზე გავლებულია სიბრტყე, რომელიც მოპირდაპირე გვერდიდან დაშორებულია 4 მ-ით. ამ სიბრტყეზე დიაგონალების გეგმილების სიგრძეებია 8 მ და 2 მ. იპოვეთ რომბის გვერდების გეგმილები.

13.64. AB მონაკვეთის ბოლოები მართი ორწახნაგა კუთხის სხვადასხვა წახნაგზე ძევს ($A\in Q$, $B\in P$). A და B წერტილები a წიბოდან ტოლი მანძილებითაა დაშორებული. იპოვეთ იმ კუთხეების გრადუსული ზომების შეფარდება, რომლებითაც AB მონაკვეთი P და Q წახნაგებისადმი არის დახრილი.



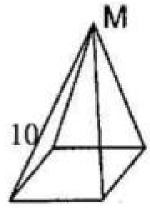
საკონტროლო ტესტი N 13 (ბ)

1. S წერტილი მართკუთხედის ყველა წვეროდან 6 სმ-ის ტოლი მანძილითაა დაშორებული. რა მანძილითაა დაშორებული S წერტილი მართკუთხედის სიბრტყიდან, თუ მართკუთხედის დიაგონალია 10 სმ?



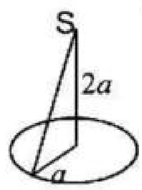
ა) $\sqrt{3}$ ბ) $\sqrt{11}$ გ) $\sqrt{61}$ დ) 3

2. M წერტილი კვადრატის ყველა წვეროდან თანაბრადაა დაშორებული. თუ კვადრატის გვერდის სიგრძეა 10, მაშინ ეს დაშორება არ შეიძლება იყოს



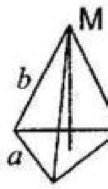
ა) 100 ბ) 10 გ) $4\sqrt{2}$ დ) $6\sqrt{2}$

3. S წერტილი თანაბრადაა დაშორებული წრეწირის ნებისმიერი წერტილიდან. იპოვეთ ეს დაშორება, თუ მანძილი S წერტილიდან წრის სიბრტყემდე $2a$-ს ტოლია, წრეწირის რადიუსი კი a-ს ტოლია.



ა) a ბ) $\sqrt{5}\,a$ გ) $\sqrt{3}\,a$ დ) $3a$

4. ტოლგვერდა სამკუთხედის გვერდი a-ს ტოლია. M წერტილი b მანძილითაა დაშორებული ამ სამკუთხედის წვეროებიდან. იპოვეთ მანძილი M წერტილიდან სამკუთხედის სიბრტყემდე.



ა) $\sqrt{b^2-a^2}$ ბ) $\sqrt{b^2-\frac{a^2}{2}}$ გ) $\sqrt{2b^2-5a^2}$ დ) $\sqrt{b^2-\frac{a^2}{3}}$

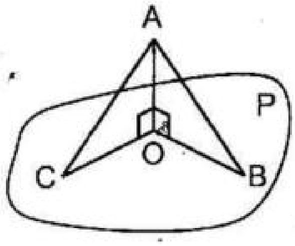
5. სიბრტყისადმი ერთი წერტილიდან გავლებული დახრილი და მართობი ერთმანეთთან ადგენენ კუთხეს, რომლის სინუსი 1/3-ის ტოლია. იპოვეთ იმ კუთხის ტანგენსი, რომელსაც დახრილი ადგენს სიბრტყესთან.

ა) $2\sqrt{2}$ ბ) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ გ) $\frac{1}{2}$ დ) 2

6. სიბრტყისადმი ერთი წერტილიდან გავლებულია მართობი და დახრილი. დახრილი გეგმილთან ადგენს α კუთხეს, რომლის სინუსი 4/3-ჯერ ნაკლებია იმ კუთხის სინუსზე, რომელსაც დახრილი ადგენს სიბრტყისადმი გავლებულ მართობთან. იპოვეთ $\operatorname{tg}\alpha$.

ა) 1/2 ბ) 2 გ) 4/3 დ) 3/4

7. მოცემული წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია ორი დახრილი, რომელთა სიგრძეებია 3 და 4. იპოვეთ მანძილი ამ წერტილიდან სიბრტყემდე, თუ დახრილთა გეგმილების შეფარდებაა 2:3.

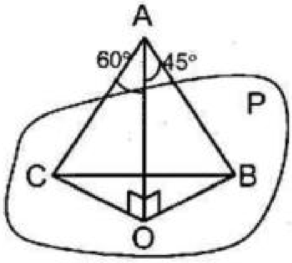


ა) $\sqrt{\frac{17}{5}}$ ბ) $\sqrt{\frac{13}{5}}$ გ) $2\sqrt{\frac{13}{5}}$ დ) $\sqrt{17}$

8. მოცემული წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია ორი დახრილი. იპოვეთ დახრილის სიგრძეები, თუ ისინი ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც $1:\sqrt{5}$, ხოლო დახრილის გეგმილებია, შესაბამისად 2 და 6

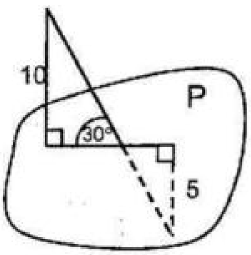
ა) $\sqrt{6}$ და 8 ბ) 4 და 5 გ) $2\sqrt{2}$ და $2\sqrt{10}$ დ) $\sqrt{2}$ და $\sqrt{10}$

9. P სიბრტყიდან 2-ის ტოლი მანძილით დაშორებული A წერტილიდან სიბრტყისადმი გავლებულია AC და AB დახრილები, რომლებიც AO მართობთან ადგენენ შესაბამისად 60°-იან და 45°-იან კუთხეებს, ხოლო მათი CO და BO გეგმილები ერთმანეთთან ადგენენ 90°-იან კუთხეს. იპოვეთ დახრილების ბოლოებს შორის CB მანძილი.



ა) 4 ბ) 5 გ) $\sqrt{5}$ დ) 3

10. სიბრტყის მკვეთი მონაკვეთის ბოლოები სიბრტყესთან ქმნის 30°-იან კუთხეს. მონაკვეთის ბოლოები სიბრტყიდან დაშორებულია 5-ისა და 10-ის ტოლი მანძილებით. იპოვეთ მონაკვეთის სიგრძე.



ა) 30 ბ) 25 გ) 28 დ) 32

§14. კუბი. პარალელეპიპედი. პრიზმა

ა

14.1. იპოვეთ კუბის ზედაპირის ფართობი, თუ მისი წიბო 5 მ-ის ტოლია.

14.2. იპოვეთ კუბის წიბო, თუ მისი ზედაპირის ფართობი 10 მ^2-ის ტოლია.

14.3. იპოვეთ კუბის ზედაპირის ფართობი, თუ მისი დიაგონალი 2 მ-ის ტოლია.

14.4. იპოვეთ კუბის წიბო, თუ მისი გვერდითი ზედაპირის ფართობი 36 სმ^2-ის ტოლია.

14.5. იპოვეთ მართკუთხა პარალელეპიპედის დიაგონალი მისი სამი განზომილების მიხედვით:
1) 1, 2, 2; 2) 2, 3, 6; 3) 6, 6, 7.

14.6. იპოვეთ მართკუთხა პარალელეპიპედის ზედაპირის ფართობი მისი სამი განზომილების მიხედვით: 5 დმ, 11 დმ, 8 დმ.

14.7. იპოვეთ მართკუთხა პარალელეპიპედის დიდი წახნაგის ფართობი, თუ მისი განზომილებებია 3 სმ, 4 სმ, 6 სმ.

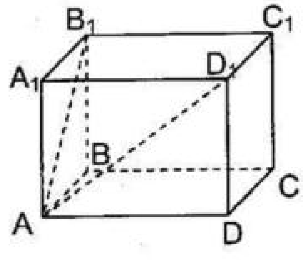
14.8. იპოვეთ მართი პარალელეპიპედის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ მისი ფუძის გვერდებია 2 მ და 1 მ, სიმაღლე კი 3 მ.

14.9. წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის ფუძის გვერდია a მ, სიმაღლე კი $3a/2$ მ. იპოვეთ გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

14.10. წესიერი სამკუთხა პრიზმის ფუძის გვერდია 7/3 მ, სიმაღლე მასზე 3-ჯერ მეტია. იპოვეთ გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

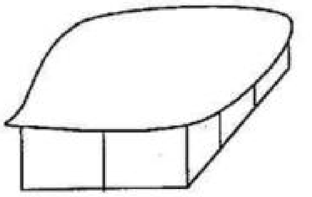
14.11. მართკუთხა პარალელეპიპედის ფუძის გვერდებია 3 დმ და 4 დმ, ხოლო პარალელეპიპედის სიმაღლე – 6 დმ-ია. იპოვეთ დიაგონალური კვეთის ფართობი.

14.12. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ მართკუთხა პარალელეპიპედში $AB=a$, $BC=b$, $AA_1=c$. იპოვეთ B_1AD_1 კუთხის კოსინუსი.

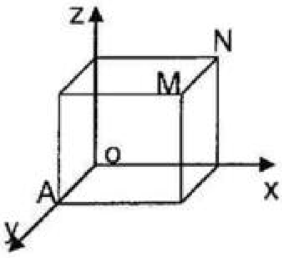


14.13. მართკუთხა პარალელეპიპედის სამი სხვადასხვა წახნაგის დიაგონალებია $\sqrt{43}$, 7 და 6. იპოვეთ პარალელეპიპედის დიაგონალი.

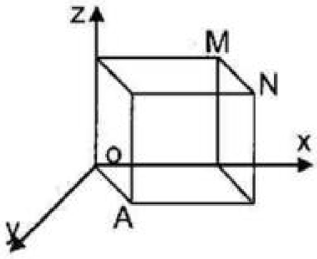
14.14. გიორგის 47 ცალი ერთნაირი სათამაშო კუბი აქვს, თითოეულის წიბო 5 სმ-ის ტოლია. მან ააწყო ყველაზე დიდი კუბი, რისი აწყობაც შეიძლებოდა ამ კუბებით. შემდეგ დარჩენილი კუბებიდან ააწყო ასევე ყველაზე დიდი კუბი და კიდევ ერთხელ მოიქცა ასე. ბოლოს კი დარჩენილი კუბებით ააწყო მართკუთხა პარალელეპიპედი, რომლის ფრაგმენტიც ნახაზზე ჩანს. იპოვეთ ამ მართკუთხა პარალელეპიპედის სრული ზედაპირის ფართობი.



14.15. ნახაზზე მოცემული მართკუთხა პარალელეპიპედი და მისი ზოგიერთი წვეროების კოორდინატები: A(0;2;0), N(3;0;2). იპოვეთ M წერტილის კოორდინატები.



14.16. ნახაზზე მოცემულია მართი პარალელეპიპედი და მისი ზოგიერთი წვეროების კოორდინატები: A(1;2;0), M(3;0;4). იპოვეთ N წერტილის კოორდინატები.



14.17. იპოვეთ წესიერი სამკუთხა პრიზმის ზედაპირის ფართობი, თუ მისი ფუძის გვერდია a, ხოლო სიმაღლე – h.

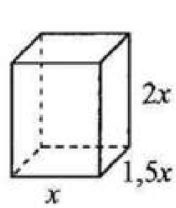
14.18. იპოვეთ წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის ზედაპირის ფართობი, თუ მისი ფუძის გვერდია a, ხოლო სიმაღლე – h.

14.19. კუბის მოცულობაა 1 მ^3. იპოვეთ მისი ზედაპირის ფართობი.

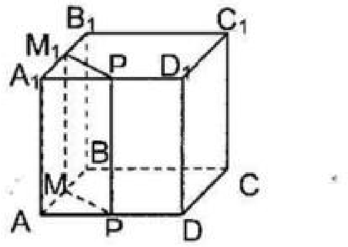
14.20. იპოვეთ კუბის ერთი წახნაგის ფართობი, თუ მისი მოცულობა 8 მ^3-ის ტოლია.

14.21. მართკუთხა პარალელეპიპედის განზომილებანია 15 მ, 50 მ და 36 მ. იპოვეთ ამ პარალელეპიპედის ტოლდიდი კუბის წიბო.

14.22. მართკუთხა პარალელეპიპედის განზომილებებია x, $1,5x$, $2x$. იპოვეთ დიდი წიბო, თუ მისი მოცულობა 81 მ^3-ის ტოლია.

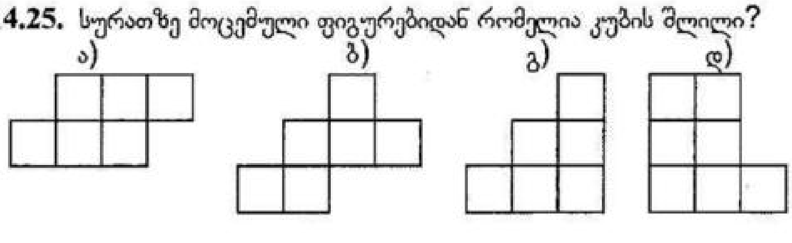


14.23. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ მართკუთხა პარალელეპიპედის A_1B_1 და AB წიბოებზე აღებულია შესაბამისად M_1 და M წერტილები ისე, რომ $A_1M_1:M_1B_1=AM:MB=2:3$. A_1D_1 და AD წიბოებზე P_1 და P წერტილები ისე, რომ $AP_1:P_1D=AP:PD=3:2$. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ მართკუთხა პარალელეპიპედის მოცულობის რა ნაწილია $AMPA_1M_1P_1$ სამკუთხა პრიზმის მოცულობა?

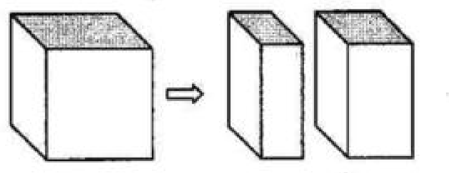


14.24. კუბი, რომლის წიბო 10 სმ-ია, დაჭრეს 1 სმ წიბოს მქონე კუბებად. რამდენი კუბი მიიღება შედეგად?

14.25. სურათზე მოცემული ფიგურებიდან რომელია კუბის შლილი?

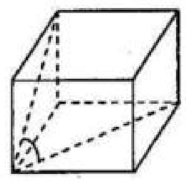


14.26. ხის კუბის ერთ-ერთი წახნაგი შეღებეს 100 გ საღებავით და შემდეგ კუბი გაჭრეს სხვა წახნაგის პარალელურ სიბრტყეზე, ისე როგორც ნახაზზეა ნაჩვენები. მიღებული მართკუთხა პარალელეპიპედების შეუღებავი წახნაგების შესაღებად რამდენი გრამი საღებავი იქნება სულ საჭირო?



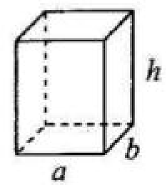
საკონტროლო ტესტი N 14 (ა)

1. იპოვეთ კუთხე კუბის ორი მოსაზღვრე გვერდითი წახნაგის საერთო წვეროდან გამოსული ამ წახნაგების დიაგონალებს შორის.



ა) 60° **ბ)** 45° **გ)** 30° **დ)** 90°

2. მართკუთხა პარალელეპიპედის გვერდითი ზედაპირის ფართობი გამოითვლება ფორმულით $S=2(a+b)h$ იპოვეთ b.



ა) $\frac{2S}{h}-a$ **ბ)** $\frac{S}{2h}-a$ **გ)** $2\left(\frac{S}{h}-a\right)$ **დ)** $\frac{1}{2}\left(\frac{S}{h}-a\right)$

3. კუბის მოცულობაა 27 სმ^3. იპოვეთ კუბის სრული ზედაპირის ფართობი.

ა) 64 სმ^2 **ბ)** 54 სმ^2 **გ)** 56 სმ^2 **დ)** 49 სმ^2

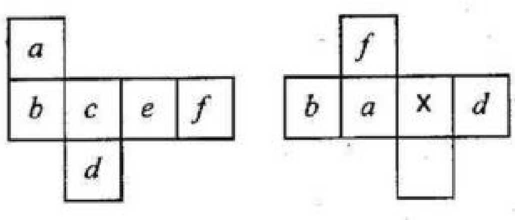
4. რისი ტოლია კუბის მოცულობა, თუ კუბის დიაგონალია $3\sqrt{3}$ სმ?

ა) $20\sqrt{5}$ სმ^3 **ბ)** 54 სმ^3 **გ)** 27 სმ^3 **დ)** 24 სმ^3 **ე)** 36 სმ^3

5. მართკუთხა პარალელეპიპედის ფუძის გვერდებია 2 და 4. პარალელეპიპედის სიმაღლე რიცხობრივად ფუძის პერიმეტრის ტოლია. რას უდრის პარალელეპიპედის სრული ზედაპირის ფართობი?

ა) 120 **ბ)** 180 **გ)** 160 **დ)** 200

6. ორივე ნახაზზე ერთი და იგივე კუბის შლილია გამოსახული. რა ასო უნდა ეწეროს X-ის მაგივრად?



ა) e **ბ)** c **გ)** a ან e **დ)** არცერთი ჩამოთვლილთაგან

7. მართკუთხა პარალელეპიპედის განზომილებებია 7 სმ, 5 სმ და 3 სმ. იპოვეთ უმცირესი წახნაგის ფართობი.

ა) 21 სმ^2 **ბ)** 35 სმ^2 **გ)** 7,5 სმ^2 **დ)** 15 სმ^2

8. იპოვეთ წესიერი სამკუთხა პრიზმის სიმაღლე, თუ მისი გვერდითი ზედაპირის ფართობია 24, ხოლო ფუძის ფართობია $16\sqrt{3}$.

ა) 2 **ბ)** $\sqrt{5}$ **გ)** $\sqrt{3}$ **დ)** 1

9. წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის სიმაღლეა 2 სმ, ფუძის დიაგონალი კი $5\sqrt{2}$ სმ. იპოვეთ პრიზმის ზედაპირის ფართობი.

ა) $60\sqrt{5}$ სმ^2 **ბ)** 75 სმ^2 **გ)** 96 სმ^2 **დ)** 90 სმ^2

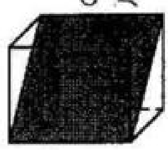
10. რამდენჯერ უნდა გავზარდოთ 3 მ^3 მოცულობის მოცულობის მქონე კუბის წიბო, რომ მისი მოცულობა გახდეს 9 მ^3?

ა) 2-ჯერ **ბ)** $\sqrt{3}$-ჯერ **გ)** $\sqrt[3]{3}$-ჯერ **დ)** 3-ჯერ

ბ

14.27. იპოვეთ კუბის ზედაპირის ფართობი, თუ მისი დიაგონალური კვეთის ფართობი 12 სმ^2-ის ტოლია.

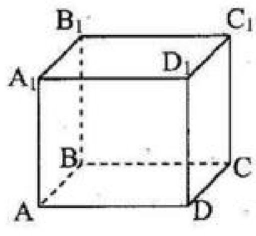
14.28. რისი ტოლია კუბის დიაგონალი, თუ ნახაზზე გამოსახული კვეთის ფართობი $25\sqrt{2}$ სმ^2-ის ტოლია?



14.29. კუბის წიბო a-ს ტოლია. იპოვეთ ფუძის გვერდზე გამავალი სიბრტყით კუბის კვეთის ფართობი, თუ კუთხე ამ სიბრტყესა და ფუძეს შორის არის:
1) 30°; 2) 45°; 3) 60°.

14.30. ნახაზზე $ABCDA_1B_1C_1D_1$ კუბია გამოსახული. იპოვეთ კუთხე:

1) AB და BC_1 წრფეებს შორის; 2) AB_1 და BB_1 წრფეებს შორის;
3) AB_1 და B_1C წრფეებს შორის; 4) AB_1 და B_1D_1 წრფეებს შორის.

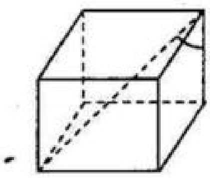


14.31. იპოვეთ კუთხე კუბის დიაგონალსა და ფუძის სიბრტყეს შორის

14.32. იპოვეთ კუთხე კუბის წვეროდან გავლებულ გვერდითი წახნაგის დიაგონალსა და კუბის იმავე წვეროდან გამავალ დიაგონალს შორის.

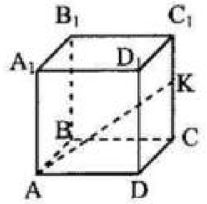
14.33. იპოვეთ კუთხე კუბის გვერდითი წახნაგის დიაგონალსა და კუბის ფუძის სიბრტყეს შორის.

14.34. იპოვეთ კუთხე კუბის დიაგონალსა და კუბის გვერდით წიბოს შორის.



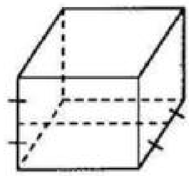
ა) arctg3 **ბ)** 45° **გ)** 60° **დ)** arctg$\sqrt{2}$

14.35. კუბისაგან CC_1 წიბოზე აღებულია K შუაწერტილი. იპოვეთ იმ კუთხის ტანგენსი, რომელსაც AK მონაკვეთი ადგენს AA_1B_1B წახნაგთან.



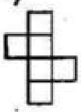
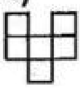
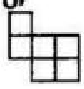
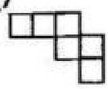
14.36. კუბის წიბო $2a$-ს ტოლია. იპოვეთ მანძილი კუბის წვეროდან მის დიაგონალამდე.

14.37. იპოვეთ მანძილი კუბის მოპირდაპირე წახნაგების არაპარალელური გვერდების შუა წერტილებს შორის, თუ კუბის წიბოა 2.

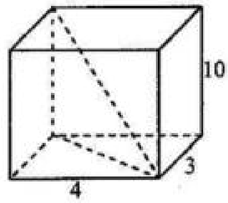


14.38. კუბის წიბო a-ს ტოლია. იპოვეთ ქვედა ფუძის დიაგონალზე და ზედა ფუძის ორი მოსაზღვრე გვერდის შუაწერტილებზე გამავალი კვეთის პერიმეტრი და ფართობი.

14.39. რომელი ფიგურაა კუბის შლილი?

ა)

ბ)

გ)

დ)


14.40. მართკუთხა პარალელეპიპედის ფუძის გვერდებია 4 სმ და 3 სმ, პარალელეპიპედის სიმაღლე – 10 სმ-ია. იპოვეთ მისი დიაგონალი და კუთხე, რომელსაც ეს დიაგონალი ქმნის ფუძის სიბრტყესთან.

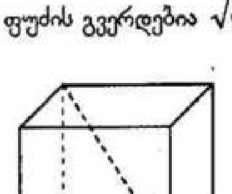


14.41. მართკუთხა პარალელეპიპედის დიაგონალი მისი ფუძის სიბრტყესთან ქმნის 60°-იან კუთხეს. იპოვეთ პარალელეპიპედის სიმაღლე, თუ ფუძის გვერდებია 4 სმ და 5 სმ.

14.42.

1) მართკუთხა პარალელეპიპედის დიაგონალი მისი ფუძის სიბრტყესთან ქმნის 30°-იან კუთხეს. იპოვეთ პარალელეპიპედის დიაგონალის მიერ გვერდით წახნაგებთან შედგენილი კუთხეები, თუ ფუძის გვერდებია $\sqrt{6}$ სმ და $\sqrt{3}$ სმ.

2) მართკუთხა პარალელეპიპედის დიაგონალი ორ წიბოსთან ქმნის 60°-იან კუთხეებს. რისი ტოლია ამ დიაგონალის მიერ მესამე წიბოსთან შედგენილი კუთხე?



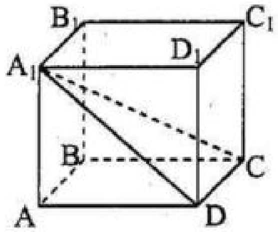
14.43. იპოვეთ მართკუთხა პარალელეპიპედის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ მისი სიმაღლეა 2 მ, ფუძის ფართობი – 3 მ^2 და დიაგონალური კვეთის ფართობი – 5 მ^2.

14.44. მართკუთხა პარალელეპიპედის წიბოებია 3 სმ, 4 სმ და 7 სმ. იპოვეთ იმ კვეთის ფართობი, რომელიც გადის ერთი წვეროდან გამოსული სამივე წიბოს ბოლოზე.

14.45. მართკუთხა პარალელეპიპედის ფუძის გვერდები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 7:24, დიაგონალური კვეთის ფართობია 10 $მ^2$. იპოვეთ გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

14.46. მართკუთხა პარალელეპიპედის დიაგონალია 3,5 დმ, ხოლო გვერდითი წახნაგების დიაგონალები – $\sqrt{6}$ დმ და $\frac{\sqrt{33}}{2}$ დმ. იპოვეთ პარალელეპიპედის ზედაპირის ფართობი.

14.47. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – მართკუთხა პარალელეპიპედია, A_1C მისი დიაგონალია, ხოლო A_1D – ერთ-ერთი წახნაგის დიაგონალი. იპოვეთ, $\frac{DC}{A_1C}$ თუ $\frac{A_1D}{A_1C}=\frac{4}{5}$.

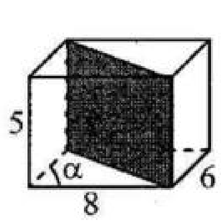


14.48. მართი პარალელეპიპედის გვერდითი წიბოა 2,5 მ, ფუძის გვერდებია 3 მ და 4 მ, ხოლო ფუძის ერთ-ერთი დიაგონალია 6 მ. იპოვეთ პარალელეპიპედის დიაგონალები.

14.49. მართი პარალელეპიპედის ფუძის გვერდებია 6 დმ და 10 დმ, ხოლო ფუძის ერთ-ერთი დიაგონალია 8 დმ. იპოვეთ პარალელეპიპედის დიდი დიაგონალი, თუ მცირე დიაგონალი ფუძის სიბრტყესთან ქმნის 60°-იან კუთხეს.

14.50. მართი პარალელეპიპედის ფუძის გვერდებია 4 სმ და 10 სმ, მანძილი ფუძის მცირე გვერდებს შორის – 8 სმ-ია. გვერდითი წიბო უდრის $4\sqrt{2}$ სმ-ს. იპოვეთ პარალელეპიპედის დიაგონალები.

14.51. მართი პარალელეპიპედის ფუძის გვერდებია 6 მ და 8 მ, მათ შორის კუთხეა $\alpha=30°$, გვერდითი წიბო – 5 მ. იპოვეთ პარალელეპიპედის ზედაპირის ფართობი და მცირე დიაგონალური კვეთის ფართობი.



14.52. მართი პარალელეპიპედის ფუძეა ABCD, AB=9 სმ, AD=12 სმ, BD=7 სმ და გვერდითი წიბო უდრის 6 სმ-ს. იპოვეთ AB_1C_1D კვეთის ფართობი.

14.53. მართი პარალელეპიპედის ფუძეა რომბი, რომლის დიაგონალებია 3 სმ და 4 სმ. იპოვეთ პარალელეპიპედის ზედაპირის ფართობი, თუ გვერდითი წახნაგის დიაგონალია 5 სმ.

14.54. მართი პარალელეპიპედის ფუძეა რომბი, დიაგონალური კვეთების ფართობებია 28 $მ^2$ და 21 $მ^2$, ხოლო პარალელეპიპედის სიმაღლეა 7 მ. იპოვეთ პარალელეპიპედის ზედაპირის ფართობი.

14.55. იპოვეთ წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის ზედაპირის ფართობი, თუ მისი ფუძის დიაგონალია $3\sqrt{2}$ სმ, ხოლო სიმაღლე – 4 სმ.

14.56. წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის ფუძის ფართობია 64 $მ^2$, სიმაღლე – 7 მ. იპოვეთ პრიზმის დიაგონალი.

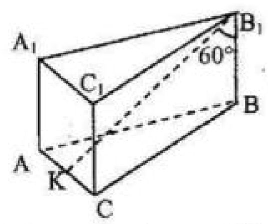
14.57. წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობია 8 $დმ^2$, სრული ზედაპირის ფართობი – 10 $დმ^2$. იპოვეთ სიმაღლე.

14.58. იპოვეთ კუთხე წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის დიაგონალსა და ფუძის სიბრტყეს შორის, თუ ფუძის გვერდი უდრის $\sqrt[4]{8}$ სმ-ს, ხოლო დიაგონალური კვეთის ფართობი $4\sqrt{6}$ $სმ^2$-ის ტოლია.

14.59. წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობია $28\sqrt{2}$. იპოვეთ დიაგონალური კვეთის ფართობი.

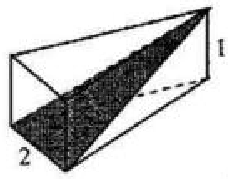
14.60.

1) იპოვეთ წესიერი სამკუთხა პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობის შეფარდება პრიზმის ფუძის ფართობთან, თუ წრფე, რომელიც ზედა ფუძის წვეროს ქვედა ფუძის მოპირდაპირე გვერდის შუაწერტილთან აერთებს, გვერდით წიბოსთან ადგენს 60°-იან კუთხეს.



2) იპოვეთ წესიერი სამკუთხა პრიზმის ფუძის ფართობი, თუ მისი სიმაღლე $\sqrt[4]{3}$ სმ-ის ტოლია, ხოლო წრფე, რომელის აერთებს ზედა ფუძის ცენტრს ქვედა ფუძის გვერდის შუაწერტილთან, ფუძის სიბრტყესთან 60°-იან კუთხეს ადგენს.

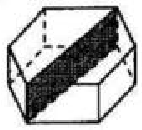
14.61. წესიერი სამკუთხა პრიზმის ფუძის გვერდია 2 მ, ხოლო გვერდითი წიბო – 1 მ. იპოვეთ იმ კვეთის ფართობი, რომელიც გადის ქვედა ფუძის გვერდზე და ზედა ფუძის წვეროზე.



14.62. წესიერი სამკუთხა პრიზმის ფუძის გვერდია $3\sqrt{2}$ სმ. იპოვეთ პრიზმის იმ სიბრტყით კვეთის ფართობი, რომელიც ფუძის ორი გვერდის შუაწერტილზე გადის და ფუძის სიბრტყესთან ადგენს 30°-იან კუთხეს. ამასთან, კვეთის სიბრტყე პრიზმის მხოლოდ ერთ გვერდით წიბოს გადაკვეთს.

14.63. წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის თითოეული წიბო 7 სმ-ის ტოლია. იპოვეთ პრიზმის მცირე დიაგონალი.

14.64. წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის უდიდესი დიაგონალური კვეთის ფართობია 1 $მ^2$. იპოვეთ პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.



14.65. წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის დიდი დიაგონალური კვეთის ფართობია $\sqrt{3}$. იპოვეთ პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

14.66. წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის უდიდესი დიაგონალური კვეთა ფუძის ტოლდიდია. ფუძის გვერდი 8-ის ტოლია. იპოვეთ ამ პრიზმის ტოლდიდი კუბის წიბო.

14.67. წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობია 72 $მ^2$. გვერდითი წახნაგის დიაგონალია 5 მ. იპოვეთ პრიზმის ფუძის გვერდი, თუ ის პრიზმის სიმაღლეზე ნაკლებია.

14.68. მართი სამკუთხა პრიზმის ყველა წიბო ტოლია. გვერდითი ზედაპირის ფართობი – 12 $მ^2$. იპოვეთ პრიზმის სიმაღლე.

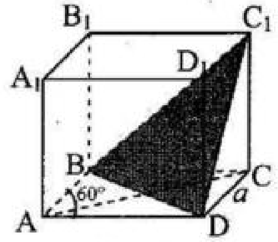
14.69. იპოვეთ მართი სამკუთხა პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ მისი სიმაღლეა 5 სმ და ფუძის გვერდებია 5 სმ, 7 სმ და 10 სმ.

14.70. მართი სამკუთხა პრიზმის ფუძის გვერდებია 10 სმ, 17 სმ და 21 სმ. პრიზმის სიმაღლეა 11 სმ. იპოვეთ გვერდით წიბოსა და ფუძის მცირე სიმაღლეზე გავლებული კვეთის ფართობი.

14.71. მართი პრიზმის ფუძე ტოლფერდა სამკუთხედია, რომლის ფერდი ისე შეეფარდება მის ფუძეს როგორც 5:6. პრიზმის სიმაღლე უდრის ფუძის სიმაღლეს, რომელიც ფერდზეა დაშვებული. ზედაპირის ფართობია 630 $მ^2$. იპოვეთ პრიზმის წიბოები.

14.72. მართი პრიზმის ფუძეა რომბი. პრიზმის დიაგონალების სიგრძეებია $\sqrt{10}$ დმ და $\sqrt{17}$ დმ, სიმაღლე – 1 დმ. იპოვეთ ფუძის გვერდი.

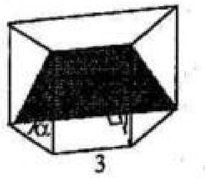
14.73. მოცემულია $ABCDA_1B_1C_1D_1$ მართი პრიზმა, $ABCD$ რომბია: $AD=a$. BD ფუძის დიაგონალზე და C_1 წერტილზე გავლებულია სიბრტყე. კვეთაში მიღებული ΔBC_1D-სა და $ABCD$ ფუძეს შორის კუთხე $60°$-ია. იპოვეთ პრიზმის სრული ზედაპირის ფართობი და კვეთის ფართობი.



14.74. მართი პრიზმის ფუძეა ტოლფერდა ტრაპეცია. ტრაპეციის ფერდი მცირე ფუძის ტოლია. მისი მახვილი α კუთხის კოსინუსი უდრის $\dfrac{5}{13}$-ს, ტრაპეციის დიაგონალი – 3 სმ-ის, ხოლო პრიზმის დიაგონალი 5 სმ-ის ტოლია. იპოვეთ პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

14.75. მართი პრიზმის ფუძეა ტოლფერდა ტრაპეცია, რომლის ფართობი უდრის 20 სმ^2-ს, ხოლო ფუძეები – 5 სმ და 3 სმ-ია. პრიზმის სიმაღლეა 7 სმ. ქვედა ფუძის დიდ ფუძეზე და ზედა ფუძის მცირე ფუძეზე გავლებულია პრიზმის მკვეთი სიბრტყე. იპოვეთ კვეთის ფართობი.

14.76. მართი პრიზმის ფუძეა ტოლფერდა ტრაპეცია, რომლის ფუძეების სიგრძეებია 5 სმ და 3 სმ, ხოლო მახვილი კუთხეა α. პრიზმის ქვედა ფუძის დიდ ფუძეზე და ზედა ფუძის მცირე ფუძეზე გავლებულია მკვეთი სიბრტყე, რომელიც ფუძის სიბრტყისადმი დახრილია α კუთხით. იპოვეთ კვეთის ფართობი.



14.77. მართი პრიზმის ფუძეა წრეწირზე შემოხაზული ტრაპეცია, რომლის შუახაზია 4 მ, ხოლო პრიზმის სიმაღლეა 6 მ. იპოვეთ პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

14.78. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ კუბის AA_1 გვერდით წიბოზე აღებულია M წერტილი ისე, რომ $AM:A_1M=1:2$. იპოვეთ$\angle BMC$.

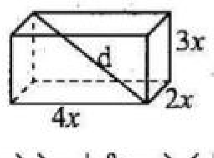
14.79. იპოვეთ კუბის მოცულობა მისი წახნაგის $2a$ დიაგონალის მიხედვით.

14.80. იპოვეთ კუბის მოცულობა მისი d დიაგონალის მიხედვით.

14.81. იპოვეთ კუბის მოცულობა მისი S სრული ზედაპირის ფართობის მიხედვით.

14.82. მართკუთხა პარალელეპიპედის ზედაპირის ფართობი 22 სმ^2-ის ტოლია. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა, თუ მისი წიბოები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 1:2:3.

14.83. მართკუთხა პარალელეპიპედის განზომილებათა შეფარდებაა 2:3:4. დიაგონალი $d=\sqrt{29}$. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა.



14.84. მართკუთხა პარალელეპიპედის მოცულობა 16 დმ^3-ის ტოლია. იპოვეთ პარალელეპიპედის ზედაპირის ფართობი, თუ მისი წიბოები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 1:2:3.

14.85. მართკუთხა პარალელეპიპედის წახნაგების ფართობებია 7 მ^2, 14 მ^2 და 32 მ^2. იპოვეთ მისი მოცულობა.

14.86. მართკუთხა პარალელეპიპედის დიაგონალური კვეთა კვადრატია, რომლის ფართობია 25 სმ^2. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა, თუ ფუძის გვერდები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 3:4.

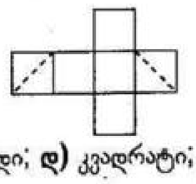
14.87. მართკუთხა პარალელეპიპედის დიაგონალის სიგრძეა $3\sqrt{2}$ სმ და იგი ერთ წახნაგთან ქმნის 30°-იან კუთხეს, მეორესთან კი 45°-იანს. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა.

14.88. მართკუთხა პარალელეპიპედის ფუძის გვერდებია 2 მ და $\sqrt{6}$ მ. პარალელეპიპედის დიაგონალი დიდ გვერდით წახნაგთან ქმნის 30°-იან კუთხეს. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა.

14.89. მართკუთხა პარალელეპიპედის ფუძის დიაგონალებს შორის კუთხეა α. პარალელეპიპედის დიაგონალი ფუძის სიბრტყესთან ადგენს β კუთხეს. იპოვეთ პარალელეპიპედის სიმაღლე, თუ მისი მოცულობაა V ($\alpha=30°$, $\beta=60°$, $V=18$).

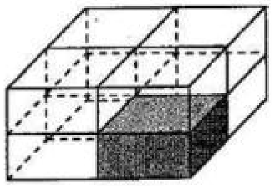
14.90. კუბის წვეროები წყვილ-წყვილად შეერთებულია მონაკვეთებით. რამდენი განსხვავებული წერტილი არსებობს, რომლებიც ამ მონაკვეთების შუაწერტილებს წარმოადგენენ?

14.91. კუბი გადაკვეთილია სიბრტყით. კუბის შლილზე წყვეტილით ნაჩვენებია კუბის ზედაპირზე ამ კვეთის კვალის ნაწილი. ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რა ფიგურა მიიღება კვეთაში?

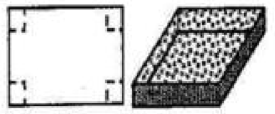


ა) წესიერი სამკუთხედი; **ბ)** მართკუთხედი, მაგრამ არა კვადრატი; **გ)** მართკუთხა სამკუთხედი; **დ)** კვადრატი;

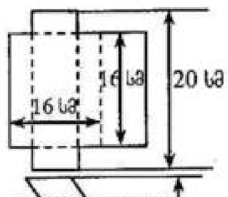
14.92. ერთი კვირის განმავლობაში მართკუთხა პარალელეპიპედის ფორმის საპნის ხმარებისას მისი სიგრძე, სიგანე და სიმაღლე განახევრდა. რამდენ დღეში დაიხარჯება საპნის დარჩენილი ნაწილი, თუ მისი ყოველდღიური ხარჯი ერთი და იგივეა?



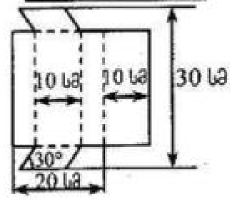
14.93. მართკუთხედის ფორმის თუნუქის ფურცლის გვერდებია 6 დმ და 8 დმ. მას კუთხეებიდან ჩამოაჭრეს 10 სმ გვერდის მქონე კვადრატები, ისე როგორც ნახაზზეა ნაჩვენები და დარჩენილი ნაწილით დაამზადეს ყუთი. იპოვეთ მიღებული ყუთის მოცულობა.



14.94. მოცემულია მართკუთხა პარალელეპიპედის შლილი. იპოვეთ პარალელეპიპედის სრული ზედაპირის ფართობი და მოცულობა.



14.95. მოცემულია მართი პარალელეპიპედის შლილი. იპოვეთ პარალელეპიპედის სრული ზედაპირის ფართობი და მოცულობა.



14.96. მართი პარალელეპიპედის ფუძის გვერდებია 3 სმ და 5 სმ, ხოლო მათ შორის კუთხეა 30°. გვერდითი ზედაპირის ფართობია 24 სმ^2. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა.

14.97. მართი პარალელეპიპედის ფუძის გვერდებია 8 სმ და 15 სმ, ხოლო მათ შორის კუთხეა 60°. პარალელეპიპედის მცირე დიაგონალი ფუძის სიბრტყესთან ადგენს 30°-იან კუთხეს. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა.

14.98. მართი პარალელეპიპედის ფუძეა პარალელოგრამი, რომლის გვერდებია 1 მ და 4 მ, ხოლო მახვილი კუთხე – 60°. პარალელეპიპედის დიდი დიაგონალი უდრის 5 მ-ს. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა.

14.99. მართი პარალელეპიპედის ფუძეა პარალელოგრამი, რომლის ერთ-ერთი კუთხე უდრის 30°-ს და ფუძის ფართობია 4 დმ^2. პარალელეპიპედის გვერდითი წახნაგების ფართობებია 6 დმ^2 და 12 დმ^2. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა.

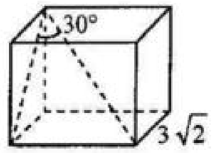
14.100. მართი პარალელეპიპედის ფუძეა პარალელოგრამი, რომლის გვერდებია 3 სმ და 5 სმ, მათ შორის კუთხე – 60°-ია. დიდი დიაგონალური კვეთის ფართობია 25 სმ^2. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა.

14.101. მართი პარალელეპიპედის ფუძეა რომბი, რომლის ფართობია 1 მ^2. დიაგონალური კვეთების ფართობებია 3 მ^2 და 6 მ^2. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა.

14.102. იპოვეთ წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის სრული ზედაპირი, თუ მისი ფუძის ფართობია S და მოცულობა – v.

14.103. წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის დიაგონალია 7 მ, გვერდითი წახნაგის დიაგონალი – 5 მ. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

14.104. იპოვეთ წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის მოცულობა, თუ მისი დიაგონალი გვერდითი წახნაგის სიბრტყესთან ადგენს 30°-იან კუთხეს, ხოლო ფუძის გვერდია $3\sqrt{2}$ სმ.

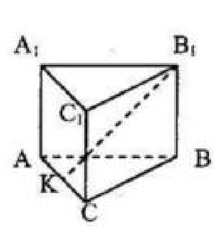


14.105. წესიერი სამკუთხა პრიზმის გვერდითი წიბო უდრის ფუძის სიმაღლეს, მათზე გავლებული კვეთის ფართობია 12 მ^2. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

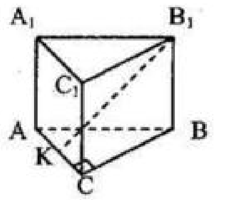
14.106. წესიერი სამკუთხა პრიზმის გვერდითი წახნაგის ფართობია 25 სმ^2. გვერდითი წახნაგის დიაგონალი ფუძის გვერდისადმი დახრილია α კუთხით. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა, თუ $tg\alpha=\frac{1}{3}$.

14.107. წესიერი სამკუთხა პრიზმის ფუძის გვერდია a, გვერდითი ზედაპირი ფუძეების ფართობთა ჯამის ტოლია. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

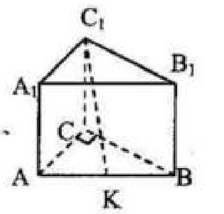
14.108. წესიერი სამკუთხა პრიზმის B_1 წვერო შეერთებულია ქვედა ფუძის AC გვერდის K შუაწერტილთან. B_1K მონაკვეთი CC_1B_1B გვერდით წახნაგთან ადგენს α გრადუსიან კუთხეს. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა, თუ ფუძის გვერდი a-ს ტოლია.



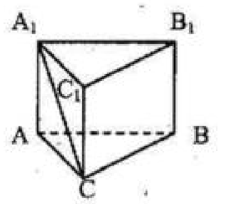
14.109. მართი სამკუთხა პრიზმის ფუძე მართკუთხა სამკუთხედია, რომელშიც $\angle C=90°$, $AC=4$ და $BC=6$. B_1 წვერო შეერთებულია AC კათეტის K შუაწერტილთან. იპოვეთ იმ კუთხის ტანგენსი, რომელსაც B_1K მონაკვეთი ადგენს CC_1B_1B გვერდით წახნაგთან, თუ $B_1B=8$.



14.110. მართი სამკუთხა პრიზმის ფუძე მართკუთხა სამკუთხედია. AC კათეტი 6-ის ტოლია AB ჰიპოტენუზა კი 10-ის, პრიზმის გვერდითი წიბო 12-ის ტოლია. იპოვეთ იმ კუთხის სინუსი, რომელსაც C_1 წვეროს AB ჰიპოტენუზის შუა K წერტილთან შემაერთებელი მონაკვეთი ადგენს CC_1B_1B წახნაგთან.



14.111. $ABCA_1B_1C_1$ მართი სამკუთხა პრიზმის ფუძე ABC მართკუთხა სამკუთხედია ($\angle C=90°$), AA_1C_1C წახნაგის A_1C დიაგონალი 5-ის ტოლია და CC_1B_1B წახნაგთან ადგენს 30°-იან კუთხეს. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა, თუ $BC=6$.



14.112. მართი სამკუთხა პრიზმის ფუძე ABC მართკუთხა სამკუთხედია. $AC=5$, C მართი კუთხის წვეროდან AB ჰიპოტენუზაზე დაშვებული სიმაღლე 4-ის ტოლია. AA_1C_1C წახნაგის A_1C დიაგონალი პრიზმის უდიდეს წახნაგთან ადგენს კუთხეს, რომლის სინუსი $\frac{1}{5}$-ის ტოლია. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

14.113. მართი სამკუთხა პრიზმის ფუძე ABC მართკუთხა სამკუთხედია. დიდი გვერდითი წახნაგის დიაგონალი მცირე გვერდით წახნაგთან ადგენს 30°-იან კუთხეს. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა, თუ AC და BC კათეტები შესაბამისად 4-ისა და 5-ის ტოლია.

14.114. წესიერი სამკუთხა პრიზმის გვერდითი წახნაგის დიაგონალი გვერდით წახნაგთან ადგენს 45°-იან კუთხეს. იპოვეთ პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ ფუძის გვერდი 5-ის ტოლია.

14.115. წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის წახნაგის დიაგონალი მეზობელ გვერდით წახნაგთან ადგენს 60°-იან კუთხეს. იპოვეთ პრიზმის სრული ზედაპირის ფართობი, თუ პრიზმის სიმაღლე 10-ის ტოლია.

14.116. ფუძის a გვერდისა და b გვერდითი წიბოს მიხედვით იპოვეთ წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის მოცულობა.

14.117. წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის უდიდესი დიაგონალი უდრის 4 სმ-ს და პრიზმის გვერდითი წიბოსთან ქმნის 30°-იან კუთხეს. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

14.118. წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის უდიდესი დიაგონალია 8 სმ, გვერდითი წიბოს სიგრძე – $4\sqrt{3}$ სმ-ია. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა და სრული ზედაპირის ფართობი.

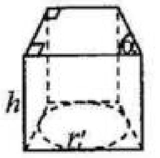
14.119. იპოვეთ წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის მოცულობა, რომლის უდიდესი დიაგონალია 5 სმ, გვერდითი წახნაგები კი კვადრატებია.

14.120. წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის უდიდესი დიაგონალური კვეთი ფუძის ტოლდიდია. ფუძის გვერდია $2a$. იპოვეთ ამ პრიზმის ტოლდიდი კუბის წიბო.

14.121. წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის უდიდესი დიაგონალური კვეთის ფართობია 4 მ^2, ხოლო მანძილი ორ მოპირდაპირე გვერდით წახნაგს შორის – 2 მ-ია. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

14.122. წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის უდიდესი დიაგონალი $2\sqrt{65}$-ის ტოლია. გვერდითი წიბო უდრის ფუძის წიბოს მეოთხედს. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

14.123. მართი პრიზმის სიმაღლეა h. მას ფუძედ აქვს მართკუთხა ტრაპეცია α მახვილი კუთხით, რომელიც შემოხაზულია r რადიუსიან წრეზე. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა, თუ $h=5$, $\sin\alpha=\frac{2}{7}$, $r=1$.



14.124. მართი პრიზმის ფუძეა ტოლფერდა ტრაპეცია, რომლის დიაგონალი უდრის d-ს, ხოლო კუთხე დიაგონალსა და დიდ ფუძეს შორის – α-ს. პრიზმის დიაგონალი დახრილია ფუძის სიბრტყისადმი β კუთხით. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

14.125. მართი პრიზმის ფუძეა ტოლფერდა ტრაპეცია, რომლის მცირე ფუძე უდრის $\sqrt{13}$ სმ-ს და ფერდის ტოლია. ტრაპეციის მახვილი α კუთხის სინუსი უდრის $\frac{12}{13}$-ს, პრიზმის დიაგონალი – 10 სმ-ია. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

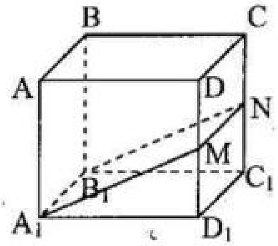
14.126. მართი პრიზმის ფუძეა რომბი, რომლის დიაგონალების სიგრძეებია 8 სმ და 5 სმ. პრიზმის მოცულობაა 50 სმ^3. იპოვეთ პრიზმის იმ კვეთის ფართობი, რომელიც გაივლის ქვედა და ზედა ფუძეების მოპირდაპირე გვერდებზე.

14.127. მართი პრიზმის ფუძეა მართკუთხა სამკუთხედი, რომლის კათეტებია 6 სმ და 8 სმ. დიდი გვერდითი წახნაგის ფართობი – 20 სმ^2-ია. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

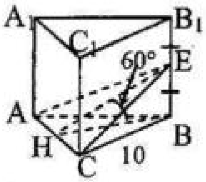
14.128. მართი პრიზმის ფუძეა მართკუთხა სამკუთხედი, რომლის კათეტების შეფარდებაა 24:7. ფუძის ჰიპოტენუზა ისე შეეფარდება პრიზმის სიმაღლეს როგორც 5:2. გვერდითი ზედაპირის ფართობია 140 მ^2. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

14.129. მართი პრიზმის ფუძეა ტოლფერდა სამკუთხედი. ამ სამკუთხედის ფუძეა a, ფუძესთან მდებარე კუთხე – 45°. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა, თუ მისი გვერდითი ზედაპირის ფართობი უდრის პრიზმის ფუძეთა ფართობების ჯამს.

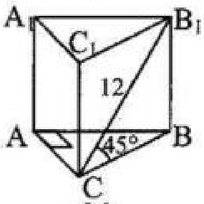
14.130. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ კუბში M და N წერტილები შესაბამისად DD_1 და CC_1 წიბოებზე ისეა აღებული, რომ $D_1M:MD=C_1N:NC=2:3$. A_1MNB_1 მართკუთხედის ფართობია $20\sqrt{29}$ სმ^2. იპოვეთ კუბის მოცულობა და ზედაპირის ფართობი.



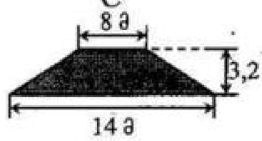
14.131. მოცემულია $ABCA_1B_1C_1$ მართი სამკუთხა პრიზმა: $AC=12$, $AB=CB=10$, $E\in B_1B$, $HE\perp AC$, $\angle EHB=60°$, $B_1E=EB$. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.



14.132. მოცემულია $ABCA_1B_1C_1$ მართი სამკუთხა პრიზმა: $AB=AC$, $\angle BAC=90°$, $\angle B_1CB=45°$, $CB_1=12$. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.



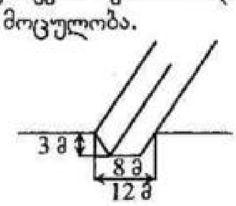
14.133. ნახაზზე მოცემულია რკინიგზის ლიანდაგის ფუძის მიწის ნაყარის ვერტიკალური კვეთა. იპოვეთ მიწის რა რაოდენობის კუბური მეტრი იქნება საჭირო 1 კმ სიგრძის ლიანდაგის დასაგებად.



14.134. მართი პარალელეპიპედის ფუძე პარალელოგრამია, რომლის დიაგონალების სიგრძეები 6 სმ-ის და 8 სმ-ის ტოლია, ხოლო მათ შორის მდებარე კუთხეა 30°. პარალელეპიპედის მცირე დიაგონალი ფუძის სიბრტყესთან 45°-ის ტოლ კუთხეს ადგენს. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა.

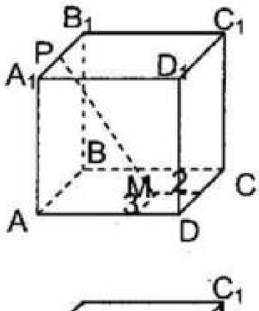
14.135. მართი პრიზმის ფუძე ტრაპეციაა, რომლის შუახაზისა და სიმაღლის სიგრძეები, შესაბამისად, 7 სმ-ის და 4 სმ-ის ტოლია. პრიზმის გვერდითი წიბოს სიგრძეა 0,5 სმ. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

14.136. ნახაზზე მოცემულია მიწის სარწყავი არხის ვერტიკალური კვეთა. იპოვეთ მიწის რა რაოდენობის კუბური მეტრის ამოთხრა იქნება საჭირო 2 კმ სიგრძის არხის გასაყვანად.



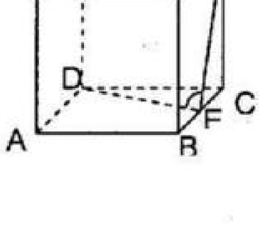
14.137. მართკუთხა პარალელეპიპედის ერთი წახნაგის ფართობი შემცირდა 28%-ით, მეორის 37%-ით, მესამის კი 44%-ით. რამდენი პროცენტით შემცირდა პარალელეპიპედის მოცულობა?

14.138. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ კუბის ABCD ფუძეში აღებულია M წერტილი ისე, რომ მანძილი M წერტილიდან AD გვერდამდე 3-ის ტოლია, CD გვერდამდე კი 2-ის. A_1B_1 წიბოზე აღებულია P წერტილი, $B_1P:A_1P=3:2$. იპოვეთ PM მანძილი, თუ კუბის წიბო 10-ის ტოლია.

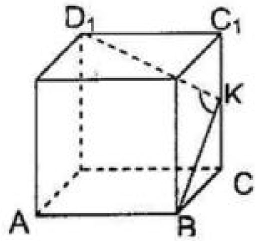


14.139.

1) ნახაზზე მოცემულია კუბი. იპოვეთ DEC_1 კუთხის კოსინუსი, თუ $BE=EC$.

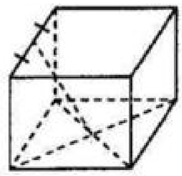


2) ნახაზზე მოცემულია კუბი. იპოვეთ D_1KB კუთხის კოსინუსი, თუ $CK=KC_1$.



საკონტროლო ტესტი N 14 (ბ)

1. იპოვეთ მანძილი კუბის ერთი ფუძის ცენტრიდან მისი პარალელური ფუძის რომელიმე გვერდის შუაწერტილამდე, თუ კუბის წიბოა $\sqrt{5}$.

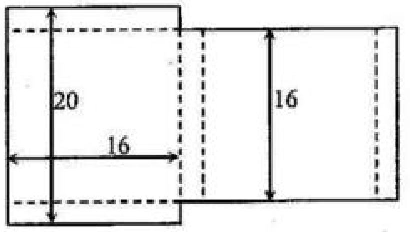


ა) 5/2 ბ) 5/4 გ) 3/2 დ) 3

2. რამდენი პროცენტით გაიზრდება მართკუთხა პარალელეპიპედის სრული ზედაპირის ფართობი, თუ მის ყოველ წიბოს 10%-ით გავზრდით?

ა) 25%-ით ბ) 21%-ით გ) 22%-ით დ) 20%-ით

3. ნახაზზე მოცემულია მართკუთხა პარალელეპიპედის შლილი. მითითებული ზომებით იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა.



ა) 1024 ბ) 128 გ) 256 დ) 512 ე) 156

4. წესიერი სამკუთხა პრიზმის ფუძის გვერდი 3-ის ტოლია. გვერდითი ზედაპირის ფართობი ფუძეების ფართობების ჯამის ტოლია. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

ა) $\frac{\sqrt{21}}{4}$ ბ) $\frac{27}{8}$ გ) $\frac{25}{4}$ დ) $\frac{81}{8}$

5. წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის თითოეული წიბო 4-ის ტოლია. იპოვეთ პრიზმის მცირე და დიდი დიაგონალები.

ა) $8;\ 4\sqrt{5}$ ბ) $4\sqrt{5};\ 10$ გ) $12;\ 4\sqrt{6}$ დ) $4\sqrt{6};\ 10$

6. მართი პრიზმის ფუძეა ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედი, რომლის ფერდია 4 სმ. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა, თუ მისი გვერდითი ზედაპირის ფართობი ფუძის ფართობის ტოლია.

ა) 8 სმ^3 ბ) $8(2-\sqrt{2})$ სმ^3 გ) $8(2+\sqrt{2})$ სმ^3 დ) 16 სმ^3

7. მართი პრიზმის ფუძეა მართკუთხა სამკუთხედი, რომლის კათეტები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 4:3. ფუძის ჰიპოტენუზის მედიანა პრიზმის სიმაღლის ტოლია. პრიზმის მოცულობა 120 სმ^3-ია. იპოვეთ პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

ა) $150\sqrt{3}$ სმ^2 ბ) $90\sqrt{6}$ სმ^2 გ) 120 სმ^2 დ) 150 სმ^2

8. მართი პრიზმის ფუძე ტრაპეციაა, რომლის შუახაზისა და სიმაღლის სიგრძეები შესაბამისად 5-ის და 6-ის ტოლია. პრიზმის გვერდითი წიბოს სიგრძე 2-ის ტოლია. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა.

ა) 40 ბ) 50 გ) 60 დ) 75

9. რამდენი დიაგონალი აქვს მართ პრიზმას, თუ მისი წიბოების რიცხვი 24-ის ტოლია?

ა) 40 ბ) 44 გ) 32 დ) 48

10. რამდენი წიბო აქვს მართ პრიზმას, თუ მისი დიაგონალიების რიცხვი 28-ის ტოლია?

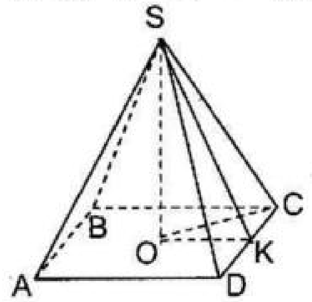
ა) 24 ბ) 21 გ) 40 დ) 28

§15. პ ი რ ა მ ი დ ა

ა

15.1.
1) რამდენი წიბო აქვს პირამიდას, თუ მას სულ 7 წვერო აქვს?
2) რამდენი წახნაგი აქვს პირამიდას, თუ მას 10 წიბო აქვს?
3) სულ რამდენი წვერო აქვს პირამიდას, თუ მას 8 წიბო აქვს?
4) სულ რამდენი წვერო აქვს პირამიდას, თუ მისი წიბოების რიცხვი 5-ით აღემატება წახნაგების რიცხვს?

15.2. ნახაზზე გამოსახულია SABCD წესიერი ოთხკუთხა პირამიდა, რომლის სიმაღლეა SO, SK კი აპოთემაა. მიუთითეთ:



1) კუთხე, რომელსაც SC გვერდითი წიბო ადგენს ფუძის სიბრტყესთან;
2) ფუძესთან მდებარე ორწახნაგა კუთხე;
3) კუთხე, რომელსაც SD გვერდითი წიბო ადგენს ფუძის გვერდთან;
4) კუთხე, რომელსაც SA გვერდითი წიბო ადგენს პირამიდის სიმაღლესთან;
5) კუთხე, რომელსაც SK აპოთემა ადგენს პირამიდის სიმაღლესთან;
6) პირამიდის წვეროსთან მდებარე ბრტყელი კუთხე.

15.3. ფუძის a გვერდისა და b გვერდითი წიბოს მიხედვით იპოვეთ წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის სიმაღლე.

15.4. ფუძის a გვერდისა და h სიმაღლის მიხედვით იპოვეთ წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის აპოთემა.

15.5. .
1) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის სიმაღლეა 7 სმ; ხოლო ფუძის გვერდი – 4 სმ. იპოვეთ გვერდითი წიბო.
2) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 16, გვერდითი წიბო კი – 18. იპოვეთ პირამიდის სიმაღლე.

15.6.
1) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის სიმაღლეა $4\sqrt{15}$ მ. პირამიდის აპოთემა დახრილია ფუძის სიბრტყისადმი 60°-იანი კუთხით. იპოვეთ გვერდითი წიბო.
2) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის ფართობია 8. იპოვეთ პირამიდის სიმაღლე, თუ აპოთემა სიმაღლესთან 45°-იან კუთხეს ადგენს.

15.7.
1) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდი a-ს ტოლია, ხოლო გვერდითი წიბო ფუძის სიბრტყესთან φ კუთხეს ქმნის. იპოვეთ პირამიდის დიაგონალური კვეთის ფართობი, თუ $a=4$, $\operatorname{tg}\varphi=3$.
2) იპოვეთ წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდი, თუ დიაგონალური კვეთის ფართობია $16\sqrt{3}$ სმ^2 და გვერდითი წიბო პირამიდის სიმაღლესთან 30°-იან კუთხეს ადგენს.

15.8. ფუძის a გვერდის მიხედვით იპოვეთ წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის გვერდითი ზედაპირი, თუ მისი დიაგონალური კვეთი ფუძის ტოლდიდია.

15.9. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 4 სმ. ფუძესთან მდებარე ორწახნაგა კუთხე – 60°-ია. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

15.10. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 10, ხოლო პირამიდის წვეროსთან მდებარე ბრტყელი კუთხე – α. იპოვეთ მანძილი პირამიდის ფუძის ცენტრიდან მის გვერდით წიბომდე, თუ $\cos\alpha=\frac{1}{8}$.

15.11. იპოვეთ წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდი, თუ მისი გვერდითი წიბოა 2 სმ, ხოლო სრული ზედაპირი – 4 სმ^2.

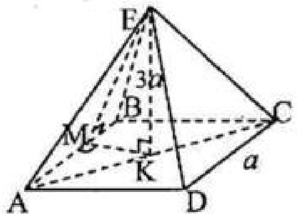
15.12. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის გვერდითი წახნაგი ტოლგვერდა სამკუთხედია. იპოვეთ $tg\alpha$, თუ α არის კუთხე პირამიდის გვერდით წიბოსა და ფუძის სიბრტყეს შორის.

15.13. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის გვერდითი წახნაგი ტოლგვერდა სამკუთხედია. იპოვეთ $tg\alpha$, თუ α არის კუთხე პირამიდის გვერდით წახნაგსა და ფუძის სიბრტყეს შორის.

15.14. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის სიმაღლეა 2 მ, ფუძის გვერდთან შექმნილი ორწახნაგა კუთხეა – α. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ $\cos\alpha=\frac{3}{5}$

15.15. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის ფართობია 4. პირამიდის ყველა წიბო ტოლია. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

15.16. მოცემულია EABCD წესიერი ოთხკუთხა პირამიდა. AB=a. EK პირამიდის სიმაღლეა, EK=$3a$. იპოვეთ კუთხე გვერდით წიბოსა და ფუძის სიბრტყეს შორის - $\angle$EAK; იპოვეთ კუთხე გვერდით წახნაგსა და ფუძის სიბრტყეს შორის - $\angle$EMK.

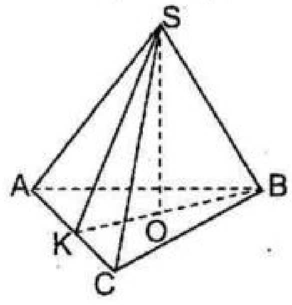


15.17. ფუძის m გვერდისა და n გვერდითი წიბოს მიხედვით იპოვეთ წესიერი სამკუთხა პირამიდის სიმაღლე.

15.18. ფუძის p გვერდისა და q სიმაღლის მიხედვით იპოვეთ წესიერი სამკუთხა პირამიდის აპოთემა.

15.19. ნახაზზე გამოსახულია SABC წესიერი სამკუთხა პირამიდა, რომლის სიმაღლეა SO, SK კი აპოთემაა. მიუთითეთ:

1) კუთხე SB გვერდით წიბოსა და ფუძის სიბრტყეს შორის;
2) კუთხე SB გვერდით წიბოსა და ფუძის გვერდს შორის;
3) ფუძესთან მდებარე ორწახნაგა კუთხე;
4) კუთხე აპოთემასა და პირამიდის სიმაღლეს შორის.



15.20.

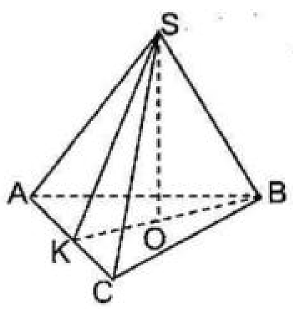
1) წესიერი სამკუთხა პირამიდის სიმაღლე 12-ის ტოლია, აპოთემა კი 13-ის. იპოვეთ პირამიდის ფუძის სიმაღლე.
2) წესიერი სამკუთხა პირამიდის სიმაღლე 6-ის ტოლია, აპოთემა კი 10-ის. იპოვეთ პირამიდის ფუძეზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი.

15.21. ნახაზზე გამოსახულია SABC წესიერი სამკუთხა პირამიდა, რომლის სიმაღლეა SO, SK კი აპოთემაა. იპოვეთ:

1) SO სიმაღლე, თუ ფუძის გვერდია 10, აპოთემა კი $\frac{7\sqrt{3}}{3}$;

2) SO სიმაღლე, თუ გვერდითი წიბოა 13, ფუძეში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი კი 2,5;

3) გვერდითი წიბო, თუ ფუძის გვერდია $6\sqrt{3}$ და გვერდითი წიბო ფუძის სიბრტყესთან ადგენს 60°-იან კუთხეს.



4) აპოთემა, თუ ფუძესთან მდებარე ორწახნაგა კუთხეა 45° და ფუძეზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსია 10.

15.22. წესიერი სამკუთხა პირამიდის სიმაღლე უდრის პირამიდის ფუძის გვერდს. იპოვეთ კუთხე გვერდით წიბოსა და ფუძის სიბრტყეს შორის.

15.23. ფუძის a გვერდისა და h სიმაღლის მიხედვით იპოვეთ წესიერი სამკუთხა პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი.

15.24. პირამიდის ფუძის ფართობია 150 სმ^2, პარალელური კვეთის ფართობი – 54 სმ^2, მანძილი მათ შორის უდრის 14 სმ-ს. იპოვეთ პირამიდის სიმაღლე.

15.25. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის სიმაღლეა 3 მ, გვერდითი წიბოა 5 მ. იპოვეთ მოცულობა.

15.26. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბოა l და იგი დახრილია ფუძის სიბრტყისადმი 60°-იანი კუთხით. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

15.27. იპოვეთ წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის მოცულობა, თუ მისი ფუძის გვერდია a, ხოლო ფუძესთან მდებარე ორწახნაგა კუთხე – 60°.

15.28. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის მოცულობაა $V=32$, ფუძესთან მდებარე ორწახნაგა კუთხე – α . იპოვეთ პირამიდის სიმაღლე, თუ $tg\alpha=3$.

15.29. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია $\sqrt{2}$. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ მისი დიაგონალური კვეთა ტოლგვერდა სამკუთხედია.

15.30. იპოვეთ წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის მოცულობა, თუ მისი ფუძის ფართობი 16-ის ტოლია, ხოლო პირამიდის ყველა წიბო ტოლია.

15.31. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია $2a$. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ მისი დიაგონალური კვეთი ფუძის ტოლდიდია.

15.32. იპოვეთ წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის მოცულობა, თუ მისი გვერდითი წიბო ფუძის სიბრტყესთან ადგენს 45°-იან კუთხეს, ხოლო დიაგონალური კვეთის ფართობია 25 სმ^2.

15.33. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის დიაგონალი უდრის პირამიდის გვერდით წიბოს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ მისი ფუძის გვერდი უდრის 6 დმ-ს.

15.34. h სიმაღლისა და ფუძის a გვერდის მიხედვით იპოვეთ წესიერი სამკუთხა პირამიდის მოცულობა.

15.35. h სიმაღლისა და q გვერდითი წიბოს მიხედვით იპოვეთ წესიერი სამკუთხა პირამიდის მოცულობა.

15.36. ფუძის p გვერდისა და q გვერდითი წიბოს მიხედვით იპოვეთ წესიერი სამკუთხა პირამიდის მოცულობა.

15.37. წესიერი ტეტრაედრის (ყველა წიბო ტოლია) m წიბოს მიხედვით იპოვეთ მისი მოცულობა.

15.38. წესიერი სამკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბო უდრის l-ს, სიმაღლე – h-ს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

15.39. წესიერი სამკუთხა პირამიდის აპოთემაა 7 დმ, ფუძესთან მდებარე ორწახნაგა კუთხე – 30 °. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

15.40. წესიერი სამკუთხა პირამიდის აპოთემაა 4, ფუძის სიმაღლე – 6. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

15.41. იპოვეთ წესიერი სამკუთხა პირამიდის მოცულობა, თუ მისი აპოთემაა $\sqrt{\dfrac{7}{3}}$, გვერდითი წიბო კი ფუძის სიბრტყესთან ადგენს 30°-იან კუთხეს.

15.42. წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 6 სმ, გვერდითი წახნაგი დახრილია ფუძის სიბრტყისადმი 45°-იანი კუთხით. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

15.43. წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია a, გვერდითი წიბო ფუძის სიბრტყესთან $45°$-იანი კუთხეს ადგენს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

15.44. წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 6, გვერდითი წახნაგი დახრილია ფუძის სიბრტყისადმი α კუთხით. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ $tg\alpha=4$.

