UENF

Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro

Curso: Ciência de Computação **Data:** 17/.09./2020
Prova: P1 **Período:** **1º**
Disciplina: Lógica Matemática
Professor: Fermín A. Tang **Turno:** Diurno
Nome do Aluno: **..** **Matrícula:** **......................**

1. **(1,4 Pontos)** Responda o seguinte:
   i) Defina o conceito de argumento lógico. [1,0 ponto]
   ii) Ilustre o conceito com um exemplo original. [0,4 ponto]

   Resposta1.-
   i) O argumento lógico é uma estrutura formada por um conjunto de premissas e uma conclusão. Tanto as premissas quanto a conclusão são proposições que podem assumir valores verdadeiro e falso. O argumento estabelece uma relação entre as premissas e a conclusão de forma que assumindo que as premissas sejam verdadeiras é possível concluir que a conclusão é verdadeira.
   ii) O exemplo deve indicar as premissas e a conclusão. Possuir estrutura que garanta que a conclusão é derivada das premissas.

2. **(2,5 Pontos)** Dada a seguinte proposição:

$$\big(p \vee (q \rightarrow \neg r)\big) \wedge (\neg p \vee r \leftrightarrow \neg q)$$

   i) Elabore a **tabela-verdade** usando o método da sua preferência. [2,0 ponto]
   ii) Com base na tabela-verdade, classifique a proposição como **tautologia, contradição ou contingência.** Justifique. [0,5 ponto]

   Resposta2.-
   i) Elaborando a tabela-verdade temos:

				A	B		C		D	
p	q	r	$\neg r$	$(q \rightarrow \neg r)$	$p \vee A$	$\neg p$	$\neg p \vee r$	$\neg q$	$C \leftrightarrow \neg q$	$B \wedge D$
V	V	V	F	F	V	F	V	F	F	F
V	V	F	V	V	V	F	F	F	V	V
V	F	V	F	V	V	F	V	V	V	V
V	F	F	V	V	V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	F	F	V	V	F	F	F
F	V	F	V	V	V	V	V	F	F	F
F	F	V	F	V	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V	V	V	V

ii) A proposição é uma contingência uma vez que pode assumir tanto valores lógicos verdadeiros quanto falsos.

3. **(2,1 Pontos)** Use as propriedades da álgebra proposicional, indicando as propriedades utilizadas, para:

i) Simplificar a proposição $\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q)$ [0,7 ponto]

ii) Demonstrar a equivalência $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \Leftrightarrow p \rightarrow q \wedge r$ [0,7 ponto]

iii) Mostre usando tabela-verdade que a sua simplificação é equivalente ao original [0,7 ponto]

Resposta3.-

i) A proposição: $\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q) \Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$ (De Morgan)
$\Leftrightarrow \neg p \wedge (\neg q \vee q)$ (Distributiva)
$\Leftrightarrow \neg p \wedge T$ (Def. Operador ∨)
$\Leftrightarrow \neg p$ (Identidade)

ii) A proposição: $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \Leftrightarrow (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)$ (Equiv. Condicional)
$\Leftrightarrow \neg p \vee (q \wedge r)$ (Distributiva)
$\Leftrightarrow p \rightarrow (q \wedge r)$ (Equiv. Condicional)

iii) Elaborando a tabela-verdade, observamos a equivalência entre:
$\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p$

p	q	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$	$\neg p$	$(\neg p \wedge q)$	$\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q)$
V	V	V	F	F	F	F
V	F	V	F	F	F	F
F	V	V	F	V	V	V
F	F	F	V	V	F	V

4. **(2,0 Pontos)** Use a definição do **conectivo ↑ de Scheffer** e as propriedades da álgebra proposicional para demonstrar:

i) $\neg p \Leftrightarrow (p \uparrow p)$ [0,5 ponto]

ii) $(p \vee q) \Leftrightarrow (p \uparrow p) \uparrow (q \uparrow q)$ [0,5 ponto]

iii) $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow p \uparrow (q \uparrow q)$ [1,0 ponto]

Indique as definições e propriedades utilizadas.

Resposta4.-

iv) Por definição do conectivo ↑ de Scheffer é: $(p \uparrow q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$
Demonstra-se que: $\neg p \Leftrightarrow \neg p \vee \neg p$ (Idempotência)
$\Leftrightarrow (p \uparrow p)$ (Conectivo ↑ de Scheffer)

v) Demonstra-se que: $(p \vee q) \Leftrightarrow (\neg\neg p \vee \neg\neg q)$ (Dupla Negação)
$\Leftrightarrow (\neg p \uparrow \neg q)$ (Conectivo ↑ de Scheffer)
$\Leftrightarrow \big((p \uparrow p) \uparrow (q \uparrow q)\big)$ (Equiv. da $\neg p$ e $\neg q$)

vi) Demonstra-se que: $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q)$ (Equiv. da Condicional)
$\Leftrightarrow (p \uparrow \neg q)$ (Conectivo ↑ de Scheffer)

$\Leftrightarrow \big(p \uparrow (q \uparrow q)\big)$ (Equiv. da $\neg q$ em Scheffer)

5. **(2,0 Pontos)** Dada a seguinte formula:

$$p \ \rightarrow (p \rightarrow \neg r) \leftrightarrow q \vee r$$

i) Determine a forma normal disjuntiva (FND). Mostre o procedimento.

[1,0 ponto]

ii) Converta a fórmula na notação posfixa. Mostre o procedimento.

[1,0 ponto]

Resposta5.-

i) Para calcular a forma normal disjuntiva (FND) podemos usar a tabela-verdade.

p	q	r	$\neg r$	A: $(p \rightarrow \neg r)$	B: $p \rightarrow A$	C: $q \vee r$	$B \leftrightarrow C$
V	V	V	F	F	F	V	F
V	V	F	V	V	V	V	V
V	F	V	F	F	F	V	F
V	F	F	V	V	V	F	F
F	