15.45. წესიერი სამკუთხა პირამიდის სიმაღლეა h. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ კუთხე გვერდით წიბოსა და სიმაღლეს შორის $45°$-ის ტოლია.

15.46. წესიერი სამკუთხა პირამიდის სიმაღლეა h, გვერდითი წახნაგი ფუძის სიბრტყესთან ადგენს $45°$-იან კუთხეს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

15.47. წესიერი სამკუთხა პირამიდის სიმაღლე 5-ის ტოლია და გვერდით წიბოსთან ადგენს $60°$-იან კუთხეს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

15.48. სამკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბოები ურთიერთმართობულია, თითოეული მათგანი b-ს ტოლია. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

15.49. წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია $3\sqrt{2}$ სმ, გვერდითი წიბოები ურთიერთპერპენდიკულარულია. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

15.50. წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 1 სმ, მისი გვერდითი ზედაპირი – 3 სმ^2. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

15.51. წესიერი ტეტრაედრის წახნაგების ცენტრები ახალი ტეტრაედრის წვეროებია. იპოვეთ მათი მოცულობების შეფარდება.

15.52. იპოვეთ წესიერი სამკუთხა პირამიდის მოცულობა, თუ მისი აპოთემა 10-ის ტოლია, ხოლო ფუძის გვერდი $16\sqrt{3}$-ის ტოლია.

15.53. იპოვეთ წესიერი სამკუთხა პირამიდის მოცულობა, თუ მის ფუძეზე შემოხაზული წრის რადიუსი 12-ის ტოლია, აპოთემა კი 10-ის ტოლია.

15.54. იპოვეთ წესიერი სამკუთხა პირამიდის მოცულობა, თუ მისი გვერდითი წიბო 5-ის ტოლია, ხოლო ფუძეში ჩახაზული წრეწირის რადიუსია 2.

15.55. h სიმაღლისა და ფუძის a გვერდის მიხედვით იპოვეთ წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის მოცულობა.

15.56. ფუძის p და q გვერდითი წიბოს მიხედვით იპოვეთ წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის მოცულობა.

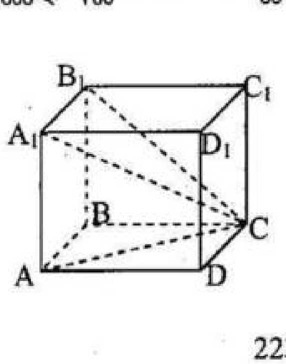
15.57. წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 4 სმ, გვერდითი წიბო – $\sqrt{43}$ სმ. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

15.58. წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის მოცულობაა 6 სმ^3, ფუძის გვერდი –1 სმ. იპოვეთ გვერდითი წიბო.

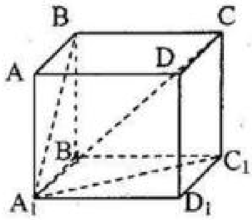
15.59. წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდი a-ს ტოლია, ფუძესთან შედგენილი ორწახნაგა კუთხე – $45°$-ია. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

15.60. a წიბოს მქონე კუბის ცენტრი შეერთებულია კუბის რომელიმე წახნაგის ყველა წვეროსთან. იპოვეთ წარმოქმნილი პირამიდის მოცულობა.

15.61. მოცემული $ABCDA_1B_1C_1D_1$ მართკუთხა პარალელეპიპედის C წვეროდან გავლებულია CA, CA_1 და CB_1 მონაკვეთები. იპოვეთ შექმნილი CAA_1B_1B ოთხკუთხა პირამიდისა (AA_1B_1B ფუძეა, ხოლო C–წვერო) და მართკუთხა პარალელეპიპედის მოცულობათა შეფარდება.



15.62. იპოვეთ $A_1C_1CBB_1$ პირამიდის მოცულობა (A_1 წვეროა, C_1CBB_1 კი ფუძე), თუ $ABCDA_1B_1C_1D_1$ კუბის წიბო 3-ის ტოლია.



15.63. პირამიდის სიმაღლის შუაწერტილზე გავლებულია ფუძის პარალელური სიბრტყე. რა შეფარდებით ყოფს ეს სიბრტყე პირამიდის მოცულობას?

15.64. პირამიდის სიმაღლე უდრის 8 მ-ს, ხოლო მისი ფუძე წესიერი ექვსკუთხედია. პირამიდის წვეროდან 3 მეტრის დაშორებით გავლებულია ფუძის პარალელური სიბრტყე. მიღებული კვეთის ფართობი უდრის 4 $მ^2$-ს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

15.65. რამდენი პროცენტით გაიზრდება წესიერი სამკუთხა პირამიდის მოცულობა, თუ მისი სიმაღლე და ფუძის წიბო თითოეული 10 %-ით გაიზრდება?

საკონტროლო ტესტი N 15 (ა)

1. რამდენი წიბო აქვს პირამიდას, თუ მას სულ 25 წვერო აქვს?

ა) 26   **ბ)** 24   **გ)** 48   **დ)** 45

2. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 4 სმ, სიმაღლე კი – 6 სმ. იპოვეთ პირამიდის აპოთემა.

ა) $2\sqrt{14}$ სმ   **ბ)** $4\sqrt{10}$ სმ   **გ)** $2\sqrt{10}$ სმ   **დ)** $5\sqrt{6}$ სმ

3. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის წიბო 12-ის ტოლია. იპოვეთ დიაგონალური კვეთის ფართობი, თუ გვერდითი წახნაგი ტოლგვერდა სამკუთხედია.

ა) 69   **ბ)** 76   **გ)** 64   **დ)** 72

4. წესიერ ოთხკუთხა პირამიდას ფუძეში აქვს:

ა) რომბი   **ბ)** პარალელოგრამი   **გ)** კვადრატი   **დ)** ნებისმიერი ოთხკუთხედი

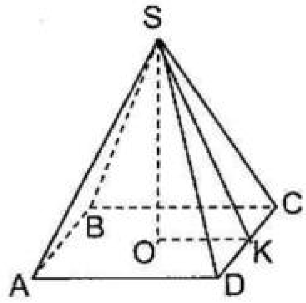
5. თუ წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდს გავადიდებთ 2-ჯერ, ხოლო პირამიდის სიმაღლეს შევამცირებთ 2-ჯერ, პირამიდის მოცულობა

ა) დარჩება უცვლელი   **ბ)** გადიდდება 2-ჯერ   **გ)** გადიდდება 4-ჯერ   **დ)** გადიდდება 1,5-ჯერ

6. თუ წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდს შევამცირებთ 2-ჯერ, ხოლო სიმაღლეს გავადიდებთ 2-ჯერ, პირამიდის მოცულობა

ა) გადიდდება 2-ჯერ   **ბ)** დარჩება უცვლელი   **გ)** შემცირდება 3-ჯერ   **დ)** შემცირდება 2-ჯერ

7. მოცემულია წესიერი ოთხკუთხა პირამიდა. SO სიმაღლეა. ფუძესთან მდებარე ორწახნაგა კუთხე არის



ა) $\angle SCO$ ბ) $\angle SKO$ გ) $\angle SCD$ დ) $\angle SDO$

8. იპოვეთ წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის მოცულობა, თუ ფუძის პერიმეტრია 8 სმ, პირამიდის სიმაღლე კი 6 სმ.

ა) 64 სმ^3 ბ) 24 სმ^3 გ) 36 სმ^3 დ) 8 სმ^3

9. იპოვეთ წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ ფუძის გვერდია 3 სმ, აპოთემა კი 5 სმ.

ა) 45 სმ^2 ბ) 90 სმ^2 გ) 75 სმ^2 დ) 30 სმ^2

10. იპოვეთ წესიერი სამკუთხა პირამიდის მოცულობა, თუ ფუძის პერიმეტრია 9 სმ, ხოლო პირამიდის სიმაღლე 4 სმ-ის ტოლია.

ა) 12 სმ^2 ბ) $3\sqrt{3}$ სმ^2 გ) 10 სმ^2 დ) $6\sqrt{3}$ სმ^2

ბ

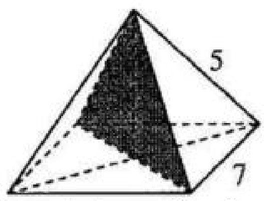
15.66.

1) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის გვერდითი წახნაგი ტოლგვერდა სამკუთხედია. იპოვეთ პირამიდის სიმაღლე, თუ ფუძის გვერდი a-ს ტოლია.

2) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ორ მოპირდაპირე გვერდით წიბოს შორის კუთხე 60°-ის ტოლია. იპოვეთ პირამიდის სიმაღლე, თუ ფუძის გვერდი b-ს ტოლია.

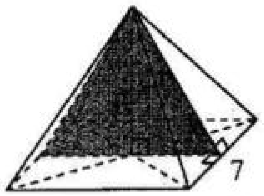
15.67.

1) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 7 სმ, გვერდითი წიბო – 5 სმ. იპოვეთ დიაგონალური კვეთის ფართობი.

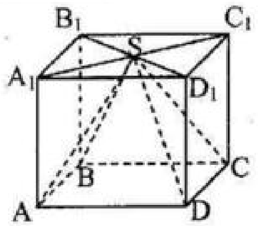


2) წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბო ფუძის სიბრტყესთან 45°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ პირამიდის დიაგონალური კვეთის ფართობი, თუ პირამიდის ფუძის გვერდი 3-ის ტოლია

15.68. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 7 სმ, ხოლო იმ კვეთის ფართობი, რომელიც პირამიდის სიმაღლეზე და აპოთემაზე გადის, რიცხობრივად ფუძის დიაგონალის სიგრძის ტოლია. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.



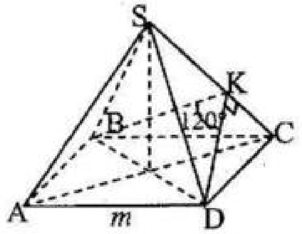
15.69. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ კუბში, რომლის წიბოს სიგრძეა $3\sqrt[4]{20}$, ზედა წახნაგის S ცენტრი შეერთებულია ქვედა ფუძის წვეროებთან. იპოვეთ მიღებული SABCD პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.



15.70. კუბის ზედა ფუძის ცენტრი შეერთებულია ქვედა ფუძის გვერდების შუაწერტილებთან. იპოვეთ მიღებული პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ კუბის წიბოა a.

15.71. წესიერ სამკუთხა პირამიდაში ფუძის გვერდი 5 სმ-ის ტოლია. ფუძის ფართობი ისე შეეფარდება გვერდითი წახნაგის ფართობს, როგორც 3:7. იპოვეთ პირამიდის სიმაღლე.

15.72. მოცემულია SABCD წესიერი ოთხკუთხა პირამიდა. ფუძის წიბო m-ის ტოლია. კუთხე მეზობელ გვერდით წახნაგებს შორის 120°-ია ($\angle BKD=120°$). იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

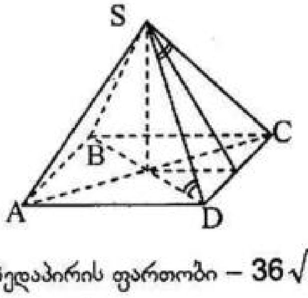


15.73. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის დიაგონალის სიგრძეა $4\sqrt{2}$ სმ, ხოლო კუთხე ორ მოსაზღვრე გვერდითი წახნაგს შორის უდრის 120°-ს. იპოვეთ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი.

15.74. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის სიმაღლე $\frac{\sqrt{6}}{2}$-ჯერ მეტია ფუძის გვერდზე. იპოვეთ კუთხე გვერდით წიბოსა და ფუძის სიბრტყეს შორის.

15.75. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის აპოთემა $\sqrt{2}$-ჯერ ნაკლებია ფუძის დიაგონალზე. იპოვეთ კუთხე გვერდით წახნაგსა და ფუძის სიბრტყეს შორის.

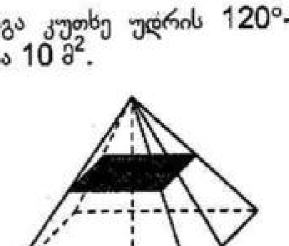
15.76. იპოვეთ წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის წვეროსთან მდებარე ბრტყელი კუთხე, თუ ეს კუთხე უდრის გვერდით წიბოსა და პირამიდის ფუძის სიბრტყეს შორის მდებარე კუთხეს.



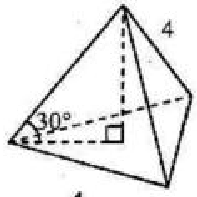
15.77. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 6 სმ, ხოლო გვერდითი ზედაპირის ფართობი – $36\sqrt{2}$ სმ^2. იპოვეთ კუთხე ორ მოსაზღვრე გვერდით წახნაგს შორის.

15.78. წესიერ ოთხკუთხა პირამიდაში გვერდით წიბოსთან მდებარე ორწახნაგა კუთხე უდრის 120°-ს. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირი, თუ მისი დიაგონალური კვეთის ფართობია 10 მ^2.

15.79. წესიერ ოთხკუთხა პირამიდაში გავლებულია ფუძის პარალელური სიბრტყე, რომელიც პირამიდის სიმაღლეს შუაზე ყოფს. იპოვეთ პირამიდის ფუძის გვერდი თუ მოცემული სიბრტყით პირამიდის კვეთის ფართობია 36 სმ^2.



15.80.



1) წესიერი სამკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბო უდრის 4 სმ-ს და ფუძის სიბრტყესთან ქმნის 30°-იან კუთხეს. იპოვეთ ფუძის გვერდი.

2) იპოვეთ წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდი, თუ მისი აპოთემაა 8, სიმაღლე კი – 4.

15.81.

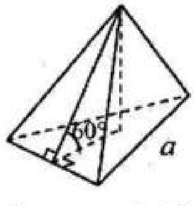
1) წესიერი სამკუთხა პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობია $36\sqrt{7}$ სმ^2. ფუძეზე შემოხაზული წრეწირის სიგრძეა $8\sqrt{3}\,\pi$ სმ. იპოვეთ პირამიდის სიმაღლე.

2) წესიერი სამკუთხა პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობია $9\sqrt{7}$ სმ^2, აპოთემა კი $\sqrt{7}$ სმ. იპოვეთ პირამიდის სიმაღლე.

15.82. წესიერი სამკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბოა 1 მ. ფუძეზე შემოხაზული წრეწირის სიგრძეა $\sqrt{3}\,\pi$ მ. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი და სიმაღლე.

15.83. წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდის სიგრძეა 12 სმ, გვერდითი წიბოს სიგრძე – $\sqrt{195}$ სმ. იპოვეთ იმ კვეთის ფართობი, რომელიც პირამიდის გვერდით წიბოსა და სიმაღლეზე გადის.

15.84. იპოვეთ წესიერი სამკუთხა პირამიდის ზედაპირის ფართობი, თუ პირამიდის ფუძის გვერდია a, ხოლო ფუძესთან მდებარე ორწახნაგა კუთხე – 60°.



15.85. იპოვეთ წესიერი სამკუთხა პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ მისი სიმაღლე უდრის 1 სმ-ს და აპოთემა – 2 სმ-ს.

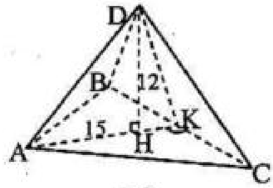
15.86. იპოვეთ წესიერი სამკუთხა პირამიდის სიმაღლე, თუ ფუძის გვერდის სიგრძეა 6,5 მ და გვერდითი ზედაპირის ფართობი ორჯერ მეტია ფუძის ფართობზე.

15.87. წესიერი სამკუთხა პირამიდის სიმაღლე 10-ის ტოლია და გვერდით წიბოსთან ადგენს 30°-იან კუთხეს. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

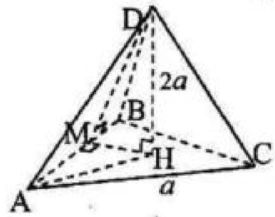
15.88. წესიერი სამკუთხა პირამიდის სიმაღლე 2-ჯერ ნაკლებია ფუძის გვერდზე. იპოვეთ ფუძესთან მდებარე ორწახნაგა კუთხის სიდიდე.

15.89. წესიერი სამკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბო ფუძეში ჩახაზული წრეწირის რადიუსზე 4-ჯერ მეტია. რას უდრის კუთხე გვერდით წიბოსა და ფუძის სიბრტყეს შორის?

15.90. მოცემულია DABC წესიერი სამკუთხა პირამიდა. DH პირამიდის სიმაღლეა, $DH=12$ სმ. $AK \perp BC$, $K \in BC$, $AK=15$ სმ. იპოვეთ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი.



15.91. მოცემულია DABC წესიერი სამკუთხა პირამიდა. $AB=a$, DH პირამიდის სიმაღლეა, $DH=2a$. იპოვეთ კუთხე გვერდით წახნაგსა და ფუძის სიბრტყეს შორის - $\angle DMH$; იპოვეთ კუთხე გვერდით წიბოსა და ფუძის სიბრტყეს შორის - $\angle DAH$.



15.92. წესიერი სამკუთხა პირამიდის გვერდითი ზედაპირი ხუთჯერ აღემატება მისი ფუძის ფართობს. იპოვეთ პირამიდის წვეროსთან მდებარე ბრტყელი კუთხე.

15.93. წესიერი სამკუთხა პირამიდის გვერდითი ზედაპირის შეფარდება მისი ფუძის ფართობთან უდრის 2-ს. იპოვეთ:

1) კუთხე პირამიდის გვერდით წიბოსა და სიმაღლეს შორის;

2) ფუძესთან მდებარე ორწახნაგა კუთხე.

15.94. წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის ცენტრიდან მის გვერდით წახნაგამდე მანძილია 1 მ, პირამიდის ფუძის გვერდი უდრის $6\sqrt{3}$ მ-ს. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

15.95. წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდის შუაწერტილი დაშორებულია მის მოპირდაპირედ მდებარე წიბოდან a მანძილით. კუთხე გვერდით წიბოსა და ფუძის სიბრტყეს შორის α-ს ტოლია. იპოვეთ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი.

15.96. წესიერ სამკუთხა პირამიდაში წვეროსთან მდებარე ბრტყელი კუთხე $60°$-ის ტოლია, ხოლო გვერდითი წიბოა 10 სმ. იპოვეთ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი.

15.97. წესიერი სამკუთხა პირამიდის წვეროსთან მდებარე ბრტყელი კუთხეა $90°$. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობის შეფარდება მისი ფუძის ფართობთან.

15.98. წესიერი სამკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბო ფუძის გვერდთან ქმნის α კუთხეს. იპოვეთ კუთხე გვერდით წიბოსა და პირამიდის სიმაღლეს შორის.

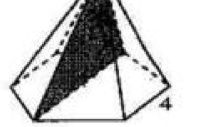
15.99. წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის სიმაღლეა 5, ხოლო ფუძის გვერდია 6. იპოვეთ უდიდესი დიაგონალური კვეთის ფართობი.

15.100. ფუძის მოცემული a გვერდისა და b გვერდითი წიბოს მიხედვით იპოვეთ წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის სიმაღლე.

15.101. იპოვეთ წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის სრული ზედაპირი, თუ მისი აპოთემაა l, ხოლო ფუძეში ჩახაზული წრეწირის რადიუსია r.

15.102. წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია $5\sqrt{6}$ სმ, ხოლო ფუძის გვერდთან შექმნილი ორწახნაგა კუთხეა α. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ $\cos\alpha=\sqrt{3}/4$.

15.103. წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 4 მ, ხოლო გვერდითი წახნაგი უდიდესი დიაგონალური კვეთის ტოლდიდია. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.



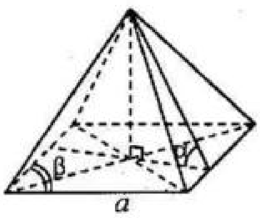
15.104. პირამიდის ფუძე მართკუთხედია, რომლის გვერდებია 6 სმ და 8 სმ. პირამიდის თითოეული გვერდითი წიბოა 8 სმ. იპოვეთ პირამიდის სიმაღლე.

15.105. პირამიდის ფუძეა რომბი, რომლის დიაგონალებია 6 მ და 8 მ. პირამიდის სიმაღლე გადის რომბის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილზე და 1 მ-ის ტოლია. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

15.106. პირამიდის ფუძეა პარალელოგრამი, რომლის გვერდებია 5 მ და 4 მ, ერთ-ერთი დიაგონალი კი 3 მ-ია. პირამიდის სიმაღლე გადის ფუძის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილზე და უდრის 2 მ-ს. იპოვეთ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი.

15.107. პირამიდის ფუძე რომბია, რომლის გვერდი $15\sqrt{3}$ სმ-ის ტოლია, ხოლო მახვილი კუთხეა $30°$. იპოვეთ ფუძის პარალელური კვეთის ფართობი, თუ ის პირამიდის სიმაღლეს ყოფს 4:1 შეფარდებით წვეროს მხრიდან.

15.108.პირამიდას ფუძედ აქვს რომბი a გვერდითა და β მახვილი კუთხით. ფუძესთან ორწახნაგა კუთხეებს აქვთ ერთი და იგივე α სიდიდე. იპოვეთ პირამიდის ზედაპირის ფართობი, თუ $a=7$, $\sin\beta=\frac{3}{4}$, $\cos\alpha=\frac{1}{3}$.



15.109.[1] პირამიდის ყველა გვერდითი წახნაგის სიმაღლეები ტოლია. რა კუთხით არიან ისინი დახრილი ფუძის სიბრტყისადმი თუ პირამიდის სრული ზედაპირი სამჯერ მეტია მისი ფუძის ფართობზე?

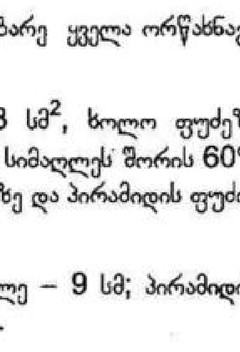
15.110.პირამიდის ფუძეა მართკუთხა სამკუთხედი, რომლის კათეტებია 6 სმ და 8 სმ. ყოველი გვერდითი წახნაგი ფუძის სიბრტყესთან $60°$-იან კუთხეს ქმნის. იპოვეთ პირამიდის სიმაღლე.

15.111.სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდებია 5 სმ, 12 სმ და 13 სმ. ფუძესთან მდებარე ყველა ორწახნაგა კუთხე ტოლია $30°$-ის. იპოვეთ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი.

15.112.პირამიდას ფუძედ აქვს ტოლფერდა სამკუთხედი, რომლის ფართობია 18 სმ^2, ხოლო ფუძეზე დაშვებული სიმაღლეა 6 სმ. კუთხე პირამიდის ყოველ გვერდით წიბოსა და პირამიდის სიმაღლეს შორის $60°$-ია. იპოვეთ იმ სიბრტყის კვეთის ფართობი, რომელიც გადის პირამიდის გვერდით წიბოზე და პირამიდის ფუძის იმ სიმაღლეზე, რომელიც დაშვებულია მოცემულ ფუძეზე.

15.113.პირამიდის ფუძეა ტოლფერდა სამკუთხედი, რომლის ფუძეა 6 სმ და სიმაღლე – 9 სმ; პირამიდის გვერდითი წიბოები ტოლია და თითოეული უდრის 13 სმ. იპოვეთ პირამიდის სიმაღლე.

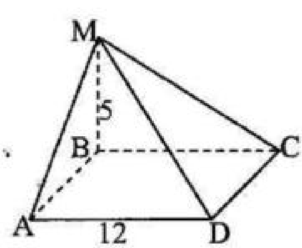
15.114.პირამიდის ფუძეა ტოლფერდა სამკუთხედი, რომლის ფუძეა 6 მ, ფერდი – 5 მ. გვერდითი წახნაგები ფუძესთან ქმნიან $45°$-ის ტოლ ორწახნაგა კუთხეებს. იპოვეთ პირამიდის სიმაღლე.



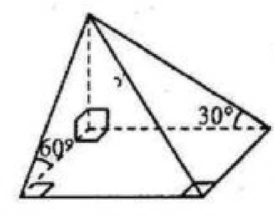
15.115.პირამიდის ფუძეა ABC ტოლფერდა სამკუთხედი: AB=BC=5 სმ, AC=8 სმ. თითოეული გვერდითი წახნაგი ფუძის სიბრტყესთან $60°$-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

15.116.პირამიდის ფუძეა ტოლფერდა სამკუთხედი, რომლის გვერდებია 8 სმ, 5 სმ და 5 სმ. პირამიდის სიმაღლე გადის ფუძის დიდი გვერდის პირდაპირ მდებარე კუთხის წვეროზე და 4 სმ-ის ტოლია. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირი.

15.117.მოცემულია MABCD ოთხკუთხა პირამიდა. ABCD ფუძე კვადრატია, AB=12, სიმაღლე 5-ის ტოლია. $MBA\perp ABC$, $MBC\perp ABC$. იპოვეთ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი.



15.118.პირამიდის ფუძეა მართკუთხედი, რომლის პერიმეტრი უდრის 4 დმ-ს. პირამიდის ორი გვერდითი წახნაგი ფუძის პერპენდიკულარულია, ხოლო ორი დანარჩენი – დახრილი და ფუძესთან ადგენენ $30°$-იან და $60°$-იან კუთხეებს. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.



[1] აქ (და ქვემოთ ყველგან) იგულისხმება, რომ თუ საქმე გვაქვს ისეთ პირამიდასთან, რომლის გვერდითი წახნაგების სიმაღლეები (აპოთემები) ტოლია, მაშინ პირამიდის წვერო გეგმილდება ფუძეში ჩახაზული წრეწირის ცენტრში. ყველა სამკუთხა და ზოგიერთი ოთხკუთხა პირამიდისათვის ეს დამატებითი პირობა არსებითია

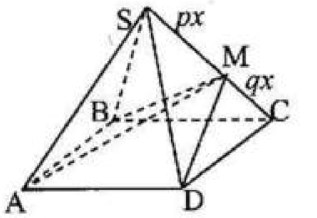
15.119. პირამიდის ფუძეა მართკუთხედი, რომლის დიაგონალის სიგრძეა 5 სმ, ხოლო ფართობი – 12 სმ^2. პირამიდის ორი მოსაზღვრე გვერდითი წახნაგი ფუძის სიბრტყის მართობულია. პირამიდის სიმაღლეა $\sqrt{7}$ სმ. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

15.120. პირამიდის ფუძეა რომბი, რომლის გვერდია 5 დმ და მცირე დიაგონალი – 6 დმ; პირამიდის სიმაღლე გადის მისი ფუძის ბლაგვი კუთხის წვეროზე და უდრის 12 დმ-ს. იპოვეთ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი.

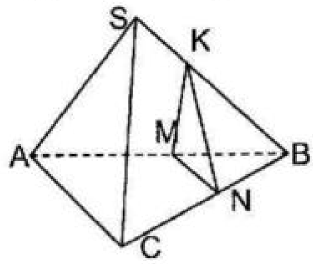
15.121. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდის სიგრძეა 8 სმ, მოცულობა – $85\frac{1}{3}$ სმ^3. იპოვეთ კუთხე ორ მოსაზღვრე გვერდით წახნაგს შორის.

15.122. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდის სიგრძეა 8 სმ, კუთხე ორ მოსაზღვრე გვერდით წახნაგს შორის – 120°-ია. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

15.123. მოცემულია SABCD პირამიდა. SC გვერდით წიბოზე აღებულია M წერტილი ისე, რომ $SM:MC=p:q$. M წერტილი შეერთებულია ფუძის ყველა წვეროსთან. იპოვეთ წარმოქმნილი MABCD და SABCD პირამიდების მოცულობათა შეფარდება.



15.124. სამკუთხა SABC პირამიდის ABC ფუძეში MN შუახაზია. SK:SB=1:3 იპოვეთ SABC და KMBN სამკუთხა პირამიდების მოცულობათა შეფარდება.



15.125. წესიერი ექვსკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია a. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ მისი გვერდითი ზედაპირი ათჯერ აღემატება ფუძის ფართობს.

15.126. წესიერ ექვსკუთხა პირამიდასა და წესიერ სამკუთხა პირამიდას ტოლდიდი ფუძეები აქვთ, ხოლო მათი აპოთემები ფუძის გვერდებზე ორჯერ მეტია. იპოვეთ ექვსკუთხა პირამიდისა და სამკუთხა პირამიდის გვერდითი ზედაპირების შეფარდება.

15.127.* წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია a, ხოლო ფუძის ერთ-ერთი წვეროდან მის მოპირდაპირე გვერდით წახნაგზე დაშვებული სიმაღლე – b. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

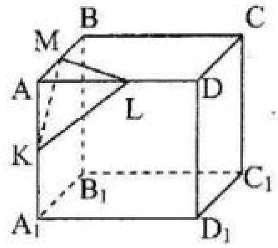
15.128. პირამიდის ფუძე მართკუთხედია, რომლის გვერდებია 9 მ და 12 მ. ყველა გვერდითი წიბო 17/2 მ-ის ტოლია. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

15.129. პირამიდის ფუძე მართკუთხედია, რომლის გვერდებია 6 სმ და 15 სმ, სიმაღლე გადის ფუძის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილზე და გვერდითი ზედაპირის ფართობია 126 სმ^2. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

15.130. ოთხკუთხა პირამიდის ყველა გვერდითი წიბო სიმაღლესთან ქმნის α კუთხეს. პირამიდის ფუძეა მართკუთხედი, რომლის დიაგონალებს შორის კუთხეა β. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ მისი სიმაღლე უდრის h-ს.

15.131. პირამიდის ფუძე მართკუთხედია. პირამიდის ყველა გვერდითი წიბო l-ის ტოლია და მართკუთხედის მოსაზღვრე გვერდებთან ადგენს α და β კუთხეებს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

15.132. ნახაზზე K და L შესაბამისად AA_1 და AD წიბოების შუაწერტილებია, ხოლო M წერტილი AB წიბოზე ისეა აღებული, რომ $AM:MB=2:3$. კუბის მოცულობის რა ნაწილს შეადგენს KLAM პირამიდის მოცულობა?



15.133. წესიერი სამკუთხა პრიზმის ფუძის გვერდი ნაკლებია გვერდით წიბოზე და უდრის a-ს. ზედა ფუძის გვერდზე გავლებულია სიბრტყე, რომელიც ფუძის სიბრტყესთან ადგენს 45°-იან კუთხეს და პრიზმას ორ ნაწილად ყოფს. იპოვეთ პრიზმის ზედა ნაწილის მოცულობა და სრული ზედაპირი.

15.134. პირამიდის ფუძე მართკუთხედია, რომლის ფართობი უდრის S-ს. პირამიდის ორი გვერდითი წახნაგი ფუძის პერპენდიკულარულია, ხოლო დანარჩენი ორი – დახრილი და ფუძესთან ადგენენ 30°-იან და 60°-იან კუთხეებს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

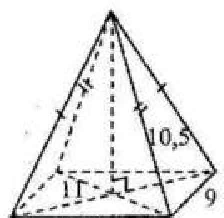
15.135. პირამიდის ფუძეა კვადრატი, რომლის გვერდის სიგრძეა 4 სმ. პირამიდის ორი მოსაზღვრე გვერდითი წახნაგი ფუძის სიბრტყის პერპენდიკულარულია. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ პირამიდის მოცულობაა 16 სმ^3.

15.136. პირამიდის ფუძეა 30°-იანი მახვილი კუთხის მქონე რომბი, ხოლო ყველა გვერდითი წახნაგი დახრილია ფუძისადმი 60°-იანი კუთხით. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ რომბში ჩახაზული წრეწირის რადიუსია r.

15.137. პირამიდის ფუძეა რომბი, რომლის დიაგონალები 6 სმ-ის და 8 სმ-ის ტოლია. თითოეული გვერდითი წახნაგი ფუძის სიბრტყესთან 45°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

15.138. პირამიდის ფუძეა რომბი, რომლის გვერდია 15 სმ. ამ პირამიდის თითოეული წახნაგი ფუძისადმი დახრილია 45°-იანი კუთხით. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ მისი გვერდითი ზედაპირია 300 სმ^2.

15.139. პირამიდის ფუძეა პარალელოგრამი, რომლის გვერდების სიგრძეები უდრის 9 სმ-ს და 10 სმ-ს, ხოლო ერთ-ერთი დიაგონალი – 11 სმ-ს. მოპირდაპირე გვერდითი წიბოები ერთმანეთის ტოლია და ყოველი დიდი გვერდითი წიბოთაგანი უდრის 10,5 სმ-ს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

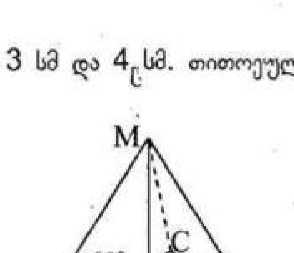


15.140. პირამიდის ფუძეა ტოლფერდა ტრაპეცია, რომლის ფუძეების სიგრძეებია 5 სმ და 3 სმ, ხოლო ფუძეებს შორის მანძილია $4\sqrt{3}$ სმ. პირამიდის სიმაღლე გადის ფუძის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილზე. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი წიბოს სიგრძე, თუ პირამიდის მოცულობაა 80 სმ^3.

15.141. პირამიდის ფუძეა ტოლფერდა ტრაპეცია, რომლის პარალელური გვერდებია 5 სმ და 3 სმ. ყოველი გვერდითი წახნაგი ფუძესთან ადგენს β-ს ტოლ ორწახნაგა კუთხეს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ $tg\beta=0,5$.

15.142. პირამიდის ფუძეა ტოლფერდა სამკუთხედი, რომლის გვერდებია 3 სმ, 3 სმ და 4 სმ. თითოეული გვერდითი წიბო 3 სმ-ის ტოლია. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

15.143. მოცემულია MABC სამკუთხა პირამიდა, რომლის ყველა გვერდითი წიბო ტოლია. ΔABC მართკუთხაა. $\angle ACB=90°$, $\angle CAB=30°$, $BC=a$. MH პირამიდის სიმაღლეა. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ $\angle MAB=60°$-ს.



15.144. პირამიდის ფუძეა ტოლფერდა სამკუთხედი, რომლის ფუძე ტოლია 6 სმ-ის, სიმაღლე – 9 სმ-ის. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ თითოეული გვერდითი წიბო უდრის 13 სმ-ს.

15.145. პირამიდის ფუძეა სამკუთხედი, რომლის გვერდებია 6 სმ, 5 სმ და 5 სმ. პირამიდის გვერდითი წახნაგები მის ფუძესთან ადგენენ $45°$-იან კუთხეებს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

15.146. პირამიდის ფუძეა ტოლფერდა სამკუთხედი, რომლის ფერდია 7 სმ, ფუძე – 6 სმ. პირამიდის წვერო დაშორებულია ფუძის ყველა გვერდიდან ტოლი მანძილებით, რომელიც ისე შეეფარდება პირამიდის სიმაღლეს როგორც 5:4. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

15.147.

1) პირამიდის ფუძეა ტოლფერდა სამკუთხედი, რომლის ფერდია a, ხოლო წვეროსთან მდებარე კუთხე – α. პირამიდის ყველა გვერდითი წიბო დახრილია ფუძის სიბრტყისადმი ერთი და იგივე β კუთხით. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

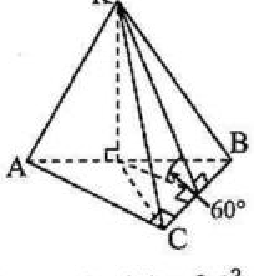
2) პირამიდის ფუძე მართკუთხა სამკუთხედია $8\sqrt{3}$ და $15\sqrt{3}$-ის ტოლი კათეტებით. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ ყველა გვერდითი წიბო ფუძის ჰიპოტენუზის ტოლია.

15.148. პირამიდის ფუძეა ტოლფერდა სამკუთხედი, რომლის ფერდის სიგრძეა 5 სმ, ხოლო ფუძეზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი $\frac{15}{4}$ სმ-ის ტოლია. კუთხე პირამიდის ყოველ გვერდით წიბოსა და პირამიდის სიმაღლეს შორის $30°$-ია. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

15.149. პირამიდის ფუძეა ტოლფერდა სამკუთხედი, რომლის ფერდია 10 სმ, ხოლო ფუძე – 12 სმ. ორწახნაგა კუთხეები ფუძის სიბრტყესთან ერთმანეთის ტოლია და თითოეული უდრის α-ს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ $\mathrm{tg}\alpha=2$.

15.150. სამკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბოებია 3 სმ, 4 სმ და 5 სმ და ისინი ურთიერთპერპენდიკულარულია. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

15.151. $KABC$ პირამიდის ფუძეა ABC მართკუთხა სამკუთხედი: $\angle ACB=90°$, $AB=10$ სმ, $BC=6$ სმ. ყველა გვერდითი წიბო ერთმანეთის ტოლია. CKB გვერდითი წახნაგი ფუძის სიბრტყესთან $60°$-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.



15.152. სამკუთხა პირამიდის გვერდითი წახნაგები ურთიერთპერპენდიკულარულია. მათი ფართობებია 6 მ^2, 4 მ^2 და 3 მ^2. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

15.153. სამკუთხა პირამიდის ორი ურთიერთპერპენდიკულარული წახნაგი ტოლგვერდა სამკუთხედია, რომლის თითოეული გვერდია 4 სმ. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

15.154. $KABC$ პირამიდის ფუძე ABC მართკუთხა სამკუთხედია ($\angle B=90°$). ყოველი გვერდითი წიბო ფუძის სიბრტყესთან ადგენს α კუთხეს. ჰიპოტენუზის შუაწერტილიდან BK წიბომდე მანძილი უდრის a-ს. AKB და ABC სიბრტყეებს შორის კუთხეა $45°$. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

15.155. პირამიდის ყოველი გვერდითი წიბო უდრის b-ს. მისი ფუძეა მართკუთხა სამკუთხედი, რომლის კათეტები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც $m:n$, ხოლო ჰიპოტენუზა უდრის c-ს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

15.156. მოცემული სამკუთხა პირამიდის ფუძესთან მდებარე ორწახნაგა კუთხეები ტოლია. ფუძის გვერდებია 7 სმ, 8 სმ და 9 სმ. პირამიდის მოცულობაა 40 სმ^3. იპოვეთ მისი გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

15.157. სამკუთხა პირამიდის ერთი წიბო 4 სმ-ის ტოლია, ხოლო თითოეული დანარჩენი – 3 სმ-ის. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

15.158. სამკუთხა პირამიდის ფუძის ერთი გვერდია 16 სმ. მისი მოპირდაპირე გვერდითი წიბო – 18 სმ-ია. დანარჩენი 4 წიბო ერთმანეთის ტოლია და თითოეული უდრის 17 სმ-ს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

15.159. SMNK პირამიდის ფუძეა MNK სამკუთხედი, ამასთან, MN=5 მ, NK=9 მ და MK=6 მ. SMN და SMK წახნაგები MNK სიბრტყის პერპენდიკულარულია, SNK წახნაგი კი მასთან ადგენს 45°-იან კუთხეს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა და SNK წახნაგის ფართობი.

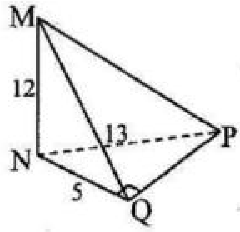
15.160. სამკუთხა პირამიდის თითოეული გვერდითი წიბო უდრის a-ს, წვეროსთან მდებარე ერთი ბრტყელი კუთხეა 90°, ხოლო დანარჩენი ორი კი – 60°. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

15.161. წესიერი სამკუთხა პირამიდის სიმაღლე 8 სმ-ის ტოლია. რისი ტოლი იქნება ისეთი წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის სიმაღლე, რომლის ფუძის ფართობი და მოცულობა შესაბამისად წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის ფართობისა და მოცულობის მეოთხედის ტოლი იქნება.

15.162. წესიერი სამკუთხა და წესიერი ოთხკუთხა პირამიდების ფუძის წიბოები ტოლია. იპოვეთ მათი მოცულობების შეფარდება, თუ სიმაღლეების შეფარდებაა $2:\sqrt{3}$

15.163. წესიერი სამკუთხა პირამიდისა და წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის მოცულობები ტოლია. იპოვეთ მათი სიმაღლეების შეფარდება, თუ ფუძის პერიმეტრები ერთმანეთის ტოლია.

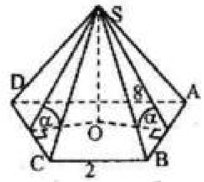
15.164. MNPQ პირამიდას ფუძედ აქვს NPQ მართკუთხა სამკუთხედი, რომლის ჰიპოტენუზა NP=13 დმ-ს და კათეტი NQ=5 დმ-ს; MN წიბო NPQ სიბრტყის პერპენდიკულარულია და უდრის 12 დმ-ს. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.



15.165. პირამიდას ფუძედ აქვს სამკუთხედი, რომლის გვერდებია 13 სმ, 14 სმ და 15 სმ. ფუძის საშუალო სიდიდის გვერდის მოპირდაპირე გვერდითი წიბო ფუძის სიბრტყის პერპენდიკულარულია და უდრის 16 სმ-ს. იპოვეთ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი.

15.166. ABC ტოლგვერდა სამკუთხედის ერთი A წვეროდან აღმართულია AK მართობი. მანძილი K წერტილიდან BC გვერდამდე a-ს ტოლია. ხოლო CKB სიბრტყე ABC სამკუთხედის სიბრტყესთან ადგენს α კუთხეს. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

15.167. მოცემულია SABCD ოთხკუთხა პირამიდა. ABCD ფუძე ტოლფერდა ტრაპეციაა (AB=CD); AD=8 სმ, BC=2 სმ. გვერდითი წახნაგები ფუძის სიბრტყისადმი დახრილია $\alpha=60°$-იანი კუთხით. იპოვეთ პირამიდის სიმაღლე (SO) და პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.



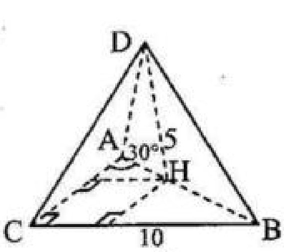
15.168. პირამიდის ფუძეა a გვერდიანი ტოლგვერდა სამკუთხედი; ერთ-ერთი გვერდითი წახნაგი ფუძის სიბრტყის პერპენდიკულარული ტოლგვერდა სამკუთხედია. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

15.169. პირამიდის სიმაღლის შუაწერტილზე გავლებულია ფუძის პარალელური კვეთი. ფუძის ფართობია Q. იპოვეთ კვეთის ფართობი.

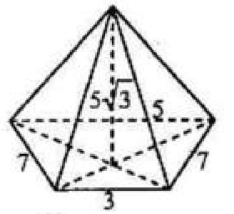
15.170. პირამიდის ფუძეა კვადრატი, რომლის სიმაღლე გადის ფუძის ერთ-ერთ წვეროზე. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირი, თუ ფუძის გვერდია 10 დმ, ხოლო სიმაღლე – 7 დმ.

15.171. პირამიდაში ფუძის პარალელურად გავლებული სიბრტყე მის გვერდით ზედაპირს ყოფს შეფარდებით 4:5 (წვეროდან). როგორი შეფარდებით ყოფს ეს სიბრტყე პირამიდის სიმაღლეს?

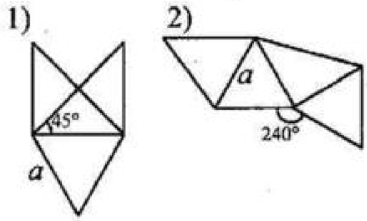
15.172. მოცემულია DABC სამკუთხა პირამიდა. $\angle ACB=90°$, $\angle BAC=30°$, $BC=10$. პირამიდის გვერდითი წიბოები ტოლი კუთხეებითაა დახრილი ფუძის სიბრტყისადმი. პირამიდის სიმაღლე ($DH\perp ABC$) 5-ის ტოლია. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.



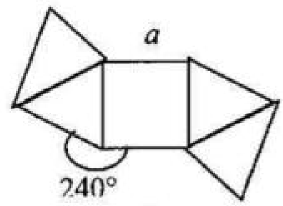
15.173. პირამიდის ფუძეა ტოლფერდა ტრაპეცია, რომლის ფუძეებია 5 სმ და 3 სმ, ხოლო ფერდი – 7 სმ. პირამიდის სიმაღლე გადის ფუძის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილზე და მისი სიგრძეა $5\sqrt{3}$ სმ. იპოვეთ პირამიდის უდიდესი გვერდითი წიბოს სიგრძე.



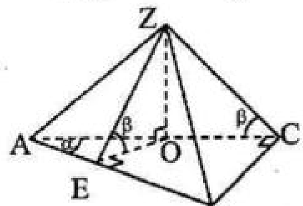
15.174. მოცემულია წესიერი სამკუთხა პირამიდის შლილი. იპოვეთ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი და მოცულობა, თუ ფუძის გვერდია a.



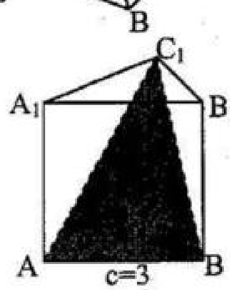
15.175. მოცემულია წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის შლილი. იპოვეთ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი და მოცულობა, თუ ფუძის გვერდია a.



15.176. ZABC სამკუთხა პირამიდის ფუძეა ABC მართკუთხა სამკუთხედი, რომლის მახვილი კუთხეა α ($\angle A=\alpha$), ($\angle C=90°$). ფუძის ფართობია Q. ZAC გვერდითი წახნაგი ფუძის სიბრტყის მართობულია, ხოლო დანარჩენი გვერდითი წახნაგები ტოლი β კუთხითაა დახრილი ფუძის სიბრტყისადმი. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.



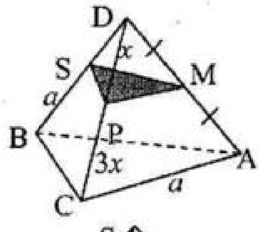
15.177. $ABCA_1B_1C_1$ მართი პრიზმის ფუძეა მართკუთხა სამკუთხედი, რომლის ჰიპოტენუზა $c=3$-ს და მახვილი კუთხეა 30°. ქვედა ფუძის AB ჰიპოტენუზაზე და ზედა ფუძის C_1 მართი კუთხის წვეროზე გავლებულია სიბრტყე, რომელიც ქვედა ფუძესთან ადგენს 45°-იან კუთხეს. იპოვეთ ამ კვეთით მიღებული სამკუთხა C_1ABC პირამიდის მოცულობა.



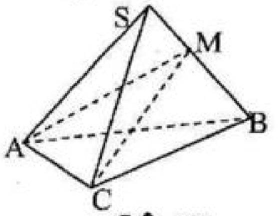
15.178. KABC პირამიდის ფუძეა ABC მართკუთხა სამკუთხედი: $\angle ACB=90°$, AB=10 სმ. CK წიბო ფუძის სიბრტყის მართობულია. AKC და BKC გვერდითი წახნაგების ფართობებია, შესაბამისად, 36 სმ^2 და 48 სმ^2. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

15.179. KABC პირამიდის ფუძე წესიერი სამკუთხედია გვერდით $3\sqrt{3}$. K წვეროდან გამოსული სიმაღლის O ფუძე მდებარეობს ABC სამკუთხედის შიგნით. O-დან AB, BC და CA გვერდებამდე მანძილების შეფარდებაა, შესაბამისად, 2:1:3. KBC წახნაგის ფართობია 3. იპოვეთ პირამიდის სიმაღლე.

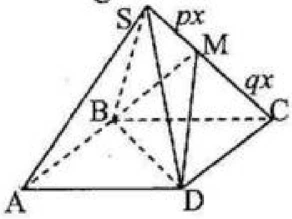
15.180. მოცემულია DABC ტეტრაედრი. $M \in AD$, $AM=MD$, $P \in CD$, $DP:PC=1:3$. ტეტრაედრის ყველა წიბო a-ს ტოლია. PM მონაკვეთზე გავლებულია BC-ს პარალელური სიბრტყე ($SPM \| BC$). იპოვეთ კვეთაში მიღებული ΔSPM–ის ფართობი.



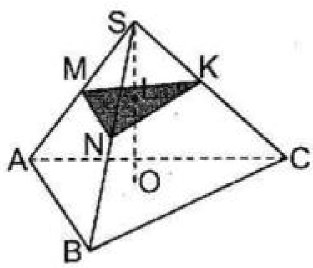
15.181. SABC პირამიდის SB წიბოზე M წერტილი ისეა აღებული, რომ $SM:MB=2:3$. SABC პირამიდის მოცულობის რა ნაწილს შეადგენს MABC პირამიდის მოცულობა?



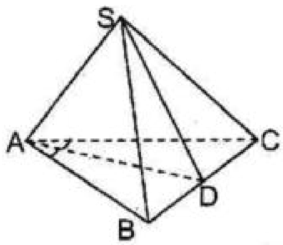
15.182. მოცემულია SABCD ოთხკუთხა პირამიდა, რომლის ფუძე პარალელოგრამი. BD დიაგონალის ბოლოები შეერთებულია SC წიბოს M წერტილთან, რომელიც მას ჰყოფს შეფარდებით $p:q$ წვეროს მხრიდან. იპოვეთ წარმოქმნილი MBCD პირამიდისა და SABCD პირამიდის მოცულობათა შეფარდება.



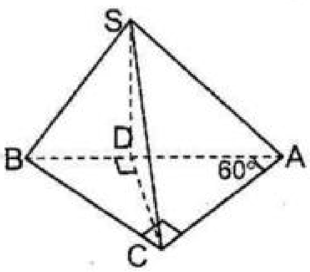
15.183. სამკუთხა SABC პირამიდის SO სიმაღლის L წერტილზე გავლებულია ფუძის პარალელური სიბრტყე, რომელიც პირამიდიდან MNK სამკუთხედს ჩამოკვეთს. იპოვეთ SABC და SMNK პირამიდების მოცულობათა შეფარდება, თუ $SL:LO=2:3$.



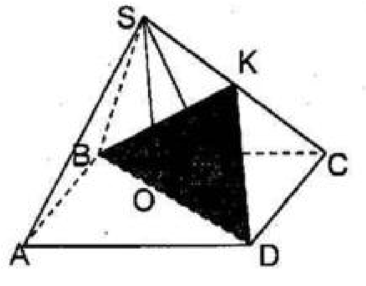
15.184. SABC სამკუთხა პირამიდის ფუძის A წვეროდან გავლებულია ABC სამკუთხედის AD ბისექტრისა. $AB:AC=1:2$. სამკუთხა SABD პირამიდის მოცულობა 4-ის ტოლია. იპოვეთ SABC პირამიდის მოცულობა.



15.185. SABC სამკუთხა პირამიდის ფუძის C მართი კუთხის წვეროდან გავლებულია ABC სამკუთხედის CD სიმაღლე. ABC მართკუთხა სამკუთხედის $\angle A=60°$. იპოვეთ სამკუთხა SCBD და SCAD პირამიდების მოცულობათა შეფარდება.



15.186. SABCD წესიერ ოთხკუთხა პირამიდაში ფუძის BD დიაგონალზე გავლებულია SC წიბოს მკვეთი სიბრტყე, რომელიც პირამიდიდან BKD სამკუთხედს ჩამოკვეთს. პირამიდის ფუძის ფართობი 24-ის ტოლია. იპოვეთ KBCD სამკუთხა პირამიდის მოცულობა, თუ $SK:KC=3:5$ და SO სიმაღლე.კი 16-ის ტოლია.



საკონტროლო ტესტი N 15 (ბ)

1. იპოვეთ წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის აპოთემა, თუ სრული ზედაპირის ფართობია 10, ფუძის ფართობი კი – 4.

ა) 2 ბ) 2,5 გ) 1,5 დ) 3

2. იპოვეთ წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის მოცულობა, თუ აპოთემა 25-ის ტოლია, სიმაღლე კი 15-ის.

ა) $8000\sqrt{2}$ ბ) $7500\sqrt{6}$ გ) 8000 დ) 8500

3. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის აპოთემა $\sqrt{2}$ -ჯერ ნაკლებია ფუძის დიაგონალზე. იპოვეთ კუთხე აპოთემასა და პირამიდის სიმაღლეს შორის.

ა) $30°$ ბ) $75°$ გ) $60°$ დ) $45°$

4. იპოვეთ წესიერი სამკუთხა პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ ფუძის ფართობია $4\sqrt{3}$, ხოლო აპოთემა 2-ის ტოლია.

ა) $16\sqrt{3}$ ბ) 16 გ) 12 დ) $8\sqrt{3}$

5. იპოვეთ წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძის წიბო, თუ გვერდითი წიბო 13-ის ტოლია, სიმაღლე კი 12-ის.

ა) $4\sqrt{2}$ ბ) $5\sqrt{3}$ გ) 5 დ) $3\sqrt{5}$

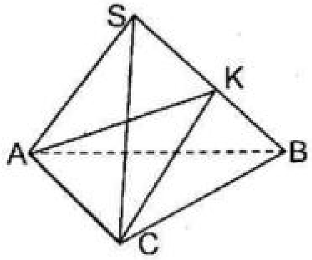
6. წესიერ სამკუთხა პირამიდაში პირამიდის სიმაღლე ფუძის სიმაღლის ტოლია. იპოვეთ კუთხე გვერდით წიბოსა და ფუძის სიბრტყეს შორის.

ა) arctg3/2 ბ) $30°$ გ) $45°$ დ) arctg1/2

7. იპოვეთ წესიერი სამკუთხა პირამიდის მოცულობა, თუ ფუძის პერიმეტრია 9 სმ, ხოლო პირამიდის სიმაღლე 4 სმ-ის ტოლია.

ა) 12 სმ^2 ბ) $3\sqrt{3}$ სმ^2 გ) 10 სმ^2 დ) $6\sqrt{3}$ სმ^2

8. სამკუთხა SAKC პირამიდის მოცულობაა 20, ხოლო BK:KS=4:5. იპოვეთ SABC პირამიდის მოცულობა.

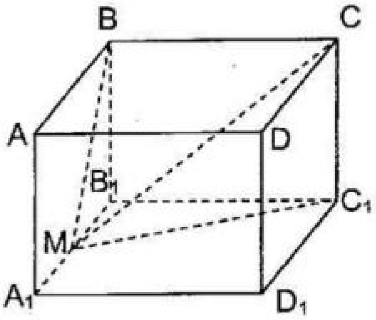


ა) 36 ბ) 40 გ) 32 დ) 45

9. კუბს და წესიერ პირამიდას ერთიდაიგივე ფუძე და სიმაღლე აქვთ, მაშინ

ა) კუბის გვერდითი ზედაპირის ფართობი 2-ჯერ მეტია პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობზე
ბ) კუბის გვერდითი ზედაპირის ფართობი 3-ჯერ მეტია პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობზე
გ) კუბის მოცულობა 3-ჯერ მეტია პირამიდის მოცულობაზე
დ) კუბის სრული ზედაპირის ფართობი 3-ჯერ მეტია პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობზე

10. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ კუბის წიბო 6 სმ-ია. M წერტილი, რომელიც აღებულია A_1B_1 წიბოზე, შეერთებულია BCC_1B_1 წახნაგის ყოველ წვეროსთან. იპოვეთ MC_1CBB_1 პირამიდის (M წვეროა, C_1CBB_1 კი ფუძე) მოცულობა, თუ $A_1M:MB_1=1:3$.



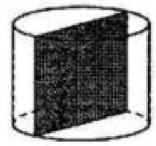
ა) 60 ბ) 54 გ) 45 დ) 49

§16. ბრუნვითი სხეულები: ცილინდრი, კონუსი, ბირთვი

ა

16.1. ცილინდრის ფუძის რადიუსია 2 მ, სიმაღლე – 3 მ. იპოვეთ ღერძული კვეთის დიაგონალი.

16.2. რამდენჯერაა მეტი ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის ფართობი მისი ღერძული კვეთის ფართობზე?



16.3. ცილინდრის ფუძის ფართობი ისე შეეფარდება მისი ღერძული კვეთის ფართობს, როგორც $\pi:4$. იპოვეთ კუთხე ღერძული კვეთის დიაგონალებს შორის.

16.4.

1) ცილინდრის სიმაღლეა 7 სმ, ფუძის რადიუსი – 2 სმ. იპოვეთ ცილინდრის სრული ზედაპირის ფართობი.

2) იპოვეთ ცილინდრის სიმაღლე, თუ მისი გვერდითი ზედაპირის ფართობია 8π, ფუძის ფართობი კი – 4π.

16.5.

1) ცილინდრის ფუძის დიამეტრი უდრის 1 სმ-ს, სიმაღლე – ფუძის წრეწირის სიგრძეს. იპოვეთ ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

2) იპოვეთ ცილინდრის სიმაღლე, თუ მისი ღერძული კვეთის ფართობია 42, ხოლო ფუძის ფართობი კი – 9π.

16.6. ტოლგვერდა ცილინდრის სიმაღლე უდრის h-ს. იპოვეთ ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

16.7. ცილინდრის ღერძული კვეთის ფართობი $\frac{13}{2\pi}$ სმ-ის ტოლია. იპოვეთ ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

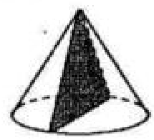
16.8. იპოვეთ ცილინდრის სიმაღლე, თუ მისი ღერძული კვეთის ფართობია 12, ხოლო ფუძის ფართობი კი 8π.

16.9. კონუსის ფუძის რადიუსია 3 მ, სიმაღლე – 4მ. იპოვეთ მსახველი.

16.10. კონუსის l მსახველი ფუძის სიბრტყესთან $30°$-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ სიმაღლე.

16.11. კონუსის ფუძის ფართობია 9π სმ^2, მსახველი – 5 სმ. იპოვეთ ღერძული კვეთის ფართობი.

16.12. კონუსის ფუძის ფართობისა და მისი ღერძული კვეთის ფართობის შეფარდებაა π. იპოვეთ ფუძისადმი მსახველის დახრის კუთხე.



16.13. კონუსის სიმაღლეა 6 სმ, ფუძის რადიუსი – 8 სმ. იპოვეთ გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

16.14. კონუსის სიმაღლეა 4 სმ, მსახველი – 5 სმ. იპოვეთ სრული ზედაპირის ფართობი.

16.15. კონუსის სიმაღლე უდრის მისი ფუძის დიამეტრს. იპოვეთ კონუსის ფუძის ფართობის შეფარდება გვერდით ზედაპირთან.

16.16. სფეროს რადიუსი უდრის 4 დმ-ს. იპოვეთ მისი ზედაპირის ფართობი.

16.17. ბირთვის ზედაპირის ფართობია 225π მ^2. იპოვეთ მისი მოცულობა.

16.18. ბირთვის ზედაპირის ფართობია S. იპოვეთ მისი მოცულობა.

16.19. იპოვეთ სფეროს ზედაპირის ფართობი, თუ დიდი წრის ფართობია 1 $მ^2$.

16.20. იპოვეთ ბირთვის ზედაპირის ფართობი, თუ მისი მოცულობაა V.

16.21. იპოვეთ იმ სხეულის მოცულობა, რომელსაც ქმნის კვადრატი მისი a გვერდის გარშემო ბრუნვისას.

16.22. H სიმაღლისა და ფუძის R რადიუსის მიხედვით იპოვეთ კონუსის მოცულობა.

16.23. l მსახველისა და ფუძის R რადიუსის მიხედვით იპოვეთ კონუსის მოცულობა.

16.24. l მსახველისა და ფუძის Q ფართობის მიხედვით იპოვეთ კონუსის მოცულობა.

16.25. კონუსის მსახველი l-ის ტოლია, ხოლო ფუძის წრეწირის სიგრძეა c. იპოვეთ კონუსის მოცულობა.

16.26. l მსახველისა და H სიმაღლის მიხედვით იპოვეთ კონუსის მოცულობა.

16.27. კონუსის l მსახველი ფუძის სიბრტყესთან 30^o-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ კონუსის მოცულობა.

16.28. ბირთვის რადიუსია 1 მ. იპოვეთ ბირთვის მოცულობა.

საკონტროლო ტესტი N 16 (ა)

1. ცილინდრის ფუძის ფართობია 4π, ხოლო სიმაღლე 6-ის ტოლია. იპოვეთ ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

ა) 24π **ბ)** 20π **გ)** 27π **დ)** 36π

2. ცილინდრის ფუძის ფართობია 4π, გვერდითი ზედაპირის ფართობი კი 8π. იპოვეთ ცილინდრის სიმაღლე.

ა) 3,5 **ბ)** 2 **გ)** 5 **დ)** 3

3. იპოვეთ ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ ფუძის წრეწირის სიგრძეა 20π სმ, სიმაღლე კი 20 სმ.

ა) 400 $სმ^2$ **ბ)** 400π $სმ^2$ **გ)** 200π $სმ^2$ **დ)** 800π $სმ^2$

4. იპოვეთ ცილინდრის მოცულობა, თუ ფუძის ფართობია $\frac{20}{\pi}$ $სმ^2$, სიმაღლე კი 5 სმ.

ა) 100 $სმ^3$ **ბ)** $\frac{100}{3\pi}$ $სმ^3$ **გ)** 50 $სმ^3$ **დ)** $\frac{100}{\pi}$ $სმ^3$

5. ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის ფართობია 8, ხოლო ფუძის დიამეტრი 4. იპოვეთ ცილინდრის მოცულობა.

ა) 17/2 **ბ)** 10 **გ)** 6 **დ)** 8

6. იპოვეთ კონუსის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ ფუძის წრეწირის სიგრძეა 10π სმ, სიმაღლე კი - 12 სმ.

ა) 65π $სმ^3$ **ბ)** 70 $სმ^3$ **გ)** 140 $სმ^3$ **დ)** 140π $სმ^3$

7. კონუსის ფუძის ფართობია 25π, ხოლო მსახველია $\frac{13}{\pi}$. იპოვეთ კონუსის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

ა) 55 ბ) 65 გ) 85 დ) 45

8. კონუსის ღერძული კვეთაა მართკუთხა სამკუთხედი. იპოვეთ კონუსის მოცულობა, თუ სიმაღლეა 4 სმ.

ა) 27π სმ^3 ბ) $\frac{64\pi}{3}$ სმ^3 გ) $\frac{34\pi}{3}$ სმ^3 დ) 20π სმ^3

9. იპოვეთ კონუსის მოცულობა, თუ კონუსის ფუძის ფართობია $\frac{25}{\pi}$ სმ^2, სიმაღლე კი 2 სმ.

ა) $\frac{50}{3\pi}$ სმ^3 ბ) $\frac{50}{\pi}$ სმ^3 გ) $\frac{50}{3}$ სმ^3 დ) $\frac{100}{3}$ სმ^3

10. რამდენჯერაა მეტი კონუსის მსახველი ფუძის რადიუსზე, თუ კუთხე მსახველსა და ფუძის სიბრტყეს შორის 60°-ის ტოლია?

ა) $\sqrt{3}$-ჯერ ბ) $2/\sqrt{3}$-ჯერ გ) 1,5-ჯერ დ) 2-ჯერ

ბ

16.29. ცილინდრის სიმაღლეა 6 სმ, ფუძის რადიუსი – 5 სმ. იპოვეთ იმ კვეთის ფართობი, რომელიც გავლებულია ცილინდრის ღერძის პარალელურად მისგან 4 სმ მანძილზე.

16.30. ცილინდრის სიმაღლეა 8 დმ, ფუძის რადიუსი – 5 დმ. ცილინდრი გადაკვეთილია სიბრტყით ისე, რომ კვეთი კვადრატია. იპოვეთ მანძილი ამ კვეთიდან ღერძამდე.

16.31. რამდენჯერაა მეტი ცილინდრის სრული ზედაპირის ფართობი მისი გვერდითი ზედაპირის ფართობზე, თუ ცილინდრის სიმაღლე ფუძის რადიუსის ტოლია?

16.32. ცილინდრის ღერძის პარალელურად გავლებული სიბრტყე წრეწირს ყოფს შეფარდებით 1:2, კვეთის ფართობია 20 სმ^2. იპოვეთ ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

16.33. ცილინდრი გადაკვეთილია მისი MN ღერძის პარალელური სიბრტყით, რომელიც ღერძიდან დაშორებულია ML=3 მანძილით. სიმაღლეა MN=10, ხოლო ფუძის რადიუსია NT=5. იპოვეთ კვეთაში მიღებული ABCD მართკუთხედის ფართობი.

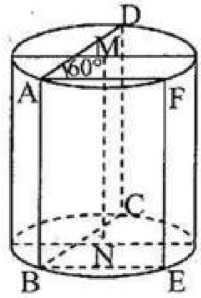
16.34. ცილინდრის ღერძული კვეთის ფართობია 25 სმ^2, ფუძის რადიუსი – 0,5 სმ. გამოთვალეთ იმ კვეთის ფართობი, რომელიც ღერძის პარალელურია და მისგან დაშორებულია 0,3 სმ-ით.

16.35. ცილინდრის ფუძის რადიუსია 12. იპოვეთ მანძილი ცილინდრის ღერძულ კვეთასა და იმ კვეთას შორის, რომლის ფართობი $\frac{5}{3}$-ჯერ ნაკლებია ღერძული კვეთის ფართობზე.

16.36. ცილინდრის ფუძის რადიუსია 26, მსახველი – 48. ცილინდრის ღერძიდან რა მანძილზე უნდა გაივლოს კვეთა ღერძის პარალელურად, რომ ამ კვეთას კვადრატის ფორმა ჰქონდეს?

16.37. ცილინდრის სიმაღლეა 2 მ, ფუძეების რადიუსია 7 მ. ამ ცილინდრში დახრილად ჩახაზულია კვადრატი ისე, რომ მისი ყველა წვერო ფუძეების წრეწირებზე ძევს. იპოვეთ კვადრატის გვერდი.

16.38. მოცემულია ცილინდრი, სიმაღლე $MN=8$. AB მსახველია, რომელზეც გავლებული ორი მკვეთი სიბრტყე ცილინდრისადმი წარმოქმნის $ABCD$ და $ABEF$ მართკუთხედებს, რომელთა ფართობები ტოლია და $32\sqrt{3}$-ს შეადგენს, ხოლო კუთხე მათ შორის $60°$-ია.



1) იპოვეთ ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის ფართობი;

2) იპოვეთ ცილინდრის გვერდითი შლილის დიაგონალებს შორის მახვილი კუთხე.

16.39. ცილინდრის სიმაღლე 10 სმ-ით მეტია მისი ფუძის რადიუსზე. იპოვეთ ფუძის რადიუსი, თუ ცილინდრის სრული ზედაპირის ფართობია 144π სმ^2.

16.40. ცილინდრის ღერძული კვეთის დიაგონალი 8-ის ტოლია და იგი ფუძესთან $60°$-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ ცილინდრის სრული ზედაპირის ფართობი.

16.41. რამდენი პროცენტით გაიზრდება ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ მისი ფუძის რადიუსი და სიმაღლე შესაბამისად 10%-ით და 20%-ით გაიზრდება?

16.42. კონუსის ფუძის ფართობია 3π სმ^2. იპოვეთ ღერძული კვეთის ფართობი, თუ ამ კვეთის წვეროსთან მდებარე კუთხე უდრის φ-ს და $\sin\frac{\varphi}{2}=\frac{3}{5}$.

16.43. კონუსის სიმაღლეა h. კუთხე სიმაღლესა და მსახველს შორის – $60°$-ია. იპოვეთ ორ ურთიერთპერპენდიკულარულ მსახველზე გამავალი კვეთის ფართობი.

16.44. კონუსის სიმაღლეა 6 სმ, ფუძის რადიუსი – 3 სმ. იპოვეთ წვეროზე გამავალი იმ კვეთის ფართობი, რომელიც ფუძის წრეწირიდან კვეთს $90°$-იან რკალს.

16.45. კონუსის წვეროდან ფუძისადმი $60°$-იანი კუთხით გავლებულია სიბრტყე, რომელიც კვეთს ფუძის წრეწირის მეოთხედს. კონუსის სიმაღლეა 5 მ. იპოვეთ კვეთის ფართობი.

16.46. კონუსის ფუძის რადიუსია r. იპოვეთ იმ პარალელური კვეთის ფართობი, რომელიც კონუსის სიმაღლეს შუაზე ყოფს.

16.47. კონუსის მსახველია 13 სმ, სიმაღლე – 12 სმ. კონუსი გადაკვეთილია ფუძის პარალელური წრფით, რომლიდანაც ფუძემდე მანძილია 6 სმ, ხოლო სიმაღლემდე – 2 სმ. იპოვეთ წრფის იმ მონაკვეთის სიგრძე, რომელიც კონუსის შიგნითაა მოთავსებული.

16.48. კონუსის ფუძის ფართობია S, ხოლო მსახველები ფუძის სიბრტყისადმი დახრილია α კუთხით. იპოვეთ კონუსის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

16.49. კონუსის გვერდითი ზედაპირის ფართობი S-ის ტოლია, ხოლო მსახველსა და სიმაღლეს შორის კუთხე უდრის α-ს. იპოვეთ კონუსის ფუძის ფართობი, თუ $S=147$, $\sin\alpha=\frac{1}{3}$.

16.50. კონუსის მსახველთა შორის უდიდესი კუთხეა $60°$. იპოვეთ კონუსის გვერდითი ზედაპირისა და ფუძის ფართობის შეფარდება.

16.51. ტოლგვერდა კონუსის H სიმაღლის მიხედვით იპოვეთ მისი სრული ზედაპირის ფართობი.

16.52. კონუსის მსახველისა და სიმაღლის სიგრძეების სხვაობა უდრის 3 სმ-ს, მათ შორის მოთავსებული კუთხის კოსინუსი ტოლია $\frac{4}{5}$-ის. იპოვეთ კონუსის სრული ზედაპირის ფართობი.

16.53. კონუსის სიმაღლეა 15 მ, მოცულობა – 320π მ^3. იპოვეთ კონუსის სრული ზედაპირის ფართობი.

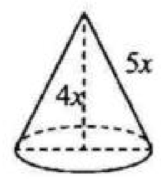
16.54. იპოვეთ კონუსის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ მისი ფუძის ფართობია 9π მ^2, ღერძული კვეთის ფართობი – 12 მ^2.

16.55. კონუსის სრული ზედაპირი ფუძის პარალელური კვეთით გაყოფილია შუაზე. კონუსის ფუძის რადიუსი უდრის 1 სმ-ს და მსახველი – 8 სმ-ს. იპოვეთ მსახველის ზედა მონაკვეთი.

16.56. R რადიუსის ლითონის ბირთვიდან ჩამოასხეს კონუსი, რომლის გვერდითი ზედაპირი სამჯერ მეტია ფუძის ფართობზე. იპოვეთ კონუსის სიმაღლე.

16.57. კონუსის ორ მსახველზე, რომელთა შორის კუთხე უდრის $60°$, გავლებულია სიბრტყე. იპოვეთ კვეთის ფართობის შეფარდება კონუსის სრულ ზედაპირთან, თუ კონუსის მსახველი მის ფუძესთან $30°$-იან კუთხეს ადგენს.

16.58. კონუსის სიმაღლისა და მსახველის შეფარდებაა 4:5, ხოლო კონუსის მოცულობა 96π სმ^3. იპოვეთ კონუსის სრული ზედაპირის ფართობი.



16.59. ბირთვი, რომლის რადიუსია 41 დმ, გადაკვეთილია სიბრტყით ცენტრიდან 9 დმ მანძილზე. იპოვეთ კვეთის ფართობი.

16.60. ბირთვის რადიუსის შუაწერტილზე გავლებულია ამ რადიუსის პერპენდიკულარული სიბრტყე. იპოვეთ კვეთის ფართობი, თუ სფეროს რადიუსია $\frac{6}{\sqrt{\pi}}$ მ.

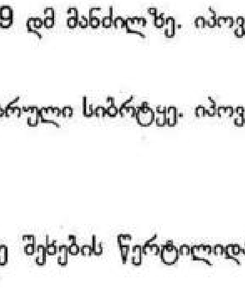
16.61. სფეროს რადიუსია 7 დმ. წერტილი ძევს მხებ სიბრტყეზე 9 დმ მანძილზე შეხების წერტილიდან. იპოვეთ უმოკლესი მანძილი ამ წერტილიდან სფეროს ზედაპირამდე.

16.62. ბირთვის რადიუსია r. რადიუსის ბოლოზე გავლებულია სიბრტყე, რომელიც ამ რადიუსთან $60°$-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ კვეთის ფართობი.

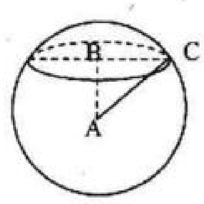
16.63.

1) როგორ შეიცვლება ბირთვის მოცულობა, თუ რადიუსს 3-ჯერ გავზრდით?
2) როგორ შეიცვლება ცილინდრის მოცულობა, თუ რადიუსს 2-ჯერ და სიმაღლეს 3-ჯერ გავზრდით?

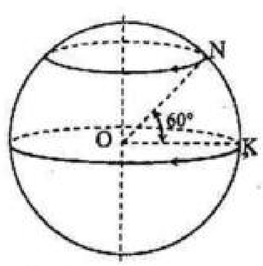
16.64. მოცემულია ბირთვი. იგი გადაკვეთილია ურთიერთმართობული სიბრტყეებით. კვეთაში მიღებული წრეების ფართობებია 100π და 64π. კვეთების საერთო MN ქორდის სიგრძეა 12. იპოვეთ ბირთვის R რადიუსი.



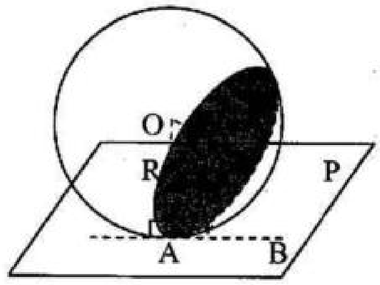
16.65. სიბრტყე სფეროს კვეთს წრეწირზე, რომლის სიგრძეა 12π. სფეროს ცენტრიდან კვეთამდე მანძილი 8-ის ტოლია. იპოვეთ სფეროს ზედაპირის ფართობი.



16.66. ქალაქი პირობითი სახელწოდებით "N", იმყოფება $60°$-ზე ჩრდილოეთი განედით. რა სიგრძის გზას გაივლის ეს ქალაქი 1 სთ-ის განმავლობაში დედამიწის მიერ მისივე ღერძის გარშემო ბრუნვისას, თუ დედამიწის რადიუსად ჩავთვლით 6000 კმ-ს.



16.67. მოცემულია R რადიუსის მქონე ბირთვი. ბირთვის რაიმე A წერტილზე გავლებულია ორი სიბრტყე. ერთი – ბირთვის მხები სიბრტყე, მეორე – ბირთვის მკვეთი სიბრტყე, რომელიც მხებ სიბრტყესთან $30°$-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ კვეთის ფართობი.



16.68. ბირთვის ზედაპირზე მოცემულია სამი წერტილი, მათ შორის მანძილებია 6 სმ, 8 სმ და 10 სმ. ბირთვის რადიუსია 13 სმ. იპოვეთ მანძილი ცენტრიდან ამ სამ წერტილზე გამავალ სიბრტყემდე.

16.69. სამკუთხედის გვერდებია 3 სმ, 4 სმ და 5 სმ. იპოვეთ მანძილი სამკუთხედის სიბრტყიდან იმ ბირთვის ცენტრამდე, რომელიც სამკუთხედის ყველა გვერდს ეხება. ბირთვის რადიუსია 9 სმ.

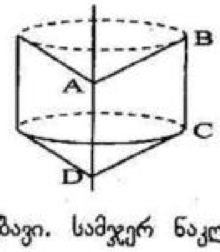
16.70. ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძეა b და სიმაღლე – h. იპოვეთ იმ სხეულის ზედაპირის ფართობი, რომელიც მიიღება ამ სამკუთხედის ბრუნვით ფუძის გარშემო.

16.71. a და b კათეტების მქონე მართკუთხა სამკუთხედი ბრუნავს თავისი ჰიპოტენუზის გარშემო. იპოვეთ მიღებული სხეულის ზედაპირის ფართობი.

16.72. იპოვეთ იმ სხეულის ზედაპირის ფართობი, რომელიც მიიღება ტოლფერდა სამკუთხედის ბრუნვით ფერდის გარშემო, თუ ფუძე უდრის 6 სმ-ს და ფერდი – 5 სმ-ს.

16.73. ტოლფერდა სამკუთხედი, რომლის წვეროსთან მდებარე კუთხეა $120°$, ბრუნავს ფერდის გარშემო, რომლის სიგრძეა a. იპოვეთ ბრუნვის სხეულის ზედაპირის ფართობი.

16.74. ABCD რომბი ბრუნავს AD გვერდის შემცველი ღერძის გარშემო. გამოთვალეთ ბრუნვით მიღებული სხეულის ზედაპირის ფართობი, თუ რომბის ფართობია Q.



16.75. ლითონის ბირთვის შეღებვაზე დაიხარჯა გარკვეული რაოდენობის საღებავი. სამჯერ ნაკლები რადიუსის მქონე რამდენ ბირთვს შეღებავს იგივე რაოდენობის საღებავი?

16.76. კვადრატული ღერძული კვეთის მქონე ცილინდრის ფუძეებზე აგებულია ორი კონუსი, რომელთა წვეროები მდებარეობენ ცილინდრის ღერძის შუაწერტილში. იპოვეთ კონუსების სრული ზედაპირის ფართობი, თუ ცილინდრის სიმაღლეა $2a$.

16.77. კონუსის სიმაღლეა 4 სმ, ფუძის რადიუსი – 3 სმ. იპოვეთ კონუსის გვერდითი ზედაპირის შლილის კუთხე.

16.78. l მსახველისა და ფუძის R რადიუსის მიხედვით იპოვეთ კონუსის გვერდითი ზედაპირის შლილის კუთხე.

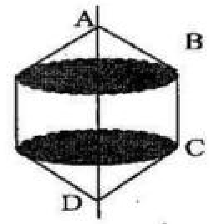
16.79. იპოვეთ კონუსის გვერდითი ზედაპირის შლილის კუთხე (პასუხი ჩაწერეთ გრადუსებში, მთელის სიზუსტით), თუ:

1) უდიდესი კუთხე მსახველთა შორის მართია;

2) მსახველი ფუძის სიბრტყესთან ქმნის 30°-იან კუთხეს.

16.80. კონუსის გვერდითი ზედაპირის ფართობი უდრის 10 სმ^2-ს, მისი გაშლით მიღებული სექტორის კუთხეა 36°. იპოვეთ სრული ზედაპირის ფართობი.

16.81. ტოლფერდა ABCD ტრაპეცია ბრუნავს მისი დიდი ფუძის გარშემო. იპოვეთ ბრუნვით მიღებული სხეულის მოცულობა და ზედაპირის ფართობი თუ ტრაპეციის ფუძეებია 10 სმ და 8 სმ, ამასთან ცნობილია, რომ მოცემულ ტრაპეციაში შეიძლება წრეწირის ჩახაზვა.



16.82. მანძილი მხებ სიბრტყეზე აღებული A წერტილიდან სფეროს ცენტრამდე d-ს ტოლია. AO მონაკვეთი დახრილია მხები სიბრტყისადმი α კუთხით. იპოვეთ სფეროს ზედაპირის ფართობი, თუ $d=\frac{5}{\sqrt{\pi}}$, $\cos\alpha=\frac{2}{5}$.

16.83. სამკუთხედის ჰიპოტენუზა და კათეტები სამი სფეროს დიამეტრებია. როგორი დამოკიდებულებაა მათი ზედაპირების ფართობებს შორის?

16.84. სფეროში ცენტრის სხვადასხვა მხარეს გავლებულია ორი პარალელური კვეთი. მათი ფართობებია 49π დმ^2 და 4π დმ^2. მათ შორის მანძილია 9 დმ. იპოვეთ სფეროს ზედაპირის ფართობი.

16.85. H სიმაღლისა და ფუძის R რადიუსის მიხედვით იპოვეთ ცილინდრის მოცულობა.

16.86. ცილინდრის ღერძული კვეთაა კვადრატი, რომლის დიაგონალი უდრის 4 სმ-ს. იპოვეთ ცილინდრის მოცულობა.

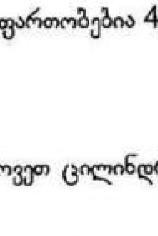
16.87. ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის ფართობია S, ხოლო ფუძის წრეწირის სიგრძე – C. იპოვეთ ცილინდრის მოცულობა, თუ S=5, C=3π.

16.88. ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის შლილი a გვერდიანი კვადრატია. იპოვეთ ცილინდრის მოცულობა.

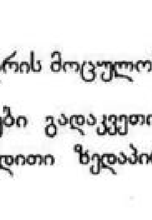
16.89. ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის შლილი მართკუთხედია, რომლის დიაგონალები გადაკვეთისას ადგენენ 30°-იან კუთხეს. დიაგონალის სიგრძე უდრის d-ს. იპოვეთ ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

16.90. ცილინდრის მოცულობაა 35π მ^2, ღერძული კვეთის ფართობია – 8 მ^2. იპოვეთ ცილინდრის ფუძის დიამეტრი.

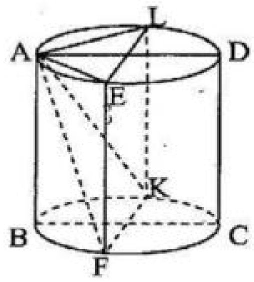
16.91. ცილინდრის ფორმის ლითონის ნაკეთობის გასწვრივ, ასევე ცილინდრის ფორმის სიცარიელე გაბურღეს. ლითონის რა ნაწილი დარჩა, თუ ცილინდრების რადიუსების შეფარდებაა 5:2.



16.92. ცილინდრის ფორმის დეტალის გვერდითი ზედაპირისაგან ჩამოაშორეს თანაბრად ფენა, რომლის სისქე ფუძის რადიუსის $\frac{1}{5}$-ია. რამდენჯერ შემცირდა ცილინდრის მოცულობა?



16.93. ცილინდრის ღერძული კვეთა კვადრატია. ABCD და ELKF ღერძული კვეთები ურთიერთმართობულია. A წერტილი შეერთებულია ELKF კვეთის ბოლოებთან. იპოვეთ ცილინდრში წარმოქმნილი AELKF პირამიდისა (A წვეროა ELKF ფუძე) და ცილინდრის მოცულობათა შეფარდება.



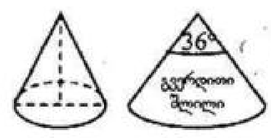
16.94. კონუსის ფუძის ფართობია S, მსახველი ფუძის სიბრტყისადმი დახრილია α კუთხით. იპოვეთ კონუსის მოცულობა, თუ $S=\sqrt[3]{36\pi}$, $tg\alpha=3$.

16.95. კონუსის სიმაღლის სიგრძეა 24 სმ, მოცულობა – 392π სმ^3. იპოვეთ კონუსის მსახველის სიგრძე.

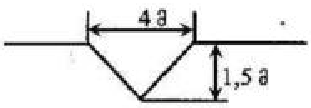
16.96. კონუსის ფუძის ფართობია 9π სმ^2, მისი სრული ზედაპირის ფართობი – 24π სმ^2. იპოვეთ კონუსის მოცულობა.

16.97. კონუსის მოცულობაა 9π სმ^3, სიმაღლე – 3 სმ. იპოვეთ კუთხე მსახველსა და ფუძის სიბრტყეს შორის.

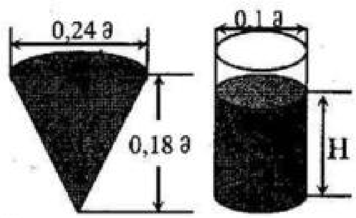
16.98. კონუსის გვერდითი ზედაპირის ფართობი 10π სმ^2-ია. გვერდითი შლილის – სექტორის კუთხე 36°-ია. იპოვეთ კონუსის სრული ზედაპირის ფართობი.



16.99. ცნობილია, რომ 122 –მილიმეტრიანი ბომბი მიწის ზედაპირზე დაცემისას წარმოქმნის კონუსის ფორმის ორმოს, რომლის ვერტიკალური კვეთის ზომები ნახაზზეა მოცემული. რა რაოდენობის მიწას ამოყრის ეს ბომბი, თუ 1 მ^3 მიწის წონაა 1650 კგ. პასუხი დაამრგვალეთ მთელის სიზუსტით ტონის ერთეულებში ($\pi\approx3,14$).



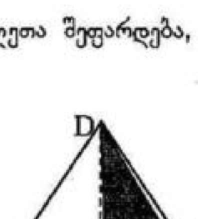
16.100. კონუსის ფორმის ჭურჭელი, რომლის სიმაღლეა 0,18 მ და ფუძის დიამეტრი კი 0,24 მ შევსებულია სითხით. სითხე გადაასხეს ცილინდრის ფორმის ჭურჭელში, რომლის ფუძის დიამეტრია 0,1 მ. რა სიმაღლის დონეზე იქნება სითხე ცილინდრულ ჭურჭელში? პასუხი დაამრგვალეთ მეასედი სიზუსტით.



16.101. თუნუქისაგან გამოჭრეს სექტორის ფორმის ნაჭერი, რომლის რადიუსია 4 სმ, ხოლო ცენტრალური კუთხეა 270°. მისგან დამზადებულია კონუსი. იპოვეთ კონუსის მოცულობა. პასუხი ჩაწერეთ კუბურ სანტიმეტრებში მეათედი სიზუსტის დამრგვალებით ($\pi\approx3,14$).

16.102. იპოვეთ ტოლდიდი (მოცულობით ტოლი) კონუსისა და ცილინდრის სიმაღლეთა შეფარდება, თუ კონუსის ფუძის რადიუსი 2-ჯერ აღემატება ცილინდრის ფუძის რადიუსს.

16.103. მოცემულია კონუსი. DH სიმაღლეა. კონუსის D წვეროზე გავლებულია კონუსის მკვეთი სიბრტყე. კვეთაში მიღებული ADB სამკუთხედის ფუძეა AB, $AB=6\sqrt{3}$. AB ქორდა ჭიმავს 120°-იან რკალს ($\angle AHB=120°$). მკვეთი სიბრტყე კონუსის ფუძის სიბრტყესთან ქმნის 45°იან კუთხეს ($\angle DKH=45°$). იპოვეთ კონუსის მოცულობა.



16.104. კონუსის v მოცულობისა და r ფუძის რადიუსის მიხედვით იპოვეთ ღერძული კვეთის ფართობი.

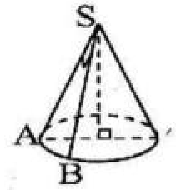
16.105. კონუსის ღერძული კვეთა ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედია, რომლის ფართობია 16 მ^2. იპოვეთ კონუსის მოცულობა.

16.106. კონუსის სიმაღლის სიგრძე კონუსის ფუძის წრეწირში ჩახაზული წესიერი სამკუთხედის გვერდის სიგრძეზე ორჯერ მეტია. კონუსის ღერძული კვეთის ფართობი უდრის 32 სმ²-ს. იპოვეთ კონუსის მოცულობა.

16.107. კონუსის სიმაღლის სიგრძე კონუსის ფუძის წრეწირში ჩახაზული წესიერი სამკუთხედის გვერდის მესამედის ტოლია, ფუძის წრის ფართობია 30 სმ². იპოვეთ კონუსის მოცულობა.

16.108. კონუსის ფუძის ფართობია $\frac{49}{\pi}$ მ², ღერძული კვეთის ფართობი კი – 39 მ². იპოვეთ კონუსის მოცულობა.

16.109. კონუსის ორი SA და SB ურთიერთმართობული მსახველი ფუძის წრეწირს ყოფს შეფარდებით 1:2. კონუსის სიმაღლეა $2\sqrt{2}$ სმ. იპოვეთ კონუსის მოცულობა.

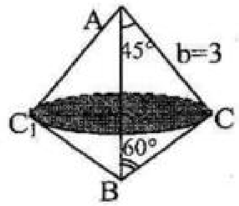


16.110. ტოლგვერდა სამკუთხედი ბრუნავს თავისი გვერდის გარშემო. სამკუთხედის გვერდია a. იპოვეთ ბრუნვით მიღებული სხეულის მოცულობა.

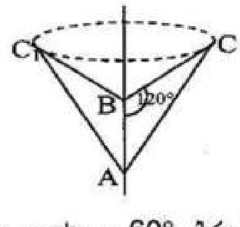
16.111. მართკუთხა სამკუთხედი, რომლის კათეტებია a და b, ბრუნავს ჰიპოტენუზის გარშემო. იპოვეთ ბრუნვით მიღებული სხეულის მოცულობა.

16.112. ტოლფერდა სამკუთხედი, რომლის ფუძეა 4 მ, ხოლო წვეროსთან მდებარე კუთხე – 120°, ბრუნავს წვეროზე ფუძის პარალელურად გამავალი ღერძის გარშემო. იპოვეთ ბრუნვით მიღებული სხეულის მოცულობა.

16.113. ABC სამკუთხედი ($\angle A=45°$, $\angle B=60°$) ბრუნავს AB-ს შემცველი ღერძის გარშემო. იპოვეთ ბრუნვით მიღებული სხეულის მოცულობა, თუ $b=3$.



16.114. ტოლფერდა ABC სამკუთხედი, რომლის ფერდია AB=BC=a, ხოლო წვეროსთან მდებარე კუთხე კი 120°, ბრუნავს ფერდის შემცველი ღერძის გარშემო. იპოვეთ ბრუნვით მიღებული სხეულის მოცულობა.

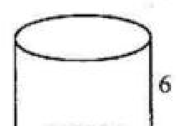


16.115. ტოლფერდა ტრაპეცია, რომლის ფუძეებია 2 სმ და 3 სმ, ხოლო მახვილი კუთხე – 60°, ბრუნავს მცირე ფუძის გარშემო. იპოვეთ ბრუნვით მიღებული სხეულის მოცულობა.

16.116. მართკუთხა ტრაპეცია ბრუნავს მისი დიდი ფუძის გარშემო. იპოვეთ ბრუნვით მიღებული სხეულის მოცულობა, თუ ტრაპეციის ფუძეებია 10 სმ და 8 სმ, ხოლო ფართობი – 36 სმ².

16.117. სამი ბირთვის რადიუსებია 3 სმ, 4 სმ და 5 სმ. იპოვეთ იმ ბირთვის რადიუსი, რომლის მოცულობა ამ ბირთვების მოცულობების ჯამს უდრის.

16.118. ცნობილია რომ ნახაზზე მოცემული ცილინდრი მთლიანად თავსდება R რადიუსიან სფეროში. რისი ტოლია R რადიუსის მინიმალური მნიშვნელობა?



16.119. ბირთვს, რომლის დიამეტრია 20 სმ, გადაადნობენ ბურთულებში, რომლის დიამეტრი 10-ჯერ მცირე იქნება. რამდენ ასეთ ბურთულას მივიღებთ. რა მონაცემია ამ ამოცანაში ზედმეტი?

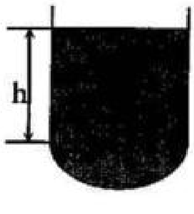
16.120.ლითონის ცილინდრისგან, რომლის ფუძის დიამეტრი და სიმაღლე ერთმანეთის ტოლია და თითოეული უდრის $40\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$ სმ, ჩამოასხეს ბირთვი. იპოვეთ ამ ბირთვის რადიუსი.

16.121.საჭიროა ჩამოადნონ თუჯის ბირთვი, რომლის დიამეტრი იქნება 3 სმ, ამისათვის იყენებენ თუჯის ბირთვებს დიამეტრით 5 მმ. რამდენი ასეთი ბირთვია საჭირო გადასადნობად?

16.122.ტოლგვერდა ხის ცილინდრიდან (ღერძული კვეთა კვადრატია) გამოთალეს უდიდესი ბირთვი. ხის მასალის რამდენი პროცენტი დაიკარგა?

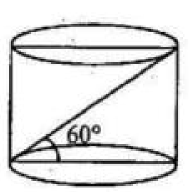
16.123.ლითონის ბირთვისგან ჩამოასხეს კონუსი, რომლის სიმაღლე ორჯერ მეტია ფუძის რადიუსზე. იპოვეთ კონუსის სიმაღლე, თუ ბირთვის რადიუსია $5\sqrt[3]{4}$ სმ.

16.124.წყლის რეზერვუარს აქვს ფორმა, რომელიც შედგება საერთო ფუძის მქონე ცილინდრისა და ნახევარსფეროსაგან. ფუძის რადიუსია R. რა სიმაღლის უნდა იყოს რეზერვუარის ცილინდრული ნაწილი, რომ რეზერვუარის მთლიანი მოცულობა 200 მ^3-ის ტოლი იყოს? შედეგი ჩაწერეთ სანტიმეტრებში და დაამრგვალეთ იგი მთელის სიზუსტით ($\pi \approx 3{,}14$).



საკონტროლო ტესტი N 16 (ბ)

1. ცილინდრის ღერძული კვეთის დიაგონალი ფუძის სიბრტყესთან 60°-იან კუთხეს ქმნის. იპოვეთ ცილინდრის გვერდითი ზედაპირისა და ფუძის ფართობების შეფარდება.



ა) $4\sqrt{2}$ **ბ)** $5\sqrt{2}$ **გ)** $4\sqrt{3}$ **დ)** $2\sqrt{3}$

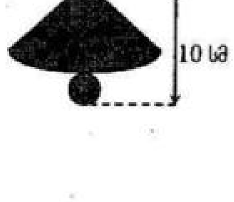
2. ცილინდრის ღერძული კვეთაა კვადრატი. რამდენჯერ შემცირდება ცილინდრის სრული ზედაპირის ფართობი, თუ ფუძის დიამეტრს 2-ჯერ, სიმაღლეს კი 3-ჯერ შევამცირებთ.

ა) $\frac{36}{7}$-ჯერ **ბ)** $\frac{36}{5}$-ჯერ **გ)** 6-ჯერ **დ)** 7-ჯერ

3. რამდენჯერაა მეტი ცილინდრის სრული ზედაპირის ფართობი მისი ღერძული კვეთის ფართობზე, თუ ეს უკანასკნელი კვადრატია?

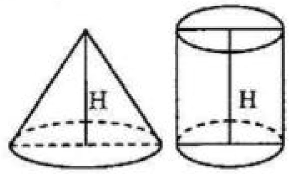
ა) $\frac{3\pi}{2}$-ჯერ **ბ)** $\frac{5\pi}{2}$-ჯერ **გ)** $\frac{4\pi}{3}$-ჯერ **დ)** $\frac{2\pi}{3}$-ჯერ

4. ნახაზზე მოცემულია კონუსის შლილი. მისი მონაცემებიდან იპოვეთ კონუსის მოცულობა.



ა) $\frac{16\sqrt{2}}{3}$ სმ^3 **ბ)** $\frac{16\pi}{3}$ სმ^3 **გ)** $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ სმ^3 **დ)** $\frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$ სმ^3

5. ტოლდიდ (მოცულობით ტოლ) კონუსს და ცილინდრს ტოლი სიმაღლეები აქვთ. რამდენი პროცენტითაა მეტი კონუსის ფუძის ფართობი ცილინდრის ფუძის ფართობზე?

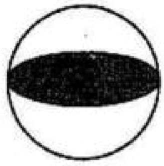


ა) 200%-ით ბ) $\frac{200}{3}$%-ით გ) 300%-ით დ) 80%-ით

6. კონუსის მოცულობა 9π სმ^3-ია, სიმაღლე 3 სმ. იპოვეთ კუთხე მსახველსა და სიმაღლეს შორის.

ა) 45° ბ) 30° გ) 60° დ) 22,5°

7. იპოვეთ სფეროს ზედაპირის ფართობი, თუ მისი უდიდესი კვეთის ფართობია 9π.



ა) 36 ბ) 42π გ) 36π დ) 42

8. იპოვეთ ბირთვის დიამეტრი, თუ ზედაპირის ფართობი რიცხობრივად 6-ჯერ მეტია მისივე მოცულობაზე

ა) 1 ბ) 2 გ) 2/3 დ) 3/2

9. ლითონის ცილინდრიდან, რომლის ფუძის რადიუსია 20 სმ, ხოლო სიმაღლე 20 სმ, ჩამოასხეს 10 სმ რადიუსის მქონე რამდენიმე ბირთვი. რამდენი ასეთი ბირთვი ჩამოისხა?

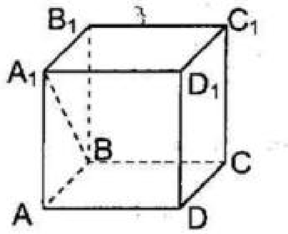
ა) 8 ბ) 4 გ) 5 დ) 6

10. ლითონის ბირთვიდან ჩამოასხეს კონუსი, რომლის სიმაღლე ორჯერ მეტია ფუძის რადიუსზე. იპოვეთ კონუსის ფუძის რადიუსი, თუ ბირთვის რადიუსია $\sqrt[3]{4}$.

ა) 3 ბ) 2 გ) 1,5 დ) $\sqrt[3]{4}$

ტესტი გამეორებისათვის 2

1. მოცემულია $ABCDA_1B_1C_1D_1$ კუბი. BA_1 წრფე ABC სიბრტყესთან ადგენს კუთხეს, რომლის გრადუსული ზომაა

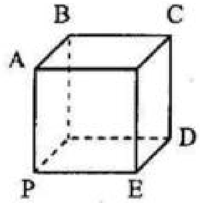


ა) 30° ბ) 45° გ) 60° დ) 90° ე) 22,5°

2. რას უდრის კუბის წიბო, თუ მისი სრული ზედაპირის ფართობი 96-ის ტოლია?

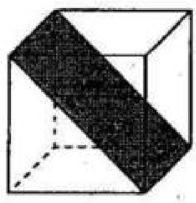
ა) 2 ბ) 3 გ) 4 დ) 6 ე) 16

3. კუბზე მონიშნულ წვეროებს შორის, რომელია ყველაზე შორს P-სგან?



ა) A ბ) B გ) C დ) D ე) E

4. რას უდრის კუბის წიბო, თუ ნახაზზე გამოსახული კვეთის ფართობი $49\sqrt{2}$-ის ტოლია

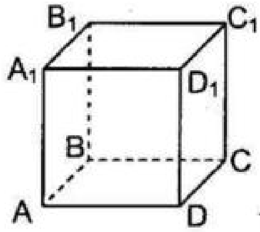


ა) 7 ბ) 14 გ) $7\sqrt{2}$ დ) 3,5 ე) $\frac{7\sqrt{2}}{2}$

5. რისი ტოლია უდიდესი მონაკვეთის სიგრძე, რომელიც შეიძლება მოთავსდეს 2 სმ-ის ტოლი წიბოს მქონე კუბში?

ა) $2\sqrt{2}$ სმ ბ) $2\sqrt{3}$ სმ გ) 2,5 სმ დ) 3 სმ ე) $2\sqrt{5}$ სმ

6. მოცემულია $ABCDA_1B_1C_1D_1$ კუბი. რისი ტოლია კუთხე, რომელსაც A_1D_1C და ABC სიბრტყეები ერთმანეთთან ადგენენ



ა) 22,5° ბ) 30° გ) 45° დ) 60° ე) 90°

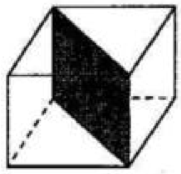
7. იპოვეთ მანძილი კუბის ერთი ფუძის ცენტრიდან მისი პარალელური ფუძის რომელიმე წვეროდე, თუ კუბის წიბოა $\sqrt{2}$.

ა) $\sqrt{3}$ ბ) 3 გ) $\sqrt{2}$ დ) $\sqrt{5}$ ე) $\sqrt{6}$

8. კუბის დიაგონალის სიგრძეა $5\sqrt{3}$ მ. ამ კუბის მოცულობაა

ა) 100 $მ^3$ ბ) 150 $მ^3$ გ) 75 $მ^3$ დ) 300 $მ^3$ ე) 125 $მ^3$

9. რისი ტოლია კუბის მოცულობა, თუ კუბის დიაგონალური კვეთის ფართობია $16\sqrt{2}$ მ^2.



ა) 64 მ^3 ბ) 54 მ^3 გ) 27 მ^3 დ) $50\sqrt{2}$ მ^3 ე) $27\sqrt{2}$ მ^3

10. რისი ტოლია კუბის სრული ზედაპირის ფართობი, თუ მისი დიაგონალური კვეთის ფართობია $16\sqrt{8}$?

ა) 172 ბ) 180 გ) 176 დ) 192 ე) 198

11. იპოვეთ კუბის დიაგონალური კვეთის ფართობი, თუ მისი სრული ზედაპირის ფართობია 96 სმ^2.

ა) $18\sqrt{3}$ სმ^2 ბ) $26\sqrt{3}$ სმ^2 გ) $24\sqrt{2}$ სმ^2 დ) $36\sqrt{3}$ სმ^2 ე) $16\sqrt{2}$ სმ^2

12. კუბი, რომლის წიბოა 1 დმ, დაჭრეს 1 სმ წიბოს მქონე კუბებად. შედეგად რამდენი კუბი მიიღება?

ა) 10 ბ) 100 გ) 200 დ) 800 ე) 1000

13. მართკუთხა პარალელეპიპედის ფუძეა კვადრატი, რომლის დიაგონალის სიგრძეა $8\sqrt{2}$ მ. პარალელეპიპედის სიმაღლე 2-ჯერ მეტია ფუძის გვერდზე. ამ პარალელეპიპედის გვერდითი ზედაპირის ფართობი უდრის

ა) 256 მ^2 ბ) 2048 მ^2 გ) 1024 მ^2 დ) 512 მ^2 ე) 640 მ^2

14. რამდენი პროცენტით გაიზრდება კუბის სრული ზედაპირის ფართობი, თუ მის წიბოს 10%-ით გავზრდით?

ა) 5% ბ) 10% გ) 20% დ) 21% ე) 100%

15. კუბის წიბო 10 სმ-ით გაზარდეს, რამაც კუბის მოცულობის 27-ჯერ გაზრდა გამოიწვია. რისი ტოლია კუბის წიბოს თავდაპირველი სიგრძე?

ა) 5 სმ ბ) 6 სმ გ) $\frac{10}{3}$ სმ დ) 12 სმ ე) 15 სმ

16. მართკუთხა პარალელეპიპედის და კუბის სრული ზედაპირის ფართობები ერთმანეთის ტოლია. იპოვეთ კუბის წიბო, თუ მართკუთხა პარალელეპიპედის განზომილებებია 2,4; 4; 6.

ა) 3 ბ) 4 გ) 2,8 დ) 5 ე) 6

17. რამდენი პროცენტით შემცირდება მართკუთხა პარალელეპიპედის სრული ზედაპირის ფართობი, თუ მის ყოველ წიბოს 20%-ით შევამცირებთ?

ა) 20%-ით ბ) 25%-ით გ) 30%-ით დ) 36%-ით ე) 40%-ით

18. მართკუთხა პარალელეპიპედის ფორმის ავზი 10 ტ წყალს იტევს. რამდენ ტონა წყალს დაიტევს ავზი, რომლის განზომილებები ამ ავზის განზომილებებზე 2-ჯერ ნაკლებია?

ა) 5 ტ ბ) 2,5 ტ გ) 1,25 ტ დ) 4 ტ ე) 8 ტ

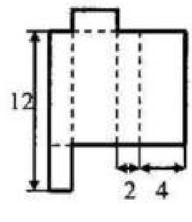
19. კუბის სრული ზედაპირის შეღებვას 5 კგ საღებავი სჭირდება. რამდენი კგ საღებავია საჭირო კუბის შესაღებად, რომლის წიბო 3-ჯერ გრძელია?

ა) 15 კგ ბ) 20 კგ გ) 30 კგ დ) 40 კგ ე) 45 კგ

20. მართკუთხა პარალელეპიპედის ფუძის პერიმეტრია 20, ხოლო სიმაღლე 8. ამ პარალელეპიპედის გვერდითი ზედაპირის ფართობი უდრის

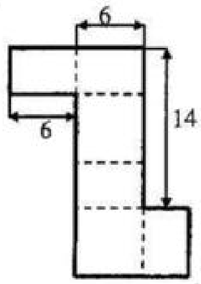
ა) 160 ბ) 80 გ) 140 დ) 120 ე) 100

21. ნახაზზე გამოსახულია მართკუთხა პარალელეპიპედის შლილი. მითითებული ზომების მიხედვით იპოვეთ ამ პარალელეპიპედის სრული ზედაპირის ფართობი.



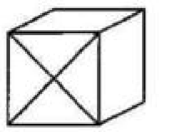
ა) 80 ბ) 96 გ) 112 დ) 120 ე) 128

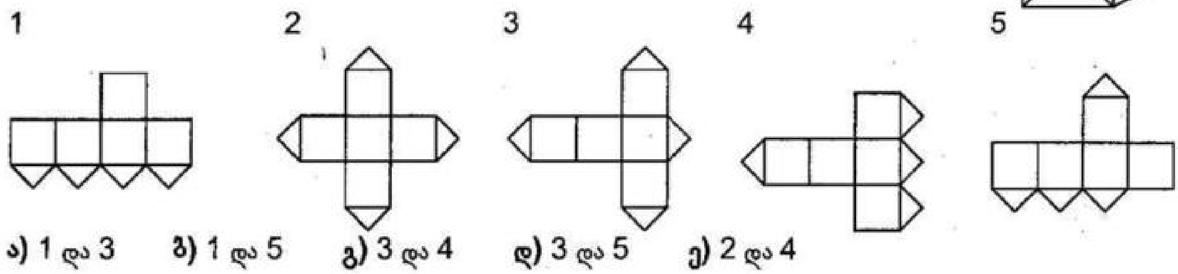
22. ნახაზზე გამოსახულია მართკუთხა პარალელეპიპედის შლილი. მითითებული ზომების მიხედვით იპოვეთ ამ პარალელეპიპედის მოცულობა.



ა) 80 ბ) 96 გ) 120 დ) 124 ე) 144

23. ქაღალდის კუბიკი გაჭრილია ზოგიერთ წიბოზე და ერთი წახნაგი გაჭრილია დიაგონალებზე. ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომელი შლილების მიღებაა შეუძლებელი?





ა) 1 და 3 ბ) 1 და 5 გ) 3 და 4 დ) 3 და 5 ე) 2 და 4

24. მართკუთხა პარალელეპიპედის სამი განსხვავებული წახნაგის ფართობია 5, 10 და 8. რას უდრის პარალელეპიპედის მოცულობა

ა) 15 ბ) 18 გ) 20 დ) 24 ე) 30

25. მართკუთხა პარალელეპიპედის ფუძის გვერდებია 6 და 4. პარალელეპიპედის სიმაღლე ტოლია ფუძის პერიმეტრისა. ამ პარალელეპიპედის მოცულობა უდრის

ა) 400 ბ) 200 გ) 100 დ) 480 ე) 240

26. მართკუთხა პარალელეპიპედის დიაგონალი გვერდით წიბოსთან ქმნის $45°$-იან კუთხეს. ფუძის გვერდებია 30 სმ და 40 სმ. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა.

ა) 40000 სმ^3 ბ) 80000 სმ^3 გ) 120000 სმ^3 დ) 60000 სმ^3 ე) 10000 სმ^3

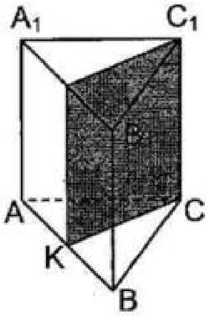
27. მართკუთხა პარალელეპიპედის წიბოები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 3:8:9, ხოლო მისი ტოლდიდი კუბის წიბოა 60 სმ. იპოვეთ მართკუთხა პარალელეპიპედის სრული ზედაპირის ფართობი.

ა) 3200 სმ^2 **ბ)** 2400 სმ^2 **გ)** 24600 სმ^2 **დ)** 3240 სმ^2 **ე)** 2600 სმ^2

28. წესიერი სამკუთხა პრიზმის ფუძის ფართობია $16\sqrt{3}$, გვერდითი ზედაპირის ფართობი კი – 144. რას უდრის ამ პრიზმის სიმაღლე?

ა) 6 **ბ)** 8 **გ)** 9 **დ)** $9\sqrt{3}$ **ე)** 12

29. ნახაზზე მოცემული წესიერი სამკუთხა პრიზმის გვერდით CC_1 წიბოზე გავლებულია კვეთა, რომლის ფართობია 15 სმ^2. რას უდრის პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ K ფუძის AB გვერდის შუაწერტილია?

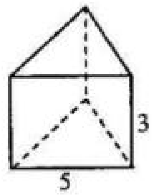


ა) $30\sqrt{3}$ სმ^2 **ბ)** 30 სმ^2 **გ)** 45 სმ^2 **დ)** $\frac{45\sqrt{3}}{2}$ სმ^2 **ე)** 35 სმ^2

30. წესიერი სამკუთხა პრიზმის გვერდითი წახნაგი კვადრატია, რომლის პერიმეტრი 20 სმ-ია. რას უდრის პრიზმის მოცულობა?

ა) 125 სმ^3 **ბ)** $\frac{125\sqrt{3}}{4}$ სმ^3 **გ)** 120 სმ^3 **დ)** $120\sqrt{3}$ სმ^3 **ე)** 200 სმ^3

31. იპოვეთ წესიერი სამკუთხა პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ მისი ფუძის გვერდია 3, ხოლო სიმაღლე 5.

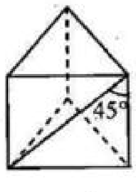


ა) $15\sqrt{3}$ **ბ)** 45 **გ)** 30 **დ)** 20 **ე)** 60

32. იპოვეთ წესიერი სამკუთხა პრიზმის ფუძის გვერდი, თუ პრიზმის სიმაღლეა 4 სმ, ხოლო გვერდითი წახნაგის დიაგონალია 5 სმ.

ა) 3 სმ **ბ)** 4 სმ **გ)** $3\sqrt{2}$ სმ **დ)** $4\sqrt{3}$ სმ **ე)** 6 სმ

33. წესიერი სამკუთხა პრიზმის გვერდითი წახნაგის დიაგონალი სიმაღლესთან ადგენს 45°-იან კუთხეს. ფუძის ფართობი $4\sqrt{3}$-ის ტოლია. იპოვეთ პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.



ა) 49 **ბ)** 48 **გ)** 64 **დ)** 56 **ე)** 36

34. იპოვეთ წესიერი სამკუთხა პრიზმის მოცულობა, თუ მისი სიმაღლე $4\sqrt{3}$ სმ-ია, ხოლო ფუძის პერიმეტრი კი 9 სმ.

ა) 16 სმ^2 **ბ)** 32 სმ^2 **გ)** 25 სმ^2 **დ)** 27 სმ^2 **ე)** 36 სმ^2

35. წესიერი სამკუთხა პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობისა და ფუძის ფართობის შეფარდება ტოლია 12-ის. იპოვეთ კუთხე პრიზმის გვერდითი წახნაგის დიაგონალსა და ფუძის სიბრტყეს შორის.

ა) arctg3 **ბ)** arctg2 **გ)** 45° **დ)** 60° **ე)** 30°

36. წესიერი სამკუთხა პრიზმის მოცულობის შეფარდება გვერდითი ზედაპირის ფართობთან $\sqrt{3}$-ის ტოლია. იპოვეთ ფუძის გვერდი.

ა) $4\sqrt{2}$ **ბ)** 14 **გ)** 12 **დ)** 24 **ე)** $2\sqrt{12}$

37. იპოვეთ წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის ფუძის პერიმეტრი, თუ მისი სიმაღლეა 9 სმ, ხოლო გვერდითი ზედაპირის ფართობი 540 სმ^2.

ა) 60 სმ **ბ)** 65 სმ **გ)** 75 სმ **დ)** 80 სმ **ე)** 90 სმ

38. წესირი ოთხკუთხა პრიზმის სიმაღლე 7 სმ-ის ტოლია, ხოლო პრიზმის ფუძის ფართობია 36 სმ^2. იპოვეთ პრიზმის დიაგონალი.

ა) 16 სმ **ბ)** 12 სმ **გ)** 11 სმ **დ)** 24 სმ **ე)** 22 სმ

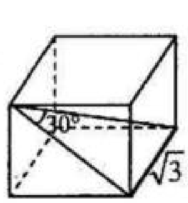
39. წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობია $7\sqrt{2}$ დმ^2. იპოვეთ დიაგონალური კვეთის ფართობი.

ა) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ დმ^2 **ბ)** $\frac{\sqrt{10}}{2}$ დმ^2 **გ)** $\frac{5}{2}$ დმ^2 **დ)** $\frac{7}{2}$ დმ^2 **ე)** $\frac{7}{4}$ დმ^2

40. იპოვეთ წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის მოცულობა, თუ მისი დიაგონალი 3 სმ-ია, ხოლო სიმაღლე 2-ჯერ ნაკლებია ფუძის გვერდზე.

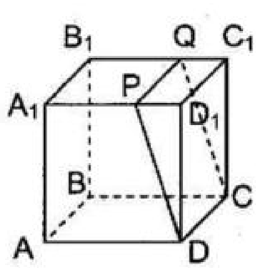
ა) $4\sqrt{3}$ სმ^3 **ბ)** $3\sqrt{3}$ სმ^3 **გ)** 6 სმ^3 **დ)** 4 სმ^3 **ე)** $6\sqrt{3}$ სმ^3

41. იპოვეთ წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის მოცულობა, თუ მისი დიაგონალი გვერდითი წახნაგის სიბრტყესთან ადგენს 30°-იან კუთხეს, ხოლო ფუძის გვერდია $\sqrt{3}$ სმ.



ა) 8 სმ^3 **ბ)** $4\sqrt{3}$ სმ^3 **გ)** $3\sqrt{6}$ სმ^3 **დ)** $6\sqrt{2}$ სმ^3 **ე)** 10 სმ^3

42. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ მართკუთხა პარალელეპიპედის მოცულობაა 54 სმ^3. რისი ტოლია DPD_1CQC_1 სამკუთხა პრიზმის მოცულობა, თუ $\frac{A_1P}{PD_1} = \frac{B_1Q}{QC_1} = 2$.

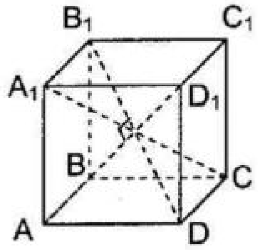


ა) 12 სმ^3 **ბ)** 9 სმ^3 **გ)** 8 სმ^3 **დ)** 6 სმ^3 **ე)** 24 სმ^3

43. რამდენი ერთნაირი წიბოს მქონე ფოლადის კუბი უნდა გადავადნოთ, რომ მივიღოთ 3-ჯერ დიდი წიბოს მქონე კუბი?

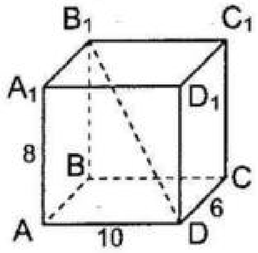
ა) 3 ბ) 6 გ) 9 დ) 12 ე) 27

44. თუ $ABCDA_1B_1C_1D_1$ წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის B_1D და D_1B დიაგონალები ურთიერთმართობულია, მაშინ A_1C და B_1D დიაგონალებს შორის კუთხე ტოლია



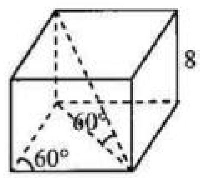
ა) 90° ბ) 45° გ) 30° დ) 60° ე) 15°

45. მართკუთხა პარალელეპიპედის ფუძის გვერდების სიგრძეებია 10 და 6, სიმაღლე კი 8. იპოვეთ კუთხე, რომელსაც B_1D დიაგონალი ადგენს AA_1B_1B გვერდით წახნაგთან.



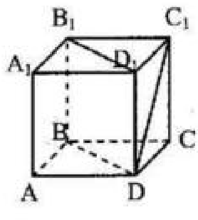
ა) 22,5° ბ) 30° გ) 45° დ) 60° ე) 75°

46. მართი პარალელეპიპედის ფუძეა რომბი. სიმაღლე 8 სმ-ია. პარალელეპიპედის მცირე დიაგონალი ფუძესთან 60°-იან კუთხეს ქმნის. ფუძის მახვილი კუთხე 60°-ია. იპოვეთ პარალელეპიპედის მოცულობა.



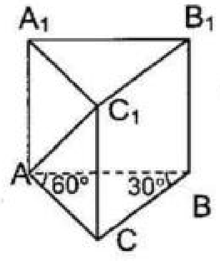
ა) $\frac{256\sqrt{3}}{3}$ ბ) $\frac{128\sqrt{3}}{3}$ გ) $\frac{250\sqrt{2}}{3}$ დ) $\frac{256\sqrt{2}}{3}$ ე) $\frac{512\sqrt{2}}{3}$

47. იპოვეთ იმ კუთხის კოსინუსი, რომელსაც ადგენს კუბის წახნაგის DC_1 დიაგონალი BB_1D_1D დიაგონალური კვეთის სიბრტყესთან.



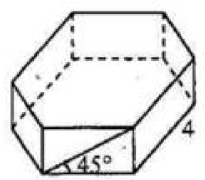
ა) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ბ) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ გ) $\frac{2}{3}$ დ) $\frac{\sqrt{10}}{4}$ ე) $\frac{3\sqrt{3}}{7}$

48. ნახაზზე მოცემული მართი სამკუთხა პრიზმის ფუძე ABC სამკუთხედია, $\angle A=60°$, $\angle B=30°$. იპოვეთ AC_1B_1 კუთხის გრადუსული ზომა.



ა) 45° ბ) 60° გ) 90° დ) 75° ე) 120°

49. წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის ფუძის გვერდია 4, ხოლო გვერდითი წახნაგის დიაგონალი ფუძის სიბრტყესთან 45°იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი და ფუძის ფართობი.



ა) 96; $24\sqrt{3}$ ბ) 100; $12\sqrt{3}$ გ) 84; $24\sqrt{3}$ დ) 81; $12\sqrt{3}$ ე) 96; $12\sqrt{3}$

50. წესიერი ექვსკუთხა პრიზმის უდიდესი დიაგონალი 4-ის ტოლია, ხოლო გვერდითი წიბო კი 2-ის. იპოვეთ პრიზმის მოცულობა და სრული ზედაპირის ფართობი.

ა) $25\sqrt{3}$; $30\sqrt{3}$ ბ) $9\sqrt{3}$; $30\sqrt{3}$ გ) $25\sqrt{3}$; $27\sqrt{3}$ დ) $9\sqrt{3}$; $21\sqrt{3}$ ე) $36\sqrt{3}$; $24\sqrt{3}$

51. რამდენი დიაგონალი აქვს n-კუთხა მართ პრიზმას?

ა) $\frac{n(n-1)}{2}$ ბ) $\frac{n(n-2)}{2}$ გ) $\frac{n(n-3)}{2}$ დ) $n(n-3)$ ე) $n(n-2)$

52. რამდენი დიაგონალი აქვს მართ პრიზმას, თუ მისი წახნაგების რიცხვი 10-ის ტოლია?

ა) 40 ბ) 44 გ) 32 დ) 48 ე) 36

53. რამდენი წიბო აქვს მართ პრიზმას, თუ მისი დიაგონალების რიცხვი 70-ის ტოლია?

ა) 25 ბ) 50 გ) 30 დ) 40 ე) 45

54. რამდენი წახნაგი აქვს მართ პრიზმას, თუ მისი დაიგონალების რიცხვი წიბოების რიცხვის ტოლია?

ა) 8 ბ) 6 გ) 4 დ) 12 ე) 4

55. რამდენი წახნაგი აქვს მართ პრიზმას, თუ მისი დაიგონალების რიცხვი წახნაგების რიცხვზე 10-ით მეტია?

ა) 6 ბ) 8 გ) 4 დ) 12 ე) 10

56. რისი ტოლია x, თუ 3x და x+8 არის შესაბამისად ერთი და იგივე პირამიდის წვეროებისა და წახნაგების რაოდენობა?

ა) 3 ბ) 4 გ) 5 დ) 6 ე) 8

57. რამდენკუთხაა პირამიდა, თუ მისი წიბოების რაოდენობა 7-ით მეტია წახნაგების რაოდენობაზე?

ა) 4-კუთხა ბ) 5-კუთხა გ) 6-კუთხა დ) 8-კუთხა ე) 9-კუთხა

58. რისი ტოლია n-კუთხა პირამიდაში წვეროების რაოდენობისა და წიბოების რაოდენობის ფარდობა?

ა) $\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{n}\right)$ ბ) $\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{n}\right)$ გ) $\frac{1}{4}\left(1+\frac{1}{n}\right)$ დ) $\frac{1}{4}\left(1-\frac{1}{n}\right)$ ე) $\frac{1}{2n}$

59. რისი ტოლია y, თუ 3y და 5y არის შესაბამისად ერთი და იგივე პირამიდის წვეროებისა და წიბოების რაოდენობა?

ა) 2 ბ) 3 გ) 4 დ) 5 ე) 8

60. იპოვეთ პირამიდის წვეროების რაოდენობა, თუ z და z–5 არის შესაბამისად ერთი და იმავე პირამიდის წიბოებისა და წახნაგების რაოდენობა?

ა) 5 ბ) 6 გ) 7 დ) 8 ე) 10

61. გიორგიმ შეკრიბა სამი რიცხვი: პირამიდის წვეროების, წახნაგებისა და წიბოების რაოდენობა. ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რომელი რიცხვი შეიძლება მიიღო მან?

ა) 28 **ბ)** 29 **გ)** 30 **დ)** 31 **ე)** 32

62. სამკუთხა პირამიდის კვეთა არ შეიძლება იყოს

ა) ოთხკუთხედი **ბ)** ტოლფერდა სამკუთხედი **გ)** ტოლგვერდა სამკუთხედი
დ) მართკუთხა სამკუთხედი **ე)** ხუთკუთხედი

63. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის გვერდითი წახნაგის ფუძესთან მდებარე კუთხე შეიძლება იყოს

ა) 29° **ბ)** 39° **გ)** 40° **დ)** 69° **ე)** 90°

64. რისი ტოლი შეიძლება იყოს წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის წვეროსთან მდებარე ბრტყელი კუთხე

ა) 90° **ბ)** 120° **გ)** 60° **დ)** 95° **ე)** 100°

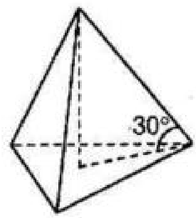
65. სამკუთხა პირამიდის ერთ-ერთი წიბო ტოლ კუთხეებს ადგენს ფუძის გვერდებთან. ფუძეში მოთავსებული სამკუთხედისათვის სად არის მოთავსებული ამ წიბოს გეგმილი?

ა) სიმაღლეზე **ბ)** ბისექტრისაზე **გ)** მედიანაზე **დ)** შუამონაკვეთზე
ე) არცერთზე ზემოთ ჩამოთვლილთაგან

66. თუ პირამიდის გვერდითი წახნაგები ფუძის სიბრტყესთან ტოლ კუთხეებს ადგენენ, მაშინ აუცილებლად:

ა) გვაქვს წესიერი პირამიდა **ბ)** გვერდითი წიბოები ტოლია **გ)** ფუძეში წესიერი მრავალკუთხედია
დ) აპოთემები ტოლია **ე)** სიმაღლის ფუძე ემთხვევა შემოხაზული წრეწირის ცენტრს

67. წესიერ სამკუთხა პირამიდაში გვერდითი წიბო $15\sqrt{3}$ სმ-ია და ფუძის სიბრტყესთან ადგენს 30°-იან კუთხეს. იპოვეთ ფუძეში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი.



ა) 7,5 სმ **ბ)** 11,25 სმ **გ)** $5\sqrt{3}$ სმ **დ)** 10 სმ **ე)** 15 სმ

68. წესიერი სამკუთხა პირამიდის სიმაღლე ფუძის გვერდის ტოლია, მაშინ გვერდითი წიბო ფუძის სიბრტყესთან ადგენს კუთხეს, რომლის გრადუსული ზომაა

ა) 45° **ბ)** 30° **გ)** 60° **დ)** $22{,}5^\circ$ **ე)** 75°

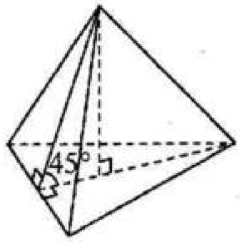
69. იპოვეთ წესიერი სამკუთხა პირამიდის სიმაღლე, თუ ფუძის გვერდი $2\sqrt{3}$-ის ტოლია, ხოლო აპოთემა $\sqrt{5}$-ის ტოლია.

ა) 3 **ბ)** $2\sqrt{3}$ **გ)** $5\sqrt{2}$ **დ)** 2 **ე)** 5

70. წესიერ სამკუთხა პირამიდაში ორწახნაგა კუთხე ფუძის სიბრტყესთან 60°-ის ტოლია. ფუძის გვერდი $2\sqrt[4]{3}$. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

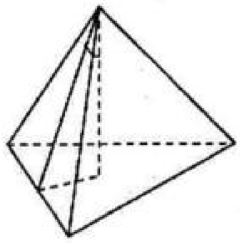
ა) $12\sqrt{3}$ **ბ)** 6 **გ)** 12 **დ)** 8 **ე)** $8\sqrt{2}$

71. წესიერ სამკუთხა პირამიდაში კუთხე სიმაღლესა და აპოთემას შორის 45°-ის ტოლია. ფუძეზე შემოხაზული წრის რადიუსი $2\sqrt[4]{3}$-ის ტოლია. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.



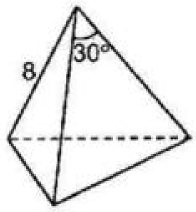
ა) 6 **ბ)** $9\sqrt{2}$ **გ)** $6\sqrt{5}$ **დ)** $9\sqrt{5}$ **ე)** 9

72. წესიერი სამკუთხა პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი ისე შეეფარდება ფუძის ფართობს, როგორც $\sqrt{2}:1$. იპოვეთ კუთხე აპოთემასა და პირამიდის სიმაღლეს შორის.



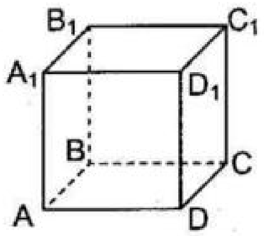
ა) 30° **ბ)** arctg2 **გ)** arccos1/3 **დ)** 60° **ე)** 45°

73. წესიერ სამკუთხა პირამიდის წვეროსთან მდებარე ბრტყელი კუთხე 30°-ია, გვერდითი წიბო კი 8 სმ. იპოვეთ გვერდითი ზედაპირის ფართობი.



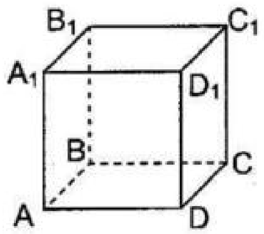
ა) 64 სმ^2 **ბ)** 32 სმ^2 **გ)** 30 სმ^2 **დ)** 44 სმ^2 **ე)** 48 სმ^2

74. იპოვეთ CA_1C_1B პირამიდის მოცულობა, თუ $ABCDA_1B_1C_1D_1$ კუბის წიბოა 3.



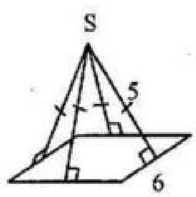
ა) 3 **ბ)** $\frac{9}{2}$ **გ)** 9 **დ)** $\frac{27}{8}$ **ე)** $\frac{9}{4}$

75. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, რომლის ფუძეა BDD_1 და წვერო C, თუ $ABCDA_1B_1C_1D_1$ კუბის წიბოა 6.



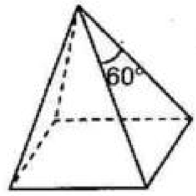
ა) 36 **ბ)** $36\sqrt{2}$ **გ)** $24\sqrt{2}$ **დ)** 48 **ე)** 56

76. S წერტილი კვადრატის ყველა გვერდიდან 5 სმ-ის ტოლი მანძილითაა დაშორებული. კვადრატის გვერდი 6 სმ-ია. იპოვეთ მანძილი S წერტილიდან კვადრატის სიბრტყემდე.



ა) $\sqrt{7}$ **ბ)** 3 **გ)** 4 **დ)** 1 **ე)** 2

77. თუ წესიერ ოთხკუთხა პირამიდაში ბრტყელი კუთხე წვეროსთან 60°-ია, მაშინ მოპირდაპირე გვერდით წიბოებს შორის კუთხე ტოლია



ა) 60° **ბ)** 120° **გ)** 45° **დ)** 90° **ე)** 75°

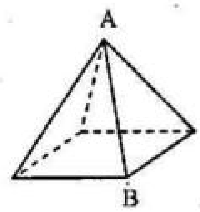
78. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდია 6, ხოლო გვერდითი წიბო 5. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

ა) 36 **ბ)** 24 **გ)** 30 **დ)** 26 **ე)** 48

79. იპოვეთ წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის სიმაღლე, თუ მისი ფუძის გვერდია 8, გვერდითი წიბო კი – 9.

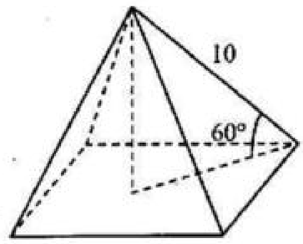
ა) 5 **ბ)** 6 **გ)** 7 **დ)** 8 **ე)** 9

80. ნახაზზე მოცემული პირამიდის ფუძეა კვადრატი, ხოლო ფერდები – ოთხი ტოლი სამკუთხედი. პირამიდის სიმაღლეა 5 სმ, ფუძის გვერდი 4 სმ. რისი ტოლია წიბო AB?



ა) $\sqrt{29}$ **ბ)** $\sqrt{33}$ **გ)** $\sqrt{39}$ **დ)** $\sqrt{43}$ **ე)** $\sqrt{57}$

81. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბო 10-ის ტოლია. ის დახრილია ფუძის სიბრტყისადმი 60°-იანი კუთხით. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.



ა) 45 **ბ)** $50\sqrt{7}$ **გ)** 60 **დ)** $45\sqrt{6}$ **ე)** $40\sqrt{6}$

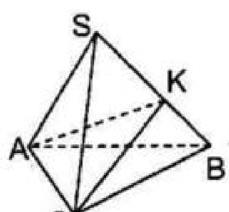
82. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის გვერდითი წახნაგი ტოლგვერდა სამკუთხედია, რომლის გვერდი 2 სმ-ის ტოლია. იპოვეთ პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი.

ა) $4(3+\sqrt{2})$ სმ **ბ)** $4(\sqrt{3}-1)$ სმ **გ)** $2(\sqrt{3}+1)$ სმ **დ)** $4(3-\sqrt{2})$ სმ **ე)** $4(\sqrt{3}+1)$ სმ

83. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდი 4 სმ-ის ტოლია. ფუძესთან მდებარე ორწახნაგა კუთხე 45°-ია. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

ა) 12 სმ^2 **ბ)** $16\sqrt{2}$ სმ^2 **გ)** $12\sqrt{2}$ სმ^2 **დ)** 4 სმ^2 **ე)** 8 სმ^2

84. იპოვეთ SABC სამკუთხა პირამიდის მოცულობა, თუ KACB პირამიდის მოცულობაა 40 და SK=2KB.



ა) 80 **ბ)** 120 **გ)** $\frac{80}{3}$ **დ)** $\frac{160}{3}$ **ე)** $\frac{125}{6}$

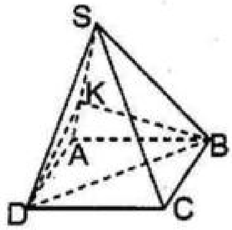
85. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის პერიმეტრია 20, ხოლო პირამიდის სიმაღლეა 9. ამ პირამიდის მოცულობა უდრის

ა) 60 ბ) 180 გ) 48 დ) 150 ე) 75

86. იპოვეთ კუთხე რომელსაც ადგენს წესიერი სამკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბო ფუძის სიბრტყესთან, თუ გვერდითი წიბო პირამიდის ფუძეში ჩახაზული წრეწირის რადიუსზე 4-ჯერ მეტია.

ა) 30° ბ) 45° გ) 60° დ) 22,5° ე) 67,5°

87. იპოვეთ SABCD წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის მოცულობა, თუ K მდებარეობს SA გვერდით წიბოზე და $\frac{SK}{AK}=\frac{2}{3}$ და KABD პირამიდის მოცულობაა 3.

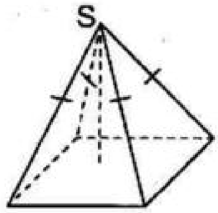


ა) 6 ბ) 9 გ) 10 დ) 12 ე) 15

88. თუ პირამიდის ყველა გვერდითი წიბო ერთნაირადაა დახრილი ფუძის სიბრტყისადმი, მაშინ პირამიდის ფუძე არ შეიძლება იყოს

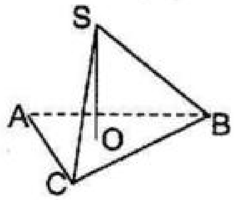
ა) მართკუთხედი ბ) მახვილკუთხა სამკუთხედი გ) ბლაგვკუთხა სამკუთხედი
დ) მართკუთხა ტრაპეცია ე) ტოლფერდა ტრაპეცია

89. S წერტილი 10 სმ-ითაა დაშორებული მართკუთხედის ყველა წვეროდან. მანძილი S წერტილიდან მართკუთხედის სიბრტყემდე 8 სმ-ია. იპოვეთ მართკუთხედის დიაგონალი.



ა) $\sqrt{46}$ სმ ბ) 6 სმ გ) 12 სმ დ) $\sqrt{26}$ სმ ე) 5 სმ

90. ABC წესიერი სამკუთხედის O ცენტრიდან აღმართულია OS მართობი, რომელიც სამკუთხედის გვერდზე 2-ჯერ მოკლეა. რისი ტოლია კუთხე SBC და ABC სიბრტყეებს შორის?



ა) 30° ბ) 45° გ) 60° დ) 75° ე) 22,5°

91. ვთქვათ, d_1 არის ორ პარალელურ სიბრტყეს შორის მანძილი, d_2 – კი მანძილი ორ პარალელურ წრფეს შორის, რომლებიც ამ სიბრტყეებზე მდებარეობენ. ჩამოთვლილიდან რომელია ჭეშმარიტი?

ა) $d_1 > d_2$ ბ) $d_1 < d_2$ გ) $d_1 = d_2$ დ) $d_1 \le d_2$ ე) $d_1 \ge d_2$

92. რამდენი სიმეტრიის ღერძი აქვს სივრცულ ფიგურას, რომელიც ორი ურთიერთგადამკვეთი წრფისაგან შედგება?

ა) 0 ბ) 1 გ) 2 დ) 3 ე) უამრავი

93. რამდენი სიმეტრიის ღერძი აქვს სივრცულ ფიგურას, რომელიც ორი პარალელური წრფისაგან შედგება?

ა) 0 ბ) 1 გ) 2 დ) 3 ე) უამრავი

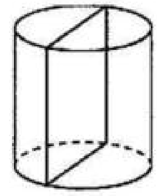
94. პირამიდის სიმაღლე 2-ჯერ გაზარდეს, ფუძის გვერდები კი 3-ჯერ. რამდენჯერ გაიზარდა პირამიდის მოცულობა?

ა) 6-ჯერ **ბ)** 12-ჯერ **გ)** 18-ჯერ **დ)** 9-ჯერ **ე)** 5-ჯერ

95. რამდენი პროცენტით გაიზრდება წესიერი სამკუთხა პირამიდის სრული ზედაპირის ფართობი, თუ მისი სიმაღლე და ფუძის წიბო თითოეული 10 %-ით გაიზრდება?

ა) 20% **ბ)** 21% **გ)** 22% **დ)** 18% **ე)** 25%

96. ცილინდრის ღერძული კვეთა კვადრატია, რომლის ფართობია 25. იპოვეთ ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.



ა) 5π **ბ)** 10π **გ)** 15π **დ)** 20π **ე)** 25π

97. ცილინდრის ფუძის დიამეტრია 8. ხოლო ფუძის რადიუსი შეადგენს ცილინდრის სიმაღლის 2/3 ნაწილს. ამ ცილინდრის მოცულობაა:

ა) 48π **ბ)** 96π **გ)** 132π **დ)** 100π **ე)** 64π

98. რამდენჯერაა მეტი ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის ფართობი მისი ღერძული კვეთის ფართობზე

ა) π-ჯერ **ბ)** 4-ჯერ **გ)** 2π-ჯერ **დ)** 3-ჯერ **ე)** პასუხი დამოკიდებულია ცილინდრის სიმაღლეზე

99. რამდენჯერაა მეტი ცილინდრის სრული ზედაპირის ფართობი მისი ღერძული კვეთის ფართობზე, თუ ეს უკანასკნელი კვადრატია?

ა) $\frac{3\pi}{2}$-ჯერ **ბ)** $\frac{5\pi}{2}$-ჯერ **გ)** $\frac{4\pi}{3}$-ჯერ **დ)** $\frac{2\pi}{3}$-ჯერ **ე)** 3π-ჯერ

100. როგორ შეიცვლება ცილინდრის მოცულობა, თუ ფუძის რადიუსს გავზრდით ორჯერ და სიმაღლეს შევამცირებთ ორჯერ?

ა) უცვლელი დარჩება **ბ)** გაიზრდება 2-ჯერ **გ)** შემცირდება 2-ჯერ
დ) გაიზრდება 4-ჯერ **ე)** შემცირდება 4-ჯერ

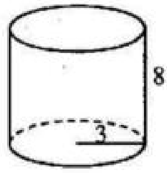
101. ცილინდრის სიმაღლე ფუძის რადიუსის ტოლია. რამდენჯერაა მეტი ცილინდრის სრული ზედაპირის ფართობი მისი გვერდითი ზედაპირის ფართობზე?

ა) 2-ჯერ **ბ)** 1,5-ჯერ **გ)** 2,5-ჯერ **დ)** 3-ჯერ **ე)** 4-ჯერ

102. ცილინდრის ღერძული კვეთა არის კვადრატი, რომლის დიაგონალის სიგრძეა $6\sqrt{2}$. იპოვეთ ცილინდრის მოცულობა.

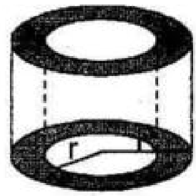
ა) 45π **ბ)** 48π **გ)** 54π **დ)** 60π **ე)** 64π

103. მოცემულია ხუთი ფანქარი სიგრძით: 6 სმ, 8,5 სმ, 9 სმ, 10,5 სმ 12 სმ. რამდენი მათგანი არ ეტევა მთლიანად ცილინდრის შიგნით?



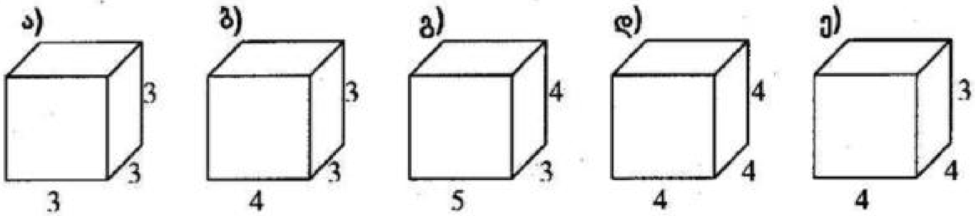
ა) 1 ბ) 2 გ) 3 დ) 4 ე) 5

104. ლითონის სხეულს ნახაზზე მოცემული ფორმა აქვს (R რადიუსის ცილინდრიდან ამოჭრილია r რადიუსის მქონე მცირე ცილინდრი). რისი ტოლია $\frac{R}{r}$, თუ მოცემული სხეულის მოცულობა მცირე ცილინდრის მოცულობის ტოლია?

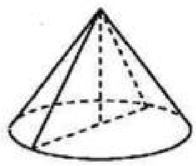


ა) 2 ბ) 4 გ) 2,5 დ) 3 ე) $\sqrt{2}$

105. რომელი მართკუთხა პარალელეპიპედის მოცულობაა ყველაზე ახლოს იმ ცილინდრის მოცულობასთან, რომლის რადიუსია 2 და სიმაღლე 4? (ფიგურები არ არის დახაზული მასშტაბის დაცვით)



106. კონუსის სიმაღლეა 3 სმ, მოცულობა – 27π სმ^3. რისი ტოლია კონუსის მსახველი?



ა) $3\sqrt{3}$ სმ ბ) 4 სმ გ) 6 სმ დ) $3\sqrt{2}$ სმ ე) 9 სმ

107. კონუსის მსახველია 6 სმ, გვერდითი ზედაპირის ფართობი – $18\sqrt{3}\pi$ სმ^2. იპოვეთ კონუსის სიმაღლე.

ა) $3\sqrt{3}$ სმ ბ) $3\sqrt{2}$ სმ გ) 3 სმ დ) $\sqrt{3}$ სმ ე) 4 სმ

108. კონუსის სიმაღლეა 3 სმ, მოცულობა კი 9π სმ^3. იპოვეთ კუთხე, რომელსაც კონუსის მსახველი ფუძის სიბრტყესთან ადგენს.

ა) 30° ბ) 45° გ) 60° დ) 75° ე) პასუხი განსხვავებულია ჩამოთვლილთაგან

109. კონუსის ღერძითი კვეთაა ტოლგვერდა სამკუთხედი. ფუძის რადიუსია 3. ამ კონუსის სრული ზედაპირის ფართობია:

ა) 18π ბ) 27π გ) $36\sqrt{3}\pi$ დ) $18\sqrt{3}\pi$ ე) $9\sqrt{3}\pi$

110. კონუსის ღერძული კვეთა მართკუთხა სამკუთხედია, რომლის ფართობია 4,5 სმ^2. იპოვეთ კონუსის მოცულობა.

ა) $2\sqrt{2}\pi$ სმ^3 ბ) $\frac{9\sqrt{2}}{4}\pi$ სმ^3 გ) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ სმ^3 დ) 3π სმ^3 ე) 4 სმ^3

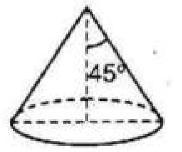
111. კონუსის ღერძითი კვეთაა მართკუთხა სამკუთხედი. კონუსის ფუძის რადიუსია 3. ამ კონუსის მოცულობაა:

ა) $9\sqrt{2}\,\pi$ ბ) $18\sqrt{2}\,\pi$ გ) 9π დ) 27π ე) 18π

112. კონუსის ფუძის წრეწირის სიგრძეა 8π, სიმაღლე კი 3. იპოვეთ კონუსის მოცულობა.

ა) 24π ბ) 20π გ) 16π დ) 12π ე) 8π

113. კონუსის მსახველი სიმაღლესთან 45°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ ფუძის რადიუსი, თუ კონუსის მოცულობაა 9π.



ა) 5 ბ) 4 გ) 3 დ) 6 ე) 2

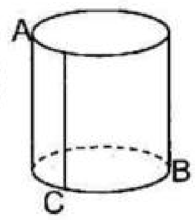
114. კონუსის ფუძის წრეწირის სიგრძეა 12π, ხოლო კონუსის მოცულობაა 24π. იპოვეთ კონუსის ღერძული კვეთის ფართობი.

ა) 8 ბ) 10 გ) 16 დ) 14 ე) 12

115. კონუსის ღერძული კვეთა წესიერი სამკუთხედია. იპოვეთ კონუსის გვერდითი ზედაპირისა და ფუძის ფართობების შეფარდება.

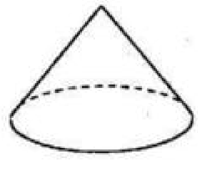
ა) 2:1 ბ) 3:1 გ) 3:2 დ) 4:3 ე) 5:3

116. A და B წერტილები ცილინდრის ღერძული კვეთის დიაგონალის ბოლოებია. ცილინდრი გაჭრეს C წერტილზე გამავალ მსახველზე და მიიღეს ცილინდრის შლილი. იპოვეთ მანძილი A და B წერტილებს შორის შლილის სიბრტყეზე, თუ ცილინდრის ფუძის წრეწირის სიგრძეა 12, ცილინდრის სიმაღლე კი 8.



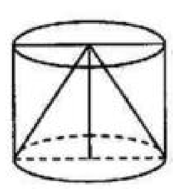
ა) 10 ბ) 5π გ) 10π დ) 8 ე) $\sqrt{64-\frac{144}{\pi^2}}$

117. წყლით სავსე კონუსის ფორმის ჭურჭელი ძევს ისე, როგორც ნახაზზეა ნაჩვენები. წყლის საწყისი მოცულობის რა ნაწილი დარჩება კონუსში, თუ მასში წყლის დონეს 2-ჯერ შევამცირებთ?



ა) $\frac{1}{3}$ ბ) $\frac{1}{2}$ გ) $\frac{7}{8}$ დ) $\frac{5}{8}$ ე) $\frac{2}{3}$

118. იმ კონუსის მოცულობა, რომლის ფუძე მოცემული ცილინდრის ერთ ფუძეს ემთხვევა, წვერო კი იმავე ცილინდრის მეორე ფუძის ცენტრია, 5-ის ტოლია. იპოვეთ ცილინდრის მოცულობა.



ა) 25 ბ) 20 გ) 15 დ) 12 ე) 18

119. იპოვეთ ბირთვის მოცულობა, თუ მისი ზედაპირის ფართობია 64π.

ა) $\frac{128}{3}\pi$ ბ) $\frac{256}{3}\pi$ გ) 120π დ) 98π ე) 100π

120. სფეროს ზედაპირის ფართობია 196π. იპოვეთ სფეროს რადიუსი.

ა) 4 ბ) 5 გ) 6 დ) 7 ე) 8

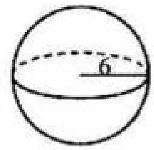
121. რამდენჯერ შემცირდება კონუსის მოცულობა, თუ მის სიმაღლეს 2-ჯერ, ხოლო დიამეტრს 3-ჯერ შევამცირებთ.

ა) 3-ჯერ ბ) 6-ჯერ გ) 18-ჯერ დ) 12-ჯერ ე) 16-ჯერ

122. კონუსის სიმაღლე 56,25%-ით გაზარდეს. რამდენი პროცენტით უნდა შევამციროთ კონუსის რადიუსი, რომ მოცულობა არ შეიცვალოს?

ა) 55% ბ) 50% გ) 25% დ) 20% ე) 10%

123. სფეროს რადიუსია 6 სმ. რისი ტოლია იმ კუბების შორის უმცირესი მოცულობა, რომელსაც შეუძლია მთლიანად ჩაიტიოს ეს სფერო?



ა) 625 სმ^3 ბ) 2500 სმ^3 გ) 1641 სმ^3 დ) 12500 სმ^3 ე) 1728 სმ^3

124. რამდენი პროცენტით უნდა შევამციროთ ბირთვის რადიუსი, რომ მისი მოცულობა 87,5%-ით შემცირდეს?

ა) 50% ბ) 45% გ) 40% დ) $33\frac{1}{3}$% ე) 25%

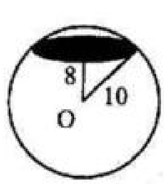
125. ბირთვის ზედაპირის შესაღებად 10 კგ საღებავი დაიხარჯა. 3-ჯერ ნაკლები რადიუსის მქონე რამდენ ბირთვს შეღებავს 90 კგ საღებავი.

ა) 10 ბ) 27 გ) 64 დ) 72 ე) 81

126. საღებავი საკმარისია R რადიუსიანი სფეროს შესაღებად. რამდენი $\frac{R}{10}$ რადიუსიან სფეროს შეღებვა შეიძლება იგივე რაოდენობის საღებავით?

ა) 10 ბ) 50 გ) 25 დ) 100 ე) 75

127. ბირთვი, რომლის რადიუსია 10 სმ, გადაკვეთილია სიბრტყით, რომელიც ცენტრიდან დაშორებულია 8 სმ მანძილით. იპოვეთ კვეთაში მიღებული წრის ფართობი.



ა) 25 სმ^2 ბ) 30 სმ^2 გ) 36 სმ^2 დ) 30π სმ^2 ე) 36π სმ^2

128. კუბის ფორმის ჭურჭელი, რომლის წიბოა 30 სმ, წყლითაა სავსე. მასში ჩაუშვეს 10 სმ რადიუსის მქონე ფოლადის ბირთვი. რამდენი ლიტრი წყალი დარჩა ჭურჭელში?

ა) $27-\frac{4\pi}{3}$ ბ) 27 გ) $27-\frac{\pi}{3}$ დ) 8 ე) $8-\frac{4\pi}{3}$

129. რისი ტოლია უდიდესი მონაკვეთის სიგრძე, რომელიც შეიძლება მოთავსდეს ცილინდრში, რომლის ფუძის რადიუსია 2 სმ, სიმაღლე კი 3 სმ?

ა) $\sqrt{7}$ სმ ბ) 10 სმ გ) 4 სმ დ) 4,5 სმ ე) 5 სმ

130. მოცემულია წრე. ყველა ისეთი M წერტილის სიმრავლე, რომელთათვის კონუსის მოცულობა, რომლის ფუძეა მოცემული წრე და წვერო M წერტილშია, არ არის ნაკლები 1-ზე, არის

ა) წრფე ბ) სხივი გ) მონაკვეთი დ) წერტილი ე) არც ერთი ჩამოთვლილთაგან

131. მოცემულია წრე. ყველა ისეთი M წერტილის სიმრავლე, რომელთათვის კონუსის მოცულობა, რომლის ფუძეა მოცემული წრე და წვერო M წერტილშია, ნაკლებია ან ტოლი 1-ზე, არის

ა) წრფე ბ) სხივი გ) მონაკვეთი დ) წერტილი ე) არც ერთი ჩამოთვლილთაგან

ნაწილი III

ბილეთი № 1

1. თუ $\frac{0,036\cdot 10^a}{0,009\cdot 10^b}=4\cdot 10^5$, მაშინ $a-b$ ტოლია

ა) 2 **ბ)** 1 **გ)** 10 **დ)** 5 **ე)** 4

2. რომბის დიაგონალი ამავე რომბის გვერდის ტოლია. რისი ტოლია რომბის მახვილი კუთხე?

ა) 30^0 **ბ)** 40^0 **გ)** 45^0 **დ)** 50^0 **ე)** 60^0

3. 6-მა ავტომობილმა 5 სთ მოძრაობით დახარჯა 480 ლ ბენზინი. თუ ბენზინის მოხმარება არ შეიცვლება რამდენ ლიტრს დახარჯავს 8 სთ-ში 7 ავტომობილი?

ა) 800 **ბ)** 768 **გ)** 864 **დ)** 896 **ე)** 560

4. დათვალეს კალათბურთელის მიერ დაგროვილი ქულები. აღმოჩნდა რომ მან z ტაიმში საშუალოდ დააგროვა p ქულა. ამის შემდეგ მან კიდევ ითამაშა და ერთ ტაიმში დააგროვა q ქულა. კალათბურთელის მიერ საშუალოდ ერთ ტაიმში დაგროვებული ქულების რაოდენობა ტოლია

ა) $\frac{p+q}{z}$ **ბ)** $\frac{zp+q}{z+1}$ **გ)** $pz+q$ **დ)** $p+z+q$ **ე)** $p\frac{z+q}{z+1}$

5. n-ის რომელი მნიშვნელობისათვის არის ყველაზე დიდი $(-0,5)^n$ გამოსახულების მნიშვნელობა?

ა) 5 **ბ)** 4 **გ)** 3 **დ)** 2 **ე)** 1

6. თუ $w+2x=150$, $2w+3y=100$, $x+3z=50$, მაშინ რისი ტოლია $w+x+y+z$?

ა) 12,5 **ბ)** 20 **გ)** 50 **დ)** 100 **ე)** 75

7. თუ $-2<p<3$ და $-1<q<0$ მაშინ

ა) $-2<p-q<4$ **ბ)** $-2<p-q<7$ **გ)** $-3<p-q<4$ **დ)** $-3<p-q<7$ **ე)** $-1<p-q<4$

8. თუ $x=\frac{x-6}{x+6}$, მაშინ x^2+5x+6 ტოლია

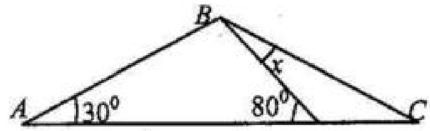
ა) -3 **ბ)** -2 **გ)** 0 **დ)** 2 **ე)** 3

9. p, q და z არანულოვანი რიცხვებია და $p=q-z$. შემდეგი გამოსახულებებიდან რომელია აუცილებლად ნული?

ა) $p-z$ ბ) $\dfrac{p+z-1}{q}$ გ) $\dfrac{p+z}{q}-1$ დ) $p-(q+z)$ ე) $\dfrac{p+q}{z}-1$

10. ნახაზზე $AB=BC$. რისი ტოლია x.

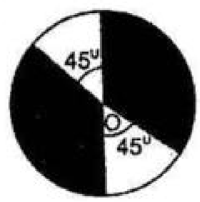
ა) 50^0 ბ) 30^0 გ) 40^0 დ) 60^0 ე) 70^0



11. $y=3x+6$ და $y=-2x-4$ წრფეების გადაკვეთის წერტილია

ა) (2;0) ბ) (0;–2) გ) (–2;0) დ) (0;2) ე) (1;5)

12. O წრეწირის ცენტრია. მთელი წრის რამდენი პროცენტია გაუქებული?



ა) 50% ბ) 20% გ) 80% დ) 25% ე) 75%

13. $2|2-\sqrt{3}|+|1-2\sqrt{3}|$ გამოსახულება ტოლია

ა) $4\sqrt{3}$ ბ) 3 გ) $\sqrt{3}$ დ) 5 ე) $5-4\sqrt{3}$

14. რისი ტოლია $\left(3+2^{\log_4 9}\right)^{\log_6 2}$?

ა) 3 ბ) 6 გ) 4 დ) 2 ე) 9

15. $y=x^2-5x+c$ ფუნქციის გრაფიკი ორდინატთა ღერძს კვეთს (0;4) წერტილში. რომელ წერტილებში კვეთს იგი აბსცისათა ღერძს?

ა) (1;0), (5;0) ბ) (0;1), (0;4) გ) (1;0), (4;0) დ) (0;0), (4;0) ე) (–1;0), (–4;0)

16. $|x-4|<3$ უტოლობის ამონახსნია

ა) (2;4) ბ) $(-\infty;7)$ გ) $(1;+\infty)$ დ) $(-\infty;3)$ ე) (1;7)

17. $y=-x+4$ წრფითა და საკოორდინატო ღერძებით შემოსაზღვრული ფიგურის ფართობია

ა) 4 **ბ)** 8 **გ)** 16 **დ)** 2 **ე)** 10

18. $\dfrac{\cos\alpha tg\alpha}{\sin^2\alpha}-\dfrac{\cos\alpha}{tg\alpha}$ გამოსახულება ტოლია

ა) $\sin^2\alpha$ **ბ)** $\cos\alpha$ **გ)** $\sin\alpha$ **დ)** $\cos^2\alpha$ **ე)** $tg\alpha$

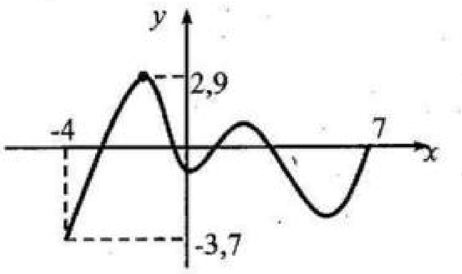
19. $\dfrac{x^2-5x+6}{|x|+7}\leq 0$ უტოლობის უდიდესი მთელი ამონახსნია

ა) 2 **ბ)** 3 **გ)** 1 **დ)** 5 **ე)** 4

20. $2^{-x^2+7x}=4^{x+2}$ განტოლების ამონახსნთა ჯამია

ა) 2 **ბ)** 3 **გ)** 2,5 **დ)** 4 **ე)** 5

21. ნახაზზე მოცემულია $[-4;7]$ მონაკვეთზე განსაზღვრული $y=f(x)$ ფუნქციის გრაფიკი. რამდენ განსხვავებულ მთელ მნიშვნელობას ღებულობს ეს ფუნქცია?

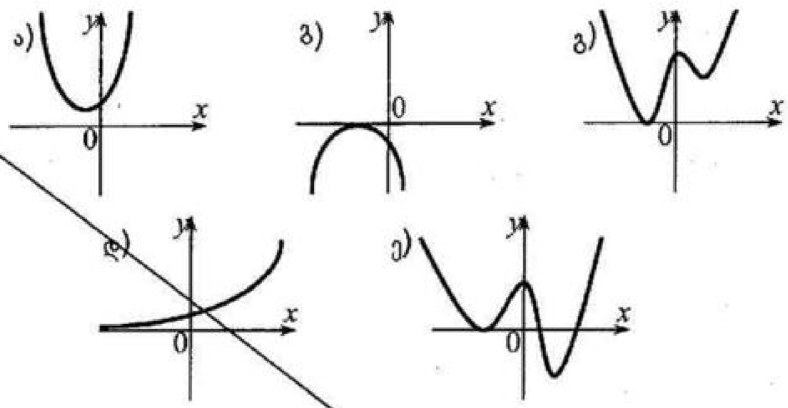


ა) 5 **ბ)** 4 **გ)** 3 **დ)** 2 **ე)** 6

22. შემთხვევითი ექსპერიმენტი მდგომარეობს ორი კამათლის გაგორებაში. რისი ტოლია ალბათობა იმისა, რომ ერთ კამათელზე მაინც მოვა 6-იანი?

ა) $\frac{1}{2}$ **ბ)** $\frac{1}{6}$ **გ)** $\frac{1}{3}$ **დ)** $\frac{11}{36}$ **ე)** $\frac{1}{5}$

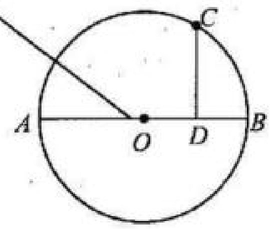
23. $f(x)\leq 0$ უტოლობის ამონახსნია ერთადერთი რიცხვი. რომელი შეიძლება იყოს $f(x)$ ფუნქციის გრაფიკი?



24. $\begin{cases} |x|=5 \\ x+y=7 \end{cases}$ სისტემის ამონახსნია

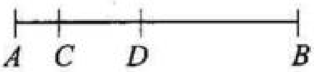
ა) (5;–5) **ბ)** (5;2) **გ)** (5;2), (–5;12) **დ)** (–5;12), (–5;2) **ე)** (–5;–2)

25. წრეწირის C წერტილიდან AB დიამეტრზე დაშვებულია CD მართობი, ისე, რომ AD=20, BD=5. რისი ტოლია CD?



ა) 12,5 **ბ)** 20 **გ)** 15 **დ)** 10 **ე)** 18

26. AB მონაკვეთის სიგრძეა 21 სმ. მას C და D წერტილები ყოფს შეფარდებით 1:2:4. რისი ტოლია მანძილი AC და BD მონაკვეთების შუაწერტილებს შორის.



ა) 8 **ბ)** 15 **გ)** 6 **დ)** 12 **ე)** 13.5

27. მუდმივი სიჩქარით მოძრავმა ავტომობილმა რაღაც დროში გაიარა 80 კმ. რა მანძილს გაივლის იგი ორჯერ მეტ დროში, თუ სიჩქარეს 3-ჯერ გაადიდებს?

ა) 120 **ბ)** 240 **გ)** 480 **დ)** 300 **ე)** 160

28. რას უდრის გეომეტრიული პროგრესიის მეორე წევრი, თუ b_1=3 და b_6=96?

ა) 8 **ბ)** 24 **გ)** 12 **დ)** 9 **ე)** 6

29. კუბის დიაგონალის სიგრძე, თუ მისი ფუძის დიაგონალია 8, არის

ა) $4\sqrt{6}$ **ბ)** $4\sqrt{3}$ **გ)** $4\sqrt{2}$ **დ)** $8\sqrt{6}$ **ე)** $8\sqrt{2}$

30. მას შემდეგ რაც ცარიელ ცისტერნაში ჩაასხეს 41 ტ ნავთობი, შეუვსებელი დარჩა მისი 18%. რამდენ ტონა ნავთობს იტევს ცისტერნა?

ა) 44 ბ) 48 გ) 50 დ) 60 ე) 64

31. იპოვეთ არითმეტიკული პროგრესიის პირველი ცხრამეტი წევრის ჯამი, თუ

$$a_4+a_8+a_{12}+a_{16}=\frac{100}{19}.$$

32. x-ის რომელი მნიშვნელობებისათვის არ არის განსაზღვრული გამოსახულება:

$$\lg(x^2-20x+100).$$

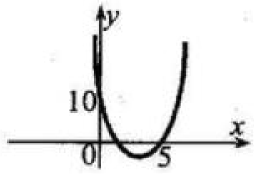
33. ამოხსენით განტოლება:

$$\sin x+\sin(x+4\pi)=2.$$

34. გარკვეული თანხით აპირებენ რამდენიმე ტონა შაქრის ყიდვას. შაქრის 25%-ით გაძვირების გამო, იგივე თანხით იყიდეს ერთი ტონით ნაკლები შაქარი. რამდენი ტონა შაქარი იყიდეს?

35. ტოლფერდა ტრაპეციაში დიაგონალი მახვილ კუთხეს შუაზე ყოფს. იპოვეთ ტრაპეციის შუახაზი, თუ დიდი გვერდია 18, ტრაპეციის პერიმეტრი კი 48.

36. ნახაზზე მოცემულია $f(x)=x^2+bx+c$ ფუნქციის გრაფიკი. ამოხსენით $f(x)\le 0$ უტოლობა.

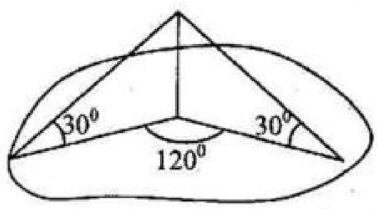


37. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის გვერდითი წიბო ფუძის სიბრტყესთან ქმნის 60^0-იან კუთხეს. ფუძის გვერდია $\sqrt[4]{7}$. იპოვეთ პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

38. ამოხსენით უტოლობა:

$$(4x^2-12x+9)\log_{\frac{\sqrt{2}}{3}}\sqrt[3]{12}\ge 0.$$

39. სიბრტყიდან 12 მ-ით დაშორებული წერტილიდან, ამ სიბრტყისადმი გავლებულია ორი დახრილი. თითოეული მათგანი სიბრტყესთან ქმნის 30^0-იან კუთხეს, მათი გეგმილები კი ერთმანეთთან 120^0-იან კუთხეს. იპოვეთ მანძილი დახრილთა ბოლოებს შორის.



40. ამოხსენით განტოლება ნატურალურ რიცხვებში

$$x^2-y^2=47.$$

ბილეთი № 2

1. სულ რამდენი მთელი რიცხვია 8,5-სა და $\dfrac{41}{4}$-ს შორის?

ა) 1 **ბ)** 2 **გ)** 3 **დ)** 4 **ე)** არცერთი

2. სულ რამდენი ათეულია 3027-ში?

ა) 30 **ბ)** 31 **გ)** 300 **დ)** 302 **ე)** 3000

3. a რიცხვის 11-ზე გაყოფისას მიიღება ნაშთი 8; b რიცხვის 11-ზე გაყოფისას კი 3. რა იქნება ნაშთი $a+b$ რიცხვის 11-ზე გაყოფისას?

ა) 2 **ბ)** 5 **გ)** 9 **დ)** 10 **ე)** 0

4. რისი ტოლია $6\dfrac{5}{22}-5\dfrac{3}{11}$?

ა) $1\dfrac{21}{22}$ **ბ)** $\dfrac{2}{11}$ **გ)** $\dfrac{21}{22}$ **დ)** $\dfrac{2}{11}$ **ე)** $1\dfrac{1}{11}$

5. მგზავრმა გაიარა 18 კმ, რაც მის მიერ გასავლელი გზის 60%-ია. რამდენი კილომეტრი უნდა გაევლო მგზავრს?

ა) 30 **ბ)** 24 **გ)** 27 **დ)** 28 **ე)** 36

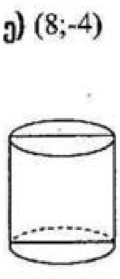
6. $|x-3|\le 0$ უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლეა

ა) $(-\infty;+\infty)$ **ბ)** $\varnothing$ **გ)** $\{-3;3\}$ **დ)** $\{0\}$ **ე)** $\{3\}$

7. მოცემულია $A(-3;2)$ და $B(5;0)$ წერტილები. იპოვეთ $-2\overrightarrow{BA}$ ვექტორი.

ა) (16;-4) **ბ)** (-16;4) **გ)** (4;-16) **დ)** (-16;-4) **ე)** (8;-4)

8. ცილინდრის ღერძული კვეთა კვადრატია. იპოვეთ ცილინდრის სიმაღლე, თუ ფუძის რადიუსია 4 სმ.



ა) 4 სმ **ბ)** 6 სმ **გ)** 8 სმ **დ)** 10 სმ **ე)** 12 სმ

9. რისი ტოლია $2\sqrt{18}-\sqrt{50}$?

ა) $2\sqrt{2}$ **ბ)** $3\sqrt{2}$ **გ)** $-3\sqrt{2}$ **დ)** 1 **ე)** $\sqrt{2}$

10. ABC სამკუთხედში $AB=BC=10$ სმ, $AC=12$ სმ. მაშინ $\cos\angle C$ ტოლია?

ა) $\frac{1}{2}$ **ბ)** $\frac{3}{5}$ **გ)** $\frac{4}{5}$ **დ)** $\frac{5}{6}$ **ე)** $\frac{\sqrt{3}}{2}$

11. რისი ტოლია $\dfrac{15\sin^2 15^0+15\cos^2 15^0}{3\sin^2 3^0+3\cos^2 3^0}$ გამოსახულების მნიშვნელობა?

ა) 45 **ბ)** 12 **გ)** 1 **დ)** 10 **ე)** 5

12. $f(x)=\log_{0,2}(x^2-2x)$ ფუნქციის განსაზღვრის არეა

ა) $(-\infty;-2)\cup(0;+\infty)$ **ბ)** $(0;2)$ **გ)** $[0;2]$ **დ)** $(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$ **ე)** $(-\infty;0]\cup[2;+\infty)$

13. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის სიმაღლეა 15 სმ. რისი ტოლი იქნება ისეთი მართკუთხა პარალელეპიპედის სიმაღლე, რომლის ფუძის ფართობი და მოცულობა შესაბამისად პირამიდის ფუძის ფართობის და მოცულობის ტოლია?

ა) 5 სმ **ბ)** 8 სმ **გ)** 3 სმ **დ)** 1,5 სმ **ე)** 15 სმ

14. თუ მიმდევრობის ზოგადი წევრია $a_n=3+\dfrac{5n}{17}$, მაშინ ამ მიმდევრობის უმცირესი მთელი წევრია

ა) 13 **ბ)** 10 **გ)** 17 **დ)** 8 **ე)** 3

15. რომელ საკოორდინატო მეოთხედში არ გაივლის წრფე, რომლის განტოლებაა $2y-3x=14$?

ა) I **ბ)** II **გ)** IV **დ)** III **ე)** III და IV

16. $y=-2x^2+2$ პარაბოლის წვეროს კოორდინატების ჯამია

ა) 0 **ბ)** 2 **გ)** 4 **დ)** -4 **ე)** -1

17. რისი ტოლია $2^{3-\log_2 0,2}$?

ა) 16 **ბ)** 40 **გ)** 4 **დ)** 0,25 **ე)** 7

18. $3^x = \frac{1}{\sqrt[3]{81}}$ განტოლების ამონახსნია

ა) $-\frac{4}{3}$ ბ) $\frac{4}{3}$ გ) $-\frac{3}{4}$ დ) $\frac{3}{4}$ ე) 3

19. მართკუთხა სამკუთხედის კათეტებია 3 და 4. მაშინ ამ სამკუთხედში ჰიპოტენუზაზე დაშვებული სიმაღლე ტოლია

ა) 2,4 ბ) 5 გ) 1,2 დ) 3,6 ე) 6

20. ეტლის წინა ბორბლის წრეწირის სიგრძეა 2 მ. უკანა ბორბლის კი – 3 მ. რამდენ ბრუნს გააკეთებს წუთში გზაზე მიმავალი ეტლის უკანა ბორბალი, თუ მისი წინა ბორბალი წუთში აკეთებს 120 ბრუნს?

ა) 60 ბ) 80 გ) 180 დ) 70 ე) 120

21. $\frac{ax+ay-bx-by}{ax-ay-bx+by}$ გამოსახულება ტოლია

ა) $\frac{x+y}{x-y}$ ბ) $\frac{a-b}{a+b}$ გ) $\frac{x-y}{x+y}$ დ) $\frac{a+b}{a-b}$ ე) 1

22. წრეწირის სიგრძეა 10π სმ. იმ წრის ფართობი, რომლის რადიუსი ორჯერ მეტია მოცემული წრეწირის რადიუსზე, ტოლია

ა) 25π სმ ბ) $25\pi^2$ სმ გ) $100\pi^2$ სმ დ) 20π სმ ე) 100π სმ

23. მართკუთხედის სიგრძე გაადიდეს 10%-ით, სიგანე 20%-ით. რამდენი პროცენტით გაიზარდა ფართობი?.

ა) 25% ბ) 15% გ) 3,2% დ) 32% ე) 0,32%

24. 15; 8; m ; 9; 4 რიცხვითი მონაცემების საშუალო არითმეტიკული 10-ის ტოლია. იპოვეთ მედიანა.

ა) 14 ბ) 9,5 გ) 9 დ) 10 ე) 15

25. ტოლგვერდა სამკუთხედის გვერდი, თუ მისი სიმაღლეა $\sqrt{3}$, არის

ა) $\frac{3}{2}$ ბ) 1 გ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ დ) 3 ე) 2

26. ჯეოსელი

2007 წლის ბოლოს Zoom კლუბის წევრი საშუალოდ მოიხმარდა 5 მბ WAP GPRS და 30 მბ Internet GPRS თვეში. 2008 წლის ბოლოსთვის მთლიანობაში GPRS-ის მოხმარება გაზარდეს 2-ჯერ, ამასთან WAP GPRS-ის მოხმარებამ მოიმატა 5-ჯერ. რამდენი პროცენტით გაიზარდა InternetGPRS-ის მოხმარება?

ა) 15% ბ) 100% გ) 40% დ) 60% ე) 50%

27. თუ x-ის, y-ის და 30-ის საშუალო არითმეტიკულია 10, მაშინ რისი ტოლია x-ის და y-ის საშუალო არითმეტიკული?

ა) 15 ბ) 10 გ) 30 დ) 0 ე) 5

28. ყუთში არის 9 წითელი და 6 თეთრი ბურთულა. ყუთში ჩაუხედავად სულ მცირე რამდენი ბურთულა უნდა ამოვიღოთ, რომ ხელში გვქონდეს ორივე ფერის ბურთულა?

ა) 10 ბ) 7 გ) 15 დ) 6 ე) 9

29. რას უდრის კუთხე, თუ იგი თავისი მოსაზღვრე კუთხის $\frac{2}{3}$-ია?

ა) 80^0 ბ) 90^0 გ) 36^0 დ) 72^0 ე) 108^0

30. სამკუთხედის კუთხეები ისე შეეფარდება ერთმანეთს როგორც 1:2:3. უმცირესი გვერდის სიგრძეა 3 სმ. უდიდესი გვერდი ტოლია

ა) 5 სმ ბ) 6 სმ გ) 7 სმ დ) 8 სმ ე) 10 სმ

31. ამოხსენით უტოლობა $1 \le \frac{2-x}{x+1} \le 2$.

32. ამოხსენით განტოლება $\log_3(3^x - 6) = x - 1$.

33. არითმეტიკული პროგრესიის მესამე წევრია 9; მეშვიდე და მეორე წევრების სხვაობაა 20. პირველიდან დაწყებული რამდენი წევრი უნდა ავიღოთ ამ პროგრესიიდან, რომ მათი ჯამი იყოს 91.

34. იპოვეთ განსაზღვრის არე: $y = \sqrt{9 - x^2} + \frac{1}{x^2 - 1}$.

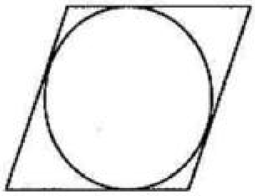
35. მოცემულია ორი პარაბოლა, რომლებსაც საერთო წვერო აქვთ. პარაბოლების განტოლებებია $y=2x^2+4x+c$ და $y=-x^2+bx+2$. იპოვეთ b და c კოეფიციენტების მნიშვნელობები.

36. A და B ქალაქებს შორის მანძილის გავლას იქეთ-აქეთ ავტობუსმა მოანდომა 5 სთ და 50 წთ. A-დან B-სკენ იგი მოძრაობდა 60 კმ/სთ სიჩქარით, ხოლო B-დან A-სკენ 80 კმ/სთ სიჩქარით. რა დრო მოანდომა ავტობუსმა B-დან A-ში ჩასვლას.

37. ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძეა 120, ხოლო ფართობი 4800. იპოვეთ ფერდზე დაშვებული სიმაღლე.

38. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის დიაგონალი, რომლის სიგრძეა $6\sqrt{2}$, პირამიდის გვერდითი წიბოს ტოლია. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

39. რომბის პერიმეტრია 8 სმ. ხოლო მასში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი 0,5 სმ. იპოვეთ რომბის ბლაგვი კუთხე.



40. იპოვეთ $x^2y=100$ განტოლების ყველა მთელი ამონახსნი.

ბილეთი №3

1. $1+\frac{5}{10}+\frac{3}{100}+\frac{9}{1000}=$

ა) 1,539 **ბ)** 1,5309 **გ)** 1,5039 **დ)** 1,50309 **ე)** 1,05039

2. n-ის რამდენი მთელი მნიშვნელობა არსებობს, რომლისთვისაც $\frac{5n^2+2n+3}{n}$ გამოსახულება მთელი რიცხვია?

ა) 6 **ბ)** 5 **გ)** 4 **დ)** 3 **ე)** 2

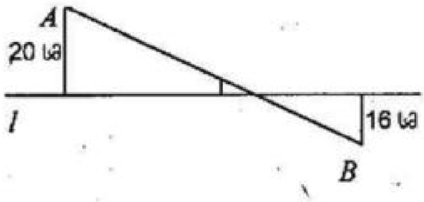
3. მგზავრმა გზის $\frac{3}{8}$ ნაწილი 6 საათში გაიარა. რამდენ საათში გაივლიდა ის დარჩენილ ნაწილს, თუ სიჩქარე 2-ჯერ გაზარდა?

ა) $\frac{5}{3}$ **ბ)** 5 **გ)** 6 **დ)** 3 **ე)** 4

4. x-ის რა მნიშვნელობისთვისაა $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{2}}{x-2}$ გამოსახულების მნიშვნელობა უდიდესი?

ა) 0 **ბ)** 8 **გ)** 4 **დ)** 1 **ე)** 3

5. A და B წერტილებიდან მანძილები l წრფემდე შესაბამისად 20 სმ-ისა და 16 სმ-ის ტოლია. რისი ტოლია მანძილი AB მონაკვეთის შუაწერტილიდან l წრფემდე?



ა) 4 სმ **ბ)** 2 სმ **გ)** 11 სმ **დ)** 6 სმ **ე)** 10 სმ

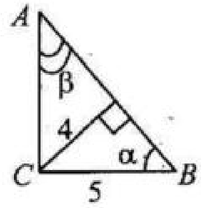
6. რომელ საკოორდინატო მეოთხედებშია მოთავსებული $y=(1-\sqrt{2})x$ ფუნქციის გრაფიკი?

ა) I და III **ბ)** II და IV **გ)** I, III და IV **დ)** II, III და IV **ე)** I და IV

7. მოცემულია $x=\frac{5}{9}n^5n^{-7}$. როგორ შეიცვლება x, თუ n-ის მნიშვნელობას გავზრდით 6-ჯერ?

ა) შემცირდება 36-ჯერ **ბ)** შემცირდება 324-ჯერ **გ)** გაიზრდება 6-ჯერ
დ) გაიზრდება 36-ჯერ **ე)** შემცირდება 6-ჯერ

8. ნახაზზე გამოსახულ ABC მართკუთხა სამკუთხედში C მართი კუთხის წვეროდან დაშვებული სიმაღლე 4-ის ტოლია, BC კათეტი 5-ის. რისი ტოლია $\mathrm{tg}(\alpha-\beta)$, თუ α და β მოცემული მართკუთხა სამკუთხედის მახვილი კუთხეებია?



ა) $\frac{24}{7}$ ბ) $\frac{7}{24}$ გ) $\frac{4}{5}$ დ) $\frac{3}{4}$ ე) $\frac{4}{3}$

9. უდიდესი უარყოფითი კუთხე, რომლის სინუსი 1-ის ტოლია, არის

ა) -180° ბ) -90° გ) -135° დ) -270° ე) -120°

10. სულ რამდენი სიმეტრიის ღერძი აქვს რომბს?

ა) 1 ბ) 2 გ) 3 დ) 4 ე) 6

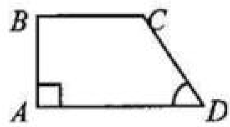
11. $1-\log_5(x+3)=\log_5 2$ განტოლების ამონახსნია

ა) $\frac{1}{2}$ ბ) $-\frac{1}{2}$ გ) -1 დ) 1 ე) $\frac{3}{5}$

12. ქაღალდის ფურცელი 4 ნაწილად დაჭრეს, შემდეგ ზოგი მათგანი ისევ 4 ნაწილად დაჭრეს, ამ წესით მიიღეს y ცალი ქაღალდის ნაჭერი. რისი ტოლი შეიძლება იყოს y?

ა) 18 ბ) 17 გ) 19 დ) 13 ე) 22

13. $ABCD$ მართკუთხა ტრაპეციაში $AD+BC=20$, $AB+CD=18$ და $\angle CDA=30^0$. რისი ტოლია ტრაპეციის ფართობი?



ა) 120 ბ) 60 გ) 180 დ) 90 ე) 80

14. არითმეტიკულ პროგრესიაში მეცხრე წევრი 29-ის ტოლია, პირველი 11 წევრის ჯამია 187. მაშინ მეცხრე, მეთერთმეტე და მეთვრამეტე წევრების ჯამია

ა) 210 ბ) 216 გ) 131 დ) 204 ე) 156

15. $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{\cos x-1}$ ფუნქციის უდიდეს და უმცირეს მნიშვნელობათა ჯამია

ა) $\frac{1}{4}$ ბ) $\frac{1}{2}$ გ) $\frac{1}{9}$ დ) 5 ე) 0

16. არითმეტიკულ პროგრესიაში $a_{m+n}=64$ და $a_{m-n}=16$. რისი ტოლია a_m?

ა) 48 ბ) 40 გ) 32 დ) 24 ე) 20

17. რისი ტოლია $2\log_2 3+\log_2 \frac{1}{3}+\log_2 3^{-1}$?

ა) $\log_2 3$ ბ) 0 გ) 1 დ) $\log_2 9$ ე) -1

18. გვაქვს ცილინდრული ფორმის ორი ჭურჭელი. პირველი ორჯერ დაბალია მეორეზე, მაგრამ 1,5-ჯერ განიერია. რომელი უფრო მეტ წყალს იტევს და რამდენჯერ?

ა) I, 2-ჯერ ბ) II, 2-ჯერ გ) I, $\frac{9}{8}$-ჯერ დ) I, 1,5-ჯერ ე) II, 2,5-ჯერ

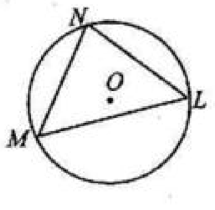
19. ავტომობილი მოძრაობს 60 კმ/სთ სიჩქარით. რამდენი კმ/სთ-ით უნდა გაიზარდოს სიჩქარე, რომ მან 1 კმ გაიაროს ნახევარი წუთით სწრაფად?

ა) 30 კმ/სთ-ით ბ) 60 კმ/სთ-ით გ) 10 კმ/სთ-ით დ) 20 კმ/სთ-ით ე) 5 კმ/სთ-ით

20. x-ის ყველა ის მნიშვნელობა, რომლისთვისაც არ არის განსაზღვრული $y=\sqrt{1-\log_3 x}+\frac{1}{(x+2)^2}$ ფუნქცია არის

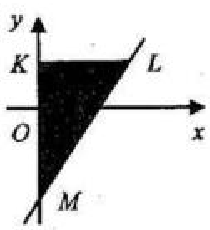
ა) $(-\infty;-2)\cup(-2;0]\cup(3;+\infty)$ ბ) $[-2;2)\cup(3;+\infty)$ გ) $[-2;2]\cup(0;3)$ დ) $(-\infty;0]\cup(3;+\infty)$ ე) $\{-2\}\cup(3;+\infty)$

21. თუ ნახაზზე მოცემული MNL სამკუთხედის უდიდესი გვერდია $ML=9$, მაშინ რისი ტოლი შეიძლება იყოს წრეწირის სიგრძე?



ა) $9{,}4\pi$ ბ) 9π გ) 8π დ) 7π ე) 6π

22. ნახაზზე მოცემული წრფის განტოლებაა $y=2x-4$. K წერტილის კოორდინატებია (0;1). იპოვეთ S_{KLM}, თუ $KL\perp MK$

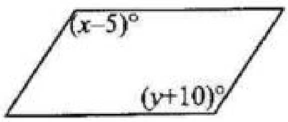


ა) 10 ბ) $\frac{5}{2}$ გ) $\frac{25}{2}$ დ) $\frac{25}{4}$ ე) 8

23. ჩაწერეთ ორობით სისტემაში 129.

ა) 10000001 ბ) 110001 გ) 100101 დ) 1000001 ე) 1010101

24. ნახაზზე გამოსახულია პარალელოგრამი და მისი ორი კუთხის გრადუსული ზომები. თუ $x+y=195°$, მაშინ x ტოლია



ა) 150° **ბ)** 120° **გ)** 110° **დ)** 100° **ე)** 105°

25. თუ $f(x)=0$ განტოლების ფესვებია 1 და –2, მაშინ რისი ტოლია $f(-2x)=0$ განტოლების ფესვები?

ა) 1 და –2 **ბ)** $-\frac{1}{2}$ და 1 **გ)** $\frac{1}{2}$ და –1 **დ)** 2 და –4 **ე)** –2 და 4

26. თუ $0<x\le4$ და $-12<y<0$, მაშინ xy შეიძლება ტოლი იყოს

ა) 0 **ბ)** –48 **გ)** -20π **დ)** π **ე)** -2π

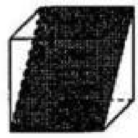
27. შემდეგი რიცხვებიდან რომელი წარმოადგენს ნატურალური რიცხვის კუბს?

ა) $2{,}7\cdot10^{11}$ **ბ)** $2{,}7\cdot10^{13}$ **გ)** $2{,}7\cdot10^{14}$ **დ)** $2{,}7\cdot10^{15}$ **ე)** $2{,}7\cdot10^{18}$

28. მართკუთხედის ერთი გვერდი 7 სმ-ით მეტია მეორეზე. რისი ტოლი არ შეიძლება იყოს ეს გვერდი, თუ მარკუთხედის ფართობი 60 სმ^2-ზე ნაკლებია?

ა) 8 სმ **ბ)** 8,5 სმ **გ)** 7,5 სმ **დ)** 11,5 სმ **ე)** 12,3 სმ

29. რას უდრის კუბის გვერდითი ზედაპირის ფართობი, თუ ნახაზზე გამოსახული კვეთის ფართობია $9\sqrt{2}$ სმ^2?



ა) 36 სმ^2 **ბ)** 54 სმ^2 **გ)** 48 სმ^2 **დ)** $36\sqrt{2}$ სმ^2 **ე)** $54\sqrt{2}$ სმ^2

30. რამდენი კვადრატი არსებობს, რომლის ერთ-ერთი წვერო $A(-1;1)$ წერტილშია და რომლისთვისაც ერთი საკოორდინატო ღერძი მაინც სიმეტრიის ღერძს წარმოადგენს?

ა) 2 **ბ)** 3 **გ)** 4 **დ)** 5 **ე)** 6

31. იპოვეთ ABC სამკუთხედის ფართობი, თუ A, B და C წერტილები წარმოადგენენ $y=|x-1|-3$ ფუნქციის საკოორდინატო ღერძებთან გადაკვეთის წერტილებს?

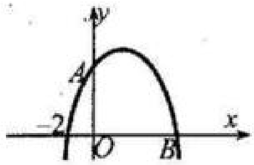
32. ამოხსენით განტოლება: $1-\cos(\pi+x)-\sin\dfrac{3\pi+x}{2}=0$.

33. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის გვერდის სიგრძე a-ს ტოლია. გვერდითი წახნაგის ერთ-ერთი კუთხე 60^0-ის ტოლია. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

34. ნახაზზე გამოსახულია

$$y=-x^2+(b-2)x+b+3$$

ფუნქციის გრაფიკი. რას უდრის OAB სამკუთხედის ფართობი?



35. ორი სოფელი განთავსებულია მდინარის ერთ ნაპირზე. ერთი სოფლიდან მეორეში შიკრიკმა უნდა წაიღოს წერილი და დაბრუნდეს უკან. მას შეუძლია ეს გზა გაიაროს იქეთ-აქეთ ფეხით ან ისარგებლოს ნავით, რომლის საკუთარი სიჩქარე შიკრიკის სიჩქარის ტოლია. რომელი გზა უნდა აირჩიოს შიკრიკმა, რომ უმცირესი დრო დახარჯოს? პასუხი დაასაბუთეთ.

36. ამოხსენით უტოლობა და იპოვეთ უმცირესი მთელი ამონახსნი:

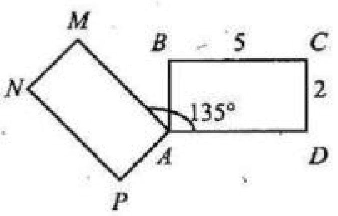
$$\log_3(x+1)+\log_3(x+3) > 1.$$

37. a-ს რა მნიშვნელობებისათვის აქვს $\dfrac{|x-2|}{x-2}=(x-a)^2$ განტოლებას ერთადერთი ამონახსნი?

38. 6 მუშა 10 სთ-ში გარკვეულ სამუშაოს ასრულებს. მათ მუშაობა 11 სთ-ზე დაიწყეს და 17 სთ-მდე იმუშავეს, შემდეგ დაემატათ 1 მუშა და ასე გრძელდებოდა ყოველი საათის გასვლის შემდეგ (ე.ი. ემატებოდათ 1 მუშა). რომელ საათზე დაამთავრებენ სამუშაოს?

39. იპოვეთ $y=\dfrac{3x}{x^2+9}$ ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლე.

40. $ABCD$ მართკუთხედი, რომლის გვერდებია 5 და 2, მოაბრუნეს A წვეროს გარშემო 135°-იანი კუთხით. მიიღეს $AMNP$ მართკუთხედი. იპოვეთ MC მონაკვეთის სიგრძე.



ბილეთი №4

1. 2005 დადებითი მთელი რიცხვის ჯამი 2006-ის ტოლია. რას უდრის მათი ნამრავლი?

ა) 2 **ბ)** 1 **გ)** 2005 **დ)** 2004 **ე)** შეუძლებელია დადგენა

2. თუ m არის კენტი რიცხვი და $n=5m+4$, მაშინ n-ის გამყოფი შეიძლება იყოს

ა) 2 **ბ)** 3 **გ)** 4 **დ)** 5 **ე)** 10

3. $z!$ იყოფა 340-ზე. რას უდრის z-ის უმცირესი შესაძლო მნიშვნელობა?

ა) 19 **ბ)** 18 **გ)** 34 **დ)** 10 **ე)** 17

4. 11 და 101 ორობით სისტემაში ჩაწერილი რიცხვებია. მათი ჯამის შესაბამისი ათობით სისტემაში იქნება

ა) 5 **ბ)** 10 **გ)** 8 **დ)** 12 **ე)** 1000

5. $S=\pi r^2$ ფორმულით წრის ფართობის გამოთვლისას გიორგიმ რადიუსი დიამეტრში აურია. როგორ უნდა შეცვალოს მან მიღებული შედეგი, რომ მიიღოს სწორი პასუხი?

ა) გაყოს 4-ზე **ბ)** გაყოს 2-ზე **გ)** გაყოს π-ზე
დ) გაამრავლოს 2-ზე **ე)** გაამრავლოს 4-ზე

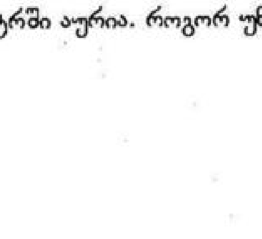
6. მავთული გაჭრეს 3 ტოლ ნაწილად. შემდეგ კი ერთი მათგანი 4, მეორე 6 და მესამე 8 ტოლ ნაწილად. რა მინიმალური სიგრძე შეიძლება ჰქონდეს მავთულს, თუ თითოეული მიღებული ნაჭრის სიგრძე ნატურალური რიცხვით გამოისახება?

ა) 96 **ბ)** 24 **გ)** 72 **დ)** 12 **ე)** 36

7. რისი ტოლია $\cos\alpha$, თუ $\sin\alpha\cdot\mathrm{tg}\alpha=\frac{1}{2}$.

ა) 1 **ბ)** $\frac{\sqrt{13}}{4}$ **გ)** $\frac{\sqrt{17}-1}{4}$ **დ)** $\frac{-\sqrt{17}-1}{3}$ **ე)** $\frac{1}{4}$

8. ნახაზზე მოცემული BM წრფის განტოლებაა $4x+5y=7$. იპოვეთ $\cos\alpha$.



ა) $\frac{4}{5}$ **ბ)** $-\frac{5}{\sqrt{41}}$ **გ)** $\frac{7}{10}$ **დ)** $\frac{5}{\sqrt{41}}$ **ე)** $-\frac{4}{5}$

9. რამდენი განსხვავებული 6-ნიშნა სატელეფონო ნომერი არსებობს, თუ პირველი ციფრი 0-საგან განსხვავებულია?

ა) 10^6 **ბ)** 10^5 **გ)** $9\cdot10^5$ **დ)** C_{10}^6 **ე)** A_{10}^6

10. ბირთვის მოცულობაა 27π. რისი ტოლია იმ კუბის მოცულობა, რომლის წიბოც ამ ბირთვის რადიუსის ტოლია?

ა) 81 **ბ)** $\frac{81}{4}$ **გ)** $\frac{81}{7}$ **დ)** $\frac{9}{4}$ **ე)** $\frac{9}{7}$

11. კინოდარბაზი დილის სეანსზე 72%-ით შეივსო. შუადღისას კი 81%-ით. რამდენი პროცენტით მეტი მაყურებელი მოვიდა შუადღისას, ვიდრე დილით?

ა) 9 **ბ)** $11\frac{1}{9}$ **გ)** $12\frac{1}{2}$ **დ)** 19 **ე)** $17\frac{1}{2}$

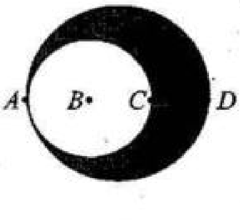
12. ყოველ მოცემულ ორნიშნა რიცხვში ერთი ციფრი დაფარულია. მოცემული 5 რიცხვიდან რომელი შეიძლება იყოფოდეს 12-ზე?

ა) *9 **ბ)** *5 **გ)** *3 **დ)** 3* **ე)** 5*

13. ზრდის მიხედვით დალაგებული 10 მომდევნო მთელი რიცხვის საშუალო არითმეტიკული ტოლია 75,5-ის. რას უდრის პირველი 5 რიცხვის საშუალო არითმეტიკული?

ა) 15,5 **ბ)** 73 **გ)** 10,5 **დ)** 9 **ე)** 7,75

14. ნახაზზე AC და AD შესაბამისად პატარა და დიდი წრეწირების დიამეტრებია. $AB=BC=CD$. რისი ტოლია გამუქებული ფიგურის ფართობის შეფარდება პატარა წრის ფართობთან?

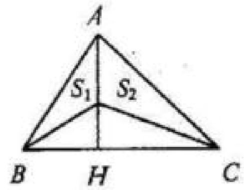


ა) 1:1 **ბ)** 3:2 **გ)** 4:3 **დ)** 5:4 **ე)** 9:4

15. $\lg2, \lg4, \lg8, \ldots, \lg2^n$ მიმდევრობის პირველი n წევრის ჯამი გამოისახება ფორმულით

ა) $\frac{n(n+1)}{2}\lg2$ **ბ)** $\frac{1-(\lg2)^2}{1-\lg2}$ **გ)** $n\lg2$ **დ)** $\frac{n(n-1)}{2}\lg2$ **ე)** $\lg2^{n^2}$

16. AH არის ABC სამკუთხედის სიმაღლე. $BC=15$, $\frac{S_1}{S_2}=\frac{1}{2}$. იპოვეთ BH.



ა) 5 ბ) 10 გ) 7 დ) 8 ე) 3

17. უდიდესი კუთხე კონუსის მსახველებს შორის 60^0-ია. რისი ტოლია კონუსის გვერდითი ზედაპირისა და ფუძის ფართობის შეფარდება?

ა) 3:1 ბ) 2:1 გ) 1:4 დ) 4:1 ე) $1:\sqrt{3}$

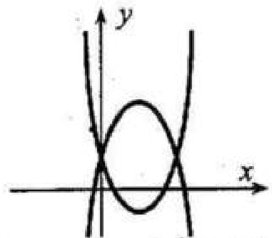
18. კუბი, რომლის წიბოს სიგრძეა 1 მ, იწონის 150 კგ-ს, რას იწონის იმავე მასალისაგან დამზადებული კუბი, რომლის წიბოს სიგრძეა 2 მ?.

ა) 300 კგ ბ) 450 კგ გ) 600 კგ დ) 900 კგ ე) 1200 კგ

19. რას უდრის უდიდესი ნატურალური რიცხვი, რომელიც ნაკლებია $\log_3 83$-ზე?

ა) 1 ბ) 2 გ) 3 დ) 4 ე) 5

20. ნახაზზე გამოსახულია ორი პარაბოლა. მათი წვეროები Oy ღერძის პარალელურ წრფეზე ძევს. ერთ-ერთი მათგანის განტოლებაა $y=ax^2+bx+c$. მაშინ რომელი შეიძლება იყოს მეორე პარაბოლის განტოლება?



ა) $y=-ax^2-bx+c$ ბ) $y=-2ax^2-bx+c$ გ) $y=-2ax^2-4bx+c$ დ) $y=-2ax^2+2bx+c$ ე) $y=-ax^2+cx+b$

21. ახალი მრიცხველის დაყენებაში გადაიხადეს 49,2 ლარი. მასში შედის მრიცხველის ღირებულებაც, რომელიც 10%-ით გაიაფებამდე ღირდა 18 ლარი. რა დროში დაამთავრა ხელოსანმა მუშაობა, თუ იგი 1 საათში იღებს 22 ლარს?

ა) 1 სთ 25 წთ ბ) 1,5 სთ გ) 1 სთ 40 წთ დ) 2 სთ ე) 2 სთ 20 წთ

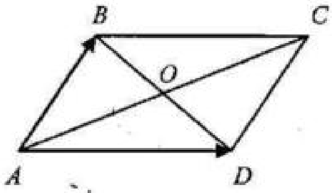
22. წესიერ ექვსკუთხედსა და წესიერ სამკუთხედს ერთნაირი პერიმეტრები აქვთ. რისი ტოლია მათი ფართობების შეფარდება?

ა) 1 ბ) $\frac{3}{2}$ გ) 2 დ) 4 ე) 6

23. A წერტილი, რომლის კოორდინატებია (0;5) მობრუნდა სათავის მიმართ, საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით 135°-იანი კუთხით. იპოვეთ მიღებული წერტილის კოორდინატები.

ა) $\left(\frac{5}{\sqrt{2}};-\frac{5}{\sqrt{2}}\right)$ **ბ)** (-5;-5) **გ)** (-2;-2) **დ)** (-3;-3) **ე)** $\left(-\frac{5}{\sqrt{2}};\frac{5}{\sqrt{2}}\right)$

24. $ABCD$ პარალელოგრამში გავლებულია AC და BD დიაგონალები. იპოვეთ $\overrightarrow{BO}$ ვექტორი, თუ $\vec{a}=\overrightarrow{AB}$, ხოლო $\vec{b}=\overrightarrow{AD}$.



ა) $\frac{\vec{b}-\vec{a}}{2}$ **ბ)** $\frac{\vec{b}+\vec{a}}{2}$ **გ)** $\vec{a}+\frac{\vec{b}}{2}$ **დ)** $\vec{a}-\frac{\vec{b}}{2}$ **ე)** $\frac{3\vec{a}-2\vec{b}}{3}$

25. $y=(4-x)(2+x)$ ფუნქციის ზრდადობის შუალედია.

ა) $(-\infty;4)$ **ბ)** $[2;+\infty)$ **გ)** $(-2;4)$ **დ)** $(-\infty;1]$ **ე)** $(1;2)$

26. ფულის ფოსტით გამგზავნისაგან დამატებით იღებენ გასაგზავნი თანხის 2%-ის. რა მაქსიმალური თანხის გაგზავნა შეგვიძლია, თუ ხელზე გვაქვს 100 ლარი? პასუხი ჩაწერეთ ლარებამდე სიზუსტით.

ა) 95 **ბ)** 96 **გ)** 97 **დ)** 98 **ე)** 99

27. თუ არითმეტიკული პროგრესიისათვის სრულდება პირობა $a_{26}=-a_{64}$, მაშინ რა ნომერი აქვს იმ წევრს, რომელიც ნულის ტოლია?

ა) 90 **ბ)** 88 **გ)** 45 **დ)** 44 **ე)** 38

28. იპოვეთ $\frac{f(-5)+g^2(-1)}{f(0)}$, თუ $f(x)=(x-1)^2$ და $g(x)=\log_2(1-x)$.

ა) 36 **ბ)** -36 **გ)** -37 **დ)** 37 **ე)** 17

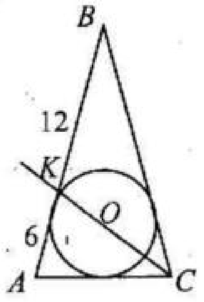
29. მაგიდის ჩოგბურთის შეჯიბრში მონაწილეობდა ერთნაირი შემადგენლობის გუნდები, სულ 35 ვაჟი და 21 გოგონა. რამდენი მონაწილე იყო თითოეულ გუნდში?

ა) 7 **ბ)** 8 **გ)** 2 **დ)** 4 **ე)** 14

30. კანადის ერთ ქალაქში მოსახლეობის 70%-მა იცის ფრანგული, 80%-მა კი ინგლისური. რამდენმა პროცენტმა იცის ორივე ენა, თუ ქალაქის ყოველმა მცხოვრებმა იცის ამ ორიდან ერთი ენა მაინც?

ა) 30 **ბ)** 40 **გ)** 50 **დ)** 60 **ე)** 70

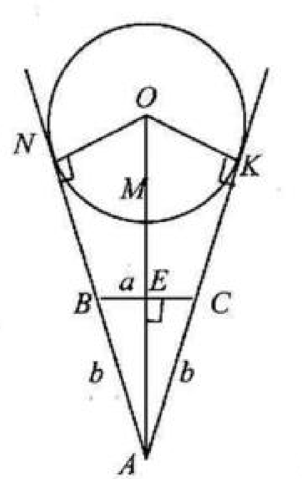
31. ABC ტოლფერდა სამკუთხედში ჩახაზულია წრეწირი, O ცენტრია. CO სხივი AB გვერდს K წერტილში კვეთს, ამასთან AK=6, BK=12. რისი ტოლია ABC სამკუთხედის პერიმეტრი?



32. წლის პირველ ნახევარში ფირმა ყოველ თვეში უშვებდა 5%-ით მეტ პროდუქციას, ვიდრე დაგეგმილი ჰქონდა. რამდენი პროცენტით მეტ პროდუქციას უშვებდა ფირმა ყოველთვიურად წლის მეორე ნახევარში, თუ ცნობილია, რომ წლის განმავლობაში მან გათვალისწინებულზე 15%-ით მეტი პროდუქცია გამოუშვა?

33. ამოხსენით $\lg(x+1,5)<-\lg x$ უტოლობა.

34. ნახაზზე სქემატურადაა გამოსახული წრიული ფორმის გუბურის დიამეტრის გაზომვის ხერხი. შეუძლებელია ამ გუბურის გარშემოვლა და წყალში შესვლა. ამიტომ ასე მოიქცნენ: A წერტილში, რომლიდანაც გუბურის უახლოეს M წერტილამდე მანძილი y-ის ტოლია, იმყოფება დამკვირვებელი, რომელმაც მის წინ ჰორიზონტალურად განათავსა a სიგრძის ჯოხი, რომლის B და C ბოლოები A-დან თანაბარი b მანძილითაა დაშორებული, ჯოხის ბოლოები და b-დან დანახული გუბურის კიდურა K და N წერტილები ერთ წრფეზე მდებარეობენ. რას უდრის დიამეტრი?



35. ამოხსენით $\sin^2 x=3\sin x+a$ განტოლება, თუ მისი ერთ-ერთი ამონახსნი $\frac{\pi}{2}$-ის ტოლია.

36. ცილინდრის სიმაღლე 16 სმ-ია. ფუძე კი ტოლდიდია ისეთი რომბისა, რომლის დიაგონალების სიგრძეებია 3 სმ და 8 სმ. იპოვეთ ცილინდრის მოცულობა და გვერდითი ზედაპირის ფართობი.

37. ამოხსენით $5^x-5^{\frac{x}{2}}>20$ უტოლობა.

38. იპოვეთ უმცირესი მთელი რიცხვი, რომელიც ეკუთვნის $y=\lg\left(1-\left(\frac{1}{4}\right)^{2x-7}\right)$ ფუნქციის განსაზღვრის არეს.

39. გზაზე ორი ტურისტი მიდის. ერთი მეორეზე 10%-ით მოკლე ნაბიჯებს დგამს, მაგრამ 10%-ით ხშირად, ვიდრე მეორე. რომელი უფრო სწრაფია? პასუხი დაასაბუთეთ.

40. მოჭადრაკეთა ტურნირში ორმა მოჭადრაკემ ითამაშა რა თითომ 3 პარტია, დატოვა ტურნირი. ამიტომ სულ ტურნირზე ჩატარდა 84 პარტია. რამდენი მონაწილე იყო ტურნირზე და ითამაშეს თუ არა ერთმანეთში აღნიშნულმა მოჭადრაკეებმა?

ბილეთი №5

1. თუ a, b და c ურთიერთმომდევნო მთელი რიცხვებია, მაშინ შემდეგი რიცხვებიდან აუცილებლად კენტია

ა) $a+b+c$ **ბ)** abc **გ)** $a+b+c+1$ **დ)** $ab(c-1)$ **ე)** $abc-1$

2. a არის ნატურალური რიცხვი. ქვემოთჩამოთვლილთაგან რომელი გამოსახულება შეიძლება იყოს უარყოფითი?

ა) a^{-9} **ბ)** $a^{-5}+a^{5}$ **გ)** $\dfrac{3}{a^{7}-a^{6}}$ **დ)** $a^{3}-a^{8}$ **ე)** $a^{7}-a^{6}$

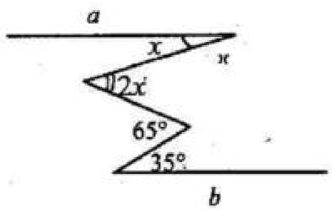
3. თუ $\dfrac{m}{n}=\dfrac{1}{2}$, მაშინ $\dfrac{m^{2}-2mn+3n^{2}}{m^{2}+n^{2}}=$

ა) $\dfrac{9}{5}$ **ბ)** $\dfrac{6}{7}$ **გ)** $\dfrac{5}{7}$ **დ)** $\dfrac{3}{5}$ **ე)** $\dfrac{4}{5}$

4. თბილისიდან ბათუმში ჩასვლას და ჩამოსვლას სწრაფი მატარებელი 10 საათს ანდომებს. ჩვეულებრივი მატარებელი მხოლოდ ჩასვლას 7 საათს ანდომებს. რამდენჯერ მეტია სწრაფი მატერებელის სიჩქარე ჩვეულებრივ მატერებელზე?

ა) 1,5-ჯერ **ბ)** 1,4-ჯერ **გ)** 2-ჯერ **დ)** 1,8-ჯერ **ე)** 1,3-ჯერ

5. a და b პარალელური წრფეებია, რისი ტოლია x?



ა) 20° **ბ)** 30° **გ)** 35° **დ)** 40° **ე)** 50°

6. თუ 24 არის h-ის გამყოფი, 28 კი k-ს გამყოფი, მაშინ hk აუცილებლად გაიყოფა

ა) 21-ზე **ბ)** 30-ზე **გ)** 15-ზე **დ)** 22-ზე **ე)** 35-ზე

7. $\dfrac{(3n)!(n-3)!}{(3n-1)!(n-2)!}=$

ა) n **ბ)** $\dfrac{3n}{n-2}$ **გ)** $3n-3$ **დ)** $\dfrac{n-3}{n-2}$ **ე)** $\dfrac{n-3}{3n-1}$

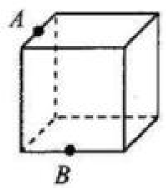
8. ერთი შენადნობი შეიცავს 20% სპილენძს, მეორე კი 25%-ს. აიღეს პირველი შენადნობის 5 კგ და მეორე შენადნობის 8 კგ და გადაადნეს. რამდენ პროცენტ სპილენძს შეიცავს ახალი შენადნობი?

ა) $\frac{300}{13}\%$ ბ) $\frac{200}{13}\%$ გ) $\frac{3}{13}\%$ დ) 27% ე) 45%

9. ოთახში რამდენიმე კაცი იმყოფება. დაადგინეს, რომ მათი საშუალო ასაკი რიცხობრივად მათ რაოდენობას უტოლდება. ოთახში შემოვიდა 29 წლის გივი. აღმოჩნდა, რომ ოთახში მყოფთა საშუალო ასაკი კვლავ მათ რაოდენობას უდრის. რამდენი კაცი იყო ოთახში თავდაპირველად?

ა) 14 ბ) 15 გ) 16 დ) 17 ე) 18

10. მოცემული კუბის ზედაპირის ფართობია 24. იპოვეთ AB მანძილი, თუ A და B წიბოების შუაწერტილებია.



ა) $\sqrt{5}$ ბ) $\sqrt{6}$ გ) $\sqrt{7}$ დ) $2\sqrt{2}$ ე) 3

11. იპოვეთ $\vec{a}(\sqrt{2};\sqrt{7};\sqrt{11})$ ვექტორის სიგრძე.

ა) 20 ბ) $2\sqrt{5}$ გ) $\sqrt{2}+\sqrt{7}+\sqrt{11}$ დ) $\sqrt{172}$ ე) 1

12. თუ $\{a_n\}$ და $\{b_n\}$ არითმეტიკული პროგრესიებია, რომელთა სხვაობა არ უდრის ნულს, მაშინ რომელი მიმდევრობა არ არის არითმეტიკული პროგრესია?

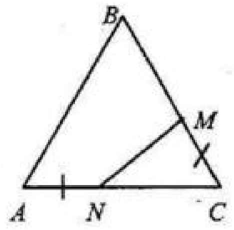
ა) $\{a_n+b_n\}$ ბ) $\{2a_n-3b_n\}$ გ) $\{7-5a_n\}$ დ) $\left\{\frac{5}{a_n}\right\}$ ე) $\left\{\frac{a_n}{3}-\frac{b_n}{2}\right\}$

13. მიწის ნაკვეთს აქვს მართკუთხედის ფორმა. სქემაზე ამ მართკუთხედის სიგრძეა 6 სმ, სიგანე 4 სმ. რა მასშტაბით არის შესრულებული სქემა, თუ მიწის ნაკვეთის პერიმეტრია 50 მ?

ა) 1:100 ბ) 1:150 გ) 1:200 დ) 1:180 ე) 1:250

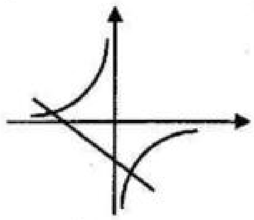
14. ლექსოს ბაღში მანდარინის და ფორთოხლის ხეებია. მან ერთი მანდარინის ხიდან საშუალოდ 300 კგ მოკრიფა, ხოლო ფორთოხლის ხიდან – 800 კგ. ერთი ხიდან მან საშუალოდ 600 კგ ნაყოფი მოკრიფა. ხეების რამდენ პროცენტს შეადგენენ მანდარინის ხეები?

ა) 20% ბ) 30% გ) 40% დ) 50% ე) 60%



15. მოცემულია ABC ტოლგვერდა სამკუთხედი. BC გვერდზე აღებულია M წერტილი და AC-ზე N წერტილი ისე, რომ $MC = AN = \frac{1}{2}BM$. იპოვეთ ANM კუთხე.

ა) 100°   ბ) 110°   გ) 120°   დ) 145°   ე) 150°

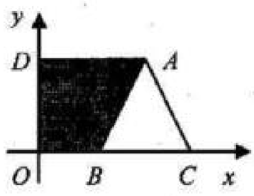


16. ნახაზზე მოცემულია $y = \frac{a}{x}$ ჰიპერბოლა და $y = kx + b$ წრფე. მათი ურთიერთგანლაგებიდან გამომდინარე

ა) $ak < 0$ ბ) $ak = 0$ გ) $ab = 0$ დ) $ab < 0$ ე) $ak > 0$

17. იმისათვის, რომ $ax^2 + bx + c = 0$ კვადრატული განტოლების ფესვები იყოს მოპირდაპირე რიცხვები

ა) საკმარისია b იყოს 0-ის ტოლი
ბ) აუცილებელია b იყოს 0-ის ტოლი
გ) საკმარისია a-ს და c-ს ჰქონდეს სხვადასხვა ნიშანი
დ) აუცილებელია c იყოს უარყოფითი
ე) აუცილებელია c იყოს 0-ის ტოლი



18. ABC ტოლგვერდა სამკუთხედის A წვეროს კოორდინატებია $(2; \sqrt{3})$. იპოვეთ $ODAB$ ოთხკუთხედის ფართობი, თუ $AD \parallel OB$.

ა) $3\sqrt{3}$ ბ) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ გ) $2\sqrt{3}$ დ) 4   ე) 3

19. ნიკა გადარბენაში მონაწილეობს. რომელიღაც მომენტში აღმოჩნდა, რომ მის წინ გარბის მონაწილეთა ერთი მესამედი, უკან — მონაწილეთა ნახევარი, მის გვერდით კი არავინაა. რამდენი კაცი მონაწილეობს გარბენში?

ა) 5   ბ) 6   გ) 12   დ) 10   ე) 18

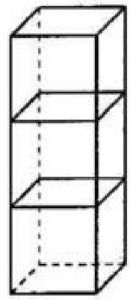
20. მართკუთხა პარალელეპიპედის ფორმის ხის დეტალებისაგან, რომელთა ზომებია 2 სმ X 6 სმ X 1 სმ, უნდა აიგოს კუბი. დეტალების რა უმცირესი რაოდენობა დაგჭირდება?

ა) 6   ბ) 12   გ) 18   დ) 36   ე) 144

21. კვადრატის და მართკუთხედის პერიმეტრები ტოლია. მართკუთხედის გვერდების შეფარდებაა 2:3. რისი ტოლია მართკუთხედის ფართობის შეფარდება კვადრატის ფართობთან?

ა) $\frac{16}{25}$ ბ) $\frac{4}{9}$ გ) $\frac{24}{25}$ დ) $\frac{2}{5}$ ე) $\frac{5}{6}$

22. სამი ერთნაირი კუბი ერთმანეთზეა დადგმული. რას უდრის მიღებული მართკუთხა პარალელეპიპედის მოცულობა, თუ მისი სრული ზედაპირის ფართობია 224 სმ^2?



ა) 192 სმ^3 **ბ)** 208 სმ^3 **გ)** 448 სმ^3 **დ)** 212 სმ^3 **ე)** 200 სმ^3

23. $y=4|\cos 2x|-4$ ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლეა

ა) $[-4;0]$ **ბ)** $[-4;4]$ **გ)** $[-2;2]$ **დ)** $[-1;0]$ **ე)** $[0;1]$

24. $f(x)=x^2-2x+\sin a+1$ ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლე არ შეიძლება იყოს:

ა) $[2;+\infty)$ **ბ)** $[1/2;+\infty)$ **გ)** $[-1;+\infty)$ **დ)** $[0;+\infty)$ **ე)** $[-1/3;+\infty)$

25. მიუთითეთ შუალედი, რომელსაც ეკუთვნის $\sqrt{x^2-9}+2x=6$ განტოლების ფესვები.

ა) $(-2;0)$ **ბ)** $(0;2)$ **გ)** $(2;4)$ **დ)** $(3;6)$ **ე)** $(6;9)$

26. $\left(\frac{1}{36}\right)^{1,25x-2}=6$ განტოლების ამონახსნია:

ა) $\frac{3}{5}$ **ბ)** $-\frac{6}{5}$ **გ)** $\frac{6}{5}$ **დ)** 0 **ე)** -1

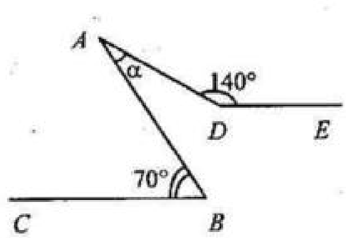
27. ურნაში 5 თეთრი, 4 შავი და 8 წითელი ბურთულაა. რას უდრის ალბათობა იმისა, რომ შემთხვევით ამოღებული ბურთულა არ არის შავი?

ა) $\frac{4}{17}$ **ბ)** $\frac{13}{160}$ **გ)** $\frac{13}{17}$ **დ)** $\frac{147}{160}$ **ე)** $\frac{12}{17}$

28. 10 ელემენტიანი სიმრავლის რამდენი განსხვავებული 8 ელემენტიანი ქვესიმრავლე არსებობს?

ა) 90 **ბ)** 45 **გ)** 180 **დ)** 20 **ე)** 2

29. თუ CB და DE პარალელური წრფეებია, რისი ტოლია α?



ა) 25° **ბ)** 30° **გ)** 35° **დ)** 40° **ე)** 50°

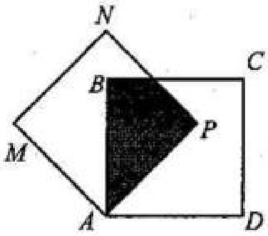
30. შენადნობი შეიცავს ვერცხლსა და სპილენძს, ამასთან ვერცხლის მასა სპილენძის მასის $14\frac{2}{7}$ %-ია. მთელი შენადნობის რა ნაწილია სპილენძი?

ა) $\frac{7}{100}$ ბ) $\frac{7}{50}$ გ) $\frac{7}{8}$ დ) $\frac{5}{8}$ ე) $\frac{5}{6}$

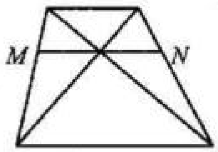
31. ამოხსენით უტოლობა: $7^{3-x}-7^{2-x}<2^{5-x}-2^{3-x}$.

32. ამოხსენით განტოლება: $\sin x\cos x=\frac{1}{2}\sin 30^0$.

33. $ABCD$ კვადრატის მობრუნებით A წვეროს ირგვლივ 45°-იანი კუთხით მიიღეს $AMNP$ კვადრატი. იპოვეთ გამუქებული ოთხკუთხედის ფართობი, თუ კვადრატის გვერდი a-ს ტოლია.



34. ტრაპეციის ფუძეებია 8 და 12. იპოვეთ ტრაპეციის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილზე გამავალი MN მონაკვეთის სიგრძე.



35. ამოხსენით უტოლობა: $\log_{0,25}^2 x \le 2+\frac{1}{2}\log_{0,5} x$.

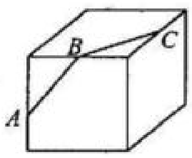
36. კენტი რიცხვებისაგან შედგენილია შემდეგი ჯგუფები:

(1), (3;5), (7;9;11), ... ,

ისე, რომ n-ური ჯგუფი შეიცავს n წევრს. იპოვეთ მე-11 ჯგუფის წევრთა ჯამი.

37. მგზავრს გაჩერებულ ესკალატორზე ბოლომდე ფეხით ასასვლელად 90 წამი სჭირდება, ხოლო მაშინ, როცა ესკალატორი მუშაობს და მგზავრი მასზე უძრავად დგას – 60 წამი. რამდენი წამი დასჭირდება მგზავრს, როცა ესკალატორიც მოძრაობს და თვითონაც?

38. რას უდრის კუთხე AB და BC მონაკვეთებს შორის, სადაც A, B და C კუბის წიბოების შუაწერტილებია?



39. ორნი შეთანხმდნენ შეხვედრაზე 13 საათსა და 14 საათს შორის, როდესაც საათის და წუთების ისრები ერთმანეთს დაემთხვევიან. გამოთვალეთ შეხვედრის ზუსტი დრო. პასუხი ჩაწერეთ წუთებამდე სიზუსტით.

40. რიცხვები $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{12}$ წარმოადგენენ არითმეტიკული პროგრესიის წევრებს (არა აუცილებლად მეზობელს). რა უდიდესი მნიშვნელობა შეიძლება მიიღოს ამ პროგრესიის სხვაობამ?

ბილეთი №6

1. გამოთვალეთ $\frac{C_5^3}{A_5^3}$.

ა) $\frac{1}{2}$ ბ) 2 გ) $\frac{1}{6}$ დ) 6 ე) 1

2. რისი ტოლია უდიდესი მთელი რიცხვი, რომელიც ნაკლებია $\sqrt{3}+\sqrt{7}$ რიცხვზე?

ა) 4 ბ) 5 გ) 6 დ) 3 ე) 7

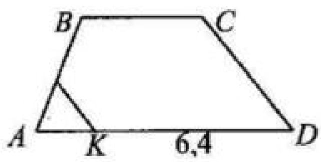
3. სამ ბრიგადას გზის გაყვანა 40 დღეში შეუძლია. გზის რამდენ პროცენტს გაიყვანს 5 ასეთივე ბრიგადა 6 დღეში?.

ა) 20% ბ) 30% გ) 15% დ) 18% ე) 25%

4. ოთხი მეგობრის წლოვანებათა ჯამი 20-ის ტოლია. რამდენი წლის შემდეგ იქნება მათი წლოვანებათა ჯამი 60-ის ტოლი?.

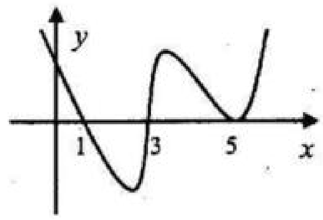
ა) 10 ბ) 15 გ) 2 დ) 5 ე) 8

5. $ABCD$ ტრაპეციის AB ფერდის შუაწერტილზე CD ფერდის პარალელურად გავლებულმა წრფემ AD დიდი ფუძე გაყო AK და KD მონაკვეთებად. რას უდრის ტრაპეციის შუახაზი, KD=6,4.



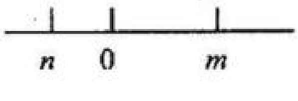
ა) 2 ბ) 6,4 გ) 4,2 დ) 3,2 ე) 8,4

6. ნახაზზე მოცემულია (-∞;+∞)-ზე განსაზღვრული ფუნქციის გრაფიკი. იპოვეთ $x \cdot f(x) \le 0$ უტოლობის ამონახსნი.



ა) (-∞;0] ბ) (1;3) გ) {5} დ) (-∞;1]∪{5} ე) (-∞;0]∪[1;3]∪{5}

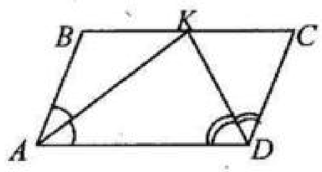
7. m და n რიცხვები რიცხვით ღერძზეა მოცემული და $|m|>|n|$. ჩამოთვლილი უტოლობებიდან რამდენია მცდარი?



1. $m-n<0$, 2. $\frac{m}{n}>0$, 3. $m+n<0$, 4. $n-m<0$.

ა) არცერთი ბ) 3 გ) 2 დ) 1 ე) 4

8. *ABCD* პარალელოგრამში *A* და *D* კუთხეების ბისექტრისები *BC* გვერდზე მდებარე *K* წერტილში იკვეთებიან. რას უდრის მცირე გვერდი, თუ პარალელოგრამის პერიმეტრი 36 სმ-ია?



ა) 12 **ბ)** 4 **გ)** 3 **დ)** 8 **ე)** 6

9. კლასის მოსწავლეთა 20% ფრიადოსანია. ეს ფაქტი რომ წრიულ დიაგრამაზე სწორად წარმოვადგინოთ (იხ. ნახაზი), რამდენი გრადუსის ტოლი უნდა ავიღოთ დიაგრამაზე x-ით აღნიშნული კუთხე?

ა) 20^0 **ბ)** 36^0 **გ)** 72^0 **დ)** 144^0 **ე)** 90^0

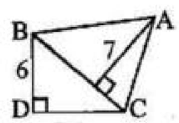
10. მოცემულია $x^2-2xy=3y^2$, რას უდრის $\dfrac{x}{y}$, თუ $xy<0$?

ა) 2 **ბ)** -2 **გ)** -1 **დ)** -3 **ე)** 3

11. მგზავრმა გზის ერთი მეოთხედი 40 წთ-ში გაიარა. გზის დარჩენილი ნაწილი კი 3-ჯერ მეტი სიჩქარით იარა. რა დრო დახარჯა მან მთელი გზის გასავლელად?

ა) 2 სთ **ბ)** 1 სთ 20 წთ **გ)** 1 სთ 40 წთ **დ)** 50 წთ **ე)** 2 სთ 20 წთ

12. ნახაზზე ΔABC-ს ფართობია 35. რისი ტოლია ΔBDC ფართობი?



ა) 48 **ბ)** 30 **გ)** 28 **დ)** 24 **ე)** 20

13. თუ $f(x)=ax^5+bx^3-4$ და $f(-1)=0$, მაშინ რას უდრის $f(1)$?

ა) 4 **ბ)** 8 **გ)** 0 **დ)** -4 **ე)** -8

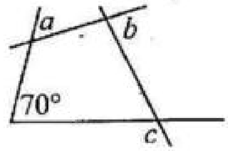
14. თუ $a=\log_3 11$; $b=\sqrt{11}$; $c=\dfrac{11}{9}$ მაშინ

ა) $a<c<b$ **ბ)** $c<b<a$ **გ)** $c<a<b$ **დ)** $b<c<a$ **ე)** $b<a<c$

15. ერთი კვადრატის პერიმეტრი მეორე კვადრატის პერიმეტრის 20%-ს შეადგენს. პირველი კვადრატის ფართობის რამდენი პროცენტია მეორე კვადრატის ფართობი?

ა) 400% **ბ)** 80% **გ)** 200% **დ)** 2500% **ე)** 1600%

16. რას უდრის $a+b+c$?



ა) 90° **ბ)** 135° **გ)** 145° **დ)** 180° **ე)** 250°

17. $y=ax^2$ და $y=1-2x$ ფუნქციების გრაფიკები იკვეთება (2;–3) წერტილში. ამ ფუნქციების გრაფიკების გადაკვეთის სხვა წერტილის კოორდინატებია

ა) $\left(\frac{2}{3};-\frac{1}{3}\right)$ **ბ)** $\left(\frac{1}{3};-\frac{2}{3}\right)$ **გ)** $\left(-\frac{1}{3};\frac{4}{3}\right)$ **დ)** $\left(-\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right)$ **ე)** $(-3;2)$

18. $\lg x<\lg x^3-2$ უტოლობის ამონახსნია:

ა) $(0;+\infty)$ **ბ)** $(10;+\infty)$ **გ)** $(0;1)$ **დ)** $(-\infty;-10)$ **ე)** $(-\infty;0)$

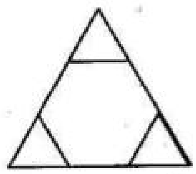
19. ყუთში არის 4 თეთრი და 6 შავი ბურთი. ყუთიდან ამოიღეს 2 ბურთი. რას უდრის ალბათობა იმისა, რომ ორივე ბურთი იქნება თეთრი?

ა) $\frac{1}{5}$ **ბ)** $\frac{2}{15}$ **გ)** $\frac{3}{10}$ **დ)** $\frac{4}{15}$ **ე)** $\frac{1}{3}$

20. თუ $x=8y$ და y 2-საგან განსხვავებული მარტივი რიცხვია, მაშინ რამდენი გამყოფი აქვს x-ს?

ა) 4 **ბ)** 5 **გ)** 6 **დ)** 7 **ე)** 8

21. წესიერი სამკუთხედის ფართობია 36. სამკუთხედის ყოველი წვეროდან ჩამოჭრეს პატარა წესიერი სამკუთხედი ისე, რომ მიიღეს წესიერი ექვსკუთხედი. რას უდრის ამ ექვსკუთხედის ფართობი?



ა) 12 **ბ)** 6 **გ)** 30 **დ)** 28 **ე)** 24

22. თუ მართკუთხა სამკუთხედის გვერდების სიგრძეები გეომეტრიულ პროგრესიას ადგენენ, მაშინ ამ პროგრესიის მნიშვნელი ტოლია

ა) $\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$ **ბ)** 2 **გ)** $\sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{2}}$ **დ)** $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ **ე)** $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

23. $y=\frac{1}{8}\sin x\cos x$ ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლეა

ა) $\left[-\frac{1}{4};\frac{1}{4}\right]$ **ბ)** $\left[-\frac{1}{8};\frac{1}{8}\right]$ **გ)** $[-4;4]$ **დ)** $[-8;8]$ **ე)** $\left[-\frac{1}{16};\frac{1}{16}\right]$

24. რისი ტოლია $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)+\sin(\pi-2\alpha)$, თუ $\alpha=\frac{\pi}{6}$.

ა) 0 ბ) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ გ) $\frac{1}{4}$ დ) $\sqrt{3}$ ე) $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$

25. რას უდრის a, თუ $y=|x-1|+3a$ ფუნქციის გრაფიკი $(-2;6)$ წერტილზე გადის?

ა) 4 ბ) 1 გ) -1 დ) 0 ე) 2

26. მართკუთხედის ფორმის ნაკვეთის სიგრძე 90 მ-ია, რასაც გეგმაზე 3 სმ შეესაბამება. რას უდრის ნაკვეთის ფართობი, თუ მისი სიგანე გეგმაზე 2 სმ-ია?

ა) 8100 მ^2 ბ) 5400 მ^2 გ) 3600 მ^2 დ) 2700 მ^2 ე) 1800 მ^2

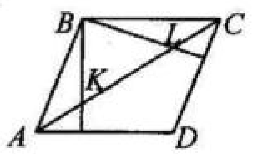
27. მიმდევრობის n-ური წევრია $a_n=\frac{n^2+12}{n}$. ამ მიმდევრობის რამდენი წევრია 7-ის ტოლი?

ა) არცერთი ბ) 1 გ) 2 დ) 3 ე) 4

28. $y=\sqrt{|x|-3}$ ფუნქციის განსაზღვრის არეა:

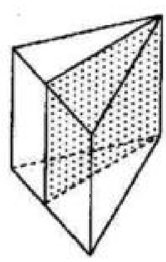
ა) $(0;3)$ ბ) $[0;3]$ გ) $(-\infty;-3]\cup[3;+\infty)$ დ) $[3;+\infty)$ ე) $(-\infty;+\infty)$

29. $ABCD$ რომბში B კუთხე 120^0-ის ტოლია. რას უდრის ბლაგვი კუთხის წვეროდან გავლებულ სიმაღლეებს შორის მოთავსებული დიაგონალის KL მონაკვეთი, თუ AC=21 სმ.



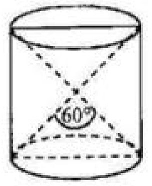
ა) 3 ბ) 7 გ) 14 დ) 8 ე) 5

30. წესიერი სამკუთხა პრიზმის გვერდით წიბოზე მოპირდაპირე წახნაგის მართობულად გამავალი კვეთის ფართობია S. რისი ტოლია პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი?



ა) $3S$ ბ) $2S$ გ) $2\sqrt{3}\,S$ დ) $\sqrt{3}\,S$ ე) $1{,}5S$

31. ცილინდრის ღერძული კვეთის დიაგონალებს შორის კუთხე 60^0-ია (იხ. ნახაზი). რას უდრის ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის ფართობის შეფარდება ფუძის ფართობთან?



32. ამოხსენით განტოლება: $\dfrac{\log_3(4-3^x)}{1-x}=1.$

33. სამკუთხედის კუთხეთა შეფარდებაა $1:2:3$. უდიდესი გვერდის სიგრძე 6 სმ-ის ტოლია. რას უდრის უდიდეს გვერდზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძე?

34. იპოვეთ a პარამეტრის ყველა მნიშვნელობა, რომლისთვისაც $a^2x-1=x+a$ განტოლებას აქვს ამონახსნი.

35. ABC ტოლფერდა სამკუთხედის ფერდები 15-ის, ხოლო ფუძე 24-ის ტოლია. O სამკუთხედის სიმაღლეების გადაკვეთის წერტილია. იპოვეთ OB.

36. იპოვეთ წესიერი სამკუთხა პირამიდის მოცულობა, თუ მისი ფუძის ფართობია $16\sqrt{3}$ სმ^2, გვერდითი ზედაპირის ფართობი კი 120 სმ^2.

37. ვანო ვალდებულია ყოველდღე ლოდი აიტანოს მთის წვერზე. პირველ დღეს მან მთაზე ასვლასა და ჩამოსვლაზე დახარჯა 7 საათი. ეს სამუშაო ძალიან დამღლელია, ამიტომ ყოველ მომდევნო დღეს იგი ორჯერ უფრო ნელა ადის, ვიდრე წინა დღეს, მაგრამ ორჯერ უფრო ჩქარა ჩამოდის. რა დრო მოანდომა მან ასვლასა და ჩამოსვლას ცალ-ცალკე მესამე დღეს, თუ მეორე დღეს ამისათვის დასჭირდა 8 საათი?

38. ამოხსენით უტოლობა:

$$\left(\sqrt{2}\right)^{3x}+\left(2\sqrt{2}\right)^{x}\geq 2\cdot 4^{x}.$$

39. იპოვეთ $tg^4\alpha+\dfrac{1}{tg^4\alpha}$, თუ $tg\alpha+\dfrac{1}{tg\alpha}=a$.

40. იპოვეთ $f(x)=|\sqrt{4-x^2}-3|+\sqrt{4-x^2}-x^2+8x$ ფუნქციის მაქსიმალური მნიშვნელობა.

ბილეთი №7

1. ხუთი მომდევნო ნატურალური რიცხვის ჯამია 35. რამდენია მათ შორის მარტივი?

ა) 0 **ბ)** 1 **გ)** 2 **დ)** 3 **ე)** 4

2. თუ $x>2$ და $y>-1$, მაშინ

ა) $xy>-2$ **ბ)** $-x<2y$ **გ)** $xy<-2$ **დ)** $-x>2y$ **ე)** $x<2y$

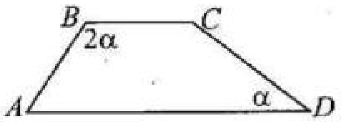
3. შემდეგი რიცხვებიდან რომელია დანარჩენებზე მეტი?

ა) $\frac{6}{2^2\cdot 5^2}$ **ბ)** $\frac{1}{2^3\cdot 5^2}$ **გ)** $\frac{28}{2^2\cdot 5^3}$ **დ)** $\frac{62}{2^3\cdot 5^3}$ **ე)** $\frac{122}{2^4\cdot 5^3}$

4. თუ საკლებს გავადიდებთ 10-ით, ხოლო მაკლებს შევამცირებთ 5-ით, მაშინ სხვაობა:

ა) შემცირდება 15-ით; **ბ)** გადიდდება15-ით; **გ)** გადიდდება 5-ით;
დ) შემცირდება 5-ით; **ე)** გადიდდება 2-ჯერ.

5. თუ $ABCD$ ტრაპეციაში $\angle B=2\alpha$ და $\angle D=\alpha$, $BC=5$ და $AB=7$, მაშინ AD ტოლია



ა) 2 **ბ)** 12 **გ)** 17 **დ)** 19 **ე)** 24

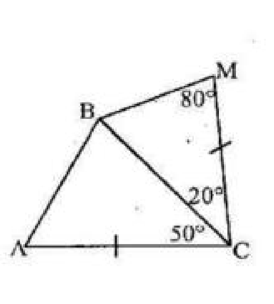
6. თუ $m\neq 0$, მაშინ $\frac{(-m)^{12}}{(-m)^3}$ ტოლია:

ა) m^9; **ბ)** m^4; **გ)** $-m^4$; **დ)** m^{15}; **ე)** $-m^9$

7. თუ $x=5$ არის $3x-5=7ax+5a$ განტოლების ამონახსნი, მაშინ a ტოლია:

ა) $\frac{1}{4}$; **ბ)** $\frac{1}{2}$; **გ)** 3; **დ)** 5; **ე)** 0

8. რას უდრის $\angle ABC$, თუ AC=MC?



ა) 50°; **ბ)** 60°; **გ)** 65°; **დ)** 70°; **ე)** 80°

9. იპოვეთ $2\sin^2 2\alpha+2\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)+2\cos^2 2\alpha$ თუ $\alpha=\frac{\pi}{6}$:

ა) –3; ბ) –2; გ) –1; დ) 3; ე) 6

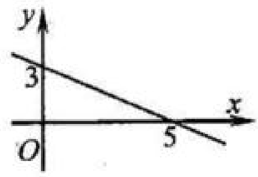
10. მგზავრი ერთი ქალაქიდან მეორეში მიდიოდა. 1 საათში მან გაიარა 68 კმ ანუ ქალაქებს შორის მანძილის 40%, მეორე საათში კი – 72 კმ. რამდენი კმ დარჩა მგზავრს გასავლელი?

ა) 28; ბ) 30; გ) 32; დ) 33; ე) 36

11. თუ პირამიდას 7 წვერო აქვს, მაშინ ამ პირამიდის წიბოების რაოდენობაა:

ა) 9; ბ) 10; გ) 12; დ) 14; ე) 1

12. ნახაზზე მოცემული წრფის განტოლებაა



ა) $y=5x+3$; ბ) $y=-\frac{3}{5}x+3$; გ) $y=-\frac{5}{3x}+3$; დ) $y=-3x+3$; ე) $y=5x-3$

13. რისი ტოლია x, თუ $\frac{1}{\sqrt{x}-1}=2+\frac{1}{\sqrt{x}+1}$?

ა) 0; ბ) 2; გ) 4; დ) 5; ე) 6

14. თუ $2^{2a}=\frac{3}{4}$ და $4^b=\frac{3}{8}$, მაშინ $a-b$ ტოლია:

ა) $-\frac{1}{2}$; ბ) $\frac{1}{2}$; გ) 1; დ) 0; ე) 2

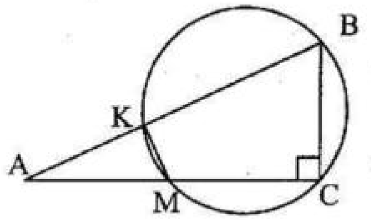
15. 4 ერთნაირი გენერატორი 3 საათში 15 ლარი ღირებულების ბენზინს ხარჯავს. რამდენი ლარი ღირებულების ბენზინს დახარჯავს 3 ასეთივე გენერატორი 6 საათში?

ა) 20; ბ) 21; გ) 22; დ) 22,5; ე) 23,5

16. $a_1; a_2; a_3; \ldots$ არითმეტიკული პროგრესიის სხვაობა 3-ის ტოლია. იპოვეთ $c_1; c_2; c_3; \ldots$ არითმეტიკული პროგრესიის სხვაობა, თუ $c_n=a_n-3$ ყოველი $n\geq1$-თვის.

ა) –1; ბ) 0; გ) 1; დ) 2; ე) 3

17. ნახაზზე $\angle KMC=105°$, $\angle ACB=90°$. რას უდრის $\angle BAC$?



ა) 10°; ბ) 15°; გ) 20°; დ) 25°; ე) 30°

18. რომელია უმცირესი მთელი რიცხვი, რომელიც მეტია $\left(-\frac{3}{2}\right)^3$-ზე?

ა) –5; ბ) –4; გ) –3; დ) –2; ე) –1

19. რისი ტოლია $\sin x=\cos\frac{\pi}{3}$ განტოლების ის ამონახსნი, რომელიც $(\frac{\pi}{2};\pi)$ შუალედს ეკუთვნის?

ა) $\frac{\pi}{3}$; ბ) $\frac{\pi}{2}$; გ) $\frac{2\pi}{3}$; დ) $\frac{5\pi}{6}$; ე) π

20. თუ 10, 30 და 50-ის საშუალო არითმეტიკული 5-ით მეტია ვიდრე 10, 25, 35 და x-ის საშუალო არითმეტიკული, მაშინ x ტოლია:

ა) 30; ბ) 40; გ) 5; დ) 60; ე) 25

21. რას უდრის c, თუ $y=\frac{3}{x}+\frac{c}{x}-1$ ფუნქციის გრაფიკი (3; 7) წერტილზე გადის?

ა) 15; ბ) 16; გ) 21; დ) 22; ე) 24

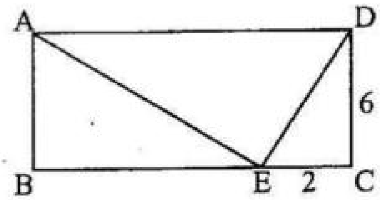
22. $x^2-x-\sqrt{x}=6-\sqrt{x}$ განტოლების ფესვების ჯამია:

ა) –1; ბ) 1; გ) –3; დ) 3; ე) 0

23. რამდენი ერთნაირი წიბოს მქონე ფოლადის კუბი უნდა გადავადნოთ, რომ მივიღოთ 3-ჯერ დიდი წიბოს მქონე კუბი?

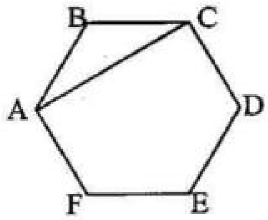
ა) 6; ბ) 9; გ) 3; დ) $\frac{9}{2}$; ე) 27

24. ABCD მართკუთხედის CD გვერდის სიგრძე 6 სმ-ის ტოლია. ამ მართკუთხედის BC გვერდზე აღებულია E წერტილი ისე, რომ EC=2 სმ. რისი ტოლია BE მონაკვეთის სიგრძე, თუ ADE სამკუთხედის ფართობია 21 სმ^2?



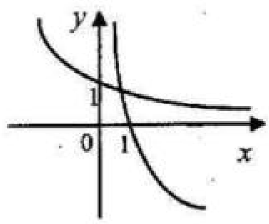
ა) 2; ბ) 3; გ) 4; დ) 5; ე) 6

25. რისი ტოლია წესიერი ABCDEF ექვსკუთხედის ფართობი თუ AC=$10\sqrt{3}$ სმ?



ა) 100 სმ^2; ბ) $100\sqrt{3}$ სმ^2; გ) 150 სმ^2; დ) $150\sqrt{3}$ სმ^2; ე) 200 სმ^2

26. ნახაზზე მოცემულია $y=\log_a x$ და $y=b^x$ ფუნქციათა გრაფიკები. მათი ურთიერთგანლაგებიდან გამომდინარე



ა) $a>1$, $b>1$ ბ) $0<a<1$, $b>1$ გ) $ab=1$ დ) $ab>1$ ე) $ab<1$

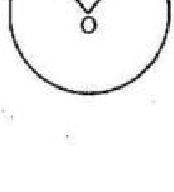
27. b_1; b_2; b_3; … გეომეტრიული პროგრესიის პირველი ხუთი წევრის ჯამია 93. იპოვეთ ამ გეომეტრიული პროგრესიის პირველი წევრი, თუ მისი მნიშვნელია 2.

ა) 2; ბ) 3; გ) 4; დ) 6; ე) 9

28. $y=(x-1)(x-2)$ ფუნქცია თავის უმცირეს მნიშვნელობას ღებულობს, როცა x ტოლია:

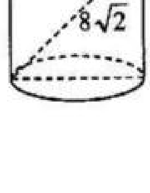
ა) 1; ბ) 2; გ) $\frac{3}{2}$; დ) -2; ე) $-\frac{3}{2}$

29. ნახაზზე გამოსახულია წრეწირი და AB ქორდა, რომლის სიგრძე ამ წრეწირში ჩახაზული წესიერი სამკუთხედის გვერდის ტოლია. რისი ტოლია AOB სამკუთხედის ფართობი თუ AB=5 სმ?



ა) 25/2; ბ) 25/6; გ) $25\sqrt{3}/2$; დ) $25\sqrt{3}/12$; ე) $25\sqrt{3}$

30. ცილინდრის ღერძული კვეთაა კვადრატი, რომლის დიაგონალი $8\sqrt{2}$-ის ტოლია. რისი ტოლია ცილინდრის მოცულობა?



ა) $64\sqrt{2}\pi$; ბ) 64π; გ) 32π; დ) $\frac{64}{3}\pi$; ე) 128π

31. ამოხსენით უტოლობა $\log^2_{0,2}(x-1) > 4$

32. რისი ტოლია ყველა ორნიშნა რიცხვის ჯამი, რომლებიც 4-ზე გაყოფისას ნაშთში 3-ს იძლევიან?

33. ამოხსენით უტოლობათა სისტემა და იპოვეთ უდიდესი მთელი ამონახსნი

$$\begin{cases} 2(x-1) > 3x \\ 2x \le x+7 \end{cases}$$

34. როდესაც დარბაზში დაალაგეს სკამები 13 რიგად, ბოლო რიგი მთლიანად არ შეივსო. ამის შემდეგ სკამები დაალაგეს 27 რიგად, ამასთან თითოეულ რიგში 7-ით ნაკლები სკამი დაალაგეს, ვიდრე თავდაპირველად. აღმოჩნდა, რომ ბოლო რიგის შევსებას დააკლდა 3 სკამი. რამდენი სკამი იყო სულ?

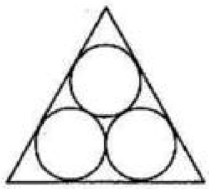
35. n პარამეტრის რა მნიშვნელობისთვის არ გააჩნია

$$15\cdot 10^x - 20 = n - 10^{x+1}$$

განტოლებას ამონახსნი?

36. k-ს შესახებ ცნობილია, რომ $13!+2 \le k \le 13!+13$. ასეთ k-ებს შორის რამდენია მარტივი რიცხვი?

37. ნახაზზე მოცემულია სამკუთხედი და სამი წრეწირი. თითოეული წრეწირის რადიუსი 5 სმ-ის ტოლია. ეს წრეწირები ეხება ერთმანეთსაც და სამკუთხედის გვერდებსაც. რისი ტოლია სამკუთხედის პერიმეტრი?



38. გიას სრულად დამუხტული მობილური ტელეფონი ყოფნის 3 სთ სალაპარაკო რეჟიმში ან 90 სთ ლოდინის რეჟიმში. გია დილით გავიდა სახლიდან და გარკვეული დროის შემდეგ დაბრუნდა. დაბრუნებისას მან დააფიქსირა, რომ ამ დროის 1/4 ნაწილი საუბარში გაატარა და აკუმულატორი დაბრუნებისას ბოლომდე განიმუხტა. რამდენი ხნით იყო გია სახლიდან გასული?

39. ოთხკუთხა პირამიდის ფუძე მართკუთხედია. პირამიდის სიმაღლეა h. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ მისი ხუთივე წახნაგი ტოლდიდია.

40. რამდენი მთელი n რიცხვი აკმაყოფილებს უტოლობას?

$$(n^2-3)(n^2-33)(n^2-103)(n^2-203)<0.$$

ბილეთი №8

1. რამდენჯერ მეტია უდიდესი სამნიშნა რიცხვი უმცირეს ორნიშნა რიცხვზე?

ა) 10-ჯერ **ბ)** 9,9-ჯერ **გ)** 99,9-ჯერ **დ)** 10,1-ჯერ **ე)** 10,9-ჯერ

2. 56-ის n ნატურალურ რიცხვზე გაყოფისას განაყოფია3 და ნაშთი 11. რისი ტოლია n?

ა) 12 **ბ)** 13 **გ)** 14 **დ)** 15 **ე)** 16

3. თუ $a=3\cdot5\cdot8\cdot14+15$, მაშინ a-ს 7-ზე გაყოფისას მიღებული ნაშთია:

ა) 1 **ბ)** 2 **გ)** 3 **დ)** 5 **ე)** 6

4. თუ ორი დადებითი თანამამრავლიდან ერთ-ერთს შევამცირებთ 3-ჯერ, მეორეს გავადიდებთ 200%-ით, მაშინ ნამრავლი:

ა) გაიზრდება 2-ჯერ; **ბ)** არ შეიცვლება; **გ)** შემცირდება 2-ჯერ;
დ) შემცირდება 1,5-ჯერ; **ე)** გაიზრდება1,5-ჯერ

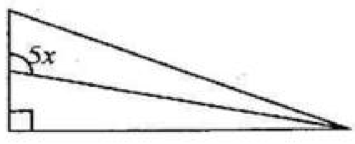
5. რისი ტოლია $|3x-3y|+|8y-8x|$ თუ $x>y$?

ა) $5x-5y$ **ბ)** $-5x+5y$ **გ)** $11x+5y$ **დ)** $11x-5y$ **ე)** $11x-11y$

6. თუ $\dfrac{x}{y}=2$ და $y\neq0$, მაშინ $2x-y$-ის რამდენი პროცენტია x?

ა) 25 **ბ)** 57 **გ)** 60 **დ)** 70 **ე)** $66\frac{2}{3}$

7. ნახაზიდან გამომდინარე რა მნიშვნელობის მიღება შეუძლია x-ს?

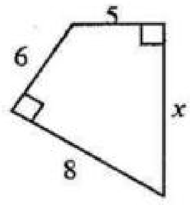


ა) 10° **ბ)** 20° **გ)** 40° **დ)** 50° **ე)** 110°

8. თუ x, y, z სიდიდეების მნიშვნელობებს ისე შევარჩევთ -3, $\dfrac{1}{2}$, 2 რიცხვებიდან, რომ $\dfrac{xy^2}{z}$ გამოსახულებამ მიიღოს მაქსიმალური მნიშვნელობა, მაშინ ეს მაქსიმალური მნიშვნელობა ტოლია (x, y და z ღებულობენ განსხვავებულ მნიშვნელობებს):

ა) $-\frac{3}{8}$ **ბ)** 16 **გ)** 24 **დ)** 36 **ე)** 54

9. რისი ტოლია x ნახაზის მიხედვით?



ა) 7 ბ) 8 გ) $9\sqrt{2}$ დ) 10 ე) $5\sqrt{3}$

10. ჰომოთეტია, რომლის ცენტრი კოორდინატთა სათავეშია, $A(2;6)$ წერტილს $B(\frac{1}{2};y)$ წერტილში ასახავს. იპოვეთ y.

ა) 3 ბ) -3 გ) -1,5 დ) 0 ე) 1,5

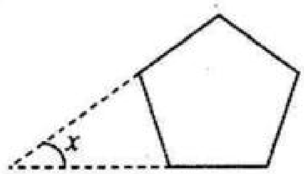
11. სამშენებლო კომპანიას სამი სახის სატვირთო ავტომანქანები ჰყავს: 2 ტონა, 3 ტონა და 4 ტონა ტვირთამწეობის, სულ 20 ცალი. 2 ტონა ტვირთამწეობის მანქანები იმდენია, რამდენიც 3 და 4 ტონიანი ერთად აღებული. რამდენი 3 ტონიანი ავტომანქანა ჰყავს ფირმას, თუ ყველა ავტომანქანის საერთო ტვირთამწეობაა 54 ტონა?

ა) 4 ბ) 5 გ) 6 დ) 2 ე) 1

12. ყუთში მხოლოდ თეთრი და წითელი ბურთებია. თეთრი ბურთების რაოდენობა ბურთების საერთო რაოდენობის $\frac{7}{8}$ ნაწილია, წითელი ბურთი 4 ცალია. სულ რამდენი ბურთია ყუთში?

ა) 24 ბ) 28 გ) 30 დ) 32 ე) 36

13. წესიერი ხუთკუთხედის ორი არამეზობელი გვერდის გაგრძელებებს შორის კუთხე ტოლია

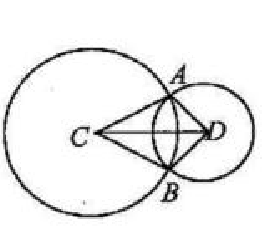


ა) 36° ბ) 35° გ) 30° დ) 25° ე) 20°

14. 2 ერთნაირი დიდი მილით აუზი ივსება 6 საათში. იგივე აუზის ავსება6 საათში 3 პატარა ერთნაირ მილსაც შეუძლია. რამდენ საათში აავსებს ამ აუზს 2 დიდი და 6 პატარა მილი ერთდროული მუშაობით?

ა) 1 ბ) 2 გ) 3 დ) 3,5 ე) 4

15. წრეწირები, რომელთა ცენტრებია C და D, იკვეთებიან A და B წერტილებში. $\angle ACB=60^0$, $\angle ADB=90^0$. რას უდრის დიდი წრეწირის რადიუსის შეფარდება მცირე წრეწირის რადიუსთან?

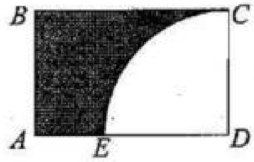


ა) 4:3 ბ) $\sqrt{2}:1$ გ) 3:2 დ) $\sqrt{3}:1$ ე) 2:1

16. x, y და z ისეთი ნატურალური რიცხვებია, რომ $x < 5$, $y < 3$, $z > 24$, მაშინ $x^y - z$ გამოსახულების უდიდესი მნიშვნელობაა:

ა) 9 ბ) 10 გ) 100 დ) 99 ე) –9

17. ABCD მართკუთხედის გაუმუქებული ნაწილი D ცენტრის მქონე წრის მეოთხედია, DC რადიუსია 4, ABCD მართკუთხედის პერიმეტრია 20. რისი ტოლია გამუქებული ფიგურის ფართობი?

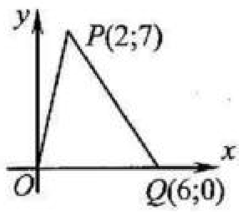


ა) 20 ბ) $24-4\pi$ გ) $14-4\pi$ დ) $24-2\pi$ ე) $2\pi+12$

18. $\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}+\left|2\sqrt{2}-3\right|$ გამოსახულების მნიშვნელობაა

ა) 6 ბ) $4\sqrt{2}$ გ) $2\sqrt{2}+6$ დ) $6-2\sqrt{2}$ ე) $6-4\sqrt{2}$

19. რისი ტოლია OPQ სამკუთხედის ფართობი?

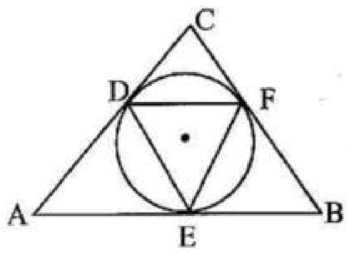


ა) 42 ბ) 21 გ) 28 დ) 40 ე) 35

20. –20; –16; –12; –8; ... მიმდევრობის ყოველი წევრი 4-ით მეტია წინაზე. რომელი რიცხვი არ შეიძლება იყოს ამ მიმდევრობის წევრი?

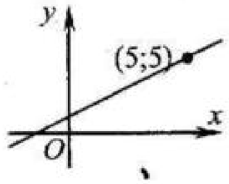
ა) 0 ბ) 200 გ) 440 დ) 668 ე) 762

21. ABC სამკუთხედში ჩახაზულია წრეწირი, რომელიც ეხება ამ სამკუთხედს D, E და F წერტილებში. რისი ტოლია $\angle EFD$, თუ $\angle CAB=32°$?



ა) 82° ბ) 74° გ) 64° დ) 46° ე) 48°

22. (5; 5) წერტილზე გამავალი წრფის საკუთხო კოეფიციენტია $\dfrac{5}{6}$. ჩამოთვლილი წერტილებიდან ყველა ერთის გარდა მდებარეობს ამ წრფეზე. რომელი წერტილი არ მდებარეობს წრფეზე?



ა) (1,4; 2) ბ) (11, 10) გ) (8; 7,5) დ) (–1; 0) ე) (–7; 5)

23. $y=-2(1-x)^2+5$ ფუნქციის ზრდადობის შუალედია

ა) $(-2;\ 5]$ ბ) $(-\infty;\ 2]$ გ) $(-\infty;\ 1]$ დ) $[1;\ +\infty)$; ე) $[2;\ +\infty)$

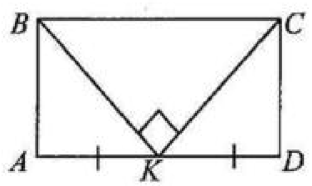
24. გეომეტრიული პროგრესიის მესამე წევრია 45, მეხუთე წევრი – 405. რას უდრის მეორე წევრი, თუ პირველი და მეორე წევრის ჯამი უარყოფითი რიცხვია?

ა) 9 ბ) 15 გ) –15 დ) –5 ე) 5

25. $3^{-x}>\left(\frac{1}{3}\right)^{-5}$ უტოლობის ამონახსენთა სიმრავლეა:

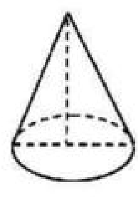
ა) $(-5;\ 5)$ ბ) $(-\infty;\ -5)$ გ) $(-\infty;5)$ დ) $(5;+\infty)$ ე) $(-5;+\infty)$

26. ABCD მართკუთხედის დიდი AD გვერდის K შუაწერტილი შეერთებულია B და C წერტილებთან, $\angle BKC=90°$. იპოვეთ მართკუთხედის ფართობი, თუ მართკუთხედის მცირე გვერდია 5 სმ.



ა) 25 სმ^2 ბ) $25\sqrt{2}$ სმ^2 გ) 50 სმ^2 დ) $50\sqrt{2}$ სმ^2 ე) 100 სმ^2

27. კონუსის ფუძის რადიუსია 3 სმ, მისი ღერძული კვეთის ფართობი – 12 სმ^2. რას უდრის კონუსის გვერდითი ზედაპირის ფართობი?

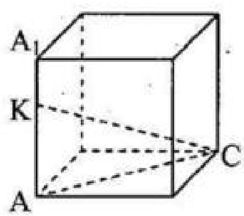


ა) 20π ბ) 12π გ) 15π დ) 30π ე) 24π

28. $\log_{\frac{1}{3}}(2x-1)<0$ უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლეა:

ა) $(\frac{1}{2};\ +\infty)$ ბ) $(1;\ +\infty)$ გ) $(-\infty;\ \frac{1}{2})$ დ) $(-\infty;\ 1)$ ე) $(\frac{1}{2};\ 1)$

29. მოცემულია კუბი. AA_1 წიბოზე K წერტილი ისეა აღებული, რომ $AK=\frac{a\sqrt{6}}{3}$, სადაც a წიბოს სიგრძეა. იპოვეთ $\angle ACK$.



ა) 30° ბ) 15° გ) 45° დ) 60° ე) 22,5°

30. რისი ტოლია $\frac{1}{3}\sin^2 2\alpha-5+\frac{1}{3}\cos^2 2\alpha$ გამოსახულების მნიშვნელობა?

ა) -5 ბ) $-5\frac{1}{3}$ გ) $-4\frac{2}{3}$ დ) $\frac{1}{3}$ ე) $5\frac{1}{3}$

31. ამოხსენით განტოლება $lgx^2+lg(x+10)^2=2lg11$

32. იპოვეთ $tg\alpha$, თუ α $\sin(x+\frac{\pi}{2})=-\frac{1}{2}$ განტოლების უმცირესი დადებითი ფესვია.

33. სამი მიმართულების სამარშრუტო ტაქსის მოძრაობის ინტერვალებია 10, 12 და 15 წუთი. ისინი მოძრაობას იწყებენ მეტროს სადგურიდან. რამდენჯერ შეხვდებიან ერთმანეთს ეს ტაქსები მეტროს სადგურთან 9 სთ 45 წთ-დან 15 სთ 10 წთ-მდე, თუ ერთ-ერთი ასეთი შეხვედრა 13 სთ 05 წთ-ზე ხდება?

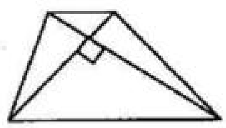
34. ამოხსენით სისტემა: $\begin{cases} \dfrac{1}{x+3y}-5=-y \\ \dfrac{y}{x+3y}=6 \end{cases}$

35. a პარამეტრის რა მნიშვნელობისთვის აქვს $\dfrac{x^2-5x+6}{4^{3x-a}-4^{2a-x}}=0$ განტოლებას ერთი ამონახსნი?

36. იპოვეთ წესიერი სამკუთხა პირამიდის მოცულობა, თუ მისი ფუძის გვერდის სიგრძეა 4, ხოლო პირამიდის აპოთემა (გვერდითი წახნაგის სიმაღლე) –5.

37. $a+b=-18$ და $ab=3$. გამოთვალეთ $\dfrac{1}{a^3}-\dfrac{1}{|b|b^2}$ გამოსახულების მნიშვნელობა.

38. ტრაპეციის დიაგონალებია 3 და 4 და ისინი მართი კუთხით იკვეთებიან. იპოვეთ ტრაპეციის შუახაზი.



39. 1; 8; 22; 43; ... მიმდევრობის მეზობელ წევრთა სხვაობები ქმნიანს არითმეტიკულ პროგრესიას. იპოვეთ ამ მიმდევრობის იმ წევრის ნომერი, რომელიც 35351-ის ტოლია.

40. $\dfrac{m}{n}$ წესიერი უკვეცი წილადია. რომელ ნატურალურ რიცხვზე შეიძლება შეიკვეცოს $\dfrac{3n-m}{5n+2m}$ წილადი, თუ ის იკვეცება?

ბილეთი №9

1. $(-1)^{2n+1}\cdot(-1)^4$ ნამრავლი, სადაც n ნატურალური რიცხვია, ტოლია

ა) 1 **ბ)** $(-1)^n$ **გ)** -1 **დ)** 2 **ე)** -2

2. რისა ტოლია $\frac{1}{b}$, თუ $\frac{5b-1}{b}=3-\frac{2}{b}$ და $b\neq0$:

ა) 2 **ბ)** 8 **გ)** -2 **დ)** -8 **ე)** -1

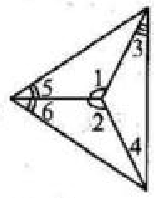
3. თუ $a<0$, მაშინ $\sqrt{-a^3+2a^2-a}$ გამოსახულება ტოლია

ა) $(a-1)\sqrt{a}$ **ბ)** $(1-a)\sqrt{a}$ **გ)** $(1-a)\sqrt{-a}$ **დ)** $(a-1)\sqrt{-a}$ **ე)** $(a+1)\sqrt{-a}$

4. უფროს ძმას 25%-ით მეტი თანხა აქვს, ვიდრე უმცროსს. თავისი თანხის რამდენი პროცენტი უნდა მისცეს უფროსმა ძმამ უმცროსს, რომ მათი თანხები გათანაბრდეს?

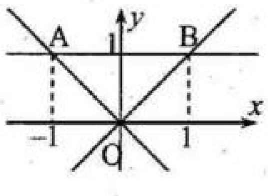
ა) 25% **ბ)** 10% **გ)** 20% **დ)** 30% **ე)** 18%

5. ცნობილია, რომ $\angle1=\angle2$, $\angle5=\angle6$, $\angle3=28°$ რისი ტოლია $\angle4$?



ა) 14° **ბ)** 28° **გ)** 56° **დ)** 42° **ე)** 22°

6. რას უდრის OA წრფის საკუთხო კოეფიციენტი, თუ AB წრფე პარალელურია ox ღერძის?



ა) -1 **ბ)** $-1/2$ **გ)** 1 **დ)** 2 **ე)** -2

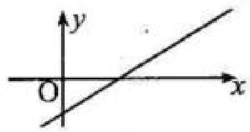
7. კატერის სიჩქარე მდინარის დინების მიმართულებით 16 კმ/სთ-ის ტოლია, დინების საწინააღმდეგო მიმართულებით – 10 კმ/სთ. რისი ტოლია კატერის საკუთარი სიჩქარე?

ა) 11,5 კმ/სთ **ბ)** 14,5 კმ/სთ **გ)** 13 კმ/სთ **დ)** 12 კმ/სთ **ე)** 15 კმ/სთ

8. როგორი მახვილი კუთხით გადაიკვეთებიან სამკუთხედის ორი კუთხის ბისექტრისები, თუ მესამე კუთხე 36°-ის ტოლია?

ა) 108° **ბ)** 72° **გ)** 36° **დ)** 54° **ე)** 18°

9. თუ ნახაზზე გამოსახულია $y–kx=b$ განტოლების გრაფიკი, მაშინ



ა) $k>0,\ b>0$ **ბ)** $k>0,\ b<0$ **გ)** $k<0,\ b>0$ **დ)** $k<0,\ b<0$ **ე)** $k>0,\ b=0$

10. თუ სამკუთხედის ყოველი შიგა კუთხე ნაკლებია დანარჩენი ორი კუთხის ჯამზე, მაშინ ეს სამკუთხედი

ა) მართკუთხაა **ბ)** ტოლფერდაა **გ)** ბლაგვკუთხაა **დ)** მახვილკუთხაა **ე)** შეიძლება იყოს ნებისმიერი

11. რამდენი ფესვი აქვს $\sqrt{x}\left(x^4-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}\right)=0$ განტოლებას?

ა) 0 **ბ)** 1 **გ)** 2 **დ)** 3 **ე)** 4

12. $y=(\sin x+\cos x)^2$ ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლეა

ა) $[1;2]$ **ბ)** $[0;2]$ **გ)** $[-\sqrt{2};\sqrt{2}\,]$ **დ)** $[0;1]$ **ე)** $[-1;1]$

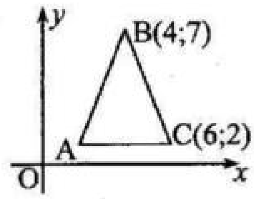
13. $\log_{\frac{1}{3}} 27 =$

ა) 3 **ბ)** 9 **გ)** –9 **დ)** –3 **ე)** 0

14. $\frac{2x-3}{|3-2x|}=-1$ განტოლების ამონახსნთა სიმრავლეა

ა) $(3/2;3)$ **ბ)** $(3;+\infty)$ **გ)** $(-\infty;3)$ **დ)** $\{3\}$ **ე)** $(-\infty;3/2)$

15. ABC ტოლფერდა სამკუთხედის AC ფუძე Ox ღერძის პარალელურია. სამკუთხედის B და C წვეროების კოორდინატები ნახაზზეა მითითებული. იპოვეთ A წერტილის კოორდინატთა სათავის მიმართ სიმეტრიული წერტილის კოორდინატები.

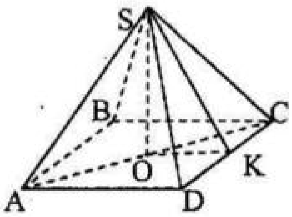


ა) $(-2;2)$ **ბ)** $(2;-2)$ **გ)** $(-6;-2)$ **დ)** $(4;-2)$ **ე)** $(-2;-2)$

16. იპოვეთ a პარამეტრის ყველა მნიშვნელობა, რომლისთვისაც $5\cdot 2^x=9-a^2$ განტოლებას გააჩნია ამონახსნი.

ა) $(\sqrt{9/2};+\infty)$ **ბ)** $(-\infty;-3)$ **გ)** $(3;+\infty)$ **დ)** $(-3;3)$ **ე)** $(-\infty;9/2)$

17. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის AC დიაგონალი $8\sqrt{2}$ -ის ტოლია, SC გვერდითი წიბო კი $4\sqrt{3}$ -ის. რისი ტოლია იმ კუთხის სიდიდე, რომელსაც SK აპოთემა ადგენს ფუძის სიბრტყესთან?



ა) 30° **ბ)** 40° **გ)** 45° **დ)** 50° **ე)** 60°

18. $\log_2 x^{12} + \log_2 x^6 = 36$ განტოლების ამონახსნთა სიმრავლეა

ა) {4} **ბ)** {–4;4} **გ)** {6} **დ)** {–6} **ე)** {8}

19. საქონლის ფასი გაიზარდა. გარდა ამისა ცნობილია, რომ:
I. საქონლის ფასი გაიზარდა 100 ლარით;
II. საქონლის ფასი გაორმაგდა;
იმისათვის, რომ გავარკვიოთ რამდენი პროცენტით გაიზარდა საქონლის ფასი ...
ა) საკმარისია I პირობა, II კი არა;
ბ) საკმარისია II პირობა, I კი არა;
გ) საკმარისია I და II პირობა ერთად, მაგრამ არც ერთი ცალ-ცალკე;
დ) საკმარისია ორივე პირობა ცალ-ცალკე;
ე) ეს ორი პირობა არ არის საკმარისი, საჭიროა დამატებითი პირობები.

20. რისი ტოლია x, თუ $\frac{1}{3^x} = 9^{x-2}$?

ა) –4 **ბ)** –2 **გ)** 0 **დ)** 1 **ე)** 4/3

21. b_1; b_2; b_3; ... გეომეტრიული პროგრესიის მნიშვნელი ტოლია 3-ის, რისი ტოლია ამ პროგრესიის მე-5 წევრი, თუ $b_5=90-b_7$?

ა) 9 **ბ)** 10 **გ)** 18 **დ)** 27 **ე)** 45

22. რისი ტოლია [–1;2] შუალედზე განსაზღვრული $y=-x^2+5$ ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლე?

ა) [4;5] **ბ)** [0;5] **გ)** [0;4] **დ)** [1;5] **ე)** [–1;5]

23. არითმეტიკული პროგრესიის მე-5 წევრი 12-ის ტოლია. რას უდრის მისი პირველი 9 წევრის ჯამი?

ა) 54 **ბ)** 36 **გ)** 216 **დ)** 108 **ე)** 72

24. კლასის მოსწავლეთა საშუალო ასაკი 12 წელია. რამდენი წლის შემდეგ იქნება ამ მოსწავლეების საშუალო ასაკი 14 წელი?

ა) 1 **ბ)** 2 **გ)** 3 **დ)** 4 **ე)** 6

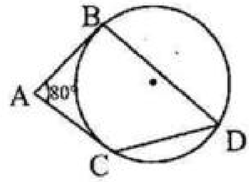
25. რას უდრის $|3x-a|<2$ უტოლობის ყველა ამონახსნისაგან შედგენილი მონაკვეთის სიგრძე?

ა) 4/3 **ბ)** 2/3 **გ)** 8/3 **დ)** $2a/3$ **ე)** $a/3$

26. რომელ შუალედზე ემთხვევა $y=\sqrt{9-6x+x^2}$ ფუნქციის გრაფიკი $y=3-x$ წრფივი ფუნქციის გრაფიკს?

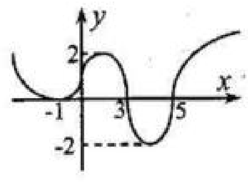
ა) $(-\infty;3]$ **ბ)** $(-\infty;-3]$ **გ)** $[-3;+\infty)$ **დ)** $[3;+\infty)$ **ე)** $[0;+\infty)$

27. A წერტილიდან წრეწირისადმი გავლებულია ორი მხები, რომლებიც წრეწირს B და C წერტილებში ეხებიან, $\angle BAC=80°$. რისი ტოლია BDC კუთხის სიდიდე?



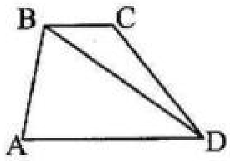
ა) 50° **ბ)** 60° **გ)** 70° **დ)** 80° **ე)** 90°

28. $y=f(x)$ ფუნქციის გრაფიკი მოცემულია ნახაზზე. იპოვეთ $f(x)\le 0$ უტოლობის ამონახსნი.



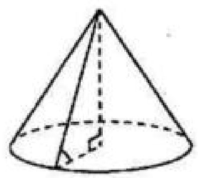
ა) $[-2;2]$ **ბ)** $(3;5)$ **გ)** $[3;5]$ **დ)** $\{-1\}\cup[3;5]$ **ე)** $\varnothing$

29. ABCD ტრაპეციის BC ფუძის სიგრძე 2-ჯერ ნაკლებია AD ფუძის სიგრძეზე. რისი ტოლია ABD სამკუთხედის ფართობი, თუ ABCD ტრაპეციის ფართობი 36 სმ^2-ია?



ა) 18 სმ^2 **ბ)** 20 სმ^2 **გ)** 24 სმ^2 **დ)** 28 სმ^2 **ე)** 30 სმ^2

30. კონუსის ფუძის რადიუსი 2 სმ-ის ტოლია, მოცულობა კი $\frac{8\pi}{\sqrt{3}}$ სმ^3. იპოვეთ კუთხის სიდიდე, რომელსაც მსახველი ადგენს ფუძის სიბრტყესთან.

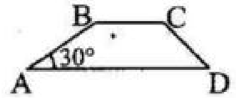


ა) 30° **ბ)** 45° **გ)** 60° **დ)** 75° **ე)** პასუხი ჩამოთვლილთაგან განსხვავებულია

31. ამოხსენით განტოლება

$$2+2\sqrt{5-3x}=3x.$$

32. ტოლფერდა ტრაპეციის ფერდი შუახაზის ტოლია. მახვილი კუთხე BAD 30°-ს უდრის. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი, თუ მისი პერიმეტრი 24 სმ-ია.



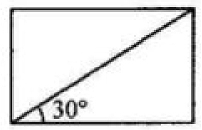
33. ამოხსენით $\cos^2 x \cdot \operatorname{tg} x=0$ განტოლება და იპოვეთ ყველა ფესვი, რომელიც $[0;2\pi]$ შუალედს ეკუთვნის.

34. ამოხსენით უტოლობა $\log_{0,5}^2(x+1)<\log_{0,5}^3(x+1)$.

35. იპოვეთ a-ს ყველა მნიშვნელობა, რომლისთვისაც $y=2x-ax^2$ ფუნქცია $x=1$ და $x=-1$ წერტილებში ღებულობს საწინააღმდეგო ნიშნის მნიშვნელობებს.

36. მარტო ერთი ონკანით აუზი ივსება 5 სთ-ში, მარტო მეორეთი – 6 სთ-ში. ჯერ გახსნეს მარტო მეორე ონკანი, 54 წთ-ის შემდეგ კი – პირველიც და აავსეს აუზის $\frac{7}{10}$ ნაწილი. რამდენ ხანს იყო გახსნილი თითოეული ონკანი.

37. მართკუთხედში, რომელიც ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის შლილს წარმოადგენს, დიაგონალი გვერდთან 30°-იან კუთხეს ადგენს. იპოვეთ ცილინდრის მოცულობა, თუ ცილინდრის დიამეტრი, მის სიმაღლეზე მეტია და დიაგონალი d-ს ტოლია.



38. იპოვეთ a-ს ყველა მნიშვნელობა, რომლისთვისაც $\begin{cases}2x+ay=3\\-x+2y=1\end{cases}$ სისტემის ამონახსნი საკოორდინატო სიბრტყის მეორე მეოთხედის წერტილია.

39. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის მოცულობა $36\sqrt{3}$ სმ^3-ის ტოლია. ამ პირამიდის გვერდითი წახნაგები ფუძისადმი დახრილია 60°-იანი კუთხით. რისი ტოლია პირამიდის გვერდითი ზედაპირის ფართობი?

40. $d(x,y)$-ით აღვნიშნოთ x და y ნატურალური რიცხვების უდიდესი საერთო გამყოფი. ლუწია თუ კენტი $d(x+y,xy)-d(x,y)$ რიცხვი? პასუხი დაასაბუთეთ.

ბილეთი № 10

1. თუ $\frac{b}{a}=0.5$, მაშინ $\frac{20b}{3a+4b}$ ტოლია

ა) 2, **ბ)** 1/2, **გ)** 20/7, **დ)** 7/20, **ე)** 1.

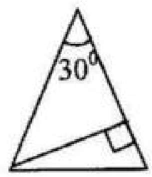
2. რისი ტოლია $(0.027)^{\frac{-1}{3}}-\left(-\frac{1}{6}\right)^{-2}+256^{0.75}-3^{-1}+5.5^{0}$ გამოსახულების მნიშვნელობა

ა) 31 **ბ)** 1 **გ)** 104 **დ)** 32 **ე)** $29\frac{4}{15}$

3. ორი მთელი რიცხვის ნამრავლია 391. თუ ერთ-ერთს ორით შევამცირებთ, მაშინ ნამრავლი იქნება 357. საწყისი რიცხვების ჯამია

ა) 38 **ბ)** 36 **გ)** 40 **დ)** 42 **ე)** 44

4. ტოლფერდა სამკუთხედში წვეროსთან მდებარე კუთხეა 30^0. მის ფერდზე დაშვებულია სიმაღლე. კუთხე, რომელსაც ეს სიმაღლე ფუძესთან ადგენს, ტოლია



ა) 30^0 **ბ)** 45^0 **გ)** 15^0 **დ)** 75^0 **ე)** 60^0

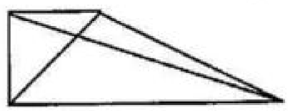
5. იმ რიცხვის 1/5 ნაწილი, რომლის 12% არის 25.2 არის

ა) 21 **ბ)** 42 **გ)** 1050 **დ)** 4.2 **ე)** 210

6. რისი ტოლია $\sin\alpha+\cos 2\alpha+\sin 3\alpha$, თუ $\alpha=\pi/6$?

ა) -1 **ბ)** 0 **გ)** 1 **დ)** 2 **ე)** 3

7. ნახაზზე გამოსახულ მართკუთხა ტრაპეციაში მცირე ფუძე ტოლია მცირე ფერდის, ხოლო დიდი ფუძე სამჯერ მეტია მცირე ფუძეზე. ამ ტრაპეციის დიდი დიაგონალია 10. რისი ტოლია ამ ტრაპეციის მცირე დიაგონალი?



ა) $\sqrt{10}$ **ბ)** $\sqrt{5}$ **გ)** 5 **დ)** $5\sqrt{2}$ **ე)** $2\sqrt{5}$

8. რიცხვი გაიზარდა 25%-ით, ამის შემდეგ იგი კვლავ გაიზარდა 25%-ით. რამდენი პროცენტით უნდა შემცირდეს მიღებული რიცხვი, რომ მივიღოთ თავიდან მოცემული რიცხვი?

ა) 45 **ბ)** 64 **გ)** 40 **დ)** 36 **ე)** 55

9. თუ რიცხვს მის მეხუთედს დავუმატებთ, ხოლო შემდეგ მიღებულ ჯამს 3/4-ს გამოვაკლებთ მივიღებთ 11,25-ს. მოცემული რიცხვია

ა) 37.5 **ბ)** 25 **გ)** 10 **დ)** 3.375 **ე)** 15

10. ორ სახლს აქვს s ფანჯარა. რამდენი ფანჯარაა თითოეულ სახლში, თუ ერთ ერთ სახლში m ფანჯრით მეტია ვიდრე მეორეში?

ა) $0,5(s-m)$ და $0,5(s+m)$ **ბ)** $s-m$ და m **გ)** $s-2m$ და $2m$ **დ)** $s-0,5m$ და $0,5m$ **ე)** $s-0,5m$ და $s+0,5m$

11. საქონლის ფასმა $4.5-დან დაიკლო $3.6-მდე. რამდენი პროცენტით დაიკლო ფასმა?

ა) 0.9 **ბ)** 8 **გ)** 9 **დ)** 20 **ე)** 80

12. თუ $a=\sqrt{10}$, $b=2\sqrt{2}$ და $c=\sqrt{2}+\sqrt{3}$, მაშინ

ა) $a>b>c$ **ბ)** $c>b>a$ **გ)** $c>a>b$ **დ)** $b>c>a$ **ე)** $a>c>b$

13. ორ აუდიტორიაში ერთად 58 სტუდენტია. როდესაც ერთი აუდიტორიიდან 20 სტუდენტი გამოვიდა, ხოლო მეორედან 30, აუდიტორიებში სტუდენტების ერთი და იგივე რაოდენობა დარჩა. რამდენი სტუდენტი იყო თავდაპირველად მეორე აუდიტორიაში?

ა) 30 **ბ)** 24 **გ)** 40 **დ)** 32 **ე)** 34

14. მანქანა **t** სთ მიდიოდა 20 კმ/სთ სიჩქარით. 1 სთ გაჩერების შემდეგ 5 კმ/სთ-ით გაადიდა სიჩქარე და იარა **t**–2 სთ. მანქანის მიერ გავლილი გზაა

ა) $20t+5(t-2)$ **ბ)** $20t+25(t-2)$ **გ)** $20t+5(t-2)+1$ **დ)** $20t+25(t-2)+1$ **ე)** $20t+25(t-2)-1$

15. როგორ შეიცვლება $\log_2 a-\log_2 b$ თუ a-ს მაგივრად ავიღებთ $3.5a$-ს, ხოლო b-ს მაგივრად $3.5b$-ს?

ა) გაიზრდება 3.5-ით **ბ)** გაიზრდება 3.5-ჯერ **გ)** არ შეიცვლება
დ) შემცირდება 3.5-ით **ე)** შემცირდება 3.5-ჯერ

16. ფირმას კომპიუტერის შეკეთება დაუჯდა 49.2 ლარი. ხელოსანი საათში იღებს 22 ლარს, ხოლო ის დეტალი, რომელიც გამოცვალეს 10%-იან გაიაფებამდე ღირდა 18 ლარი. რამდენი საათი იმუშავა ხელოსანმა?

ა) 1.5 **ბ)** 9 **გ)** 11 **დ)** 0.33 **ე)** 2/3

17. რამდენიმე რიცხვის ჯამია 80. თუ თითოეულ მათგანს 1.4-ით გავზრდით, ჯამი 101-ს გაუტოლდება. რამდენი რიცხვი ყოფილა მოცემული?

ა) 80 **ბ)** 20 **გ)** 5 **დ)** 15 **ე)** განსაზღვრა შეუძლებელია

18. წინადადება „$y=f(x)$ **ფუნქციის გრაფიკი არ არის პარაბოლა**" ჭეშმარიტია, თუ

ა) $y=f(x)$ ფუნქციის გრაფიკი კვეთს OY ღერძს
ბ) $y=f(x)$ ფუნქციის გრაფიკი კვეთს $y=x$ წრფეს
გ) $y=f(x)$ ფუნქცია ზრდადია $(-\infty;0)$ შუალედზე და კლებადია $(0;+\infty)$ შუალედზე
დ) $y=f(x)$ ფუნქცია არ არის ლუწი
ე) $y=f(x)$ ფუნქციის გრაფიკი მდებარეობს მხოლოდ II და IV მეოთხედებში

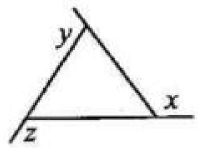
19. ორი მსგავსი სამკუთხედის ფართობები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 4:9. იპოვეთ დიდი სამკუთხედის ფართობი, თუ მცირე სამკუთხედის ერთი გვერდი მასზე დაშვებულ სიმაღლეზე ორჯერ ნაკლებია.

ა) 18 **ბ)** 9 **გ)** 9/2 **დ)** 36 **ე)** განსაზღვრა შეუძლებელია

20. რისი ტოლია $|3x-3y|+|5x-5y|$, თუ $x<y$?

ა) $8x-8y$ **ბ)** $8y-2x$ **გ)** $8x-2y$ **დ)** $2x-8y$ **ე)** $8y-8x$

21. x, y და z ნახაზზე გამოსახული სამკუთხედის გარე კუთხეებია. რისი ტოლია $\angle x+\angle y+\angle z$?



ა) 90^0, **ბ)** 180^0 **გ)** 270^0 **დ)** 360^0 **ე)** 540^0.

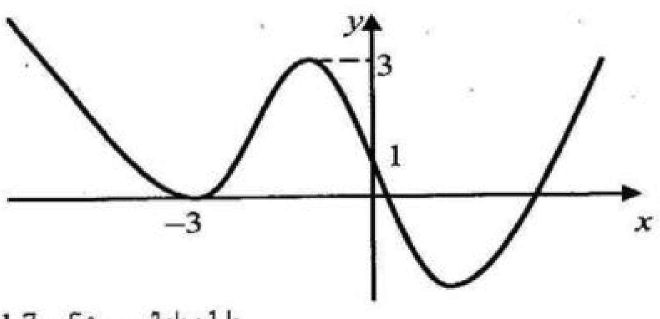
22. თუ a, b, c, d რიცხვები ისეთია, რომ $a>b>c>d$ და $\frac{1}{b}>\frac{1}{a}>\frac{1}{d}>\frac{1}{c}$, მაშინ

ა) $a>0, b>0, c>0, d>0$ **ბ)** $a>0, b<0, c<0, d>0$ **გ)** $a>0, b>0, c<0, d<0$
დ) $a>0, b<0, c>0, d<0$ **ე)** $a<0, b<0, c<0, d<0$

23. პირველ კასრში არის a ლიტრი ზეთი, ხოლო მეორე კასრში b ლიტრი. პირველიდან გადმოასხეს 8 ბოთლი, ხოლო მეორედან 6 ბოთლი. ამის შემდეგ ორივე კასრში დარჩა ერთნაირი რაოდენობის ზეთი. რამდენი ლიტრი ჩადის ერთ ბოთლში?

ა) $a-b$ **ბ)** $b-a$ **გ)** $\frac{1}{2}(a-b)$ **დ)** $\frac{1}{2}(b-a)$ **ე)** $\frac{1}{14}(b-a)$

24. $y=f(x)$ ფუნქციის გრაფიკი მოცემულია ნახაზზე



$f(x) = 1.7$ განტოლებას აქვს

ა) ოთხი დადებითი ამონახსნი **ბ)** სამი დადებითი ამონახსნი **გ)** ერთი ამონახსნი
დ) სამი უარყოფითი და ერთი დადებითი ამონახსნი **ე)** სამი ამონახსნი

25. თუ $x=(\sqrt{5}-2)^{1.2}$, $y=(\sqrt{5}-1)^{0.8}$, $z=(2-\sqrt{5})^{5}$ მაშინ

ა) $y>z>x$ **ბ)** $y>x>z$ **გ)** $x>y>z$ **დ)** $x>z>y$ **ე)** $z>x>y$

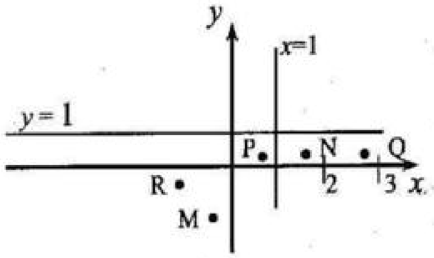
26. წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის სიმაღლეა 15 სმ. რისი ტოლი იქნება ისეთი მართკუთხა პარალელეპიპედის სიმაღლე, რომლის ფუძის ფართობი და მოცულობა შესაბამისად პირამიდის ფუძის ფართობისა და მოცულობის ტოლია?

ა) 3 სმ **ბ)** 4.5 სმ **გ)** 5 სმ **დ)** 7.5 სმ **ე)** 8 სმ

27. XOY სიბრტყის რომელ წერტილზე შეიძლება გაიაროს

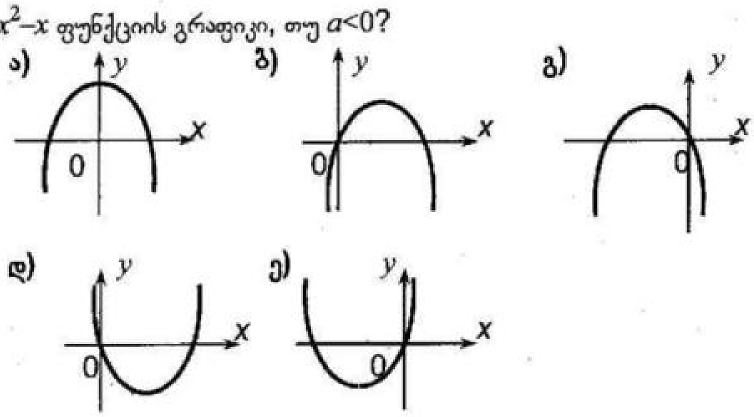
$$f(x)=\log_2 x$$

ფუნქციის გრაფიკმა?



ა) M **ბ)** N **გ)** P **დ)** Q **ე)** R

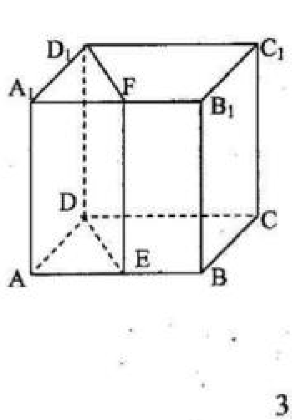
28. რომელია $y=ax^2-x$ ფუნქციის გრაფიკი, თუ $a<0$?



29. ცნობილია, რომ $-4.2<x<3.1$ (x ნამდვილი რიცხვია). რამდენი განსხვავებული მთელი მნიშვნელობა შეიძლება მიიღოს x^2 სიდიდემ?

ა) 17 **ბ)** 8 **გ)** 1 **დ)** 18 **ე)** 27

30. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ კუბში E და F წერტილები შესაბამისად კუბის AB და A_1B_1 წიბოების შუაწერტილებია. რისი ტოლია DD_1FE მართკუთხედის ფართობი, თუ კუბის მოცულობაა 1000 სმ^3?

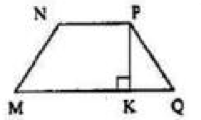


ა) $50\sqrt{5}$ სმ^2 **ბ)** $100\sqrt{2}$ სმ^2 **გ)** 150 სმ^2 **დ)** $100\sqrt{3}$ სმ^2 **ე)** 200 სმ^2

31. გამოთვალეთ $1-2+3-4+5-6+\cdots+99-100$

32. ამოხსენით $2ax-3>7x+a$ უტოლობა, თუ ცნობილია, რომ $a<3$.

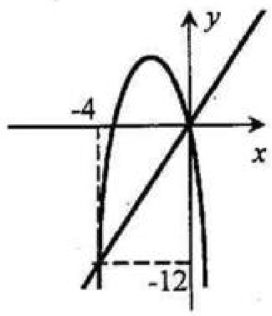
33. MNPQ ტოლფერდა ტრაპეციაში PK სიმაღლე და MK მონაკვეთი ერთმანეთის ტოლია და თითოეული უდრის 8-ს. იპოვეთ ტრაპეციის ფართობი.



34. იპოვეთ $y=\sqrt{2-\lg\dfrac{x}{x-1}}$ ფუნქციის განსაზღვრის არე

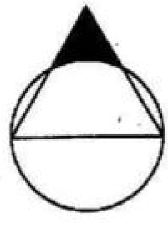
35. მოტორიანი ნავი A პუნქტიდან B პუნქტში 5 სთ-ში ჩადის, ხოლო B პუნქტიდან A პუნქტში 7 სთ-ში. რამდენ საათში ჩავა ტივი A პუნქტიდან B პუნქტში?

36. $y=kx$ წრფეს $y=-x^2+bx+c$ პარაბოლა კვეთს (0;0) და (–4;–12) წერტილებში. იპოვეთ k, b, c.



37. გაზეთის მკითხველთა 20%-ს მამაკაცები შეადგენენ. ამავე დროს, ამ გაზეთის მკითხველთა 70% დაოჯახებულია და მათგან 10% მამაკაცია. გაზეთის მკითხველ მამაკაცთა რამდენი პროცენტი არ არის დაოჯახებული?

38. r რადიუსიანი წრის დიამეტრი წარმოადგენს ტოლგვერდა სამკუთხედის ფუძეს. იპოვეთ სამკუთხედის იმ ნაწილის ფართობი, რომელიც მდებარეობს წრის გარეთ.



39. კონუსის მსახველი 1-ის ტოლია. ამ კონუსში მოიძებნება სამი წყვილ-წყვილად ურთიერთმართობული მსახველი. იპოვეთ კონუსის ფუძის ფართობი.

40. იპოვეთ a-ს ყველა მნიშვნელობა, რომლისთვისაც $(x^2-3x-4)(x^2-a)=0$ განტოლებას გააჩნია ზუსტად სამი განსხვავებული ამონახსნი.

ბილეთი № 11

1. m რიცხვის 7-ზე გაყოფისას მიღებული ნაშთი 3-ის ტოლია. რა ნაშთი მიიღება $3m+5$-ის 7-ზე გაყოფისას?

ა) 0 **ბ)** 2 **გ)** 3 **დ)** 4 **ე)** 6

2. რისი ტოლია $70\left(9-\frac{3}{8}\right)\left(1-\frac{3}{5}:\frac{14}{23}\right)$ გამოსახულების მნიშვნელობა?

ა) $\frac{69}{8}$ **ბ)** $-\frac{35}{4}$ **გ)** $\frac{3}{4}$ **დ)** 0,2 **ე)** 0,5

3. თუ $a \neq 0$, მაშინ $\frac{3a^4-6a^3}{a^5}$ გამოსახულება ტოლია

ა) $\frac{a^2-2a}{5}$ **ბ)** $\frac{a-2}{a^2}$ **გ)** $\frac{3}{a}-\frac{6}{a^2}$ **დ)** $\frac{a}{3a-2}$ **ე)** $\frac{a^2}{3a-2}$

4. რომელი ციფრი უნდა ჩავსვათ 7030605-ში 0-ების მაგივრად, რომ მიღებული რიცხვი იყოფოდეს 9-ზე და ყველა ასეთ რიცხვებს შორის იყოს მინიმალური?

ა) 1 **ბ)** 2 **გ)** 3 **დ)** 7 **ე)** 9

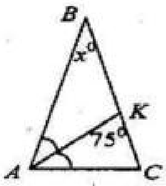
5. ორი ქალაქიდან ერთმანეთის შესახვედრად ორი მატარებელი გამოვიდა. ამ ქალაქებს შორის მანძილს ერთი გადის 3 სთ-ში, მეორე კი – 4 სთ-ში. მთელი გზის რა ნაწილს შეადგენს მატარებლების გამოსვლიდან 1 საათის შემდეგ მათ შორის დარჩენილი მანძილი?

ა) $\frac{6}{7}$ **ბ)** $\frac{7}{12}$ **გ)** $\frac{5}{12}$ **დ)** $\frac{1}{12}$ **ე)** $\frac{1}{7}$

6. თუ $a<-1$, მაშინ

ა) $a<a^2<a^3$ **ბ)** $a<a^3<a^2$ **გ)** $a^3<a<a^2$ **დ)** $a^3<a^2<a$ **ე)** $a^2<a<a^3$

7. ნახაზზე გამოსახულია ABC ტოლფერდა სამკუთხედი. ($AB=BC$), AK ბისექტრისაა. რისი ტოლია x?



ა) 25^0 **ბ)** 35^0 **გ)** 40^0 **დ)** 45^0 **ე)** 30^0

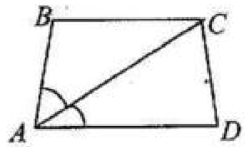
8. $2+\frac{8}{x}<0$ უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლეა

ა) $(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$ **ბ)** $(-2;8)$ **გ)** $(-8;2)$ **დ)** $(-4;0)$ **ე)** $(0;4)$

9. რომელია $y=7^x-7$ ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლე?

ა) $(-\infty;+\infty)$ **ბ)** $(1;+\infty)$ **გ)** $(1;7)$ **დ)** $(-7;+\infty)$ **ე)** $(-7;7)$

10. ნახაზზე გამოსახულია $ABCD$ ტოლფერდა ტრაპეცია. AC დიაგონალი BAD კუთხის ბისექტრისაა. რისი ტოლია AB გვერდი, თუ ტრაპეციის პერიმეტრია 20 სმ და $AD=7$ სმ?



ა) $\frac{13}{3}$ სმ **ბ)** 4 სმ **გ)** 2 სმ **დ)** 1 სმ **ე)** $\frac{5}{2}$ სმ

11. თუ $\sin 2\alpha=\frac{2}{|a|}$ და $a\neq 0$, ქვემოთ ჩამოთვლილთაგან რას შეიძლება უდრიდეს a?

ა) 12 **ბ)** 0,5 **გ)** $-\frac{1}{3}$ **დ)** $\frac{1}{\pi}$ **ე)** $\frac{2}{\pi}$

12. როგორ შეიცვლება მრავალკუთხედის შიგა კუთხეების ჯამის სიდიდე, თუ მისი გვერდების რიცხვს გავადიდებთ 3-ით?

ა) არ შეიცვლება **ბ)** გაიზრდება 540^0-ით **გ)** გაიზრდება 180^0-ით
დ) გაიზრდება 90^0-ით **ე)** შეუძლებელია დადგენა

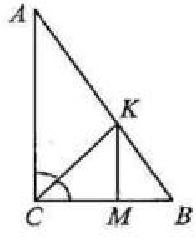
13. რას უდრის $\lg 2a+\lg 5b$, თუ $\lg ab=3$?

ა) 1 **ბ)** 4 **გ)** 2 **დ)** 7 **ე)** 0

14. $y=7-x^2$ ფუნქციის უდიდესი მნიშვნელობა

ა) 0 **ბ)** -7 **გ)** 7 **დ)** $\sqrt{7}$ **ე)** $-\sqrt{7}$

15. ნახაზზე გამოსახულია ABC მართკუთხა სამკუთხედი. CK მართი კუთხის ბისექტრისაა და ტოლია 5 სმ-ის. რას უდრის $\text{tg}\angle CAB$, თუ $KM\|AC$ და $MB=3$ სმ?



ა) $\frac{3}{5}$ **ბ)** $\frac{5}{3}$ **გ)** $\frac{6}{5\sqrt{2}}$ **დ)** $\frac{5\sqrt{2}}{6}$ **ე)** $\frac{4}{5}$

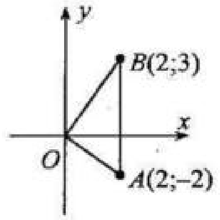
16. რისი ტოლია $2a+\sqrt{a^2-6a+9}$, თუ $a<3$?

ა) $3a-3$ ბ) $a+3$ გ) $-a+3$ დ) $-a-3$ ე) $3a+3$

17. $25^{x+0,5}+3\cdot5^{2x}=\dfrac{8}{125}$ განტოლების ამონახსნია

ა) -2 ბ) 2 გ) $-1,5$ დ) $1,5$ ე) 0

18. A და B წერტილების კოორდინატები ნახაზზეა მოცემული. მაშინ OAB სამკუთხედის ფართობია

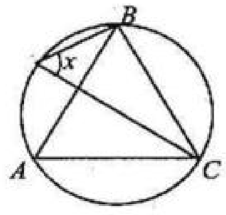


ა) $\frac{5}{4}$ ბ) $\frac{5}{2}$ გ) 5 დ) 50 ე) 10

19. არითმეტიკულ პროგრესიაში $a_3=-6$ და $a_2+a_5=-9$. ცნობილია, რომ ამ პროგრესიის ერთ-ერთი წევრი 9-ის ტოლია. რას უდრის მისი ნომერი?

ა) 5 ბ) 6 გ) 8 დ) 4 ე) 2

20. ნახაზზე გამოსახულია წრეწირი და მასში ჩახაზული ABC ტოლგვერდა სამკუთხედი. რისი ტოლია x-ით აღნიშნული კუთხის გრადუსული ზომა?



ა) 30^0 ბ) 60^0 გ) 120^0 დ) 45^0 ე) 75^0

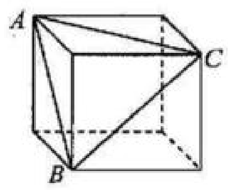
21. ოთახში მყოფი რვა ბიჭის საშუალო ასაკი 12 წელი იყო. როცა ოთახიდან ერთი მათგანი გავიდა, დარჩენილთა საშუალო ასაკი 11 წელი გახდა. რამდენი წლისაა ოთახიდან გასული ბიჭი?

ა) 18 ბ) 19 გ) 13 დ) 15 ე) 14

22. თვითმფრინავის ბილეთის ფასმა 1,5-ჯერ დაიკლო. რამდენი პროცენტით დაიკლო ბილეთის ფასმა?

ა) 50 ბ) $33\frac{1}{3}$ გ) 40 დ) 25 ე) 90

23. ნახაზზე გამოსახულია კუბი. რისი ტოლია ABC სამკუთხედის ფართობი, თუ კუბის წიბო $3\sqrt{2}$ სმ-ია?



ა) 18 სმ^2 ბ) $9\sqrt{3}$ სმ^2 გ) $9\sqrt{2}$ სმ^2 დ) 27 სმ^2 ე) $9\sqrt{6}$ სმ^2

24. თუ 50^{50}-ს გავყოფთ 25^{25}-ზე, მივიღებთ

ა) 10^{50} **ბ)** 25^{25} **გ)** 2^{25} **დ)** 10^{25} **ე)** 50^{25}

25. მეტალის სამი ცილინდრისაგან, რომელთა ფუძის დიამეტრი და სიმაღლე ერთმანეთის ტოლია და თითოეული უდრის $40\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$ სმ, ჩამოასხეს ბირთვი. იპოვეთ ამ ბირთვის რადიუსი.

ა) 20 სმ **ბ)** $20\sqrt[3]{3}$ სმ **გ)** $40\sqrt{3}$ სმ **დ)** $20\sqrt{3}$ სმ **ე)** $10\sqrt[3]{3}$ სმ

26. რამდენი ისეთი განსხვავებული ექვსნიშნა რიცხვი არსებობს, რომლის ათეულების ციფრია 2, ასეულების კი 9.

ა) $9\cdot10^3$ **ბ)** $8\cdot10^3$ **გ)** 10^4 **დ)** $7\cdot10^3$ **ე)** C_{10}^6

27. ქალაქში ორი საფეხბურთო გუნდია A და B. ქალაქის მოსახლეობის „ახალგაზრდა" ნაწილის (25 წელს ქვემოთ) გულშემატკივრების პროპორციული განაწილებაა 2:3, ხოლო დანარჩენი (25 წელს ზემოთ) გულშემატკივრების 3:5 (შესაბამისად A და B გუნდების). როგორია გულშემატკივრების პროპორცია მთელი ქალაქის მასშტაბით, თუ 25 წლამდე გულშემატკივრები გულშემატკივართა საერთო რაოდენობის $\frac{1}{3}$ ნაწილია?

ა) 61:99 **ბ)** 4:5 **გ)** 9:11 **დ)** 8:7 **ე)** 23:37

28. თუ $\frac{x-y}{x+y}=\frac{12}{13}$, მაშინ $\frac{x^2}{y^2}$ ტოლია

ა) $\frac{13}{12}$ **ბ)** $\frac{25}{6}$ **გ)** $\frac{144}{169}$ **დ)** 25 **ე)** 625

29. საათის პატარა ისარი 4 სმ-ია, დიდი კი 8 სმ. როგორია ისრების ბოლოების მიერ გავლილი მანძილების შეფარდება დღის 2 საათიდან 5 საათამდე?

ა) 1:2 **ბ)** 1:4 **გ)** 1:6 **დ)** 1:12 **ე)** 1:24

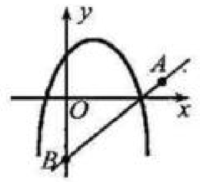
30. თუ a და b სხვადასხვა ნიშნის რიცხვებია, მაშინ ყველაზე დიდი შემდეგ 4 რიცხვს შორის $q=a^2-b^2$, $r=(a+b)^2$, $s=(a-b)^2$, $t=a^2+b^2$, არის

ა) q **ბ)** r **გ)** s **დ)** t **ე)** პასუხი დამოკიდებულია a-სა და b-ზე

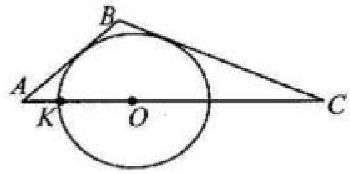
31. ამოხსენით უტოლობა: $\log_{0,7}(x^2+1)<\log_{0,7}(2x-5)$.

32. ამოხსენით განტოლება: $\cos(\pi+3x)=\sin\frac{\pi}{2}-\frac{1}{2}$.

33. ნახაზზე მოცემულია $A(4;2)$ წერტილი და პარაბოლა, რომლის განტოლებაა $y=-x^2+2x+3$. იპოვეთ B წერტილის კოორდინატები.



34. ნახაზზე მოცემულია წრეწირი, რომელიც ეხება სამკუთხედის ორ გვერდს და მისი ცენტრი სამკუთხედის მესამე გვერდზე მდებარეობს. AB=13 სმ, BC=15 სმ, AC=14 სმ. რას უდრის AK მონაკვეთი?



35. ფერმერმა ორ სხვადასხვა ნაკვეთზე თანაბარი მოსავალი აიღო, თუმცა პირველი ნაკვეთის ერთ ჰექტარზე მოვიდა 2 ტ, ხოლო მეორე ნაკვეთის ერთ ჰექტარზე 3 ტ მოსავალი. რა მოსავალი აიღო ფერმერმა საშუალოდ ერთ ჰექტარზე?

36. ზუსტად მომუშავე საათის ისრები 5 წთ-ის შემდეგ ერთმანეთს დაემთხვევიან. რისი ტოლი იქნება კუთხე ისრებს შორის 15 წთ-ის შემდეგ?

37. წესიერი სამკუთხა პირამიდის გვერდითი წახნაგები მართკუთხა სამკუთხედებია. რას უდრის პირამიდის მოცულობა, თუ მის ფუძეში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი 2 სმ-ია?

38. დედამ იყიდა „ნატეხი" შაქარი, რომელსაც მართკუთხა პარალელეპიპედის ფორმა ჰქონდა. ბავშვებმა ჯერ ზედა ერთი ფენა შეჭამეს სულ 77 ნატეხი, შემდეგ მარჯვენა ფენა (შრე) სულ 55 ნატეხი, ბოლოს კი წინა შრე. რამდენი ნატეხი შაქარი იყო თავიდან კოლოფში?

39. $ABCD$ პარალელოგრამის პერიმეტრი 13-ის ტოლია. $\angle ABC=120°$. BCD სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი $\frac{\sqrt{3}}{2}$-ის ტოლია. იპოვეთ პარალელოგრამის გვერდები.

40. იპოვეთ $4x_1^2+x_2^2+3x_1x_2+15x_1$ გამოსახულების მნიშვნელობა, თუ x_1 და x_2 წარმოადგენენ $x^2+5x-77=0$ განტოლების ფესვებს.

ბილეთი № 12

1. რისი ტოლია ერთიმეორის მომდევნო სამი კენტი რიცხვის ჯამი, თუ უმცირესი რიცხვია $2n-1$?

ა) $6n$ **ბ)** $6n+3$ **გ)** $6n-1$ **დ)** $3n+3$ **ე)** $3n-1$

2. გამოთვალეთ $\dfrac{7!-6!}{5!}$.

ა) $\dfrac{1}{5}$ **ბ)** 6 **გ)** 5 **დ)** $\dfrac{1}{120}$ **ე)** 36

3. 2^{100} არ უდრის

ა) $(2^{10})^{10}$ **ბ)** 2^{10^2} **გ)** $(2^{10})^2$ **დ)** $2^{50}\cdot 2^{50}$ **ე)** $(2^{50})^2$

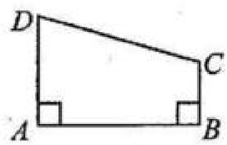
4. იპოვეთ $\vec{a}(7;-7;0)$ და $\vec{b}(1;0;-1)$ ვექტორებს შორის კუთხის კოსინუსი.

ა) 0 **ბ)** 1 **გ)** 1/2 **დ)** 1/3 **ე)** $1/\sqrt{2}$

5. რომელია $\dfrac{a}{|a|}+\dfrac{b}{|b|}+\dfrac{ab}{|ab|}$ გამოსახულების ყველა შესაძლო მნიშვნელობათა სიმრავლე?

ა) $\{-1;3\}$ **ბ)** $\{-3;-2;-1;0;1;2;3\}$ **გ)** $\{-3;-1;1;3\}$ **დ)** $\{-2;0;2\}$ **ე)** $\{-1;1;3\}$

6. ნახაზზე A და B კუთხეები მართია, $ABCD$ ტრაპეციის ფართობი 3-ჯერ მეტია ABC სამკუთხედის ფართობზე. რამდენჯერ მეტია ADB სამკუთხედის ფართობი ABC სამკუთხედის ფართობზე?



ა) 2 **ბ)** $\dfrac{3}{2}$ **გ)** 1 **დ)** $\dfrac{5}{2}$ **ე)** $\sqrt{2}$

7. თუ $x^2+y^2=2xy$ და $y\neq 0$, მაშინ $\dfrac{x}{y}$ ტოლია

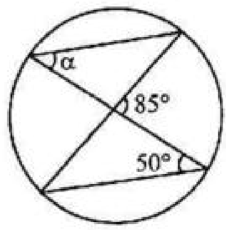
ა) 4 **ბ)** 2 **გ)** 1 **დ)** -1 **ე)** -2

8. გამოთვალეთ $\dfrac{5!A_5^2}{C_5^3}$.

ა) 30 ბ) 120 გ) 240 დ) 10 ე) 60

9. იპოვეთ α კუთხე.

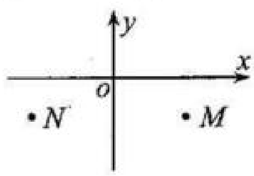
ა) 30° ბ) 35° გ) 40° დ) 45° ე) 50°



10. რისი ტოლია $y=5\sin^2 x-7$ ფუნქციის უმცირესი მნიშვნელობა?

ა) -2 ბ) -12 გ) -7 დ) 2 ე) 12

11. ნახაზზე გამოსახული M წერტილის კოორდინატებია $(3;-2)$. N წერტილიდან მანძილი OX ღერძამდე 2-ის ტოლია, ხოლო M წერტილამდე 7-ის. რას უდრის NOM სამკუთხედის ფართობი?



ა) 14 ბ) 7 გ) 10 დ) $\dfrac{7}{2}$ ე) 4

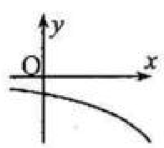
12. რისი ტოლია $\dfrac{\sqrt{22}-\sqrt{2}}{\sqrt{11}-11}\cdot\sqrt{11}$

ა) $-\sqrt{22}$ ბ) $\sqrt{11}$ გ) 2 დ) $\sqrt{22}$ ე) $-\sqrt{2}$

13. $y=\log_{\frac{1}{2}}(x-x^2)$ ფუნქციის განსაზღვრის არეა

ა) $(-\infty;0)$ ბ) $(1;+\infty)$ გ) $(0;1)$ დ) $(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$ ე) $(-\infty;1)$

14. რომელი ფუნქციის გრაფიკია გამოსახული ნახაზზე?



ა) $y=-x^2-1$ ბ) $y=-x-1$ გ) $y=-2^x$ დ) $y=\log_2(x+1)$ ე) $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$

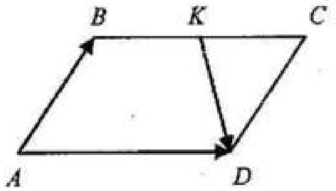
15. $\left(\frac{1}{3}\right)^{2-5x}-1\le 0$ უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლეა

ა) $\left(-\infty;\frac{2}{5}\right)$ ბ) $\left(-\infty;\frac{2}{5}\right]$ გ) $\left(\frac{1}{5};+\infty\right)$ დ) $\left[\frac{2}{5};+\infty\right)$ ე) $\left(\frac{1}{5};\frac{2}{5}\right)$

16. $(-5-a)\sqrt{a+71}=\sqrt{(a+5)^2(a+71)}$ ტოლობა ჭეშმარიტია, თუ

ა) $a\in[-71;-5]$ ბ) $a\in(-\infty;-5]$ გ) $a\in(-\infty;0)$ დ) $a\in(-71;-5)$ ე) $a\in(-\infty;-71)$

17. მოცემულია $ABCD$ პარალელოგრამი. $\vec{a}=\overrightarrow{AB}$, ხოლო $\vec{b}=\overrightarrow{AD}$, K წერტილი BC გვერდის შუაწერტილია. გამოსახეთ $\overrightarrow{KD}$ ვექტორი $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორების საშუალებით.



ა) $\frac{\vec{b}}{2}-\vec{a}$ ბ) $\vec{a}+\frac{\vec{b}}{2}$ გ) $\frac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$ დ) $\frac{\vec{a}-\vec{b}}{2}$ ე) $\frac{3}{4}\vec{a}-\vec{b}$

18. მოცემულია 6 მონაცემი: 7; 5; 10; 2; 4; 9. იპოვეთ მედიანა.

ა) 5 ბ) 6 გ) 7 დ) 5,5 ე) 2

19. ქალაქის მოსახლეობის 75%-ს აქვს ავტომობილი, 15%-ს აქვს ველოსიპედი, ხოლო 20%-ს არა აქვს არც ავტომობილი და არც ველოსიპედი. ქალაქის მოსახლეობის რამდენ პროცენტს აქვს ავტომობილიც და ველოსიპედიც?

ა) 0% ბ) 1,33% გ) 3,75% დ) 5% ე) 10%

20. ცნობილია, რომ $x=t+7$, $y=2t-3$, მაშინ.

ა) $x+y=5$ ბ) $2x+y=4$ გ) $2x-y=17$ დ) $y-2x=17$ ე) $2x-y=11$

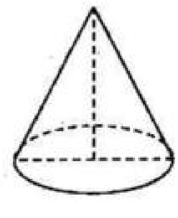
21. გეომეტრიულ პროგრესიაში $b_2=6$ და $b_4=54$. რისი ტოლია b_3, თუ $b_2b_3<0$.

ა) 18 ბ) −18 გ) 9 დ) −9 ე) 48

22. კვადრატის ფორმის მიწის ნაკვეთის სიგრძე გეგმაზე 4 სმ-ია. რას უდრის ამ მიწის ნაკვეთის რეალური ფართობი, თუ მასშტაბია 1:2000.

ა) 0,64 ჰა ბ) 640 მ^2 გ) 6,4 ჰა დ) 8000 მ^2 ე) 8 ჰა

23. კონუსის სიმაღლეა 4 სმ, ხოლო მისი ღერძული კვეთის ფართობი 12 სმ^2. რას უდრის მისი გვერდითი ზედაპირის ფართობი?

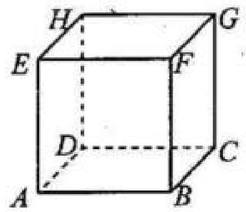


ა) 15π სმ^2 **ბ)** 60π სმ^2 **გ)** 40π სმ^2 **დ)** 48π სმ^2 **ე)** 24π სმ^2

24. ადრე 500 გ შაქარი 40 თეთრი ღირდა, ახლა 700 გ ღირს 70 თეთრი. რამდენი პროცენტით გაძვირდა შაქარი?

ა) 25 **ბ)** 20 **გ)** 15 **დ)** 30 **ე)** 40

25. მოცემულია $ABCDEFGH$ კუბი. $\alpha=\angle AHC$, $\beta=\angle AHD$, $\gamma=\angle AHG$ კუთხეებიდან მიუთითეთ ყველაზე მცირე კუთხე.



ა) α **ბ)** β **გ)** γ **დ)** α და γ **ე)** ყველა კუთხე ტოლია

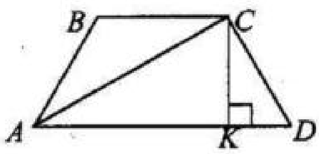
26. სამ დღეში საწვავის მთლიანი მარაგი დაიხარჯა. პირველ დღეს დახარჯეს მთელი მარაგის 20%, მეორე დღეს $\frac{3}{8}$ ნაწილი, მესამე დღეს კი დარჩენილი 34 ლიტრი. რამდენი ლიტრი იყო მარაგი?

ა) 60 **ბ)** 70 **გ)** 80 **დ)** 90 **ე)** 100

27. $y=5x-x^2$ ფუნქციის კლებადობის შუალედია

ა) $(0;5)$ **ბ)** $(-5;0)$ **გ)** $(-\infty;0)$ **დ)** $[2,5;+\infty)$ **ე)** $(-\infty;2,5)$

28. ნახაზზე გამოსახულია $ABCD$ ტოლფერდა ტრაპეცია, CK სიმაღლეა. AK=10 სმ, დიაგონალი 15 სმ-ია. რისი ტოლია ტრაპეციის ფართობი?



ა) 75 სმ^2 **ბ)** 150 სმ^2 **გ)** $50\sqrt{5}$ სმ^2 **დ)** $25\sqrt{5}$ სმ^2 **ე)** 300 სმ^2

29. მიმდევრობის n–ური წევრია $a_n=\frac{34-3n}{n}$. ამ მიმდევრობის უმცირესი დადებითი წევრისა და უდიდესი უარყოფითი წევრის ჯამია

ა) $-\frac{5}{66}$ **ბ)** $\frac{8}{33}$ **გ)** $\frac{1}{12}$ **დ)** $-\frac{1}{11}$ **ე)** 1

30. რამდენი წილადი მოთავსდება $\frac{2}{3}$-სა და $\frac{7}{8}$-ს შორის ისეთი, რომელთა მნიშვნელი 24-ის ტოლია?

ა) 1 **ბ)** 2 **გ)** 3 **დ)** 4 **ე)** 5

31. ამოხსენით უტოლობათა სისტემა:

$$\begin{cases} 10x - x^2 < 0 \\ |x+2| \le 13. \end{cases}$$

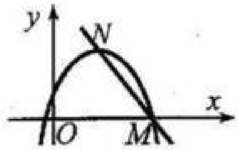
32. ამოხსენით $2^{x+2} - 2^{x+3} - 2^{x+4} > 5^{x+1} - 5^{x+2}$ უტოლობა.

33. ინდური ჩაი ქართულ ჩაიზე $\frac{5}{4}$-ჯერ ძვირია. როგორი პროპორციით უნდა შევურიოთ ინდური ჩაი ქართულს, რომ მივიღოთ ჩაი, რომელიც ქართულ ჩაიზე $\frac{6}{5}$-ჯერ ძვირი იქნება?

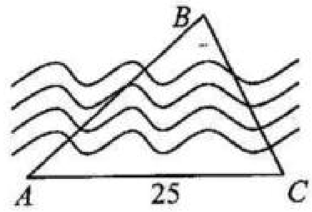
34. ამოხსენით განტოლება:

$$\cos 8x - \sin 4x = 0.$$

35. ნახაზზე მოცემული პარაბოლას განტოლებაა $y = -x^2 + 2x + 3$. N პარაბოლას წვეროა. იპოვეთ N და M წერტილებს შორის მანძილი.



36. მიუვალ B წერტილს აკვირდებიან A და C წერტილებიდან. რისი ტოლია AB მანძილი, თუ $AC = 25$ მ, $\angle BAC = 75^0$, $\angle ACB = 60^0$?

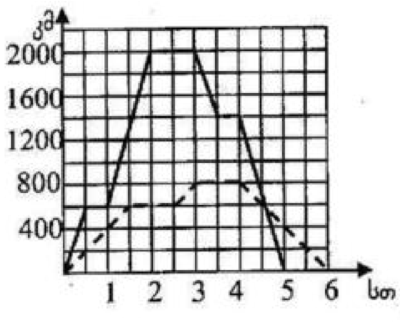


37. ნახაზზე მოცემულია აეროდრომიდან ერთდროულად აფრენილი ორი თვითმფრინავის აეროდრომიდან დაშორების დროზე დამოკიდებულების გრაფიკი.

ა) აფრენიდან რამდენ საათში იყვნენ თვითმფრინავები აეროდრომიდან ერთიდაიგივე მანძილით დაშორებული?

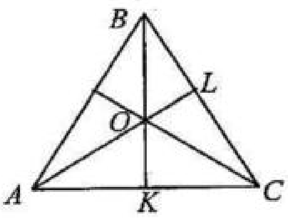
ბ) რამდენი საათი იმყოფებოდა I თვითმფრინავი აეროპორტიდან ყველაზე შორს?

გ) რამდენი კილომეტრით შორს გაფრინდა I თვითმფრინავი აეროპორტიდან, ვიდრე II?



38. სამკუთხა პირამიდის ერთი წიბო 4 სმ-ია, ხოლო ყველა დანარჩენი 3 სმ-ია. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

39. ნახაზზე გამოსახულია ABC ტოლფერდა სამკუთხედი. BK ფუძეზე დაშვებული სიმაღლეა, O მისი შუაწერტილია. ABC სამკუთხედის ფართობის რა ნაწილს შეადგენს: ა) COL სამკუთხედის ფართობი? ბ) BOL სამკუთხედის ფართობი?



40. წრეწირზე მოძრაობს ორი სხეული ერთი და იგივე მიმართულებით. საწყის მომენტში პირველი წინ არის მეორეზე წრეწირის სიგრძის 1/3-ის ტოლი მანძილით. ერთ საათში პირველი 5 სრულ ბრუნს აკეთებს, მეორე კი 7 ბრუნს. რა დროში დაეწევა მეორე სხეული პირველს?

ბილეთი № 13

1. რამდენი სხვადასხვა ციფრის ჩაწერა შეიძლება 654*123 ჩანაწერში ვარსკვლავის ნაცვლად, რომ მიღებული შვიდნიშნა რიცხვი იყოფოდეს 3-ზე?

ა) 1 ბ) 2 გ) 3 დ) 4 ე) 5

2. $\left(3x-\frac{1}{3}y\right)^2$ გამოსახულება ტოლია

ა) $9x^2-\frac{1}{9}y^2$ ბ) $9x^2+\frac{1}{9}y^2$ გ) $9x^2-2xy+\frac{1}{9}y^2$ დ) xy ე) $3x^2-xy+\frac{1}{3}y^2$

3. პირველ დღეს მუშებმა 6 სთ იმუშავეს და შეაკეთეს გზის $\frac{5}{12}$ ნაწილი. მეორე დღეს უამინდობის გამო მხოლოდ 2 სთ იმუშავეს. გზის რა ნაწილი დარჩა შესაკეთებელი?

ა) $\frac{19}{36}$ ბ) $\frac{7}{12}$ გ) $\frac{17}{36}$ დ) $\frac{23}{36}$ ე) $\frac{4}{9}$

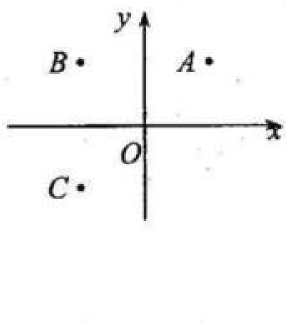
4. კლასში ბიჭები გოგონების $\frac{2}{3}$-ს შეადგენენ. კლასის მოსწავლეთა რამდენ პროცენტს შეადგენენ ბიჭები?

ა) 20 ბ) 30 გ) 40 დ) 45 ე) 60

5. 1 ლიტრი ნავთი $\frac{4}{5}$ კგ-ს იწონის. რამდენი ლიტრია 24 კგ ნავთი?

ა) $\frac{96}{5}$ ბ) 30 გ) 32 დ) 25 ე) 20

6. ნახაზზე გამოსახული A წერტილის კოორდინატებია (5;10). B წერტილი A წერტილის სიმეტრიულია y ღერძის მიმართ, ხოლო C წერტილი B წერტილის სიმეტრიულია x ღერძის მიმართ. რისი ტოლია ABC სამკუთხედის ფართობი?



ა) 200 ბ) 100 გ) 50 დ) 75 ე) 25

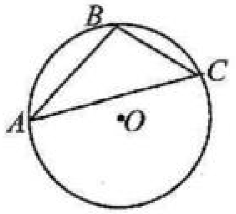
7. რისი ტოლია $-4\sin^2\alpha+5-4\cos^2\alpha$

ა) 9 ბ) -9 გ) -1 დ) 1 ე) 0

8. რამდენი ამონახსნი აქვს $\sqrt{5-x}+5=x$ განტოლებას?

ა) $\varnothing$ ბ) 1 გ) 2 დ) 3 ე) უამრავი

9. ნახაზზე მოცემულია წრეწირი და მასში ჩახაზული ABC სამკუთხედი, $\angle ABC=150^0$. რას უდრის წრეწირის რადიუსი, თუ $AC=10$ სმ.



ა) 5 სმ ბ) 10 სმ გ) 15 სმ დ) 20 სმ ე) 7,5 სმ

10. ABC სამკუთხედში $AB=3BC$. რას უდრის C და A წვეროებიდან გავლებული სიმაღლეების შეფარდება?

ა) 1:4 ბ) 3:1 გ) 1:3 დ) 1:9 ე) 9:1

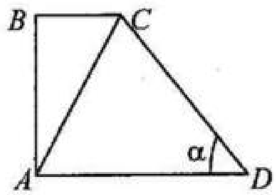
11. $\sqrt{-5x^7y^{10}}$ გამოსახულება ტოლია

ა) $x^3|y|^5\sqrt{-5x}$ ბ) $-x^3|y^5|\sqrt{-5x}$ გ) $-x^3|y|^5\sqrt{5x}$ დ) $-x^7|y|^5\sqrt{-5x}$ ე) $x^3|y^5|\sqrt{5x}$

12. $(\pi-\sqrt{17})x^2\geq 0$ უტოლობის ამონახსნია

ა) $(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$ ბ) $(0;+\infty)$ გ) $(-\infty;0]$ დ) $\{0\}$ ე) $[0;+\infty)$

13. ნახაზზე მოცემულია $ABCD$ მართკუთხა ტრაპეცია. $S_{ACD}=\frac{2}{3}S_{ABCD}$. რისი ტოლია α კუთხის ტანგენსი, თუ $AB=1{,}5BC$?



ა) $\frac{2}{3}$ ბ) $\frac{3}{2}$ გ) 1 დ) 2 ე) $\frac{1}{2}$

14. ჯეოსელის აბონენტები 2007 წელს საშუალოდ ლაპარაკობდნენ 3/2 პროპორციით (შიდა ქსელის ზარები / სხვა ზარები). 2009 წელს ეს პროპორცია შეიცვალა შემდეგით 4/1. გამოთვალეთ რამდენი პროცენტით გაიზარდა შიდა ქსელის ზარების წილი 2009 წელს 2007 წელთან შედარებით.

ა) 100/3% ბ) 50% გ) 25% დ) 40% ე) 30%

15. თუ გეომეტრიულ პროგრესიაში $1+q^2=9$ და $b_{11}+b_{13}=144$, მაშინ ამ პროგრესიის მეთერთმეტე წევრი უდრის

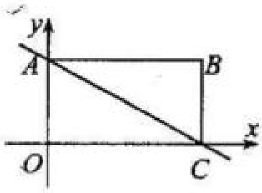
ა) 36 ბ) 16 გ) 24 დ) 32 ე) 8

16. x და y ცვლადებს შორის დამოკიდებულება გამოისახება $y=\frac{k}{x}$ ფორმულით. რა რიცხვი უნდა ეწეროს ვარსკვლავის ნაცვლად?

x	16	8
y	1,5	*

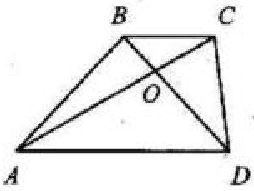
ა) 1 **ბ)** 2 **გ)** 3 **დ)** 0,75 **ე)** 6

17. ნახაზზე გამოსახული $OABC$ მართკუთხედის ფართობია 24. B წერტილი 6 ერთეულითაა დაშორებული y ღერძიდან. რომელი ფუნქციის გრაფიკი გაივლის A და C წერტილებზე?



ა) $y=-\frac{3}{2}x+4$ **ბ)** $y=-\frac{2}{3}x+4$ **გ)** $y=\frac{2}{3}x-4$ **დ)** $y=\frac{2}{3}x$ **ე)** $y=-\frac{3}{2}x-4$

18. ტრაპეციაში გავლებულია დიაგონალები. $S_{ABO}+S_{COD}=20$, $\frac{BC}{AD}=\frac{2}{5}$. იპოვეთ S_{BOC}.



ა) 2 **ბ)** 3 **გ)** 4 **დ)** 6 **ე)** 8

19. რამდენი წიბო აქვს პირამიდას, თუ მას 7 წახნაგი აქვს?

ა) 8 **ბ)** 9 **გ)** 12 **დ)** 18 **ე)** 21

20. რომელია $\sin x=3$ განტოლების ტოლფასი განტოლება?.

ა) $\cos x=\frac{1}{3}$ **ბ)** $\cos x=0$ **გ)** $\cos x=-3$ **დ)** $\operatorname{tg}x=-3$ **ე)** $\operatorname{tg}x=\frac{1}{3}$

21. რისი ტოლია წრიული სექტორის კუთხე, თუ მისი ფართობი წრის ფართობის 15%-ს შეადგენს?

ა) 15^0 **ბ)** 36^0 **გ)** 54^0. **დ)** 40^0 **ე)** 150^0

22. მიწის ნაკვეთს აქვს მართკუთხედის ფორმა, რომლის სიგრძე და სიგანეა 60მ და 40 მ. გეგმაზე ამ ნაკვეთის შესაბამისი ფიგურის პერიმეტრია 100 სმ. როგორი მასშტაბითაა შესრულებული გეგმა?

ა) 1:100 **ბ)** 1:150 **გ)** 1:160 **დ)** 1:1000 **ე)** 1:200

23. რისი ტოლია უმცირესი მთელი რიცხვი, რომელიც $y=\sqrt{x-\log_{\pi}9}$ ფუნქციის განსაზღვრის არეს ეკუთვნის?

ა) -1 ბ) 0 გ) 1 დ) 2 ე) 3

24. a, b და c ერთმანეთისგან განსხვავებული მთელი რიცხვებია და $2\le a\le 5$, $16\le b\le 18$, $10\le c\le 16$. რა უმცირესი მნიშვნელობის მიღება შეუძლია $\frac{ab}{c}$ გამოსახულებას?

ა) $\frac{17}{8}$ ბ) $\frac{36}{15}$ გ) 2 დ) $\frac{45}{8}$ ე) $\frac{32}{15}$

25. გამოთვალეთ $\frac{C_n^2}{A_n^3}$

ა) $\frac{1}{n-3}$ ბ) $\frac{1}{2(n-2)}$ გ) $\frac{1}{n-2}$ დ) $\frac{n-3}{n-2}$ ე) $\frac{1}{2(n-3)}$

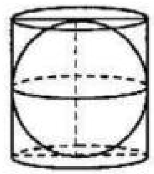
26. რისი ტოლია $25^{2\log_5 3}-26\cdot 7^{2\log_7\sqrt{3}}$ გამოსახულება?

ა) 3 ბ) 4 გ) 5 დ) 6 ე) 9

27. 100 კაციანი ჯგუფიდან 70 სწავლობს ინგლისურ ენას, 50 ფრანგულს. მაშინ ორივე ენას აუცილებლად სწავლობს მინიმუმ

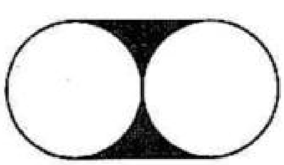
ა) 50 ბ) 70 გ) 20 დ) 30 ე) 10

28. რამდენჯერ მეტია ნახაზზე გამოსახული ცილინდრის მოცულობა ბირთვის მოცულობაზე, თუ ბირთვის AB დიამეტრი ცილინდრის სიმაღლეს ემთხვევა? (ბირთვი ეხება ცილინდრის ფუძეებს და გვერდით ზედაპირს).



ა) 3-ჯერ ბ) 2-ჯერ გ) 1,5-ჯერ დ) 2,5-ჯერ ე) π-ჯერ

29. ორი ერთნაირი რადიუსის მქონე წრეწირი ერთმანეთს ეხება. გავლებულია ამ წრეწირების ორი პარალელური მხები. იპოვეთ გამუქებული ფიგურის ფართობი, თუ წრეწირის რადიუსი 1-ის ტოლია.



ა) $4-2\pi$ ბ) $2-\frac{1}{2}\pi$ გ) $4-\pi$ დ) $1{,}5\pi$ ე) $\pi-1$

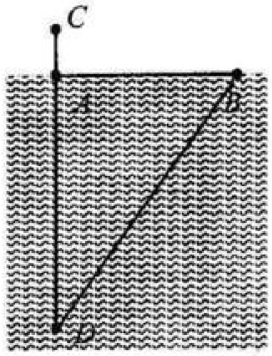
30. $y=-(2x+1)^2$ ფუნქციის კლებადობის შუალედია

ა) $(0;+\infty)$ ბ) $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right]$ გ) $\left[-\frac{1}{2};+\infty\right)$ დ) $(-\infty;0]$ ე) $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$

31. იპოვეთ $(2;7)$ და $(-1;3)$ წერტილებზე გამავალი წრფის Oy ღერძთან გადაკვეთის წერტილი.

32. ნავსადგურიდან დინების საწინააღმდეგო მიმართულებით გაემგზავრა მოტორიანი ნავი, რომლის საკუთარი სიჩქარეა 10 კმ/სთ. 45 წუთის შემდეგ მოტორი გაჩერდა და მდინარის დინებამ ნავი 3 საათის შემდეგ ისევ ნავსადგურში დააბრუნა. იპოვეთ მდინარის დინების სიჩქარე.

33. ტბის სიღრმის გასაზომად წყლიდან ამოზრდილი ლელქაში შემდეგნაირად გამოიყენეს. ჯერ გაზომეს ლელქაშის წყლის ზედა ნაწილი AC. შემდეგ გაზომეს მანძილი A და B წერტილებს შორის, სადაც A ლელქაშის წყლის ზედაპირთან გადაკვეთის წერტილია, როცა ის ვერტიკალურ მდგომარეობაშია, ხოლო B ლელქაშის წყლის ზედაპირთან გადაკვეთის წერტილი, როცა ის დახრილ და მაქსიმალურად დაჭიმულ მდგომარეობაშია. რას უდრის ტბის სიღრმე, თუ $AB=2$ მ და $AC=1$ მ?



34. გარეცხვის შემდეგ ქსოვილი იკლებს $\frac{1}{16}$-ით სიგრძეში და $\frac{1}{18}$-ით სიგანეში. 0,9 მეტრი სიგანის რამდენი მეტრი ქსოვილი უნდა ვიყიდოთ, რომ რეცხვის შემდეგ დაგვრჩეს 51 მ^2 ქსოვილი?

35. ამოხსენით უტოლობა:

$$\log_2(x^2-5) > \log_2(2x+3).$$

36. ამოხსენით განტოლება:

$$3\cos 2x - \sin 4x = 0.$$

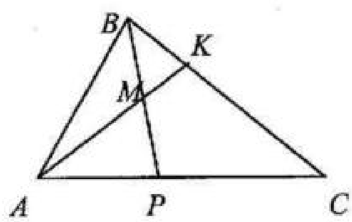
37. სიბრტყეზე აღნიშნულია რამდენიმე წერტილი, რომელთაგან არცერთი არ მდებარეობს ერთ წრფეზე. ყოველ ორ წერტილზე გავლებულია წრფე. რამდენი წერტილია აღნიშნულ სიბრტყეზე, თუ ცნობილია, რომ წრფეების რაოდენობა 45-ის ტოლია?

38. არითმეტიკულ პროგრესიაში თვრამეტი წევრია. ლუწ ადგილებზე მდგომი წევრების ჯამი 27-ის ტოლია, კენტ ადგილებზე მდგომი წევრების კი 20-ის. იპოვეთ ამ პროგრესიის უდიდესი მთელი წევრი.

39. ამოხსენით უტოლობა:

$$9^{\frac{1}{x}} - 3^{\frac{1}{x}} > 72.$$

40. ABC სამკუთხედის AC და BC გვერდებზე აღებულია P და K წერტილები ისე, რომ $AP:PC=2:3$ და $BK:KC=4:7$. რა შეფარდებით იყოფა AK მონაკვეთი BP მონაკვეთთან გადაკვეთისას M წერტილით?



ბილეთი №14

1. ოთხნიშნა რიცხვში ასეულების ციფრი 2 შეიცვალა 9-ით, ხოლო ათეულების ციფრი 5 შეიცვალა 4-ით. საწყისი რიცხვი :

ა) შემცირდა 690-ით **ბ)** გაიზარდა 710-ით **გ)** არ შეიცვალა **დ)** გაიზარდა 690-ით **ე)** გაიზარდა 790-ით

2. გლეხთა $\frac{3}{10}$ ნაწილს მოჰყავს საზამთრო, $\frac{8}{10}$ ნაწილს ყურძენი, $\frac{1}{6}$ ნაწილს ერთიც და მეორეც. გლეხთა რა ნაწილს არ მოჰყავს არც საზამთრო და არც ყურძენი?

ა) $\frac{1}{5}$ **ბ)** $\frac{5}{6}$ **გ)** $\frac{1}{15}$ **დ)** $\frac{14}{15}$ **ე)** $\frac{1}{10}$

3. ქალაქგარეთ ავტომობილი 100 კმ-ზე ხარჯავს 8 ლ ბენზინს, ქალაქში კი იგივე მანძილზე 10 ლ-ს. რა რაოდენობის ბენზინს დახარჯავს ავტომობილი, თუ ქალაქგარეთ მან გაიარა 325 კმ, ხოლო ქალაქში 150 კმ?

ა) 41 ლ **ბ)** 43 ლ **გ)** 40 ლ **დ)** 30 ლ **ე)** 35 ლ

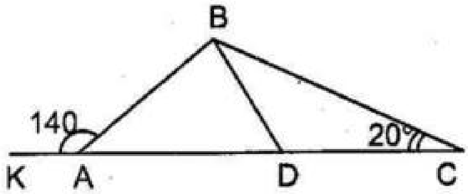
4. $(C_{12}^{9} - C_{12}^{3})x > 6 - x$ უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლეა

ა) $(-\infty;+\infty)$ **ბ)** $\varnothing$ **გ)** $(-\infty;12)$ **დ)** $(6;+\infty)$ **ე)** $(6;12)$

5. ABC მართკუთხა სამკუთხედის AB ჰიპოტენუზა 10 სმ-ია, BC კათეტია 6 სმ. იპოვეთ B წვეროდან გავლებული მედიანის სიგრძე.

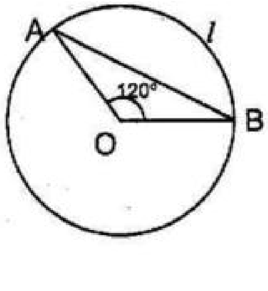
ა) $2\sqrt{13}$ **ბ)** $4\sqrt{10}$ **გ)** $2\sqrt{10}$ **დ)** $\sqrt{13}$ **ე)** 6

6. ნახაზზე მოცემულია ABC სამკუთხედი. KA არის CA გვერდის გაგრძელება, AB=AD, ∠KAB=140°, ∠ACB=20°. იპოვეთ ∠CBD.



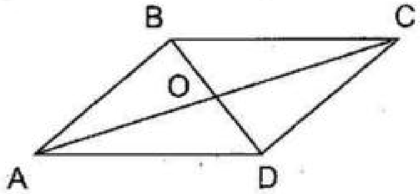
ა) 20 **ბ)** 30 **გ)** 50 **დ)** 70 **ე)** 40

7. AOB ცენტრალური კუთხის სიდიდეა 120°. მისი შესაბამისი რკალის სიგრძეა $l = \frac{20\pi}{3}$. იპოვეთ AB ქორდა



ა) 4 **ბ)** $3\sqrt{10}$ **გ)** $3\sqrt{5}$ **დ)** $10\sqrt{3}$ **ე)** $5\sqrt{3}$

8. ABCD პარალელოგრამში AB=3, BC=7. O არის დიაგონალების გადაკვეთის წერტილი. იპოვეთ OC^2+OD^2.



ა) 29 ბ) 58 გ) $\sqrt{29}$ დ) $\sqrt{58}$ ე) 14,5

9. გაამარტივეთ $\dfrac{\cos 2x+\sin^2 x}{\sin 2x(\cos^2 2x+\sin^2 2x)}$

ა) $\dfrac{1}{2tgx}$ ბ) $\dfrac{2}{tgx}$ გ) tgx დ) $2tgx$ ე) $\dfrac{tgx}{2}$

10. სამუშაოს შესასრულებლად გამოყოფილი იყო 7200 ლარი. სამუშაო შეასრულა სამმა მუშამ. პირველმა იმუშავა 4 დღე, მეორემ – 3, მესამემ კი – 5 დღე. რამდენი ლარი მიიღო მესამე მუშამ, თუ მუშებმა თანხა მიიღეს ნამუშევარი დღეების პროპორციულად.

ა) 600 ბ) 3000 გ) 2400 დ) 1800 ე) 4200

11. რამდენი სიმეტრიის ღერძი აქვს წესიერ ხუთკუთხედს?

ა) 1 ბ) 0 გ) 2 დ) 3 ე) 5

12. მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზა 40 სმ-ია. ჰიპოტენუზის შუა წერტილიდან მანძილი ერთ კათეტამდე 3-ჯერ მეტია, ვიდრე მანძილი მეორე კათეტამდე. იპოვეთ სამკუთხედის პერიმეტრი.

ა) 200 ბ) 120 გ) $40+32\sqrt{10}$ დ) $40+16\sqrt{10}$ ე) $40+4\sqrt{10}$

13. იპოვეთ მანძილი $y=x^2-6x+5$ პარაბოლის წვეროდან კოორდინატთა სათავემდე.

ა) $\sqrt{5}$ ბ) $\sqrt{7}$ გ) 5 დ) 7 ე) 4

14. $y=f(x)$ ფუნქცია $(-\infty;+\infty)$ შუალედზე ყველგან ზრდადია. იპოვეთ $f(x)<f(2)$ უტოლობის ამონახსნი.

ა) $(-\infty;+\infty)$ ბ) $(-\infty;2)$ გ) $(2;+\infty)$ დ) $\varnothing$ ე) $(0;+\infty)$

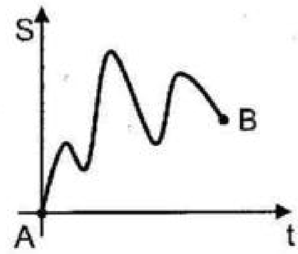
15. იპოვეთ $\sqrt{9-x}-\sqrt{7-x}$, თუ $\sqrt{9-x}+\sqrt{7-x}=a$

ა) 2 ბ) $a+2$ გ) $a-2$ დ) $\dfrac{2}{a}$ ე) $2a$

16. ნივთი გაიაფდა 40%-ით. შემდეგ კი გაძვირდა 25%-ით. საწყისი ფასის რამდენი პროცენტია ახალი ფასი?

ა) 25 ბ) 75 გ) 15 დ) 85 ე) 90

17. ტურისტმა მოძრაობა დაიწყო A ქალაქიდან. გარკვეული დროის შემდეგ ჩავიდა B ქალაქში. ნახაზზე მოცემულია A ქალაქიდან დაშორების (S) დროზე (t) დამოკიდებულების S(t) გრაფიკი. B ქალაქში ჩასვლამდე რამდენჯერ იყო ტურისტი დაშორებული A ქალაქიდან იგივე მანძილით, რა მანძილიცაა A და B ქალაქებს შორის?



ა) 0 ბ) 2 გ) 4 დ) 5 ე) 3

18. გამოთვალეთ $\lg 2a + \lg 5b$, თუ $a = 0{,}1$, $b = 0{,}01$.

ა) –3 ბ) 1 გ) –1 დ) –2 ე) 2

19. რა არის ალბათობა იმისა, რომ 3 მონეტის აგდებისას ერთი გერბი მაინც მოვა?

ა) $\frac{7}{8}$ ბ) $\frac{6}{8}$ გ) $\frac{1}{C_3^1}$ დ) $\frac{1}{A_3^2}$ ე) არცერთი აქ ჩამოთვლილთაგან

20. კვადრატული $f(x) = ax^2 + bx + c$ ფუნქციისათვის ცნობილია, რომ $f(0) = 1$; $f(-1) = 3$ და $f(1) = 5$. იპოვეთ $f(x) = 0$ განტოლების ამონახსნთა ჯამი.

ა) $-\frac{1}{3}$ ბ) $\frac{1}{3}$ გ) 3 დ) –3 ე) ამონახსნი არა აქვს

21. 2 სმ სისქის თუნუქისაგან გაკეთებულია მართკუთხა პარალელეპიპედის ფორმის თავსახურიანი ავზი, რომლის გარე ზომებია 16 სმ × 24 სმ × 14 სმ. რა მოცულობის წყალი ჩაეტევა ავზში?

ა) 5376 სმ^3 ბ) 2392 სმ^3 გ) 3696 სმ^3 დ) 4300 სმ^3 ე) 2400 სმ^3

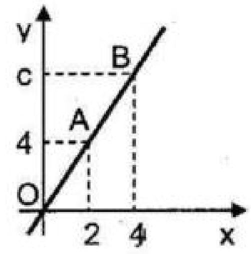
22. იპოვეთ $f(x) = \dfrac{\log_{0,5}(4 - x^2) + \sqrt{x+1}}{x-1}$ ფუნქციის განსაზღვრის არე.

ა) (–2;2) ბ) [–1;2) გ) [–1;2] დ) [–1;1)∪(1;2) ე) (–2;1)∪(1;2)

23. მიმდევრობის ზოგადი წევრის ფორმულაა $a_n = 100 - 3n$. ამ მიმდევრობის რამდენი წევრია 50-ზე მეტი?

ა) ყველა ბ) 15 გ) 16 დ) 17 ე) 18

24. ნახაზზე მოცემულია წრფე, რომელიც გადის A(2;4), B(4;c) და O(0;0) წერტილებზე. იპოვეთ მანძილი A და B წერტილებს შორის

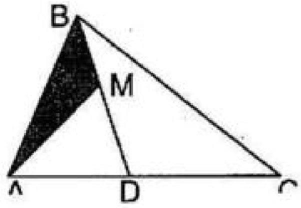


ა) $2\sqrt{5}$ **ბ)** 6 **გ)** 2 **დ)** $5\sqrt{2}$ **ე)** 20

25. მოცემულია გეომეტრიული პროგრესია: b_1; 4; 6; b_4; ... . იპოვეთ b_1+b_4.

ა) 10 **ბ)** $11\frac{2}{3}$ **გ)** $4\frac{2}{3}$ **დ)** $9\frac{1}{3}$ **ე)** 13

26. ABC სამკუთხედის ფართობია 30 სმ^2. იპოვეთ ABM სამკუთხედის ფართობი, თუ AD:DC=2:3, BM:MD=1:3.

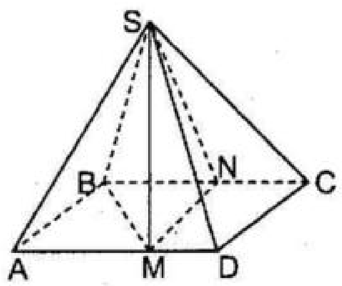


ა) 8 **ბ)** 6 **გ)** 5 **დ)** 4 **ე)** 3

27. ამოხსენით $|x^2-2x|=2x-x^2$ განტოლება.

ა) (0;2) **ბ)** $(-\infty;+\infty)$ **გ)** [0;2] **დ)** $[0;+\infty)$ **ე)** $(-\infty;0]\cup[2;+\infty)$

28. SABCD პირამიდის მოცულობის რა ნაწილია SBMN პირამიდის მოცულობა, თუ BN:NC=3:2. და ABCD პარალელოგრამია.



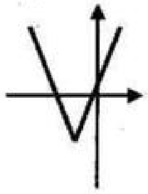
ა) $\frac{3}{10}$ **ბ)** $\frac{3}{5}$ **გ)** $\frac{1}{2}$ **დ)** $\frac{1}{10}$ **ე)** $\frac{1}{6}$

29. ამოხსენით $3^{\frac{1}{x+1}}-\frac{1}{3}>0$ უტოლობა.

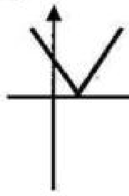
ა) $(-\infty;-2)\cup(-1;+\infty)$ **ბ)** $(-1;-2)$ **გ)** $\varnothing$ **დ)** $(-\infty;+\infty)$ **ე)** $(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$

30. მოცემულია $g(x)=|x+1|$. ქვემოთ მოცემულთაგან რომელი შეიძლება იყოს $(-\infty;+\infty)$ შუალედზე განსაზღვრული $y=f(x)$ ფუნქციის გრაფიკი, თუ $f(x)\geq 0$ უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლე ემთხვევა $g(x)\leq 0$ უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლეს.

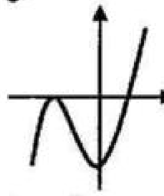
ა)



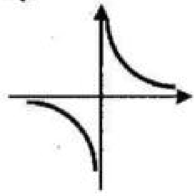
ბ)



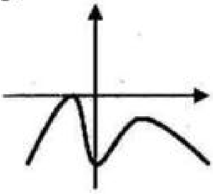
გ)



დ)



ე)



31. თეატრში 16 რიგია. პირველ რიგში 10 ადგილია, ბოლოში 70. ცნობილია, რომ ყოველ მომდევნო რიგში ადგილების რაოდენობა ერთიდაიგივე რიცხვით მეტია, ვიდრე წინაში. სულ რამდენი ადგილია თეატრში?

32. მოცემულია წრფეები $y=20x-2$, $y=3x-16$ და პარაბოლა $y=9x^2-4x+14$. ამ წრფეებიდან რომელი ეხება პარაბოლას?

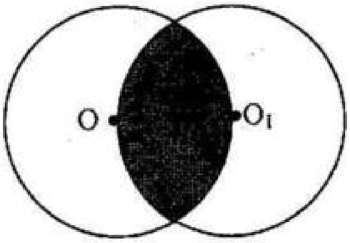
33. ABC სამკუთხედში AB=5, BC=8, S=10. BL არის B კუთხის ბისექტრისა. იპოვეთ ABLსამკუთხედის ფართობი.

34. ამოხსენით უტოლობა

$$\frac{\log_7(10-2x)}{x^2+1}>\frac{2}{x^2+1}$$

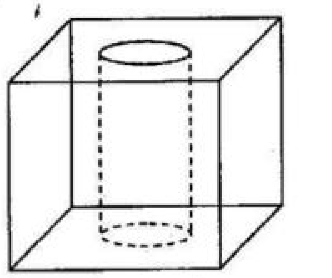
35. გიორგის საათი ერთი საათის განმავლობაში მიდის წინ 10 წუთით, დათოს საათი კი ჩამორჩება 5 წუთით. დათო და გიორგი შეხვდნენ ერთმანეთს დილის 8 სთ-ზე. მათ საათები დააყენეს ზუსტ დროზე და გადაწყვიტეს შეხვედროდნენ ერთმანეთს საღამოს 19 საათზე. ზუსტი დროით რომელ საათზე შეხვდებიან დათო და გიორგი ერთმანეთს? იგულისხმება, რომ ორივე მათგანი შეხვედრის ადგილზე მივა მაშინ, როცა მათი საათები აჩვენებს დათქმულ დროს და ადრე მისული დაელოდება მეორეს.

36. მოცემულია ორი წრეწირი, რომელთა რადიუსებია 10 სმ. მათ ცენტრებს შორის მანძილიც 10 სმ-ია. იპოვეთ დაშტრიხული ფიგურის ფართობი.



37. იპოვეთ m-ის ყველა მთელი მნიშვნელობების ჯამი, რომლებისთვისაც $(2m;0;4)$ ვექტორის სიგრძე ნაკლებია $(\sqrt{3m};3\sqrt{m};2\sqrt{13})$ ვექტორის სიგრძეზე.

38. კუბის ფორმის მქონე სხეულიდან ამოჭრილია ცილინდრის ფორმის სხეული. კუბის წიბოა 5 სმ. ცილინდრის ფუძეების ცენტრები ემთხვევა კუბის მოპირდაპირე წახნაგების ცენტრებს. ცილინდრის ფუძის რადიუსია 1 სმ. იპოვეთ მიღებული სხეულის ზედაპირის ფართობი.



39. იპოვეთ $f(x)=\dfrac{15}{1+\lg(100+x^2)}-3$ ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლე.

40. მოცემულია უტოლობა $x^2+y^2<n^2$ $(n\in N)$. მისი მთელი ამონახსნი ვუწოდოთ $(x;y)$ წყვილს, თუ x და y მთელი რიცხვებია. შეიძლება თუ არა, რომ უტოლობის მთელ ამონახსნთა რაოდენობა იყოს ლუწი?

ბილეთი № 15

1. $16\left(0,75+\dfrac{5}{8}\right)=$

ა) 8 **ბ)** 13 **გ)** 22 **დ)** 14

2. თუ m და n ნატურალური რიცხვებია, მაშინ $mn(m+n)$ აუცილებლად

ა) იყოფა 3-ზე **ბ)** ლუწია **გ)** კენტია **დ)** იყოფა 5-ზე

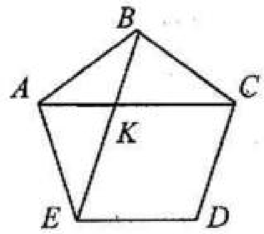
3. მას შემდეგ, რაც ფეხსაცმლის ფასი 20%-ით შემცირდა, ფეხსაცმელი 144 ლარად იყიდება. რამდენი ლარი ღირდა ფეხსაცმელი ფასის შემცირებამდე?

ა) 200 **ბ)** 192 **გ)** 180 **დ)** 190

4. ჩამოთვლილთაგან რომელი რიცხვია ორობით სისტემაში ჩაწერილი 10101 რიცხვის მომდევნო რიცხვი?

ა) 11001 **ბ)** 10111 **გ)** 11011 **დ)** 10110

5. წესიერ ხუთკუთხედში გავლებულია AC და BD დიაგონალები, K მათი გადაკვეთის წერტილია. იპოვეთ $\angle AKB$.

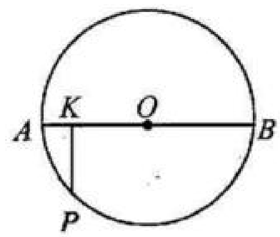


ა) 100° **ბ)** 108° **გ)** 90° **დ)** 96°

6. რიცხვი 28 წარმოადგინეთ $\dfrac{1}{5}$-ისა და $\dfrac{1}{9}$-ის უკუპროპორციულ ნაწილებად.

ა) 10 და 18 **ბ)** 11 და 17 **გ)** 4 და 14 **დ)** 12 და 16

7. იპოვეთ წრეწირის P წერტილიდან ამ წრეწირის AB დიამეტრზე დაშვებული PK მართობის სიგრძე, თუ $AK=2$ და $KB=9$.

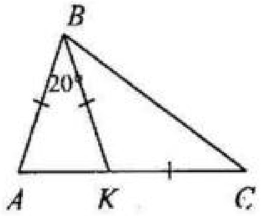


ა) 7 **ბ)** $\sqrt{20}$ **გ)** $3\sqrt{2}$ **დ)** 5,5

8. რისი ტოლია xy^2+xz^2+2xyz, თუ $x=5$ და $y=5-z$

ა) 625 **ბ)** 10 **გ)** 25 **დ)** 125

9. ABC სამკუთხედის AC გვერდზე K წერტილი ისეა აღებული, რომ $AB = BK = KC$, $\angle ABK = 20°$. რისი ტოლია $\angle ACB$?



ა) 30° ბ) 32° გ) 35° დ) 40°

10. გიორგიმ ერთიდაიგივე პრიზმის წიბოებისა წახნაგების რაოდენობები შეკრიბა და მიიღო 22. რამდენი წვერო აქვს ამ პრიზმას?

ა) 6 ბ) 8 გ) 10 დ) შეუძლებელია განსაზღვრა

11. $\sqrt[5]{\dfrac{4^4+4^4+4^4+4^4}{3^9+3^9+3^9}} =$

ა) $\frac{4}{3}$ ბ) $\frac{2}{3}$ გ) 1 დ) $\frac{4}{9}$

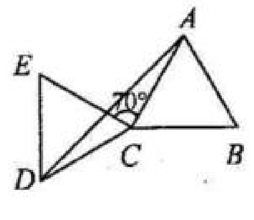
12. თუ $A=[3;9]$ და $B=[0;15]$ რიცხვითი შუალედებია, C კი წარმოადგენს 3-ის ჯერადი ნატურალური რიცხვების სიმრავლეს, მაშინ $(B \setminus A) \cap C$

ა) {3;9;12;15} ბ) {3;15} გ) {12;15} დ) {9;12;15}

13. პარალელური გადატანა $A(3;5)$ წერტილს $B(2;6)$ წერტილში ასახავს. იპოვეთ a, თუ იგივე პარალელური გადატანა $M(3a;7)$ წერტილს $K(-2;8)$ წერტილში ასახავს.

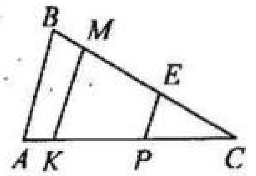
ა) $-\frac{1}{3}$ ბ) $\frac{1}{3}$ გ) -1 დ) 1

14. ABC და CDE ტოლი წესიერი სამკუთხედებია. რისი ტოლია $\angle ADC$, თუ $\angle ECA = 70°$?



ა) 15° ბ) 20° გ) 25° დ) 30°

15. ABC სამკუთხედში გავლებულია AB გვერდის პარალელური KM და PE მონაკვეთები. იპოვეთ AK, თუ $KP = 10$ და $ME = 4BM$.



ა) 2,5 ბ) $\frac{10}{3}$ გ) 5 დ) $\frac{5}{4}$

16. რამდენი ამონახსნი აქვს $(x^2-9)\log_3 x=0$ განტოლებას?

ა) 0 **ბ)** 1 **გ)** 2 **დ)** 3

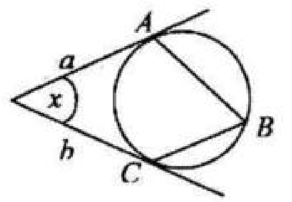
17. იმისათვის, რომ $ax=b$ წრფივ განტოლებას ჰქონდეს უამრავი ამონახსნი

ა) საკმარისია $b=0$ **ბ)** საკმარისია $b\neq 0$ **გ)** აუცილებელია $b=0$ **დ)** საკმარისია $a=0$

18. თუ $\cos(\alpha-\beta)=\frac{1}{9}$ და $\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{3}$, მაშინ $\cos(\alpha+\beta)$ ტოლია

ა) $-\frac{5}{9}$ **ბ)** $-\frac{2}{9}$ **გ)** $\frac{5}{9}$ **დ)** $\frac{2}{9}$

19. წრეწირისადმი გავლებულია ორი მხები წრფე: a და b. შეხების წერტილებზე გავლებულია AB და CB ქორდები. იპოვეთ მხებებს შორის x კუთხე, თუ a წრფეს და AB ქორდას შორის კუთხეა 60° და b წრფესა და BC ქორდას შორის 50°.



ა) 30° **ბ)** 20° **გ)** 25° **დ)** 40°

20. რისი ტოლია წრეწირში ჩახაზული კვადრატის პერიმეტრის შეფარდება ამ წრეწირის სიგრძესთან?

ა) $\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$ **ბ)** $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$ **გ)** $\frac{2}{\pi}$ **დ)** $\frac{\sqrt{2}}{\pi}$

21. დაალაგეთ ზრდის მიხედვით a, a^2, a^3, a^4, თუ $a=\cos\frac{6\pi}{7}$

ა) a, a^2, a^3, a^4 **ბ)** a^4, a^3, a, a^2 **გ)** a, a^3, a^4, a^2 **დ)** a^4, a^3, a^2, a

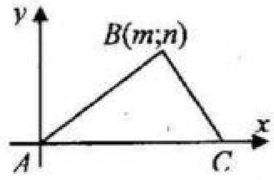
22. დათომ იყიდა 6 სხვადასხვა ზომის ყვავილების კონა, სულ გადაიხადა 8,25 ლარი. ყოველი მომდევნო ზომით დიდი კონა წინაზე 0,25 ლარით მეტი ღირს. რა ღირს ყველაზე დიდი კონა?

ა) 0,75 ლ **ბ)** 2 ლ **გ)** 2,15 ლ **დ)** 1,75 ლ

23. დადებითწევრებიანი b_n გეომეტრიული პროგრესიის მნიშვნელი 8-ის ტოლია. იპოვეთ $a_n=5\log_2 b_n$ არითმეტიკული პროგრესიის სხვაობა.

ა) 15 **ბ)** 10 **გ)** 8 **დ)** 5

24. ABC სამკუთხედის ფართობია 8. იპოვეთ C წერტილის კოორდინატები, თუ B წერტილის კოორდინატებია $(m;n)$



ა) $(0;2mn)$ ბ) $\left(\frac{8}{m};0\right)$ გ) $\left(\frac{16}{mn};0\right)$ დ) $\left(\frac{16}{n};0\right)$

25. მოსწავლე დაფაზე შემთხვევით წერს ორნიშნა რიცხვს. რისი ტოლია ალბათობა იმისა, რომ ამ რიცხვის ციფრთა ჯამი იქნება 5-ის ტოლი?

ა) $\frac{1}{15}$ ბ) $\frac{11}{90}$ გ) $\frac{7}{90}$ დ) $\frac{1}{18}$

26. თუ a, b და c რიცხვების საშუალო არითმეტიკული d-ს ტოლია, მაშინ რას უდრის a და b რიცხვების საშუალო არითმეტიკული?

ა) $\frac{3d-c}{2}$ ბ) $\frac{3d-c}{3}$ გ) $\frac{2d+c}{6}$ დ) $\frac{d+3c}{3}$

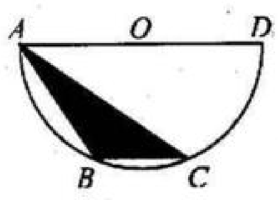
27. $y=f(x)$ ფუნქცია განმარტეს შემდეგნაირად: ყოველ ნატურალურ x რიცხვს შეუსაბამეს ამ რიცხვის 4-ზე გაყოფისას მიღებული ნაშთი, მაშინ $f(1023)-f(1027)$ ტოლია

ა) -3 ბ) -4 გ) 2 დ) 0

28. მოცემულია $\vec{a}(1;4)$ და $\vec{b}(-3;2)$ ვექტორები. იპოვეთ ისეთი k რიცხვი, რომლისთვისაც $\vec{a}+k\vec{b}$ ვექტორი $\vec{b}$ ვექტორის მართობული იქნება.

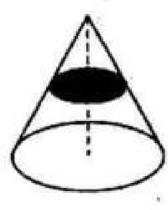
ა) -2 ბ) $\frac{2}{11}$ გ) $-\frac{5}{13}$ დ) 0

29. ნახევარწრეში ჩახაზულია ABC სამკუთხედი. $\breve{AB}=\breve{BC}=\breve{CD}$ იპოვეთ გამუქებული ფიგურის ფართობი, თუ ნახევარწრის რადიუსი 2-ის ტოლია.



ა) $2\sqrt{3}$ ბ) 4 გ) $\sqrt{3}/2$ დ) $\sqrt{3}$

30. კონუსი გადაკვეთილია სიმაღლის შუაწერტილზე გამავალი ფუძის პარალელური სიბრტყით. იპოვეთ კვეთის ფართობი, თუ კონუსის ფუძის ფართობია 20.



ა) 10 ბ) $\frac{10}{\pi}$ გ) 5π დ) 5

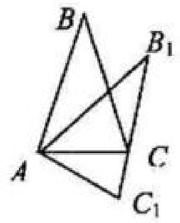
31. არითმეტიკულ პროგრესიაში მესამე წევრი დადებითია და მეხუთე წევრის 5/3 ნაწილია. ამ პროგრესიის რამდენი წევრია დადებითი?

32. რამდენი დადებითი წევრია $x_n = 9\cdot C_{n+9}^{n+8} - 2\cdot C_{n+3}^{n+1}$ მიმდევრობაში? ($n = 1,2,3,\ldots$)

33. იპოვეთ რომბის მახვილი კუთხის კოსინუსი, თუ მისი პერიმეტრია 40, ხოლო ერთ-ერთი დიაგონალი 12.

34. ამოხსენით $f(g(x)+3) = g(f(x)-3)$ განტოლება, თუ $f(x) = 3x+1$ და $g(x) = 2-x$.

35. ABC ტოლფერდა სამკუთხედი შემოაბრუნეს A წერტილის ირგვლივ 30°-იანი კუთხით. ამ მობრუნებისას B წერტილი გადავიდა B_1 წერტილში, C კი C_1-ში. B_1C_1 მონაკვეთი გადის C წერტილზე. იპოვეთ ABC სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი, თუ $AC = 10$.

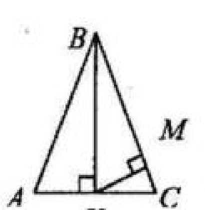


36. ერთი მილით აუზი 30 წუთში ივსება, მეორე მილით ასეთივე აუზი 20 წუთში. რომელ საათზე გათანაბრდება აუზებში წყლის რაოდენობა, თუ პირველ მილს ჩავრთავთ 9^{00} საათზე, მეორეს კი 9^{05} საათზე?

37. A და B წერტილების კოორდინატებია (-3;7) და (-1;7). რა უმცირესი ფართობი შეიძლება ჰქონდეს ABC სამკუთხედს, თუ C წერტილი $y = -x^2 + 8x - 24$ ფუნქციის გრაფიკზე მდებარეობს.

38. წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძეში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი 5-ის ტოლია. პირამიდის აპოთემა კი 13-ის. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

39. მოცემულია ABC ტოლფერდა სამკუთხედი. BK სიმაღლეა. რა უმცირესი ფართობი შეიძლება ჰქონდეს ABC სამკუთხედს, თუ K წერტილიდან BC ფერდზე დაშვებული KM მართობის სიგრძე 4-ის ტოლია?



40. მოცემულია ფუნქცია $f(x) = \sqrt{x^2 + a(x+1) + 5x + \frac{41}{4}}$. შემთხვევით ირჩევენ a მთელ რიცხვს, $|a| < 10$. იპოვეთ ალბათობა იმისა, რომ $f(x)$ ფუნქცია განსაზღვრული იქნება ნებისმიერი ნამდვილი x რიცხვისათვის.

ბილეთი № 16

1. 5-ის 13%-ის $\frac{1}{65}$ ნაწილი ტოლია

ა) 1 **ბ)** $\frac{1}{100}$ **გ)** $\frac{1}{5}$ **დ)** 100

2. m და n მარტივი რიცხვებია. რამდენი ნატურალური გამყოფი აქვს mn-ს?

ა) 1 **ბ)** 2 **გ)** 3 **დ)** 4

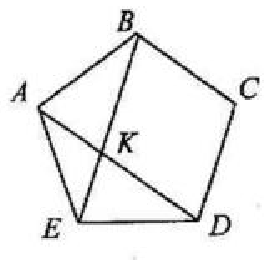
3. საწვავის ფასი 1,5-ჯერ გაიზარდა. რამდენი პროცენტით უნდა შემცირდეს საწვავის ფასი, რომ თავდაპირველ ფასს დაუბრუნდეს?

ა) 50% **ბ)** 30% **გ)** $33\frac{1}{3}$% **დ)** 25%

4. ორობით სისტემაში ჩაწერილი ორი მომდევნო რიცხვიდან უდიდესი 10110-ის ტოლია. იპოვეთ მეორე რიცხვი.

ა) 11001 **ბ)** 10111 **გ)** 10101 **დ)** 10001

5. წესიერ ხუთკუთხედში გავლებულია BE და BE დიაგონალები, K მათი გადაკვეთის წერტილია. იპოვეთ $\angle EKD$.

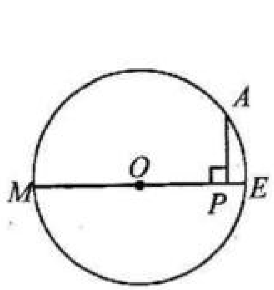


ა) 72° **ბ)** 108° **გ)** 90° **დ)** 96°

6. რიცხვი 30 დაყავით 0,1-ისა და 0,2-ის უკუპროპორციულ ნაწილებად.

ა) 5 და 25 **ბ)** 20 და 10 **გ)** 18 და 12 **დ)** 10 და 20

7. წრეწირის A წერტილიდან ამ წრეწირის დიამეტრზე დაშვებული მართობი 5-ის ტოლია. იპოვეთ დიამეტრი, თუ $PE = 1$.

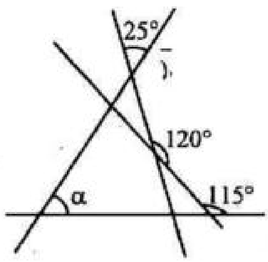


ა) 24 **ბ)** 25 **გ)** $5\sqrt{5}$ **დ)** 26

8. რისი ტოლია $x-2y$, თუ $4y^2-x^2=20$ და $x+2y=5$?

ა) -4 ბ) 4 გ) 2 დ) 10

9. ოთხი წრფის გადაკვეთისას რამდენიმე კუთხიდან სამი მათგანი ნახაზზეა ნაჩვენები. იპოვეთ α კუთხის სიდიდე



ა) 25° ბ) 20° გ) 35° დ) 30°

10. დათომ ერთიდაიგივე პრიზმის წვეროებისა და წიბოების რაოდენობა შეკრიბა და მიიღო 25. რამდენი წახნაგი აქვს ამ პრიზმას?

ა) 3 ბ) 4 გ) 5 დ) 7

11. $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{10}}{\sqrt{2}-1}=$

ა) $-\sqrt{5}$ ბ) -1 გ) 5 დ) -5

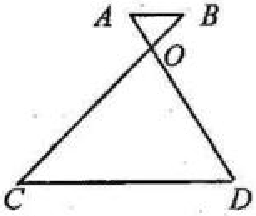
12. თუ $A=\{2;9;10\}$ და $B=\{2;8;11\}$ და C ლუწი რიცხვების სიმრავლეა, მაშინ $(A\cup B)\setminus C$ არის

ა) {9;10;11} ბ) {9} გ) {9;10} დ) {9;11}

13. პარალელური გადატანა $A(0;1)$ წერტილს $B(3;8)$ წერტილში ასახავს. რომელი წერტილი აისახება იმავე პარალელური გადატანით $C(4;3)$ წერტილში?

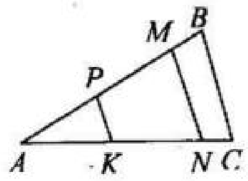
ა) (1;-4) ბ) (7;10) გ) (4;2) დ) (1;5)

14. AB და CD წრფეები პარალელურია. $CD=5AB$, იპოვეთ BC, თუ $OB=3$.



ა) 15 ბ) 12 გ) 13 დ) 18

15. ABC სამკუთხედში გავლებულია BC გვერდის პარალელური MN და PK წრფეები. იპოვეთ NC, თუ $KC = 12$ და $MB = \frac{1}{3}PM$.



ა) 3 **ბ)** 8/3 **გ)** 2 **დ)** 4

16. რამდენი ამონახსნი აქვს $(x^2-4)\cdot 5^{\sqrt{x}}=0$ განტოლება.

ა) 0 **ბ)** 1 **გ)** 2 **დ)** 3

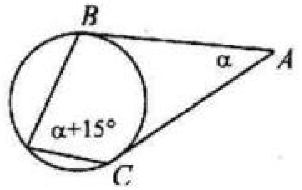
17. იმისათვის, რომ $ax = b$ წრფივ განტოლებას ჰქონდეს ამონახსნი

ა) საკმარისია $a \neq 0$ **ბ)** საკმარისია $b \neq 0$ **გ)** აუცილებელია $a \neq 0$ **დ)** საკმარისია $a = 0$

18. რამდენი ამონახსნი აქვს $\sin 2x = \frac{1}{3}$ განტოლებას $\left(\pi; \frac{3}{2}\pi\right)$ შუალედში?

ა) 0 **ბ)** 1 **გ)** 2 **დ)** 3

19. A წერტილიდან წრეწირისადმი გავლებულია ორი მხები. ნახაზზე მითითებული კუთხეების მიხედვით იპოვეთ α.



ა) 30° **ბ)** 45° **გ)** 50° **დ)** 55°

20. რისი ტოლია კვადრატში ჩახაზული წრის ფართობის შეფარდება ამ კვადრატის ფართობთან?

ა) 4 **ბ)** π **გ)** $\frac{\pi}{4}$ **დ)** $\frac{\pi}{2}$

21. $a = \log_3 \frac{1}{2}$, დაალაგეთ კლების მიხედვით a, a^2, a^3, a^4.

ა) a^4, a^2, a^3, a **ბ)** a^2, a, a^3, a^4 **გ)** a^2, a^4, a^3, a **დ)** a^4, a^3, a^2, a

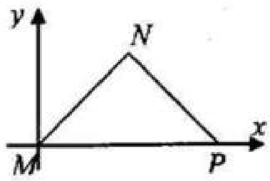
22. თერთმეტი მომდევნო რიცხვის საშუალო არითმეტიკულს ვერ გავიგებთ, თუ ვიცით

ა) მხოლოდ პირველი რიცხვი **ბ)** პირველი 5 რიცხვის საშუალო არითმეტიკული
გ) ბოლო რიცხვის შემდეგი რიცხვი **დ)** ბოლო რიცხვის მოდული

23. თუ გეომეტრიული პროგრესიიდან, რომლის მნიშვნელი 1/2-ის ტოლია ამოვშლით ყველა რიცხვს, რომელთა ნომერი უნაშთოდ არ ყოფა 4-ზე, მივიღებთ გეომეტრიულ პროგრესიას, რომლის მნიშვნელია

ა) 2 **ბ)** $\frac{1}{8}$ **გ)** $\frac{1}{16}$ **დ)** $\frac{1}{4}$

24. MNP ტოლფერდა სამკუთხედის ფართობია 20. იპოვეთ N წერტილის კოორდინატები, თუ P წერტილის კოორდინატებია $(m;0)$



ა) $\left(\frac{m}{2};10m\right)$ ბ) $\left(\frac{m}{2};\frac{10}{m}\right)$ გ) $\left(\frac{m}{2};\frac{40}{m}\right)$ დ) $\left(\frac{m}{2};\frac{20}{m}\right)$

25. მოსწავლე დაფაზე შემთხვევით წერს ორნიშნა რიცხვს. რისი ტოლია ალბათობა იმისა, რომ ამ რიცხვის ციფრთა შორის განსხვავება იქნება 3-ის ტოლი?

ა) $\frac{1}{18}$ ბ) $\frac{13}{90}$ გ) $\frac{7}{90}$ დ) $\frac{4}{45}$

26. თუ m , n და k რიცხვების საშუალო არითმეტიკული p -ს ტოლია, მაშინ რას უდრის n და k რიცხვების საშუალო არითმეტიკული?

ა) $\frac{3p-m}{2}$ ბ) $\frac{3p-m}{3}$ გ) $\frac{2p+m}{6}$ დ) $\frac{p+3m}{3}$

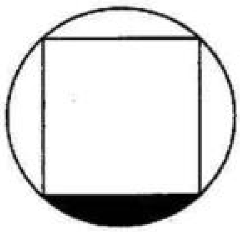
27. $y=g(x)$ ფუნქცია განმარტეს შემდეგნაირად: ყოველ ნატურალურ x რიცხვს შეუსაბამეს ამ რიცხვის 6-ზე გაყოფისას მიღებული ნაშთი, მაშინ $f(240)-f(234)$ ტოლია

ა) -3 ბ) -4 გ) 2 დ) 0

28. იპოვეთ k, თუ $\vec{a}-k\vec{b}$ ვექტორი $\vec{b}$ ვექტორის მართობული, სადაც $\vec{a}(3;4)$ და $\vec{b}(1;2)$.

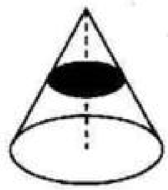
ა) -2 ბ) $\frac{11}{5}$ გ) $\frac{5}{11}$ დ) 0

29. წრეწიში ჩახაზულია კვადრატი. იპოვეთ წრეწირის რადიუსი, თუ გამუქებული ნაწილის ფართობია $\frac{\pi}{2}-1$.



ა) 2 ბ) $\sqrt{2}$ გ) 1 დ) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

30. კონუსი გადაკვეთილია სიმაღლის შუაწერტილზე გამავალი ფუძის პარალელური სიბრტყით. იპოვეთ ფუძის ფართობი, თუ კონუსის კვეთის ფართობია 3.



ა) 6 ბ) 9 გ) 12 დ) 27

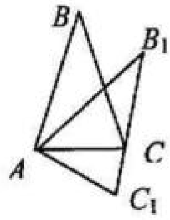
31. გეომეტრიული პროგრესიის მესამე წევრი 9-ის ტოლია. იპოვეთ ამ პროგრესიის პირველი ხუთი წევრის ნამრავლი.

32. A-დან B ქალაქში ერთდროულად ორი ავტობუსი გაემგზავრა. მაშინ როცა პირველი B-ში ჩავიდა, მეორე B-დან A და B ქალაქებს შორის მანძილის $\frac{1}{5}$-ით იყო დაშორებული. იპოვეთ პირველის სიჩქარე, თუ იგი 20 კმ/სთ-ით ჩქარა მოძრაობს მეორეზე.

33. იპოვეთ რომბის ფართობი, თუ მისი პერიმეტრია 52 და მცირე დიაგონალი დიდი დიაგონალის $\frac{5}{12}$ ნაწილია.

34. ამოხსენით $f(g(x))<f(g(x)+1)$ უტოლობა, თუ $f(x)=2x-1$ და $g(x)=x+1$.

35. ABC ტოლფერდა სამკუთხედი შემობრუნეს A წერტილის ირგვლივ 30°-იანი კუთხით. ამ მობრუნებისას B წერტილი გადავიდა B_1 წერტილში, C კი C_1-ში. B_1C_1 მონაკვეთი გადის C წერტილზე. იპოვეთ ABC სამკუთხედის ფართობი, თუ $AB=8$.

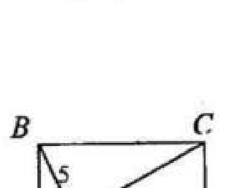


36. დათო საათში კითხულობს 30 გვერდს, გია იგივე წიგნის 40 გვერდს. დათომ კითხვა დაიწყო 12 სთ და 30 წთ-ზე, გიამ 13 სთ და 20 წთ-ზე. რა დროს დაიწყებენ ისინი ერთი და იმავე გვერდის კითხვას?

37. A (1;5) და B (b ;5) წერტილები $y=x^2-6x+a-5$ პარაბოლის წერტილებია. იპოვეთ ABC სამკუთხედის ფართობი, თუ C წერტილი OX ღერძზე მდებარეობს.

38. წესიერი სამკუთხა პირამიდის ფუძეზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი 20-ის ტოლია. პირამიდის აპოთემა კი 26-ის. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა.

39. $ABCD$ მართკუთხედის B წვეროდან AC დიაგონალზე დაშვებული მართობის სიგრძე 5-ის ტოლია. რა უმცირესი ფართობი შეიძლება ჰქონდეს $ABCD$ მართკუთხედს?



40. მოცემულია ფუნქცია $f(x)=\sqrt{-x^2+2ax+a-12}$. შემთხვევით ირჩევენ a მთელ რიცხვს [-10;10] შუალედიდან. იპოვეთ ალბათობა იმისა, რომ $f(x)$ ფუნქცია არ იქნება განსაზღვრული x-ის არცერთი მნიშვნელობისათვის.

ბილეთი № 17

1. $\frac{7{,}07}{2{,}02} =$

ა) 3,05 **ბ)** 3,5 **გ)** 3,502 **დ)** 3,50025

2. ქვემოთჩამოთვლილთაგან რომელია 1/6-ზე ნაკლები?

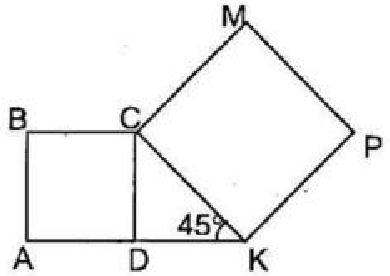
ა) 0,1667 **ბ)** 3/18 **გ)** 0,167 **დ)** 31/200

3. ჩამოთვლილი გამოსახულებებიდან რომლის მნიშვნელობა გაიზრდება, თუ 160-ს შევცვლით 12-ით?

I. 1000-160 II. $\frac{160}{1+160}$ III. $\frac{1}{1-\frac{1}{160}}$

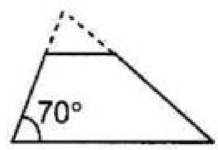
ა) ერც ერთის **ბ)** მხოლოდ II-ის **გ)** მხოლოდ III-ის **დ)** I და III-ის

4. სურათის მიხედვით იპოვეთ KCMP კვადრატის ფართობი, თუ ABCD კვადრატის ფართობი 7-ის ტოლია.



ა) $\sqrt{14}$ **ბ)** 14 **გ)** $7\sqrt{2}$ **დ)** 28

5. ტრაპეციის ფერდების გაგრძელებები 90°-იან კუთხეს ადგენენ. ნახაზის მიხედვით იპოვეთ დიდი ბლაგვი კუთხე.



ა) 110° **ბ)** 120° **გ)** 140° **დ)** 160°

6. იპოვეთ $\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{x} - 5x + 1$ გამოსახულების მნიშვნელობა, თუ x=3

ა) $\sqrt{3}$-15 **ბ)** -13 **გ)** $2\sqrt{3}$-13 **დ)** $\frac{\sqrt{3}-15}{\sqrt{3}}$

7. თუ 6 რიცხვის საშუალო არითმეტიკულია 6 და ოთხ მათგანს გამოვაკლებთ 3-ს, რა იქნება ახალი საშუალო არითმეტიკული?

ა) 6 **ბ)** 3 **გ)** 4 **დ)** 3,5

8. იპოვეთ $3(3+x)=\dfrac{2-x}{5}$ განტოლების ამონახსნი.

ა) 43/2   ბ) 16/43   გ) 2/5   დ) -43/16

9. რამდენი წვერო აქვს პრიზმას, თუ მისი წიბოების რიცხვი 7-ით მეტია წვეროების რიცხვზე?

ა) 14   ბ) 12   გ) 16   დ) 13

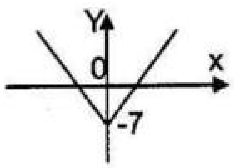
10. თუ 20-ს გავზრდით p%-ით, მივიღებთ იგივეს, რასაც მივიღებთ, თუ 60-ს შევამცირებთ p%-ით. იპოვეთ 70-ის p%.

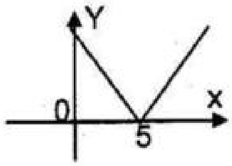
ა) 35   ბ) 28   გ) 42   დ) 14

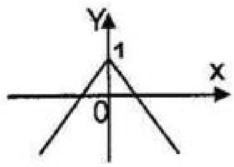
11. რომელ მეოთხედში არ გადის $y=\dfrac{-2x+2}{3}$ ფუნქციის გრაფიკი?

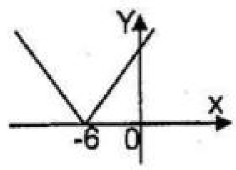
ა) I   ბ) II   გ) III   დ) IV

12. ქვემოთმოყვანილი $y=f(x)$ ფუნქციების გრაფიკების მიხედვით გაარკვიეთ, რომლისთვის სრულდება პირობა: $f(x)=-7$ განტოლებას აქვს 2 ამონახსნი.

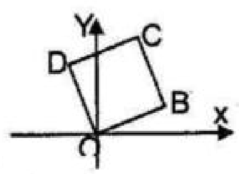
ა)


ბ)


გ)


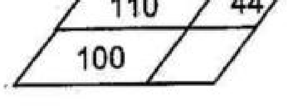
დ)


13. მართკუთხა კოორდინატთა სისტემაში მოცემულია OBCD კვადრატი. რომელია D და C წერტილებზე გამავალი წრფის განტოლება, თუ B წერტილის კოორდინატებია (4;1).



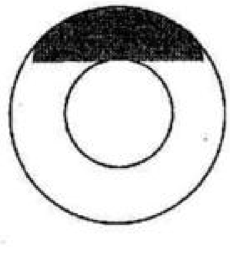
ა) $y=\dfrac{1}{4}x+3$ ბ) $y=\dfrac{1}{4}x+\dfrac{17}{4}$ გ) $y=4x+17$ დ) $y=\dfrac{1}{4}x+\dfrac{9}{4}$

14. დიდი პარალელოგრამი დაყოფილია ოთხ პარალელოგრამად, რომელთაგან სამის ფართობი აღნიშნულია ნახაზზე. იპოვეთ მეოთხე პარალელოგრამის ფართობი.



ა) 400/11   ბ) 37   გ) 40   დ) 32

15. მოცემულია საერთო ცენტრის მქონე ორი წრეწირი. მცირე წრეწირის რადიუსი 2-ის ტოლია, დიდი წრეწირის კი 4-ის. იპოვეთ გამუქებული ფიგურის ფართობი.



ა) $4\pi - \sqrt{3}$ **ბ)** $\frac{16\pi}{3} - 4\sqrt{3}$ **გ)** $16\pi - 8\sqrt{3}$ **დ)** 20

16. იპოვეთ $\frac{2x+3y}{xy}$ გამოსახულების უდიდესი მნიშვნელობა, თუ $1 \le x \le 7$ და $3 \le y \le 9$.

ა) 11/3 **ბ)** 9 **გ)** 27/7 **დ)** 12

17. რამდენი განსხვავებული ამონახსნი აქვს $5x(x-1)^2 = ax$ განტოლებას, თუ $a > 5$?

ა) 1 **ბ)** 2 **გ)** 3 **დ)** არა აქვს ამონახსნი

18. $\vec{a}$(-5;3) ვექტორის საწინააღმდეგოდ მიმართული ვექტორია:

ა) (10;-6) **ბ)** (-5;-3) **გ)** (6;-4) **დ)** (10;6)

19. კოორდინატთა სათავის მიმართ მობრუნებისას A(6;8) წერტილი B(8;6) წერტილში გადავიდა. იპოვეთ მობრუნების კუთხის კოსინუსი.

ა) 0 **ბ)** 1 **გ)** 0,96 **დ)** 0,48

20. $\lg(x-1)^2 = 2\lg 2$ განტოლების ამონახსნთა სიმრავლეა

ა) {4} **ბ)** {-1;3} **გ)** {-2;2} **დ)** {0;4}

21. კვადრატში ჩახაზული წრეწირის სიგრძეა 14π. იპოვეთ კვადრატის დიაგონალი.

ა) 14 **ბ)** $7\sqrt{2}$ **გ)** $14\sqrt{2}$ **დ)** 49/4

22. იპოვეთ ალბათობა იმისა, რომ ორი კამათლის გაგორებისას მოსული რიცხვების ჯამი იქნება ნამრავლზე მეტი.

ა) 1/3 **ბ)** 13/36 **გ)** 5/18 **დ)** 11/36

23. გამოთვალეთ $\cos\frac{5\pi + 2x}{2}$, თუ $\sin x = \frac{3}{5}$.

ა) 4/5 **ბ)** -4/5 **გ)** 2/5 **დ)** -3/5

24. ქვემოთჩამოთვლილი მიმდევრობებიდან რომელია გეომეტრიული პროგრესია?
1) 3-ის ჯერადი ნატურალური რიცხვების მიმდევრობა;
2) ნატურალური რიცხვების კუბების მიმდევრობა;
3) 3-ის ნატურალური ხარისხების მიმდევრობა;
4) ნატურალური რიცხვების შებრუნებული რიცხვების მიმდევრობა.

ა) არც ერთი **ბ)** 1 და 2 **გ)** მხოლოდ 3 **დ)** 2 და 3

25. რისი ტოლია $(b_n)_{n\geq 1}$ არითმეტიკული პროგრესიის სხვაობა, თუ $(a_n)_{n\geq 1}$ არითმეტიკული პროგრესიის სხვაობაა -3 და $b_n = 3a_n - 3$?

ა) -12 **ბ)** -9 **გ)** -6 **დ)** 9

26. რამდენჯერ გაიზრდება კონუსის მოცულობა, თუ რადიუსს გავზრდით 3-ჯერ, სიმაღლეს კი 2-ჯერ?

ა) 6-ჯერ **ბ)** 12-ჯერ **გ)** 18-ჯერ **დ)** 5-ჯერ

27. გამოთვალეთ $\frac{200!}{100 \cdot 198!}$.

ა) 2 **ბ)** 199 **გ)** 200 **დ)** 398

28. $y = -|x| - 3$ ფუნქცია

ა) ლუწია **ბ)** ღებულობს მხოლოდ დადებით მნიშვნელობებს **გ)** კენტია **დ)** ზრდადის

29. $3^{1-x} > \frac{1}{3}$ უტოლობის ამონახსნია

ა) $(0;+\infty)$ **ბ)** $(-\infty;0)$ **გ)** $(0;2)$ **დ)** $(-\infty;2)$

30. იპოვეთ წესიერი ოთხკუთხა პრიზმის ფუძის დიაგონალი, თუ მისი სიმაღლეა H, ხოლო გვერდითი ზედაპირის ფართობი S.

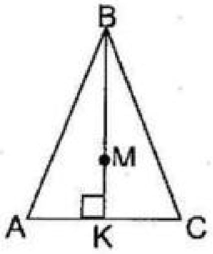
ა) $\frac{\sqrt{2}S}{4H}$ **ბ)** $\frac{4S}{H}$ **გ)** $\frac{\sqrt{2}S}{H}$ **დ)** $\frac{2\sqrt{2}S}{H}$

31. ამოხსენით განტოლებათა სისტემა

$$\begin{cases} x^2 = y^2 \\ x-1 = y. \end{cases}$$

32. თუ ავზში ჩავასხამთ 120 ლიტრ წყალს, მაშინ ავზის 80% აივსება. რამდენი ლიტრი წყალია კიდევ საჭირო ავზის ასავსებად?

33. ABC ტოლფერდა სამკუთხედში AB=BC=13, AC=10. BK სიმაღლეზე M წერტილი ისეა აღებული, რომ AM=BM. იპოვეთ BM.

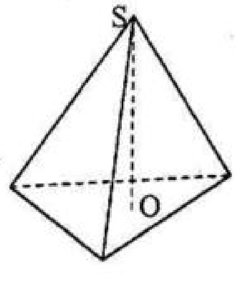


34. გამოთვალეთ მართკუთხა სამკუთხედის ყველა კუთხის სინუსების კვადრატების ჯამი.

35. იპოვეთ x-ის ყველა მნიშვნელობა, რომლისთვისაც $f(x)=-x+2$ ფუნქციის გრაფიკის შესაბამისი წერტილიდან ox ღერძამდე მანძილი 2-ზე ნაკლებია.

36. ABCD მართკუთხედში გავლებულია AC დიაგონალი, ABC კუთხის ბისექტრისა ამ დიაგონალს M წერტილში კვეთს. M წერტილიდან მანძილები შესაბამისად BC და AD გვერდამდე 5-ისა და 2-ის ტოლია. იპოვეთ AC დიაგონალი.

37. წესიერ სამკუთხა პირამიდაში SO სიმაღლეა. O წერტილი ფუძის გვერდიდან $2\sqrt{3}$-ითაა დაშორებული. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ SO სიმაღლე 10-ის ტოლია.



38. მიწის ნაკვეთის მოსახნავად ორი ტრაქტორია გამოყოფილი. მას შემდეგ რაც პირველმა ტრაქტორმა იმუშავა იმ დროის მესამედი, რაც მეორე ტრაქტორს სჭირდება მთელი ნაკვეთის მოსახნავად, მეორემ კი იმ დროის ნახევარი, რაც პირველს სჭირდება მთელი ნაკვეთის მოსახნავად, მოსახნავი დარჩება მთელი ნაკვეთის 1/6 ნაწილი. რა დრო დასჭირდება თითოეულ ტრაქტორს ცალ-ცალკე ამ ნაკვეთის მოსახნავად, თუ პირველს სჭირდება 12 საათით ნაკლები დრო, ვიდრე მეორეს?

39. რომბის დიაგონალები 2 და $2\sqrt{3}$-ის ტოლია. რომბი მოაბრუნეს დიაგონალების გადაკვეთის წერტილის მიმართ 90°-იანი კუთხით. იპოვეთ მოცემული და მიღებული რომბების საერთო ნაწილის ფართობი.

40. a-ს რა მნიშვნელობებისათვის იქნება $x^2+(a-2)x-2a-15=0$ განტოლების ფესვებს შორის მანძილი მინიმალური?

ბილეთი № 18

1. $\frac{5,15}{3,09} =$

ა) 5/3 **ბ)** 3/5 **გ)** 51/30 **დ)** 55/39

2. ქვემოთჩამოთვლილთაგან რომელია 1/7-ზე ნაკლები?

ა) 0,14 **ბ)** 0,151 **გ)** 2/13 **დ)** 3/20

3. a და b ნატურალური რიცხვებია, ab+b არის კენტი. მაშინ შემდეგი წინადადებებიდან რომელი შეიძლება იყოს მართებული?

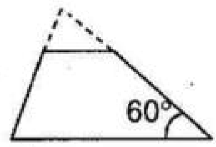
I. ორივე კენტია
II. a ლუწია, b კენტია
III. a კენტია, b ლუწია

ა) მხოლოდ I **ბ)** მხოლოდ III **გ)** არც ერთი **დ)** მხოლოდ II

4. პარალელოგრამის ფართობია 143 სმ^2. იპოვეთ გვერდი, თუ მასზე დაშვებული სიმაღლეა 13 სმ.

ა) 13 სმ **ბ)** 11 სმ **გ)** 22 სმ **დ)** 11/2 სმ

5. ტრაპეციის ფერდების გაგრძელებები 90°-იან კუთხეს ადგენენ. ნახაზის მიხედვით იპოვეთ დიდი ბლაგვი კუთხე.



ა) 150° **ბ)** 120° **გ)** 145° **დ)** 110°

6. იპოვეთ $\frac{3\sqrt{x}}{x} - \frac{3+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + x$ გამოსახულების მნიშვნელობა, თუ x=101

ა) $\sqrt{101}$-1 **ბ)** 100 **გ)** 102 **დ)** 101/2

7. თუ 5 რიცხვის საშუალო არითმეტიკულია 4 და ოთხ მათგანს დავუმატებთ 5-ს, რა იქნება ახალი საშუალო არითმეტიკული?

ა) 5 **ბ)** 6 **გ)** 8 **დ)** 4

8. იპოვეთ $2\left(x-\frac{1}{7}\right)=9x$ განტოლების ამონახსნი.

ა) -2 **ბ)** 14 **გ)** -2/49 **დ)** -49/2

9. რამდენი წახნაგი აქვს პრიზმას, რომლის წვეროების რიცხვი 6-ით მეტია წახნაგების რიცხვზე?

ა) 10 **ბ)** 8 **გ)** 12 **დ)** 9

10. დადებითი x რიცხვი გაადიდეს 44%-ით, რამდენი პროცენტით გადიდდება $\sqrt{\frac{x}{3}}$?

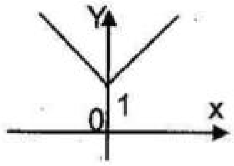
ა) 10 **ბ)** 22 **გ)** 25 **დ)** 20

11. რომელ მეოთხედში არ გადის $y=(x+2)^2-1$ ფუნქციის გრაფიკი?

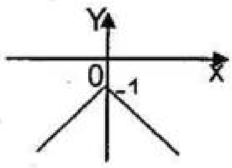
ა) I **ბ)** II **გ)** III **დ)** IV

12. ქვემოთმოყვანილი $y=f(x)$ ფუნქციების გრაფიკების მიხედვით გაარკვიეთ, რომლისთვის სრულდება პირობა: $f(x)=0$ განტოლებას აქვს ერთი ამონახსნი.

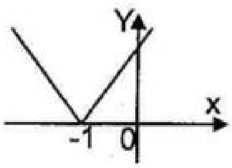
ა)



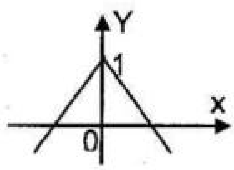
ბ)



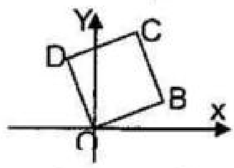
გ)



დ)

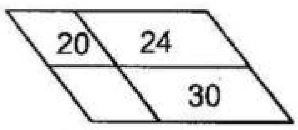


13. მართკუთხა კოორდინატთა სისტემაში მოცემულია OBCD კვადრატი. რომელია D და C წერტილებზე გამავალი წრფის განტოლება, თუ B წერტილის კოორდინატებია (4;1).



ა) $y=\frac{1}{4}x+3$ **ბ)** $y=\frac{1}{4}x+\frac{17}{4}$ **გ)** $y=4x+17$ **დ)** $y=\frac{1}{4}x+\frac{9}{4}$

14. დიდი პარალელოგრამი დაყოფილია ოთხ პარალელოგრამად, რომელთაგან სამის პერიმეტრი აღნიშნულია ნახაზზე. იპოვეთ მეოთხე პარალელოგრამის პერიმეტრი.



ა) 26 **ბ)** 25 **გ)** 22 **დ)** 23,5

15. ჩამოთვლილთაგან, რომელს არ გააჩნია სიმეტრიის ცენტრი?

ა) პარალელოგრამს **ბ)** მართკუთხედს **გ)** წრეს **დ)** ტრაპეციას

16. იპოვეთ $|-5-2x^2|+7$ გამოსახულების უმცირესი მნიშვნელობა.

ა) 7 **ბ)** 5 **გ)** 12 **დ)** 14

17. რამდენი განსხვავებული ამონახსნი აქვს $3x(2-x)^2=2ax$ განტოლებას, თუ $a>12$?

ა) 1 **ბ)** 2 **გ)** 3 **დ)** არა აქვს ამონახსნი

18. $\vec{a}(-2;5)$ ვექტორის თანამიმართული ვექტორია:

ა) (-3;6) **ბ)** (-1;5/2) **გ)** (2;-5) **დ)** (2;5)

19. კოორდინატთა სათავის მიმართ მობრუნებისას A(3;5) წერტილი B(5;3) წერტილში გადავიდა. იპოვეთ მობრუნების კუთხის კოსინუსი.

ა) 15/17 **ბ)** 0 **გ)** 1 **დ)** 15/34

20. $\lg^2 x=\lg^2 3$ განტოლების ამონახსნთა სიმრავლეა

ა) {3} **ბ)** {-3;3} **გ)** {1/3;3} **დ)** {9}

21. კვადრატზე შემოხაზული წრეწირის სიგრძეა 20π. იპოვეთ კვადრატის ფართობი.

ა) 50 **ბ)** 200 **გ)** $25\sqrt{2}$ **დ)** $50\sqrt{2}$

22. ორ კამათელს ორჯერ აგორებენ. იპოვეთ ალბათობა იმისა, რომ ორივეჯერ მოვა ქულათა ერთიდაიგივე ჯამი.

ა) 1/18 **ბ)** 1/12 **გ)** 73/628 **დ)** $73/6^4$

23. იპოვეთ $\cos(630^\circ-x)$, თუ $\cos x=0$.

ა) 0 **ბ)** -1 **გ)** 1 **დ)** მონაცემები არ არის საკმარისი

24. თუ $(a_n)_{n\geq 1}$ არითმეტიკული პროგრესიაა, მაშინ რომელი მიმდევრობაა აუცილებლად არითმეტიკული პროგრესია?

ა) $3a_n$ **ბ)** $\dfrac{1}{a_n}$ **გ)** a_n^2 **დ)** $\sqrt{a_n}$

25. როგორ შეიცვლება გეომეტრიული პროგრესიის მნიშვნელი, თუ პროგრესიის ყველა წევრს გავამრავლებთ 1/3-ზე?

ა) არ შეიცვლება **ბ)** შემცირდება 3-ჯერ **გ)** შემცირდება 9-ჯერ **დ)** გაიზრდება 3-ჯერ

26. რამდენჯერ გაიზრდება ცილინდრის მოცულობა, თუ ფუძის რადიუსს გავზრდით 4-ჯერ, სიმაღლეს კი 2-ჯერ?

ა) 8-ჯერ **ბ)** 16-ჯერ **გ)** 6-ჯერ **დ)** 32-ჯერ

27. {10;14;17;24} სიმრავლეს რამდენი ქვესიმრავლე აქვს, რომელიც მხოლოდ ლუწ რიცხვებს შეიცავს?

ა) 6 **ბ)** 7 **გ)** 9 **დ)** 10

28. $y=|x-1|$ ფუნქციის გრაფიკი სიმეტრიულია

ა) OY ღერძის მიმართ **ბ)** კოორდინატთა სათავის მიმართ
გ) (1;0) წერტილის მიმართ **დ)** არცერთი ჩამოთვლილთაგან

29. $\left(\frac{1}{5}\right)^{-x} > 5^{2x}$ უტოლობის ამონახსნია

ა) $(-\infty;0)$ **ბ)** $\varnothing$ **გ)** $(0;+\infty)$ **დ)** $(1;+\infty)$

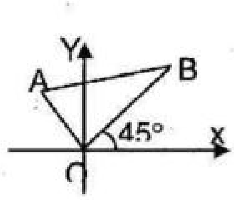
30. წესიერი სამკუთხა პრიზმის ფუძის სიმაღლე $a\sqrt{3}$-ის ტოლია. იპოვეთ პრიზმის სიმაღლე, თუ გვერდითი ზედაპირის ფართობი S-ის ტოლია.

ა) $\frac{S}{6a}$ **ბ)** $\frac{S}{a\sqrt{3}}$ **გ)** $\frac{S}{a3\sqrt{3}}$ **დ)** $\frac{S}{4a}$

31. იპოვეთ რიცხვთა ყველა წყვილი, რომელიც $(x-2y)^2+|x^2-1|=0$ განტოლებას აკმაყოფილებს.

32. თუ ავზში ჩავასხამთ 300 ლიტრ წყალს, მაშინ ავზის 7/8 ნაწილის გავსებას 400 ლიტრი დააკლდება. იპოვეთ ავზის ტევადობა.

33. ნახაზის მიხედვით იპოვეთ AB მანძილი, თუ A წერტილიდან OX ღერძამდე მანძილი 3-ის ტოლია, OA=5, OB=$4\sqrt{2}$, ხოლო OB სხივი OX ღერძთან 45°-იან კუთხეს ადგენს.



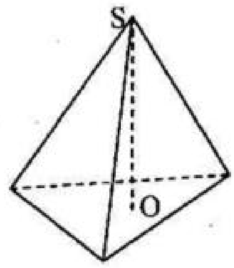
34. გამოთვალეთ მართკუთხა სამკუთხედის ყველა კუთხის კოსინუსების კვადრატების ჯამი.

35. ამოხსენით უტოლობა

$$\frac{1}{\lg x}\ge 3.$$

36. ABCD მართკუთხედში გავლებულია AC დიაგონალი, ABC კუთხის ბისექტრისა ამ დიაგონალს M წერტილში კვეთს. M წერტილიდან მანძილები შესაბამისად BC და AD გვერდამდე 10-ისა და 4-ის ტოლია. იპოვეთ AC დიაგონალი.

37. წესიერ სამკუთხა პირამიდაში SO სიმაღლეა. O წერტილი ფუძის სამკუთხედის წვეროდან $4\sqrt{3}$ -ითაა დაშორებული. იპოვეთ პირამიდის მოცულობა, თუ SO სიმაღლე 10-ის ტოლია.



38. ორი მუშა სამუშაოს შესრულებას 3 დღეს ანდომებს. თუ თავდაპირველად პირველი მუშა შეასრულებს მთელი სამუშაოს 1/4 ნაწილს, შემდეგ კი მას შეცვლის მეორე, მაშინ მთელი სამუშაოს შესრულებაზე 6 დღე დაიხარჯება. სამუშაოს რა ნაწილს ასრულებს მარტო მეორე მუშა 3 დღეში, თუ ის პირველ მუშაზე სწრაფია?

39. რომბის დიაგონალები 4 და $4\sqrt{3}$ -ის ტოლია. რომბი მოაბრუნეს დიაგონალების გადაკვეთის წერტილის მიმართ 90°-იანი კუთხით. იპოვეთ მოცემული და მიღებული რომბების საერთო ნაწილის ფართობი.

40. $x^2+px+q=0$ განტოლებაში p და q მთელი რიცხვებია და $p+q=218$. რამდენ ასეთ განტოლებას აქვს მთელი ფესვები.

პასუხები

§1.

ა

1. 12 სმ; 8 სმ. **2.** 9 სმ; 21 სმ. **3.** 0,6 სმ. **4.** A. **5.** P. **6.** 1) 4 სმ, 8 სმ, 2) 7 სმ; 5 სმ. **7.** 6 სმ; 9 სმ; 15 სმ. **8.** 7,5 სმ. **9.** 1) კი, 2) კი, 3) არა. **10.** 1:4. **11.** 1) კი; 2) არა. **12.** 13,2 სმ. **13.** ABCD ტეხილის სიგრძე მეტია ACD ტეხილის სიგრძეზე. **14.** ACE ტეხილის სიგრძე მეტია ABDE ტეხილის სიგრძეზე. **15.** არა; კი; კი; არა; კი. **16.** 7 სმ; 17 სმ. **17.** 16,3 სმ. **18.** 1) კი, 2) არა, 3) კი. **19.** 1) კი, 2) კი, 3) არა.

საკონტროლო ტესტი N 1 (ა)

1. ბ, **2.** ა, **3.** გ, **4.** გ, **5.** გ, **6.** ა, **7.** ბ, **8.** ა, **9.** დ, **10.** დ.

ბ

20. 10 სმ. **21.** 30 სმ. **22.** 8,1 სმ. **23.** 1) 30 სმ; 2) 37,5 სმ. **24.** 102 სმ. **25.** 3:5. **26.** 0,9 სმ ან 7,5 სმ. **27.** 96 სმ. **28.** 3,6 სმ. **29.** 1) მონაკვეთი, 2) სხივი. **30.** 1; 2; 3; 4. **31.** 4; 6; 7. **32.** XB=4 და X წერტილი AB მონაკვეთის შიგნითაა. XB=12 და X წერტილი B წერტილის მარჯვნივაა. **33.** 3,5. **34.** 3. **35.** X არის MB-ს შუაწერტილი, ან X მდებარეობს B წერტილის მარჯვნივ და BX:AB=1:8.

საკონტროლო ტესტი N 1 (ბ)

1. დ, **2.** გ, **3.** დ, **4.** დ, **5.** ბ, **6.** ა, **7.** ბ, **8.** ბ, **9.** ა, **10.** ბ.

§ 2.

ა

1. 1) 90°; 2) 180°; 3) 120°; 4) 60°. **2.** 1) 150°; 2) 125°; 3) 90°; 4) 60°. **3.** 1) არა; 2) არა; 3) კი. **4.** 135°; 45°. **5.** 100°. **6.** 75°. **7.** 40°. **8.** 150°. **9.** 4°. **10.** 40°. **11.** 30°; 30°. **12.** 65°; 115°, ან 130°; 180°. **13.** 90°, ან 45°; 135°; 180°. **14.** 120°; 130°; 110°; 60°. **15.** 90°. **16.** 140°. **17.** 44. **18.** 125°. **19.** 30. **20.** 75°, ან 105°. **21.** 80°; 100°. **22.** 105°; 75°. **23.** 40°. **24.** 1) კი, 2) კი, 3) კი, 4) არა.

საკონტროლო ტესტი N 2 (ა)

1. დ, **2.** გ, **3.** ბ, **4.** ბ, **5.** გ, **6.** გ, **7.** ა, **8.** ბ, **9.** ბ, **10.** ა.

ბ

26. 1) 105°; 2) 52,5°; 3) 29,5°; 4) 113,5°. **27.** 158°. **28.** 1) 67,5°; 112,5°; 2) 120°; 60°; 3) 72°; 108°. **29.** 40°. **30.** 45°. **31.** 145°. **32.** 25°; 155°. **33.** 180–α. **35.** 52,5°; 37,5°. **36.** 56°. **37.** 60°. **38.** 35°. **39.** 104°. **40.** 54°. **41.** 70°.

საკონტროლო ტესტი N 2 (ბ)

1. დ, **2.** გ, **3.** ა, **4.** ე, **5.** ბ, **6.** გ, **7.** გ, **8.** ბ, **9.** ბ, **10.** ბ.

§3.

ა

1. 1) კი; 2) კი; 3) არა; 4) არა. **2.** 1) კი; 2) არა; 3) კი; 4) არა. **3.** 1,5<BC<7,5. **4.** 24 მ. **5.** 7 სმ. **6.** 9 სმ. **7.** 2,5 სმ. **8.** 9 სმ. **9.** 7 სმ; 8 სმ; 8 სმ. **10.** 22 სმ. **11.** 8. **12.** 12 სმ. **13.** 1) 100°; 2) 80°; 3) 30°. **14.** 1) 40°, 60°, 80°; 2) 45°, 60°, 75°. **15.** 135°; 110°; 115°. **16.** 80. **17.** 1) არა; 2) არა; 3) არა. **18.** 1) 80°; 2) 20°. **19.** 1) 50°; 2) 35°. **20.** 1) 40°, 40°, 100° ან 40°, 70°, 70°; 2) 45°, 45°, 90° ან 36°, 72°, 72°; 3) 45°, 45°, 90°. **21.** 240°. **22.** 15°. **23.** 15°, 15°, 150°. **24.** 140°, 10°. **25.** 12 სმ. **26.** 20 სმ. **27.** 20. **28.** 40 სმ.

საკონტროლო ტესტი N 3 (ა)

1. ბ, **2.** ა, **3.** ბ, **4.** გ, **5.** ბ, **6.** ბ, **7.** ა, **8.** გ, **9.** ა, **10.** დ.

ბ

29. 213 მ. **30.** 15,43 მ ან 14,33 მ. **31.** 16. **32.** 3.**33.** 27. **34.** 14. **35.** დ. **40.** 22 სმ ან 26 სმ. **41.** 40,2 სმ. **42.** 2 სმ. **43.** 13 სმ. **44.** 5,8 სმ; 7,4 სმ. **45.** 6,8 სმ. **46.** 2 სმ; 20 სმ; 20 სმ. **47.** 15 სმ. **49.** 3 სმ; 12 სმ ან 9 სმ; 6 სმ. **50.** 12 სმ. **51.** 720°. **52.** 37°. **53.** 70°. **54.** 80. **55.** 55°, 55°, 70°. **56.** 90°. **57.** 66°, 66°, 48° ან 38°, 38°, 104°. **58.** 65°. **59.** 60°, 75°, 45°. **60.** 1) 105°; 2) 115°. **61.** 60°. **62.** 150°. **63.** 180-α. **64.** 40°, 60°, 80°. **65.** 5°. **66.** 15°. **67.** 45°. **68.** 1) 20, 2) 3/4. **69.** 7,5 სმ. **70.** 10 სმ. **71.** 14 სმ. **72.** 55°. **73.** 70°. **74.** 10. **75.** 90°. **76.** 10°. **80.** 20°. **81.** 30°, 30°. **82.** 15.

საკონტროლო ტესტი N 3 (ბ)

1. დ, **2.** ბ, **3.** ა, **4.** დ, **5.** ბ, **6.** გ, **7.** დ, **8.** დ, **9.** ბ, **10.** დ.

§4.

ა

1. 1) კი; 2) კი; 3) კი; 4) კი; 5) კი; 6) არა. **2.** 1) არა; 2) კი; 3) კი; 4) კი; 5) კი; 6) არა. **3.** 1) არა; 2) კი; 3) კი; 4) კი; 5) კი; 6) არა. **4.** 7 სმ. **5.** 60°. **6.** 120°. **7.** 10 სმ. **8.** 4 სმ. **9.** 20 სმ. **10.** 13,5 სმ. **11.** 30 სმ. **12.** 4 სმ; 6 სმ. **13.** 50°. **14.** 100°. **15.** 33°. **16.** 20°. **17.** 105°. **18.** 50°. **19.** 70°. **20.** 20°.

საკონტროლო ტესტი N 4 (ა)

1. გ, **2.** გ, **3.** გ, **4.** ა, **5.** დ, **6.** გ, **7.** ა, **8.** ბ, **9.** დ, **10.** ა.

ბ

21. 2,5. **22.** 16 სმ; 20 სმ. **23.** 10 სმ. **24.** 0,5 სმ. **25.** 7 სმ. **26.** 0,5 სმ. **27.** 1) 5 სმ და 7,5 სმ; 2) 1,25 სმ. **28.** 16 სმ. **29.** 8 სმ; 20 სმ; 3 სმ. **30.** 13 სმ; 3 სმ. **31.** 14 სმ. **32.** 4 სმ. **33.** 90°. **34.** 50 სმ; 20 სმ. **35.** 45°. **36.** 2 სმ. **37.** 3R/4. **38.** 15 სმ. **39.** 5 სმ. **40.** 1) 30°; 60°, 2) 10 სმ. **41.** 50°; 50°; 130°; 130°. **42.** 49°. **43.** 90°. **44.** 1) 45°; 135°; 2) 30°, 150°; 3) 123°, 57°. **45.** 40°; 60°; 80°. **46.** 120°. **47.** 20°. **48.** 75°; 105°. **49.** 45°; 55°. **50.** 7 სმ. **51.** 10 სმ. **52.** 30°. **53.** 10 სმ. **54.** 45°. **55.** 10 სმ. **56.** 40°. **57.** 45°. **58.** 120°. **59.** 30°; 60°; 90°. **60.** 26 სმ; 34 სმ. **61.** 7:8 ან 9:8. **62.** 100°; 40°; 40°. **63.** 10 სმ.

საკონტროლო ტესტი N 4 (ბ)

1. ა, **2.** ბ, **3.** დ, **4.** ბ, **5.** დ, **6.** ა, **7.** გ, **8.** ბ, **9.** გ, **10.** გ.

§5.

ა

1. 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) n–3. **2.** 1) 2; 2) 5; 3) 9; 4) n(n–3)/2. **3.** 1) 4; 2) 5; 3) 6; 4) 10. **4.** 9. **5.** 75°; 75°; 75°; 135°. **6.** 30°; 60°; 120°; 150°. **7.** 70 სმ. **8.** 1) კი; 2) კი; 3) არა; 4) არა. **9.** 50°; 90°; 130°; 90°. **10.** 24 სმ. **11.** 1) 13,5 სმ; 16,5 სმ; 2) 20 სმ; 10 სმ; 3) 12 სმ; 18 სმ; 4) 12 სმ; 18 სმ; 5) 60/7 სმ; 150/7 სმ. **12.** 1) 40°; 140°; 2) 80°; 100°; 3) 80°; 100°; 4) 72°; 108°; 5) 60°; 120°. **13.** 3 სმ. **14.** 16/5-ჯერ. **15.** 14. **16.** 60°; 120°. **17.** 10 სმ; 15 სმ. **18.** 10. **19.** 60°. **20.** 65°. **21.** 74°; 106°. **22.** 60°; 120°. **23.** 30°; 150°. **24.** 4 სმ; 5 სმ; 6 სმ. **25.** 30 სმ; 7,5 სმ; 10 სმ; 12,5 სმ. **26.** 132 სმ. **27.** 5 სმ; 15 სმ.

საკონტროლო ტესტი N 5 (ა)

1. გ, **2.** ა, **3.** დ, **4.** გ, **5.** დ, **6.** ბ, **7.** გ, **8.** დ, **9.** გ, **10.** გ.

ბ

28. 22 სმ. **29.** 32 სმ. **30.** 50°. **31.** 180°. **32.** დ. **33.** 14,6 მ. **34.** 32 სმ. **35.** 70°; 110°. **36.** 24 სმ. **37.** 5 სმ. **38.** 12 სმ; 26 სმ. **39.** 10 სმ. **40.** 9 სმ. **41.** 34 სმ; 38 სმ. **42.** 3,75 სმ; 11,25 სმ. **43.** 1) 4 სმ, 1 სმ, 4 სმ; 2) 2 სმ, 1 სმ, 2 სმ. **44.** 10 სმ. **45.** 12,8 სმ. **46.** 18 სმ. **47.** 10 სმ. **48.** 12 სმ. **49.** 10 სმ; 25 სმ ან 7,5 სმ; 18,75 სმ. **50.** 12 სმ; 20 სმ. **51.** 20°; 160°. **52.** 1) 40°, 140°; 2) 50°; 130°. **53.** 60°; 30°. **54.** 28 სმ.

55. 2,5 სმ. **56.** 480 სმ. **57.** 24 სმ. **58.** 27 სმ. **59.** 8 სმ; 12 სმ. **60.** 60 სმ. **61.** 25 სმ. **62.** 6 სმ. **63.** 1 სმ. **64.** 22 მ. **65.** 5 სმ. **66.** 30 სმ. **67.** 7 სმ. **68.** 5 სმ. **69.** 50°; 130°. **70.** 75°; 105°. **71.** 60°; 120°. **72.** 60°; 120°. **73.** 9,5 სმ; 33,5 სმ. **74.** 20 სმ. **75.** 1) 8 სმ; 2) 8 სმ. **76.** 6 სმ; 16 სმ. **77.** 3 სმ. **78.** 12 სმ; 20 სმ. **79.** 15 სმ. **80.** 33 სმ. **81.** 1) 10 სმ; 2) 20 სმ. **82.** 17 სმ; 19 სმ; 21 სმ. **83.** 3 სმ; 4 სმ. **84.** 15 სმ. **85.** 5 მ. **86.** 55 სმ. **87.** 96 სმ. **88.** 8 სმ. **89.** 28 სმ. **90.** 70°; 90°; 110°; 90°.Ý**91.** 14.
საკონტროლო ტესტი N 5 (ბ)
1. გ, **2.** ა, **3.** ბ, **4.** ა, **5.** დ, **6.** გ, **7.** დ, **8.** ბ, **9.** ა, **10.** ა.

§6.

ა

1. 12 სმ; 14 სმ. **2.** 44 სმ. **3.** 25 სმ. **4.** 1) 10 სმ, 12 სმ, 16 სმ; 2) 20 სმ, 24 სმ, 32 სმ. **6.** 90 სმ. **7.** 1) 50/7 სმ; 2) 8 სმ; 3) 7,5 სმ; 4) 24/5 სმ. **8.** 30 . **9.** 1) კი, 2) არა. **10.** 4,5 სმ. **11.** 25 სმ. **12.** 30 სმ. **13.** 6 სმ. **14.** 16 სმ. **15.** $6\sqrt{3}$ სმ ან $3\sqrt{3}$ სმ. **16.** 6 სმ. **17.** 9 სმ. **18.** $15\sqrt{10}$ სმ.
საკონტროლო ტესტი N 6 (ა)
1. დ, **2.** ა, **3.** გ, **4.** ა, **5.** გ, **6.** ბ, **7.** ა, **8.** დ, **9.** ა, **10.** გ.

ბ

19. 24 სმ, 36 სმ, 48 სმ ან 16 სმ, 24 სმ, 32 სმ ან 12 სმ, 18 სმ, 24 სმ. **20.** 12 სმ. **21.** 5 სმ. **22.** 6 სმ; 10 სმ. **23.** 18/5 სმ. **24.** 15 სმ. **25.** 25/6. **26.** 12 სმ; 8 სმ. **27.** 15 სმ. **28.** 12,8 სმ. **29.** 24 სმ. **30.** 16 სმ; 24 სმ. **31.** $\frac{bc}{b+c}$. **32.** 6 სმ. **33.** $\frac{bc}{a+2c}$. **34.** 8 სმ; 12 სმ. **35.** 15 სმ; 45 სმ. **36.** 80 სმ. **37.** 37,25. **38.** 60/7 სმ. **39.** 2 სმ. **40.** 64/5 სმ. **41.** 6 სმ. **42.** 4 სმ. **43.** $\frac{2ab}{a+b}$. **44.** 12 სმ; 6 სმ. **45.** $3\sqrt{5}$ სმ. **46.** 9. **47.** 10 სმ. **48.** 18 სმ; 12 სმ ან 5 სმ; 25 სმ. **49.** 5 სმ. **50.** 4 სმ. **51.** 8 სმ. **52.** 4:5. **53.** 6:13. **54.** 5:8; 7:6. **55.** 3:1.
საკონტროლო ტესტი N 6 (ბ)
1. დ, **2.** ა, **3.** ა, **4.** დ, **5.** დ, **6.** დ, **7.** დ, **8.** ბ, **9.** ა, **10.** ა.

§7.

ა

1. 1) 5 სმ; 2) 10 დმ; 3) 13 მ; 4) $\sqrt{61}$ სმ. **2.** 15 მ. **3.** 70 სმ. **4.** 25 სმ. **5.** $2\sqrt{5}$ სმ. **6.** 56 სმ. **7.** $a\sqrt{2}$. **8.** $a\sqrt{2}$. **9.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **10.** 25 სმ. **11.** 10 სმ. **12.** 75/7; 75/7; 144/7. **13.** 7. **14.** 15 სმ. **15.** 3. **16.** $10\sqrt{2}$. **17.** 25. **18.** 16 სმ. **19.** 1,8 სმ; 2,4 სმ. **20.** 6 სმ. **21.** 6. **22.** 4.
საკონტროლო ტესტი N 7 (ა)
1. დ, **2.** ბ, **3.** დ, **4.** გ, **5.** ა, **6.** ა, **7.** ა, **8.** ბ, **9.** გ, **10.** ბ.

ბ

24. 16. **25.** $15\sqrt{2}$. **26.** $24+8\sqrt{2}$ სმ. **27.** 3. **28.** $2\sqrt{2}$. **29.** 10 მ. **30.** 1) 7,5 სმ; 10 სმ; 2) 15 მ; 20 მ. **31.** 10,4 მ. **32.** 25. **33.** 16. **34.** $4\sqrt{2}$. **35.** 2 ან 14. **36.** 20,5 ან 15,5. **37.** 5. **38.** 10. **39.** $\sqrt{3}$. **40.** 7/3. **41.** $\sqrt{10}/2$. **42.** 2. **43.** 3. **44.** $3(\sqrt{2}-1)$. **45.** 1. **46.** 5. **47.** $\sqrt{a^2+b^2}$. **48.** $\frac{2\sqrt{2}a}{\sqrt{2}+1}$. **49.** 15/4. **50.** $-\sqrt{3}$. **51.** $\sqrt{15}$. **52.** $2\sqrt{2}-2$. **53.** 8 სმ. **54.** 14. **55.** 40; 42. **56.** 2. **57.** 20. **58.** 5. **59.** 60/13. **60.** 25. **61.** 12. **62.** 120/13. **63.** 2 ან 14. **64.** 13 სმ. **65.** 6,5 სმ. **66.** 17/4. **67.** 30. **68.** $2\sqrt{Rr}$. **69.** $2\sqrt{Rr}$. **70.** $3\sqrt{6}$. **71.** 80.

72. 48; 30. **73.** 22 დმ; 38 დმ. **74.** 26, 6; $10\sqrt{3}+12$, $10\sqrt{3}-12$. **75.** $5\sqrt{10}$. **76.** 37 მ; $\sqrt{769}$ მ. **77.** $\frac{4}{5}\sqrt{6}$; $\frac{6}{5}$. **78.** 17. **79.** $14/\sqrt{3}$. **80.** 2,5. **81.** 8 სმ. **82.** 29,4. **83.** 8 სმ. **84.** 12. **85.** 10.

საკონტროლო ტესტი N 7 (ბ)

1. დ, **2.** ა, **3.** ბ, **4.** დ, **5.** ბ, **6.** დ, **7.** ა, **8.** გ, **9.** გ, **10.** ა.

§8.

ა

1. 12/13; 5/13; 12/5. **2.** 1) 0,9, 2) 28, 3) 21, 4) 3/4, 5) 5, 6) 9/4, 7) 4, 8) 0,8, 9) 0,2, 10) $5/\sqrt{34}$. **3.** $5/\sqrt{29}$; $2/\sqrt{29}$; 5/2. **4.** 4/5, 3/5; 4/3, 3/5; 4/5, 3/4. **5.** 1) 3/5, 2) 14,4. **6.** 1) 1, 2) 2,4. **7.** 4. **8.** 1) 109/144; 53/108; 19/96. 2) –11/24; 43/48; 29/36. 3) 3/5; 4/5; 0. **9.** 1) მართკუთხა; 2) ბლაგვკუთხა. 3) მახვილკუთხა. **10.** 1) $\sqrt{79}$; 2) $\sqrt{219}$. **11.** 1) 5, 2) 13. **12.** $\sqrt{41}$. **13.** $\sqrt{26}$; $\sqrt{146}$. **14.** $8\sqrt{6}$. **15.** $10\sqrt{2}$. **16.** $\frac{20\sqrt{3}}{3}$. **17.** 12 სმ. **18.** 1) 69, 2) 2.

საკონტროლო ტესტი N 8 (ა)

1. დ, **2.** ბ, **3.** ბ, **4.** ა, **5.** ა, **6.** გ, **7.** ბ, **8.** ა, **9.** დ, **10.** ა.

ბ

19. $3/\sqrt{34}$; $5/\sqrt{34}$; 3/5. **20.** $8+4\sqrt{2}$. **21.** 1/4. **22.** 9/2. **23.** 1) 3,6, 2) 9. **24.** 5/2. **25.** 24. **26.** 32. **27.** 3/2. **28.** 45°. **29.** 9. **30.** 12. **31.** ($\sqrt{117}$;15). **32.** $\sqrt{101}$. **33.** 4; 7; 7; 9. **34.** 1) 10; 15, 2) $\sqrt{127}$. **35.** 28/5. **36.** $\sqrt{155/8}$. **37.** $\sqrt{13}$. **38.** 15/7. **39.** $3\sqrt{2}$. **40.** 5,5. **41.** 14. **42.** 7,5; 12,5. **43.** 1) 33/7; 44/7. 2) 3:2. 3) 4; 6. 4) 8; 12. **44.** $\frac{5}{11}\sqrt{126}$. **45.** $(\sqrt{2}-1)a$; $(2-\sqrt{2})a$. **46.** 15. **47.** 21/5; 28/5. **48.** $9\sqrt{5}/2$ სმ; $4\sqrt{10}$ სმ. **49.** 25; 20; 30. **50.** $\sqrt{35}-\sqrt{15}$; $\sqrt{35}+\sqrt{15}$. **51.** 10/3; 14/3. **52.** 25 სმ. **53.** 8; 10; 10. **54.** 4 სმ. **55.** 30 სმ. **56.** $(a+b)/c$. **57.** $\frac{(a+b)c}{a+b+c}$. **58.** $\frac{ab}{a+b}$. **59.** $80/\sqrt{19}$. **60.** 40. **61.** 15. **62.** 6. **63.** 7/17. **64.** 1) 2, 2) $\sqrt{5}/5$, 3) 5. **65.** 2/3. **66.** $\frac{16\sqrt{3}}{3}$; $\frac{32\sqrt{3}}{5}$. **67.** 12 სმ. **68.** 130 სმ. **69.** 9 სმ. **70.** 2:3. **71.** arctg(2/3). **72.** 7. **73.** 20. **74.** $a\sin(\alpha/2)$. **75.** პირველი $2/\sqrt{3}$-ჯერ. **76.** 2.

საკონტროლო ტესტი N 8 (ბ)

1. ა, **2.** დ, **3.** ბ, **4.** დ, **5.** დ, **6.** ა, **7.** დ, **8.** დ, **9.** გ, **10.** დ.

§9.

ა

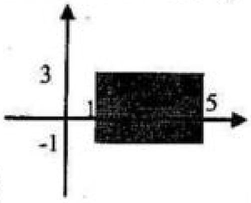
1. 24 მ. **2.** 81 სმ^2. **3.** 1) გაიზრდება 9-ჯერ; 2) გაიზრდება 25/16-ჯერ; 3) შემცირდება 2,25-ჯერ; 4) შემცირდება 75%-ით. **4.** 50%-ით. **5.** 8 მ; 18 მ. **6.** 20 სმ; 30 სმ. **7.** 240 სმ. **8.** 800%-ით. **9.** 20 სმ; 15 სმ. **10.** 6 სმ; 6 სმ. **11.** $a^2/4$. **12.** 30 სმ^2. **13.** 82 სმ. **14.** 5 სმ. **15.** 15 სმ. **16.** $\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$. **17.** 30/7 სმ. **18.** 6 სმ; $3\sqrt{3}$ სმ. **19.** 24 სმ^2. **20.** 1) 12; 2) $12\sqrt{2}$; 3) $12\sqrt{3}$; 4) 12. **21.** $bc+(a-c)^2/2$. **22.** 1) $S(x)=88-2x^2$, 2) $S(x)=35-8x^2$. **23.** 15/4 სმ^2. **24.** 1) 150 სმ^2, 2) 10,5 სმ. **25.** 1) $225\sqrt{3}/2$ სმ^2, 2) 240 სმ^2. **26.** 5 სმ. **27.** 16/5 სმ. **28.** 81; 99. **29.** 50. **30.** 1) 31,25; 2) 1/4. **31.** 1/4. **32.** 270 სმ^2. **33.** 1) 168/13 სმ; 2) 168/15 სმ.

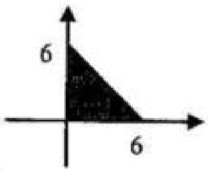
საკონტროლო ტესტი N 9 (ა)

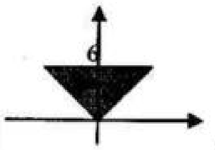
1. ა, **2.** გ, **3.** ა, **4.** ბ, **5.** დ, **6.** ა, **7.** გ, **8.** გ, **9.** გ, **10.** დ.

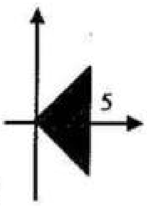
ბ

34. 7. **35.** 32. **36.** 54 მ^2. **37.** 0,96 მ^2. **38.** 6,5. **39.** 24 დმ. **40.** $\sqrt{109}$. **41.** 12 სმ; 4 სმ. **42.** 30°. **43.** 120 სმ^2. **44.** 72 სმ^2. **45.** 10 სმ. **46.** 4:3. **47.** $4\sqrt{2}$. **48.** 120/13 სმ. **49.** $\sqrt{20}$ სმ. **50.** 202,8 სმ^2. **51.** 200 სმ^2. **52.** $100\sqrt{2}$ სმ^2. **53.** 6 მ^2. **54.** $4r^2/5$. **55.** 30°. **56.** 36/5 სმ; 54/5 სმ. **57.** 400 სმ^2. **58.** 64 სმ^2. **59.** 64 სმ^2. **60.** 1,2 დმ; 3,6 დმ; 1,2 დმ. **61.** 1) 64 სმ^2; 2) 25 სმ^2. **62.** 70,5. **63.** 5. **64.** 20 სმ^2. **65.** S/2. **66.** 14/5-ჯერ. **67.** 23/40. **68.** 13S/24. **69.** 40 სმ^2; 60 სმ^2. **70.** 3/10. **71.** $2a^2/15$. **72.** $8\sqrt{3}$. **73.** 24. **74.** $2\sqrt{5}$. **75.** 10. **76.** 26. **77.** $32\sqrt{3}$. **78.** 60. **79.** $24\sqrt{2}$ სმ^2. **80.** 1) 5 სმ, 2) 40 სმ. **82.** 12. **82.** 20 სმ. **83.** $h/\sqrt{2}$. **84.** $20\sqrt{2}$ სმ. **85.** 4:21:56. **86.** $1:(\sqrt{2}-1):(\sqrt{3}-\sqrt{2})$. **87.** 256 სმ^2. **88.** 14,4. **89.** $25(7\sqrt{3}+12)/12$. **90.** 16 ან 32/3. **91.** $42\sqrt{5}$. **92.** 2,16 მ^2; 3,84 მ^2. **93.** 78 დმ^2. **94.** 147/8. **95.** 3/16. **96.** 11/17. **97.** 5:1. **98.** 6:1. **99.** $2\sqrt{70}$. **100.** $135\sqrt{19}/16$. **101.** 8/3. **102.** 3/4. **103.** $100\sqrt{3}/3$. **104.** 1:3. **105.** $14\sqrt{5}$ სმ^2. **106.** $40\sqrt{2}$ სმ^2. **107.** 672 სმ^2. **108.** 270 სმ^2. **109.** 65/8; 4. **110.** 850 სმ^2. **111.** 85/8 სმ^2. **112.** $4(3+\sqrt{5})$ სმ^2. **113.** $9(\sqrt{3}-1)$ სმ^2. **114.** $\sqrt{137}$ სმ. **115.** 15/4 სმ^2. **116.** 240 სმ^2. **117.** 32 სმ^2. **118.** 24 ან 36/7. **119.** 1; 2. **120.** 30°. **121.** 4. **122.** 24. **123.** 1/5 ან 5. **124.** 51/140. **125.** 96 სმ^2. **126.** 54. **127.** 24/7. **128.** 5; 5; 6. **129.** 1) კი; 2) კი; 3) არა; 4) კი; 20 სმ^2. **130.** 25 სმ^2. **131.** $c^2/4$. **132.** 12 სმ^2. **134.** 5/9. **135.** 45°. **136.** $\cos\alpha$. **137.** 1/2. **138.** 27. **139.** 150. **140.** $11\sqrt{253}$. **141.** 13. **142.** 2 სმ^2. **143.** 40. **144.** 83. **145.** 48/25. **146.** a-b. **147.** 15. **148.** 3:13. **149.** 432. **150.** 100. **151.** 3:7. **152.** 18. **153.** $(\sqrt{S_1}+\sqrt{S_2}+\sqrt{S_3})^2$. **154.** 240. **155.** 25. **156.** $a\sqrt{7/12}$. **157.** 44. **158.** 3S/8. **159.** 4,8 სმ^2. **160.** 52/53 სმ^2. **161.** 50 მ^2. **162.** 1/3.

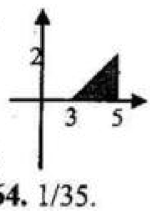
163. 1) 

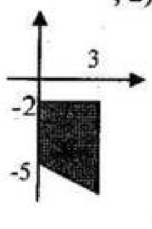
, 2) 

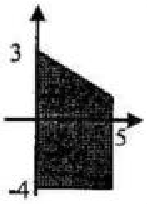
, 3) 

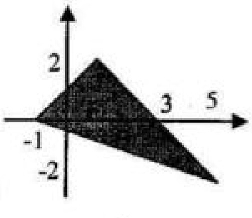
, 4) 

,

5) 

, 6) 

, 7) 

, 8) 

.

164. 1/35.

საკონტროლო ტესტი N 9 (ბ)

1. ა, **2.** გ, **3.** ა, **4.** გ, **5.** გ, **6.** გ, **7.** გ, **8.** დ, **9.** დ, **10.** ა.

§10.

ა

1. 1) 540°, 2) 720°, 3) 1440°, 4) 180°k. **2.** 10. **3.** 1) 5, 2) 9, 3) 35, 4) k(k+3)/2. **4.** 9; 140°, **5.** 1) 3, 2) 1, 3) 2. **6.** 1) a, 2) $a\sqrt{3}/2$. **7.** 1) 5, 2) $5\sqrt{2}$. **8.** 2m, $m\sqrt{3}$. **9.** 1) 6,76π სმ^2; 2) 256π სმ^2. **10.** 1) $\frac{\pi R^2}{6}$; 2) $\frac{\pi R^2}{4}$; 3) $\frac{5\pi R^2}{12}$; 4) $\frac{2\pi R^2}{3}$. **11.** 1) 1/4; 2) 1/2; 3) 1/18; 4) 1/8. **12.** 1) 90°; 2) 300°; 3) 240°. **13.** 25π/6 სმ^2.

საკონტროლო ტესტი N 10 (ა)

1. ა, **2.** გ, **3.** ა, **4.** ბ, **5.** ბ, **6.** გ, **7.** გ, **8.** ბ, **9.** გ, **10.** გ.

ბ

14. 5. **15.** 1) 6; 2) 48; 3) 240. **16.** 1) $2\sqrt{3}$; 18, 2) 6; $9\sqrt{3}$. **17.** $5\sqrt{6}$. **18.** $150\sqrt{3}$. **19.** R$\sqrt{3}$; R. **20.** 80/3. **21.** $\sqrt{3}/2$. **22.** $54\sqrt{3}$. **23.** $75\sqrt{3}/4$. **24.** 7. **25.** 24 სმ². **26.** 180 სმ. **27.** $4\sqrt{3}$ სმ. **28.** $96\sqrt{3}$ სმ². **29.** 8 მ. **30.** 2/π. **31.** 4. **32.** 5π/2 სმ. **33.** 1) 180°; 2) 22,5°. **34.** 2. **35.** 225π; 225. **36.** 1) $\frac{10\pi}{3}$ სმ; 2) $\frac{5\pi\sqrt{2}}{2}$ სმ. **37.** 1) 18 სმ; 2) $12\sqrt{2}$ სმ. **38.** 16 სმ². **39.** $2\sqrt{3}$ სმ. **40.** *a*/3. **41.** $108\sqrt{3}$. **42.** 12π სმ². **43.** 275π/36 სმ². **44.** 2π სმ². **45.** 1) $100(2\pi-3\sqrt{3})/3$; 2) $100(4\pi-3\sqrt{3})/3$; 3) 100(π–2). **46.** 12 სმ². **47.** 5 სმ; 7 სმ. **48.** 16. **49.** 1:$\sqrt{2}$. **50.** 70°; 65°; 110°; 115°. **51.** 144°; 108°; 36°; 72°. **52.** 80°. **53.** 5 სმ. **54.** 6 სმ; 4 სმ. **55.** 8 სმ; 16 სმ. **56.** 6,25π სმ². **57.** 30 სმ. **58.** 180 სმ². **59.** 30°. **60.** 20 სმ. **61.** 1) 84 სმ; 2) 60°. **62.** 30°. **63.** 4. **64.** 4π/3. **65.** 40–8π. **66.** 32π. **67.** 3π/2 სმ². **68.** 25π. **69.** $(a^2\sqrt{3}-2\pi b^2)/4$. **70.** 2Q/3. **71.** $\sqrt{2/(4-\pi)}$. **72.** $\sqrt{3}/(14\pi)$. **73.** $6\sqrt{3}+4\pi$. **74.** $\frac{2\pi-3\sqrt{3}}{4}$. **75.** 25π. **76.** 18π. **77.** $(4\sqrt{3}-\frac{11}{6}\pi)r^2$. **78.** 25π. **79.** *a*. **80.** 21π.

საკონტროლო ტესტი N 10 (ბ)

1. ბ, **2.** ა, **3.** დ, **4.** ბ, **5.** დ, **6.** დ, **7.** ა, **8.** გ, **9.** ბ, **10.** დ.

§ 11.

ა

1. 1) $\vec{a}+\vec{b}$, 2) $\vec{m}+\vec{n}$, $\vec{n}-\vec{m}$. **2.** 1) (2,5;–1), 2) (–1;1), 3) (1,5;5;–6), 4) (4;4;4). **3.** 1) (4;5;–6), 2) (26;–29). **4** 1) (5;–10;7), 2) (4;5;–6). **5.** 1) (-3;3), (3;-3); 2) (6;-6;5), (-6;6;-5). **6.** გ. **7.** $5\sqrt{2}$, $2\sqrt{2}$, $2\sqrt{3}$. **8.** 13. **9.** 1) 10, 2) 5. **10.** 1) (–6;4;–8), 2) (15;–10;20). **11.** 1) 12, 2) -30. **12.** 1) 8/15, 2) -1/24.

საკონტროლო ტესტი N 11 (ა)

1. გ, **2.** დ, **3.** ბ, **4.** დ, **5.** ა, **6.** ბ, **7.** გ, **8.** გ, **9.** ა, **10.** ბ.

ბ

13. 1) $\vec{a}-\frac{1}{3}\vec{b}$, 2) $-\frac{1}{3}(\vec{m}+\vec{n})$, $\frac{1}{3}(2\vec{n}-\vec{m})$. **14.** $\pm\sqrt{17}$. **15.** [–4;4]. **16.** 1) $\bar{b}$ (12;3), 2) $\bar{b}$ (–12;–3). **17.** 1) ±1/2, 2) ±5/13. **18.** გ. **19.** 2. **20.** $(-60/\sqrt{34};100/\sqrt{34})$. **21.** 1) 6, 2) -1. **22.** 24/25. **23.** 135°. **24.** $\frac{2\sqrt{5}}{15}$. **25.** 90°. **26.** 1) -1, 2) -1. **27.** –2. **28.** 1) 30°; 2) 30°. **29.** k∈∅. **30.** $\sqrt{30}$. **31.** -26. **32.** $D(-3;11)$. **33.** -3, -4. **34.** (-4;-1). **35.** -10. **36.** ა) A, ბ) C, გ) B. **37.** 16. **38.** (2;0;–35). **39.** $\vec{0}$. **40.** $\sqrt{2}$. **41.** 5. **42.** 1) 60°; 2) 30°. **43.** -64. **44.** *y*=5*x*+7. **45.** (–1,4;–5,2). **46.** $\frac{3\sqrt{34}}{2}$. **47.** (–1;2), 13. **48.** (4;–1). **49.** $\frac{a^2+3b^2-c^2}{4}$. **50.** $\frac{a^2+3b^2-c^2}{2}$. **51.** 0,96. **52.** 180°. **53.** α=–8, β=–2 ან α=–4, β=2. **54.** 5. **55.** 4. **56.** 7 სმ. **57.** 1-ბ, 2-გ, 3-ა, 4-დ. **58.** 1) $B_1(1;0;1)$, $C_1(1;1;1)$, 2) M(1;0,5;1), N(0;1;0,5), K(0,5;0,5;0), 3) $\overrightarrow{A_1D}$ (0;1;-1), $\overrightarrow{CA_1}$ (-1;-1;1), $\overrightarrow{KM}$ (0,5;0;1), 4) ა) $\sqrt{2}/\sqrt{3}$, ბ) 0, გ) $\sqrt{2}/(2\sqrt{5})$. **59.** 1.

საკონტროლო ტესტი N 11 (ბ)

1. დ, **2.** დ, **3.** ბ, **4.** ბ, **5.** გ, **6.** დ, **7.** დ, **8.** გ, **9.** ა, **10.** ბ.

§12.

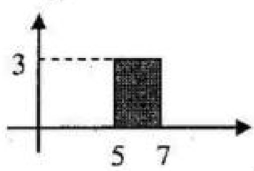
ა

1. 1) A\`(-3;0), B\`(0;-5), C\`(-1;-1), D\`(3;0), E\`(2;1), F\`(-1;4); 2) A\`(3;0), B\`(0;-5), C\`(1;-1), D\`(-3;0), E\`(-2;1), F\`(1;4); 3) A\`(-3;0), B\`(0;5), C\`(-1;1), D\`(3;0), E\`(2;-1), F\`(-1;-4). **2.** 1) I; 2) უამრავი; 3) არცერთი. **3.** 1) 2; 2) უამრავი; 3) 2; 4) უამრავი. **4.** 1) (0;3), (-5;0), 2) (-3;0), (0;-5). **5.** A\`(0;3), B\`(-5;5), C\`(-3;1). **6.** (-2;-1).

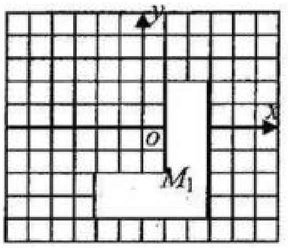
საკონტროლო ტესტი N 12 (ა)

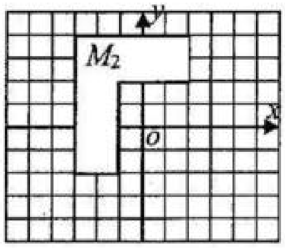
1. დ, **2.** გ, **3.** ბ, **4.** დ, **5.** გ, **6.** გ, **7.** ა, **8.** დ, **9.** ა, **10.** გ.

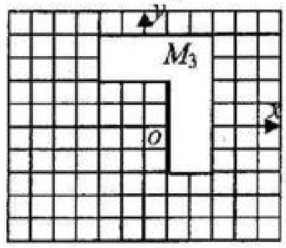
ბ

7. f(x;y)=(3x;y-5). **8.** g(x;y)=(x/2;y-3). **9.** 

. **10.** $h(x)=-x^2-4x+8$. **11.** $h(x)=-x^2+2x+14$. **12.** $h(x;y)=(2x+y-3;-2x)$. **13.** $\left(\dfrac{x_1+x_2}{2};\dfrac{y_1+y_2}{2}\right)$. **14.** (1;2). **15.** 41°. **16.** 1) $y=2x-3$, 2) $y=-2x+3$, 3) $y=2x+4$, 4) $y=2x+6$. **17.** 2.

18. 1) 

, 2) 

, 3) 

, 4) 8.

19. 1) (3;0), 2) $\left(\dfrac{3}{\sqrt2};\dfrac{3}{\sqrt2}\right)$, 3) $\left(\dfrac{3\sqrt3}{2};\dfrac{3}{2}\right)$. **20.** 1) α=90°, 2) P_3Q_3. **21.** 1) $\left(-\dfrac{5}{\sqrt2};\dfrac{5}{\sqrt2}\right)$, $\left(-\dfrac{3}{\sqrt2};-\dfrac{3}{\sqrt2}\right)$, $\left(\dfrac{1}{\sqrt2};-\dfrac{1}{\sqrt2}\right)$, $\left(-2\sqrt2;0\right)$, 2) $\left(-\dfrac{5}{2};\dfrac{5\sqrt3}{2}\right)$, $\left(-\dfrac{3\sqrt3}{2};-\dfrac{3}{2}\right)$, $\left(\dfrac{1}{2};-\dfrac{\sqrt3}{2}\right)$, $\left(-2\sqrt2\cos15°;2\sqrt2\sin15°\right)$, 3) $\left(-\dfrac{5\sqrt3}{2};\dfrac{5}{2}\right)$, $\left(-\dfrac{3}{2};-\dfrac{3\sqrt3}{2}\right)$, $\left(\dfrac{\sqrt3}{2};-\dfrac{1}{2}\right)$, $\left(-2\sqrt2\sin15°;2\sqrt2\cos15°\right)$.

22. $(0;2-4\sqrt{15})$, $(0;2+4\sqrt{15})$. **23.** -2. **24.** $\dfrac{a\sqrt3}{2}$. **25.** $5\sqrt6$. **26.** $\sqrt{73}$. **27.** 50. **28.** არა. **29.** 1) (a;-b), 2) (-a;b), 3) (4-a;b), 4) (b;a), 5) (-a;-b), 6) (2-a;4-b). **30.** y=6. **31.** 1) (3;6), (3;3), (-3;3), (15;-9), 2) (1/2;1), (1/2;1/2), (-1/2;1/2), (5/2;-3/2). **32.** 1) 3, 2) -2. **33.** 5. **34.** 180. **35.** (1;-1), (3;-1), (-1;4). **36.** (-3;2). **37.** არა. **38.** B. **39.** ღერძული სიმეტრია x=3 წრფის მიმართ, ან ცენტრული სიმეტრია (3;0) წერტილის მიმართ, ან (4;0) ვექტორით განსაზღვრული პარალელური გადატანა. **40.** $\dfrac{2(3+\sqrt3)}{3}a$.

41. $a^2(\sqrt2-1)/2$.

საკონტროლო ტესტი N 12 (ბ)
1. ა, **2.** დ, **3.** დ, **4.** გ, **5.** გ, **6.** ბ, **7.** გ, **8.** დ, **9.** დ, **10.** ბ.

ტესტი გამეორებისათვის 1

1. დ, 2. ე, 3. დ, 4. ე, 5. დ, 6. დ, 7. დ, 8. გ, 9. ე, 10. გ, 11. ა, 12. ბ, 13. ბ, 14. დ, 15. ა, 16. ბ, 17. ე, 18. დ, 19. გ, 20. გ, 21. დ, 22. ბ, 23. გ, 24. დ, 25. დ, 26. გ, 27. ე, 28. დ, 29. ბ, 30. დ, 31. ე, 32. ა, 33. გ, 34. გ, 35. ა, 36. ა, 37. ბ, 38. ა, 39. გ, 40. ე, 41. ე, 42. ე, 43. გ, 44. ბ, 45. ა, 46. ბ, 47. გ, 48. ა, 49. დ, 50. ბ, 51. დ, 52. გ, 53. გ, 54. ა, 55. ე, 56. გ, 57. გ, 58. გ, 59. ა, 60. დ, 61. ე, 62. ბ, 63. ე, 64. დ, 65. ბ, 66. ბ, 67. ე, 68. დ, 69. ე, 70. დ, 71. ა, 72. გ, 73. ე, 74. ე, 75. გ, 76. ბ, 77. ბ, 78. ე, 79. გ, 80. გ, 81. ა, 82. ე, 83. ე, 84. გ, 85. ა, 86. გ, 87. გ, 88. ბ, 89. ბ, 90. ა, 91. გ, 92. დ, 93. ე, 94. დ, 95. გ, 96. გ, 97. დ, 98. გ, 99. ბ, 100. დ, 101. ბ, 102. ბ, 103. დ, 104. გ, 105. გ, 106. ბ, 107. ა, 108. ბ, 109. დ, 110. ბ, 111. ბ, 112. ე, 113. ა, 114. ბ, 115. ბ, 116. დ, 117. ა, 118. ე, 119. გ, 120. ბ, 121. გ, 122. ა, 123. ბ, 124. დ, 125. ა, 126. გ, 127. დ, 128. დ, 129. დ, 130. ბ, 131. დ, 132. ბ, 133. ბ, 134. ა, 135. დ, 136. გ, 137. ა, 138. ა, 139. ბ, 140. ა, 141. გ, 142. დ, 143. ა, 144. ა, 145. ე, 146. გ, 147. ა, 148. ბ, 149. გ, 150. ა, 151. ბ, 152. დ, 153. ა, 154. ე, 155. გ, 156. დ, 157. ა, 158. ბ, 159. ბ, 160. გ, 161. ბ, 162. ბ, 163. ა, 164. გ, 165. ბ, 166. ე, 167. ე, 168. დ, 169. ა, 170. გ, 171. ა, 172. ე, 173. ა, 174. დ, 175. დ, 176. ბ, 177. გ, 178. ბ, 179. ბ, 180. ბ, 181. გ, 182. ე, 183. ე, 184. დ, 185. ე, 186. ბ, 187. ე, 188. გ, 189. გ, 190. ე, 191. დ, 192. გ, 193. დ, 194. ა, 195. ა, 196. ე, 197. გ, 198. გ, 199. ე, 200. ბ, 201. დ, 202. ბ, 203. ბ, 204. გ, 205. დ, 206. ბ, 207. გ, 208. ბ, 209. ბ, 210. ე, 211. გ, 212. ა, 213. ა, 214. ე, 215. ე, 216. დ, 217. ე, 218. დ, 219. დ, 220. გ, 221. დ.

§13.

ა

1. 25. **2.** 1) $a\sqrt{3}/2$; 2) $a\sqrt{2}/2$; 3) $a/2$. **3.** 8. **4.** 8 სმ. **5.** 3,2. **6.** 8 მ; 16 მ. **7.** 13. **8.** 117.
საკონტროლო ტესტი N 13 (ა)
1. ბ, **2.** ა, **3.** გ, **4.** გ, **5.** ბ, **6.** ა, **7.** ა, **8.** დ, **9.** გ, **10.** ა.

ბ

9. 144/13. **10.** $2\sqrt{2}$ სმ. **11.** $40\sqrt{2-\sqrt{3}}$ სმ. **12.** $7\sqrt{2}\sqrt{\sqrt{2}-1}$. **13.** $26\sqrt{9-3\sqrt{2}}$. **14.** 6 სმ; 15 სმ. **15.** 7 სმ. **16.** $2\sqrt{26}$ სმ. **17.** 1,4. **18.** $\sqrt{2b^2-a^2}$. **19.** $\arcsin\left(\dfrac{\sqrt{2b^2-a^2}}{a}\right)$. **20.** 30°. **21.** 29. **22.** $\sqrt{c^2+b^2+a^2}$. **23.** $3a/2$. **24.** 1,5 სმ. **25.** 10 მ. **26.** 16 სმ. **27.** $\sqrt{11}$. **28.** 45 სმ. **29.** 1) 5 სმ; 2) 3 სმ. **30.** 1) 6,5 სმ; 2) $\sqrt{a^2+d^2-b^2}$. **31.** $4\sqrt{6}/3$. **32.** 6 სმ. **33.** 6 სმ. **34.** 2. **35.** 2 მ. **36.** $\sqrt{53}/2$. **37.** 2 სმ. **38.** 25. **39.** $\sqrt{41}$. **40.** 17. **41.** $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$; $\sqrt{a^2+c^2}$. **42.** 2,5 მ. **43.** $\sqrt{73}/2$ მ. **44.** $\sqrt{435}$. **45.** 3,75 მ და 2,25 მ. **46.** 1 მ. **47.** 1,3 მ. **48.** $12\sqrt{3}$ სმ. **49.** $2l$. **50.** 52 სმ. **51.** 4 მ. **52.** $4\sqrt{15}$. **53.** 1) 11 მ; 2) 7 მ. **54.** 1) $2a$; 2) 4. **55.** $12\sqrt{2}/5$ სმ. **56.** $\sqrt{25-12\sqrt{3}}$. **57.** $\sqrt{325}$ სმ. **58.** 1,5. **59.** 84/25 სმ. **60.** 60°. **61.** 41. **62.** 30. **63.** 3 მ. **64.** 1.
საკონტროლო ტესტი N 13 (ბ)
1. ბ, **2.** გ, **3.** ბ, **4.** დ, **5.** ა, **6.** დ, **7.** ა, **8.** გ, **9.** ა, **10.** ა.

§14.

ა

1. 150 მ^2. **2.** $\sqrt{5/3}$ მ. **3.** 8 მ^2. **4.** 3 სმ. **5.** 1) 3; 2) 7; 3) 11. **6.** 366 დმ^2. **7.** 24 სმ^2. **8.** 18 მ^2. **9.** $6a^2$ მ^2. **10.** 49 მ^2. **11.** 30 დმ^2. **12.** $\dfrac{c^2}{\sqrt{(a^2+c^2)(b^2+c^2)}}$. **13.** 8. **14.** 550 სმ^2. **15.** M(3;2;2). **16.** N(4;2;4). **17.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}+3ah$. **18.** $3\sqrt{3}a^2+6ah$. **19.** 6 მ^2. **20.** 4 მ^2. **21.** 30 მ. **22.** 6 მ. **23.** 3/25. **24.** 1000. **25.** ბ. **26.** 700 გ.

საკონტროლო ტესტი N 14 (ა)

1. ა, **2.** ბ, **3.** ბ, **4.** გ, **5.** გ, **6.** ა, **7.** დ, **8.** დ, **9.** დ, **10.** გ.

ბ

27. $36\sqrt{2}$ სმ^2. **28.** $5\sqrt{3}$ სმ. **29.** 1) $2a^2/\sqrt{3}$; 2) $2a^2/\sqrt{2}$; 3) $2a^2/\sqrt{3}$. **30.** 1) 90°; 2) 45°; 3) 60°; 4) 60°. **31.** $\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **32.** $\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **33.** 45°. **34.** $\operatorname{arctg}\sqrt{2}$. **35.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. **36.** $2a\sqrt{2/3}$. **37.** $\sqrt{6}$. **38.** $(\sqrt{5}+1{,}5\sqrt{2})a$; $(9/8)a^2$. **39.** ა. **40.** $5\sqrt{5}$ სმ; $\arcsin(2/\sqrt{5})$. **41.** $\sqrt{123}$ სმ. **42.** 1) 45°; 30°, 2) 45°. **43.** 14 მ^2. **44.** 18,5 სმ^2. **45.** 124/5 მ^2. **46.** $(9\sqrt{2}+10)$ დმ^2. **47.** 3/5. **48.** 6,5 მ; 4,5 მ. **49.** 20 დმ. **50.** 10 სმ; 14 სმ. **51.** 188 მ^2; $10\sqrt{25-12\sqrt{3}}$ მ^2. **52.** $4\sqrt{569}$ სმ. **53.** $25\sqrt{3}+12$ სმ^2. **54.** 82 მ^2. **55.** 66 სმ^2. **56.** $\sqrt{177}$ მ. **57.** 2 დმ. **58.** 60°. **59.** 14. **60.** 1) $2\sqrt{3}$; 2) 3 სმ^2. **61.** 2 მ^2. **62.** 2,25 სმ^2. **63.** 14 სმ. **64.** 3 მ^2. **65.** $3\sqrt{3}$. **66.** 12. **67.** 3 მ. **68.** 2 მ. **69.** 110 სმ^2. **70.** 88 სმ^2. **71.** 12,5 მ; 12,5 მ; 15 მ; 12 მ. **72.** 2,5 დმ. **73.** $6a^2+\sqrt{3}\,a^2$; $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$. **74.** $124/\sqrt{13}$ სმ^2. **75.** $4\sqrt{74}$ სმ^2. **76.** $4\sin\alpha/\cos^2\alpha$. **77.** 96 მ^2. **78.** $\arccos\frac{10}{\sqrt{190}}$. **79.** $2\sqrt{2}\,a^3$. **80.** $\sqrt{3}\,d^3/9$. **81.** $\dfrac{1}{6}S\sqrt{\dfrac{1}{6}S}$. **82.** 6 სმ^3. **83.** V=24. **84.** $88/\sqrt[3]{9}$ დმ^2. **85.** 56 მ^3. **86.** 60 სმ^3. **87.** 13,5 სმ^3. **88.** 12 მ^3. **89.** 6. **90.** 19. **91.** ა. **92.** 1 დღეში. **93.** 24 დმ^3. **94.** 496 სმ^2; 384 სმ^3. **95.** 800 სმ^2; 625 სმ^3. **96.** 11,25 სმ^3. **97.** 780 სმ^3. **98.** $4\sqrt{3}$ მ^3. **99.** 12 დმ^3. **100.** $375\sqrt{3}/14$ სმ^2. **101.** 3 მ^3. **102.** $2S+\dfrac{4V}{\sqrt{S}}$. **103.** 24 მ^2. **104.** 108 სმ^3. **105.** 24 მ^3. **106.** 375/4 მ^3. **107.** $a^3/8$. **108.** $\dfrac{3a^2\sqrt{1-3tg^2\alpha}}{8tg\alpha}$. **109.** $\dfrac{1}{5}$. **110.** $\dfrac{3}{13}$. **111.** $\dfrac{75\sqrt{3}}{4}$. **112.** $\dfrac{250\sqrt{15}}{3}$. **113.** $10\sqrt{59}$. **114.** $\dfrac{75\sqrt{2}}{2}$. **115.** $600+400\sqrt{3}$. **116.** $3\sqrt{3}\,a^2b/2$. **117.** 9 სმ^3. **118.** 72 სმ^3; $60\sqrt{3}$ სმ^2. **119.** $15\sqrt{15}/2$ სმ^3. **120.** $3a$. **121.** 6 მ^3. **122.** $192\sqrt{3}$. **123.** 45. **124.** $\dfrac{d^3}{2}\sin2\alpha\,\mathrm{tg}\beta$. **125.** 1728/13 სმ^3. **126.** $\dfrac{5\sqrt{345}}{4}$ სმ^2. **127.** 48 სმ^3. **128.** 105 დმ^3. **129.** $a^3(\sqrt{2}-1)/8$. **130.** 1000 სმ^3; 600 სმ^3. **131.** V=$768\sqrt{3}$. **132.** V=$108\sqrt{2}$. **133.** 35200 მ^3. **134.** 72 სმ^3. **135.** 14 სმ^3. **136.** 60000 მ^3. **137.** 49,6%-ით. **138.** $\sqrt{165}$. **139.** 1) 1/5, 2) -1/5.

საკონტროლო ტესტი N 14 (ბ)
1. ა, **2.** ბ, **3.** დ, **4.** ბ, **5.** ა, **6.** ბ, **7.** გ, **8.** გ, **9.** ა, **10.** ბ.

§15.

ა

1. 1) 12; 2) 6; 3) 5; 4) 7. **2.** 1) $\angle SCO$, 2) $\angle SKO$, 3) $\angle SDC$, $\angle SDA$, 4) $\angle ASO$, 5) $\angle OSK$, 6) $\angle DSC$, $\angle CSB$, $\angle BSA$, $\angle ASD$. **3.** $\sqrt{b^2-\frac{a^2}{2}}$. **4.** $\sqrt{h^2+\frac{a^2}{4}}$. **5.** 1) $\sqrt{57}$; 2) 14. **6.** 1) 20 მ; 2) $\sqrt{2}$. **7.** 1) 24; 2) $4\sqrt{2}$ სმ. **8.** $3a^2$. **9.** 32 სმ^2. **10.** 2,5. **11.** $\sqrt{6-2\sqrt{7}}$ სმ. **12.** 1. **13.** $\sqrt{2}$. **14.** 15 მ^2. **15.** $4\sqrt{3}$. **16.** arctg(3 $\sqrt{2}$); arctg6. **17.** $\sqrt{n^2-\frac{m^2}{3}}$. **18.** $\sqrt{q^2+\frac{p^2}{12}}$. **19.** 1) $\angle SBO$, 2) $\angle SBC$ ან $\angle SBA$, 3) $\angle SKO$, 4) $\angle KSO$. **20.** 1) 15, 2) 16. **21.** 1) $2\sqrt{2}$, 2) 12, 3) 12, 4) $5\sqrt{2}$. **22.** 60°. **23.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}(a+\sqrt{a^2+12h^2})$. **24.** 35 სმ. **25.** 32 მ^3. **26.** $l^3\sqrt{3}/12$. **27.** $a^3\sqrt{3}/6$. **28.** 6. **29.** $2\sqrt{3}/3$. **30.** $\frac{32\sqrt{2}}{3}$. **31.** $8a^3\sqrt{2}/3$. **32.** 250/3 სმ^3. **33.** $36\sqrt{6}$ დმ^3. **34.** $a^2h\sqrt{3}/12$. **35.** $h(q^2-h^2)3\sqrt{3}/4$. **36.** $\frac{1}{12}p^2\sqrt{3q^2-p^2}$. **37.** $m^3\sqrt{3}/12$. **38.** $\sqrt{3}\,h(l^2-h^2)/4$. **39.** $1029\sqrt{3}/8$ დმ^3. **40.** 24. **41.** 2. **42.** 9 სმ^3. **43.** $a^3/12$. **44.** 36. **45.** $\sqrt{3}\,h^3/4$. **46.** $\sqrt{3}\,h^3$. **47.** $\frac{125\sqrt{3}}{4}$. **48.** $b^3/6$. **49.** 9/2 სმ^3. **50.** $\sqrt{47}/24$. **51.** 27:1. **52.** $384\sqrt{3}$. **53.** $288\sqrt{3}$. **54.** $12\sqrt{3}$. **55.** $a^2h\sqrt{3}/2$. **56.** $\frac{1}{2}p^2\sqrt{3(q^2-p^2)}$. **57.** 72 სმ^3. **58.** 7 სმ. **59.** $3a^3/4$. **60.** $a^3/6$. **61.** 1/3. **62.** 9. **63.** 7:1. **64.** 2048/27 მ^3. **65.** 33,1%.

საკონტროლო ტესტი N 15 (ა)
1. გ, **2.** გ, **3.** დ, **4.** გ, **5.** ბ, **6.** დ, **7.** ბ, **8.** დ, **9.** ა, **10.** ბ.

ბ

66. 1) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$; 2) $\frac{b\sqrt{6}}{2}$. **67.** 1) 7/2 სმ^2; 2) 4,5. **68.** 63 სმ^2. **69.** 90. **70.** $1{,}5a^2$. **71.** 10 სმ. **72.** $m^2\sqrt{2}$. **73.** $16(\sqrt{2}+1)$ სმ. **74.** 60°. **75.** 60°. **76.** $\arccos\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. **77.** 120°. **78.** 40 მ^2. **79.** 12 სმ. **80.** 1) 6 სმ; 2) 24. **81.** 1) 4 სმ; 2) 2. **82.** $9\sqrt{7}/16$ მ^2; 1/2 მ. **83.** 63 სმ^2. **84.** $3\sqrt{3}\,a^2/4$. **85.** 18 სმ^2. **86.** 3,75 მ. **87.** $\frac{25\sqrt{39}}{2}$. **88.** 60°. **89.** 60°. **90.** $270\sqrt{3}$ სმ^2. **91.** arctg($4\sqrt{3}$); arctg($2\sqrt{3}$). **92.** $2\mathrm{arctg}\frac{\sqrt{3}}{5}$. **93.** 1)arctg($2\sqrt{3}/3$); 2) 60°. **94.** $\frac{81\sqrt{6}}{4}$. **95.** $\frac{a^2}{\sqrt{3}\sin^2\alpha}$. **96.** $100\sqrt{3}$ სმ^2. **97.** $\sqrt{3}$. **98.** $\arcsin\frac{2\cos\alpha}{\sqrt{3}}$. **99.** 30. **100.** $\sqrt{b^2-a^2}$. **101.** $2r(l+r)\sqrt{3}$. **102.** 900 სმ^2. **103.** 48 მ^2. **104.** $\sqrt{39}$ სმ. **105.** 26 მ^2. **106.** $22+2\sqrt{34}$ დმ^2. **107.** 216 სმ^2. **108.** 147. **109.** 60°. **110.** $2\sqrt{3}$ სმ. **111.** $30+20\sqrt{3}$ სმ^2. **112.** $15\sqrt{3}/4$ სმ^2. **113.** 12 სმ. **114.** 3/2 მ. **115.** 24 სმ^2. **116.** 40 სმ^2. **117.** 360. **118.** $3(\sqrt{3}+1)/4$ დმ^2. **119.** $(7\sqrt{7}+3\sqrt{23}+16)/2$. **120.** $84+12\sqrt{29}$ დმ^2.

121. 120°. **122.** 256/3 სმ^3. **123.** $\frac{q}{p+q}$. **124.** 6. **125.** $9a^3\sqrt{11}/4$. **126.** 1/3. **127.** $\frac{a^3b}{12\sqrt{3a^2-4b^2}}$. **128.** 144 სმ^3. **129.** 120 სმ^3. **130.** $\frac{2}{3}h^3\mathrm{tg}^2\alpha\sin\beta$. **131.** $\frac{4}{3}l^3\cos\alpha\cos\beta\sqrt{\sin^2\alpha-\cos^2\beta}$. **132.** 1/60. **133.** $\frac{a^3}{8}$; $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}(3+\sqrt{2})$. **134.** $S\sqrt{S}/3$. **135.** 32 სმ^2. **136.** $8r^3/\sqrt{3}$. **137.** 19,2 სმ^3. **138.** 500 სმ^3. **139.** 200 სმ^3. **140.** 10 სმ. **141.** 5 სმ^3. **142.** $\sqrt{11}$ სმ^3. **143.** $a^3/2$. **144.** 108 სმ^3. **145.** 6 სმ^3. **146.** 16 სმ^3. **147.** 1) $\frac{1}{6}a^3\sin\frac{\alpha}{2}tg\beta$; 2) 1530. **148.** $125\sqrt{15}/18$. **149.** 96 სმ^3. **150.** 10 სმ^3. **151.** $32\sqrt{3}$ სმ^3. **152.** 4 მ^3. **153.** 8 სმ^3. **154.** $\frac{4a^3\sqrt{\cos 2\alpha}}{3\sin 2\alpha\cos^2\alpha}$. **155.** $\frac{mnc^2\sqrt{4b^2-c^2}}{12(m^2+n^2)}$. **156.** 60 სმ^2. **157.** $\sqrt{11}$ სმ^3. **158.** 576 სმ^3. **159.** 400 სმ^3. **160.** $a^3\sqrt{2}/12$. **161.** 8 სმ.**162.** 1:2. **163.** $9:4\sqrt{3}$. **164.** 186 სმ^2. **165.** 448 სმ^2. **166.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}\cos^2\alpha\sin\alpha$. **167.** $2\sqrt{3}$ სმ და 40 სმ^2. **168.** $a^2(\sqrt{3}+\sqrt{15})/4$. **169.** Q/4. **170.** $70+10\sqrt{149}$ დმ^2. **171.** 2:1. **172.** $25(4+\sqrt{6})$. **173.** 10 სმ. **174.** 1) $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}(1+\sqrt{3})$; $\frac{\sqrt{2}a^3}{24}$, $3a^2(1+\sqrt{3})$; $\frac{\sqrt{4+3\sqrt{3}}a^3}{12\sqrt{2}}$. **175.** $\frac{a^2}{4}(16+5\sqrt{3})$; $\frac{\sqrt{1+\sqrt{3}}a^3}{3\sqrt{2}}$. **176.** $\frac{Qtg\beta}{3(1+\sin\alpha)}\sqrt{Q\sin 2\alpha}$. **177.** 27/32. **178.** 96 სმ^3. **179.** $\frac{1}{4}\sqrt{\frac{37}{3}}$. **180.** $\frac{a^2\sqrt{11}}{64}$. **181.** 3/5. **182.** $\frac{q}{2(p+q)}$. **183.** $\left(\frac{5}{2}\right)^3$. **184.** 12. **185.** 3. **186.** 40.

საკონტროლო ტესტი N 15 (ბ)

1. გ, **2.** გ, **3.** ა, **4.** გ, **5.** ბ, **6.** ა, **7.** ბ, **8.** ა, **9.** გ, **10.** ბ.

§16.

ა

1. 5 მ. **2.** π-ჯერ. **3.** 90°. **4.** 1) 36π სმ^2; 2) 2. **5.** 1) π^2 სმ^2; 2) 7. **6.** πh^2. **7.** 6,5 სმ^2. **8.** $3/\sqrt{2}$. **9.** 5 მ. **10.** $0{,}5l$. **11.** 12 სმ^2. **12.** 45°. **13.** 80π სმ^2. **14.** 24π სმ^2. **15.** $\sqrt{5}/5$. **16.** 64π დმ^2. **17.** 562,5π მ^3. **18.** $\frac{S\sqrt{S}}{6\sqrt{\pi}}$. **19.** 4 მ^2. **20.** $\sqrt[3]{36\pi V^2}$. **21.** πa^3. **22.** $\pi R^2H/3$. **23.** $\pi R^2\sqrt{l^2-R^2}/3$. **24.** $Q\sqrt{l^2-(Q/\pi)}/3$. **25.** $\frac{c^2}{24\pi^2}\sqrt{4\pi^2l^2-c^2}$. **26.** $\pi H(l^2-H^2)/3$. **27.** $\pi l^3/8$. **28.** 4π/3 მ^3.

საკონტროლო ტესტი N 16 (ა)

1. ა, **2.** ბ, **3.** ბ, **4.** დ, **5.** დ, **6.** ა, **7.** ბ, **8.** ბ, **9.** ა, **10.** დ.

ბ

29. 36 სმ^2. **30.** 3 დმ. **31.** 2-ჯერ. **32.** $40\sqrt{3}\pi/3$ სმ^2. **33.** 80. **34.** 20 სმ. **35.** 48/5. **36.** 10. **37.** 10 მ. **38.** 1) 64π; 2) $\arcsin\frac{2\pi}{\pi^2+1}$. **39.** 4 სმ. **40.** $8\pi\left(1+2\sqrt{3}\right)$. **41.** 32%-ით. **42.** 4 სმ^2. **43.** $2h^2$. **44.** 13,5 სმ^2. **45.** 50/3 მ^2. **46.** $\pi r^2/4$. **47.** 3 სმ. **48.** S/cosα. **49.** 49. **50.** 2:1. **51.** πH^2. **52.** 216π სმ^2. **53.** 200π მ^3. **54.** 15π მ^2. **55.** 6 სმ. **56.** $2R\sqrt[3]{4}$. **57.** $(2-\sqrt{3})/\pi$. **58.** 96π სმ^2. **59.** 16π მ^2. **60.** 27 მ^2. **61.** $\sqrt{130}-7$ დმ^2. **62.** $\pi r^2/4$. **63.** 1)

27-ჯერ; 2) 12-ჯერ. **64.** $8\sqrt{2}$. **65.** 400π. **66.** $250\pi\approx785$ კმ. **67.** $\frac{\pi R^2}{4}$. **68.** 12 სმ. **69.** $4\sqrt{5}$ სმ. **70.** $2\pi h\sqrt{h^2+\frac{1}{4}b^2}$. **71.** $\pi ab(a+b)/\sqrt{a^2+b^2}$. **72.** $264\pi/5$ სმ^2. **73.** $\pi a^2(3+\sqrt{3})/2$ სმ^2. **74.** $4\pi Q$. **75.** 9. **76.** $2\pi(\sqrt{2}+1)a^2$. **77.** 216°. **78.** 360°·R/L; ტოლფერდა კონუსის შემთხვევაში 180°. **79.** 1) ≈255°; 2) ≈312°. **80.** 11 სმ^2. **81.** $2080\pi/3$; $136\sqrt{5}\,\pi$. **82.** 84. **83.** უდიდესი ზედაპირის ფართობი დანარჩენი ორი ზედაპირის ფართობთა ჯამია. **84.** 212π მ^2. **85.** πR^2H. **86.** $4\pi\sqrt{2}$. **87.** 3,75. **88.** $a^3/4\pi$. **89.** $d^2/4$. **90.** 17,5 მ. **91.** 21/25. **92.** 25/16-ჯერ. **93.** $2/3\pi$. **94.** 6. **95.** 25 სმ. **96.** 12π სმ^3. **97.** 45°. **98.** 11π სმ^2. **99.** ≈10 ტონა. **100.** ≈0,35 მ. **101.** ≈24,9 სმ^3. **102.** 3:4. **103.** 36π. **104.** $3V/\pi r$. **105.** $64\pi/3$ მ^3. **106.** $\frac{128\pi}{3\sqrt[4]{3}}$ სმ^3. **107.** $10\sqrt{10/\pi}$. **108.** 91 მ^3. **109.** $\frac{32\sqrt{2}}{3}\pi$ სმ^3. **110.** $\pi a^3/4$. **111.** $\frac{\pi a^2b^2}{3\sqrt{a^2+b^2}}$. **112.** $32\pi/9$ მ^3. **113.** $3(\sqrt{6}+3\sqrt{2})\pi/4$. **114.** $\pi a^3/4$. **115.** 2π სმ^3. **116.** $416\pi/3$. **117.** 6 სმ. **118.** 5. **119.** 1000; 20 სმ. **120.** 20 სმ. **121.** 216. **122.** 100/3%. **123.** 20 სმ. **124.** ≈287 სმ.

საკონტროლო ტესტი N 16 (ბ)

1. გ, **2.** ა, **3.** ა, **4.** დ, **5.** ა, **6.** ა, **7.** გ, **8.** ა, **9.** დ, **10.** ბ.

ტესტი გამეორებისათვის ` 2

1. ბ, 2. გ, 3. გ, 4. ა, 5. ბ, 6. გ, 7. ა, 8. ე, 9. ა, 10. დ, 11. ე, 12. ე, 13. დ, 14. დ, 15. ა, 16. ბ, 17. დ, 18. გ, 19. ე, 20. ა, 21. გ, 22. ე, 23. დ, 24. გ, 25. დ, 26. დ, 27. გ, 28. ა, 29. ა, 30. ბ, 31. ბ, 32. ა, 33. ბ, 34. დ, 35. დ, 36. გ, 37. ა, 38. გ, 39. დ, 40. დ, 41. გ, 42. ბ, 43. ე, 44. დ, 45. გ, 46. ა, 47. ა, 48. გ, 49. ა, 50. ბ, 51. დ, 52. ა, 53. გ, 54. ა, 55. ბ, 56. ბ, 57. დ, 58. ა, 59. ა, 60. გ, 61. გ, 62. ე, 63. დ, 64. გ, 65. ბ, 66. დ, 67. ბ, 68. გ 69. დ 70. ბ 71. ბ 72. ე 73. ე 74. ბ 75. ა 76. გ 77. დ, 78. ე, 79. გ, 80. ბ, 81. ბ, 82. ე, 83. ბ, 84. ბ, 85. ე, 86. გ, 87. გ, 88. დ, 89. გ, 90. გ, 91. დ, 92. დ, 93. ე, 94. გ, 95. ბ, 96. ე, 97. ბ, 98. ა, 99. ა, 100. ბ, 101. ა, 102. გ, 103. ბ, 104. ე, 105. ე, 106. გ, 107. გ, 108. ბ, 109. ბ, 110. ბ, 111. გ, 112. გ, 113. გ, 114. ე, 115. ა, 116. ა, 117. გ, 118. გ, 119. ბ, 120. დ, 121. გ, 122. დ, 123. ე, 124. ა, 125. ე, 126. დ, 127. ე, 128. ა, 129. ე, 130. ე, 131. ე.

ბილეთი № 1.

1. დ; **2.** ე; **3.** დ; **4.** ბ; **5.** დ; **6.** დ; **7.** ა; **8.** გ; **9.** გ; **10.** ა;
11. გ; **12.** ე; **13.** ბ; **14.** დ; **15.** გ; **16.** ე; **17.** ბ; **18.** გ; **19.** ბ; **20.** ე;
21. ე; **22.** დ; **23.** გ; **24.** გ; **25.** დ; **26.** ე; **27.** გ; **28.** ე; **29.** ა; **30.** გ;

31. 25; **32.** 10; **33.** $x=\frac{\pi}{2}+2\pi k,\ k\in Z$; **34.** 4; **35.** 14; **36.** [2;5]; **37.** 7; **38.** 3/2; **39.** 36 მ; **40.** $x=24$, $y=23$.

ბილეთი № 2.

1. ბ; **2.** დ; **3.** ე; **4.** გ; **5.** ა; **6.** ე; **7.** ა; **8.** გ; **9.** ე; **10.** ბ;
11. ე; **12.** დ; **13.** ა; **14.** დ; **15.** გ; **16.** ბ; **17.** ბ; **18.** ა; **19.** ა; **20.** ბ;
21. ა; **22.** ე; **23.** დ; **24.** გ; **25.** ე; **26.** ე; **27.** დ; **28.** ა; **29.** დ; **30.** ბ;

31. [0;0,5]; **32.** 2; **33.** 7; **34.** $[-3;-1]\cup(-1;1)\cup(1;3]$; **35.** $b=-2$, $c=5$; **36.** 2 სთ და 30 წთ; **37.** 96; **38.** $36\sqrt{6}$; **39.** 150^0; **40.** (5;4), (–5;4), (10;1), (–10;1), (2;25), (–2;25), (1;100), (–1;100).

ბილეთი № 3

1. ა; **2.** გ; **3.** ბ; **4.** ა; **5.** ბ; **6.** ბ; **7.** ა; **8.** ბ; **9.** დ; **10.** ბ;
11. ბ; **12.** დ; **13.** ბ; **14.** გ; **15.** დ; **16.** ბ; **17.** ბ; **18.** გ; **19.** ბ; **20.** დ;
21. ა; **22.** დ; **23.** ა; **24.** ე; **25.** ბ; **26.** ე; **27.** ბ; **28.** ე; **29.** ა; **30.** დ;
31. 6; **32.** $\pi+2\pi k$, $\pm(4\pi/3)+4\pi k$, $k\in Z$; **33.** $a^3\sqrt{2}/6$; **34.** 9 სმ^2; **35.** ფეხით; **36.** $(0;+\infty)$, 1; **37.** $1 < a \le 3$;
38. 20 სთ-ზე; **39.** [–1/2;1/2]; **40.** $\sqrt{54+15\sqrt{2}}$.

ბილეთი № 4

1. ა; **2.** ბ; **3.** ე; **4.** გ; **5.** ა; **6.** გ; **7.** გ; **8.** დ; **9.** გ; **10.** ბ;
11. გ; **12.** დ; **13.** ბ; **14.** დ; **15.** ა; **16.** ა; **17.** ბ; **18.** ე; **19.** დ; **20.** ა;
21. ბ; **22.** ბ; **23.** ა; **24.** ა; **25.** დ; **26.** დ; **27.** გ; **28.** დ; **29.** ბ; **30.** გ;
31. 45; **32.** 25%; **33.** (0;1/2); **34.** $2ay/(2b-a)$; **35.** $\pi/2+2\pi k$, $k\in Z$; **36.** 192 სმ^3; $64\sqrt{3}\pi^2$ სმ^2; **37.** $(2;+\infty)$;
38. 4; **39.** მეორე ტურისტი; **40.** 15 მონაწილე; არ უთამაშიათ.

ბილეთი № 5

1. ე; **2.** დ; **3.** ა; **4.** ბ; **5.** ბ; **6.** ა; **7.** ბ; **8.** ა; **9.** ა; **10.** ბ;
11. ბ; **12.** დ; **13.** ე; **14.** გ; **15.** ე; **16.** ე; **17.** ბ; **18.** ბ; **19.** ბ; **20.** გ;
21. გ; **22.** ა; **23.** ა; **24.** ა; **25.** გ; **26.** გ; **27.** გ; **28.** ბ; **29.** ბ; **30.** გ;
31. $(2;+\infty)$; **32.** $(-1)^k(\pi/12)+\pi k/2$, $k\in Z$; **33.** $\dfrac{a^2(2\sqrt{2}-1)}{4}$; **34.** 9,6; **35.** [1/16;4]; **36.** 1331; **37.** 36 წმ;
38. 120°; **39.** 13 სთ $5\frac{5}{11}$ წთ ≈ 13 სთ 5 წთ; **40.** 1/12.

ბილეთი № 6

1. გ; **2.** ა; **3.** ე; **4.** ა; **5.** ბ; **6.** ე; **7.** ბ; **8.** ე; **9.** გ; **10.** გ;
11. ბ; **12.** დ; **13.** ე; **14.** გ; **15.** დ; **16.** ე; **17.** ა; **18.** ბ; **19.** ბ; **20.** ე;
21. ე; **22.** გ; **23.** ე; **24.** დ; **25.** ბ; **26.** ბ; **27.** გ; **28.** გ; **29.** ბ; **30.** გ;
31. $4\sqrt{3}$; **32.** 0; **33.** $3\sqrt{3}/2$; **34.** $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$; **35.** 3,5; **36.** $32\sqrt{71}/3$; **37.** 12 სთ; 1 სთ; **38.** $(-\infty;0]$;
39. a^4-4a^2+2; **40.** 15.

ბილეთი № 7

1. გ; **2.** ბ; **3.** დ; **4.** ბ; **5.** ბ; **6.** ე; **7.** ა; **8.** გ; **9.** დ; **10.** ბ;
11. გ; **12.** ბ; **13.** ბ; **14.** ბ; **15.** დ; **16.** ე; **17.** ბ; **18.** გ; **19.** დ; **20.** ა;
21. გ; **22.** დ; **23.** ე; **24.** დ; **25.** დ; **26.** ე; **27.** ბ; **28.** გ; **29.** დ; **30.** ე;
31. $(1;1,04)\cup(26;+\infty)$; **32.** 1265; **33.** –3; **34.** 159; **35.** $(-\infty;-20]$; **36.** არცერთი; **37.** $30(\sqrt{3}+1)$; **38.** 120/11 სთ; **39.** $4h^3/45$; **40.** 16.

ბილეთი № 8

1. გ; **2.** დ; **3.** ა; **4.** ბ; **5.** ე; **6.** ე; **7.** ბ; **8.** დ; **9.** ე; **10.** ე;

11. გ; **12.** დ; **13.** ა; **14.** ბ; **15.** ბ; **16.** ე; **17.** ბ; **18.** ე; **19.** ბ; **20.** ე;
21. ბ; **22.** ე; **23.** გ; **24.** გ; **25.** ბ; **26.** გ; **27.** გ; **28.** ბ; **29.** ა; **30.** გ;
31. –11; $-5-\sqrt{14}$; $-5+\sqrt{14}$; 1; **32.** $-\sqrt{3}$; **33.** 6; **34.** (-17/2;3), (-17/3;2); **35.** 8/3; 4 **36.** $4\sqrt{71}/3$; **37.**–210; **38.** 5/2; **39.** 101; **40.** 11.

ბილეთი № 9

1. გ; **2.** გ; **3.** გ; **4.** ბ; **5.** ბ; **6.** ა; **7.** გ; **8.** ბ; **9.** ბ; **10.** დ;
11. გ; **12.** ბ; **13.** დ; **14.** ე; **15.** ე; **16.** დ; **17.** გ; **18.** ბ; **19.** ბ; **20.** ე;
21. ა; **22.** დ; **23.** დ; **24.** ბ; **25.** ა; **26.** ა; **27.** ა; **28.** დ; **29.** გ; **30.** გ;
31. 4/3; **32.** 18 სმ^2; **33.** πk; 0, π, 2π; **34.** (–1;–0,5); **35.** (–2;2); **36.** 1,5 სთ; 2,4 სთ; **37.** $\frac{3d^3}{32\pi}$; **38.** (6;+∞); **39.** 72 სმ^2; **40.** ლუწი.

ბილეთი № 10

1. ა; **2.** დ; **3.** გ; **4.** გ; **5.** ბ; **6.** დ; **7.** ე; **8.** დ; **9.** გ; **10.** ა;
11. დ; **12.** ე; **13.** ე; **14.** ბ; **15.** გ; **16.** ა; **17.** დ; **18.** ე; **19.** ე; **20.** ე;
21. დ; **22.** გ; **23.** გ; **24.** დ; **25.** ბ; **26.** გ; **27.** ბ; **28.** გ; **29.** დ; **30.** ა;
31. –50; **32.** $x<(3+a)/(2a-7)$; **33.** 64; **34.** $(-\infty;0)\cup[100/99;+\infty]$; **35.** 35; **36.** $b=-1$, $c=0$, $k=3$; **37.** 65%;
38. $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\pi}{6}\right)^{2}$; **39.** 2π/3; **40.** 0; 1; 16.

ბილეთი № 11

1. ა; **2.** ა; **3.** გ; **4.** ბ; **5.** გ; **6.** გ; **7.** გ; **8.** დ; **9.** დ; **10.** ა;
11. ა; **12.** ბ; **13.** ბ; **14.** გ; **15.** გ; **16.** ბ; **17.** გ; **18.** გ; **19.** გ; **20.** ბ;
21. ბ; **22.** ბ; **23.** ბ; **24.** ა; **25.** ბ; **26.** ა; **27.** ე; **28.** ე; **29.** ე; **30.** გ;
31. (2,5;+∞); **32.** $x=\pm\frac{2\pi}{9}+\frac{2\pi k}{3}$, $k\in Z$; **33.** B(0;–6); **34.** 0,5; **35.** 12/5; **36.** 55^0; **37.** $8\sqrt{6}$; **38.** 462; **39.** 4; 2,5; **40.** 179.

ბილეთი № 12

1. ბ; **2.** ე; **3.** გ; **4.** გ; **5.** ა; **6.** ა; **7.** გ; **8.** გ; **9.** ბ; **10.** გ;
11. ბ; **12.** ე; **13.** გ; **14.** გ; **15.** ბ; **16.** ა; **17.** ა; **18.** ბ; **19.** დ; **20.** გ;
21. ბ; **22.** ა; **23.** ა; **24.** ა; **25.** ბ; **26.** გ; **27.** დ; **28.** გ; **29.** ა; **30.** დ;
31. $[-15;0)\cup(10;11]$; **32.** $x>0$; **33.** 4:1; **34.** $x=-\frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{2}$, $(-1)^k\frac{\pi}{24}+\frac{\pi k}{4}$, $k\in Z$; **35.** $\sqrt{20}$; **36**. $25\sqrt{6}/2$;
37. ა) 4,5 სთ; ბ) 1 სთ; 1200 კმ; **38.** $\sqrt{11}$; **39.** 1/6; 1/12; **40.** 10 წთ.

ბილეთი № 13

1. დ; **2.** გ; **3.** ე; **4.** გ; **5.** ბ; **6.** ბ; **7.** დ; **8.** ბ; **9.** ბ; **10.** გ;
11. ბ; **12.** დ; **13.** ბ; **14.** ა; **15.** ბ; **16.** გ; **17.** ბ; **18.** გ; **19.** გ; **20.** გ;
21. გ; **22.** ე; **23.** დ; **24.** ა; **25.** ე; **26.** ა; **27.** გ; **28.** გ; **29.** გ; **30.** გ;
31. 13/3; **32.** 2 კმ/სთ; **33.** 1,5 მ; **34.** 64 მ; **35.** (4;+∞); **36.** $x=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi k}{2}$, $k\in Z$; **37.** 10; **38.** 3; **39.** (0;0,5);
40. 11/6.

ბილეთი № 14

1. დ; **2.** გ; **3.** ა; **4.** დ; **5.** ა; **6.** გ; **7.** დ; **8.** ა; **9.** ა; **10.** ბ;
11. ე; **12.** დ; **13.** გ; **14.** ბ; **15.** დ; **16.** ბ; **17.** ე; **18.** დ; **19.** ა; **20.** ე;
21. ე; **22.** დ; **23.** გ; **24.** ა; **25.** ბ; **26.** ე; **27.** გ; **28.** ა; **29.** ა; **30.** ე;
31. 640; **32.** პირველი; **33.** 50/13; **34.** $(-\infty;-39/2)$; **35.** 20 სთ; **36.** $\frac{200\pi}{3}-50\sqrt{5}$; **37.** 66; **38.** $150+8\pi$;
39. $(-3;2]$; **40.** არა.

ბილეთი № 15

1. გ; **2.** ბ; **3.** გ; **4.** დ; **5.** ბ; **6.** ა; **7.** გ; **8.** დ; **9.** დ; **10.** გ;
11. დ; **12.** გ; **13.** ა; **14.** გ; **15.** ა; **16.** გ; **17.** გ; **18.** გ; **19.** დ; **20.** ა;
21. გ; **22.** ბ; **23.** ა; **24.** დ; **25.** დ; **26.** ა; **27.** დ; **28.** გ; **29.** დ; **30.** დ;
31. 7; **32.** 10; **33.** 0,28; **34.** $\varnothing$; **35.** 10; **36.** 9 სთ 15 წთ; **37.** 15; **38.** $300\sqrt{3}$; **39.** 32; **40.** 11/19.

ბილეთი № 16

1. ბ; **2.** დ; **3.** გ; **4.** გ; **5.** ა; **6.** ბ; **7.** დ; **8.** ა; **9.** დ; **10.** დ;
11. ა; **12.** დ; **13.** ა; **14.** დ; **15.** ა; **16.** ბ; **17.** ა; **18.** გ; **19.** გ; **20.** გ;
21. გ; **22.** დ; **23.** გ; **24.** გ; **25.** ბ; **26.** ა; **27.** დ; **28.** ბ; **29.** ბ; **30.** გ;
31. 9^5; **32.** 100 კმ/სთ; **33.** 120; **34.** $x\in R$; **35.** 16; **36.** 15 სთ 50 წთ; **37.** 10; **38.** $2400\sqrt{3}$; **39.** 50; **40.** 2/7.

ბილეთი № 17

1. ბ; **2.** დ; **3.** ა; **4.** ბ; **5.** დ; **6.** ბ; **7.** გ; **8.** დ; **9.** ა; **10.** ა;
11. გ; **12.** გ; **13.** ბ; **14.** გ; **15.** ბ; **16.** ა; **17.** გ; **18.** ა; **19.** გ; **20.** ბ;
21. გ; **22.** დ; **23.** დ; **24.** გ; **25.** ბ; **26.** გ; **27.** დ; **28.** ა; **29.** დ; **30.** ა;
31. $(1/2;-1/2)$; **32.** 30 ლ; **33.** 169/24; **34.** 2; **35.** $(0;4)$; **36.** $\sqrt{1421}/4$; **37.** $120\sqrt{3}$; **38.** 24 სთ, 36 სთ; **39.** $6-2\sqrt{3}$; **40.** $a=-2$.

ბილეთი № 18

1. ა; **2.** ა; **3.** დ; **4.** ბ; **5.** ა; **6.** ბ; **7.** გ; **8.** გ; **9.** ა; **10.** დ;
11. დ; **12.** გ; **13.** ბ; **14.** ა; **15.** დ; **16.** გ; **17.** გ; **18.** ბ; **19.** ა; **20.** გ;
21. ბ; **22.** გ; **23.** დ; **24.** ა; **25.** ა; **26.** დ; **27.** ბ; **28.** დ; **29.** ა; **30.** ა;
31. $(1;1/2)$, $(-1;-1/2)$; **32.** 800 ლ; **33.** $\sqrt{65}$; **34.** 1; **35.** $(1;\sqrt[3]{10}]$; **36.** $120\sqrt{3}$; **37.** $\sqrt{1421}/2$; **38.** 3/4;
39. $24-8\sqrt{3}$; **40.** 4.

ზეჟან ღვაბერიძე - ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი, ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის პროფესორი.

ფრიდონ დვალიშვილი - ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი, ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის პროფესორი.

ალექსანდრე მოსიძე - ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი, თავისუფალი უნივერსიტეტის პროფესორი.

კობა გელაშვილი - ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი, ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის პროფესორი.

გია სირბილაძე - ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი, ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის პროფესორი.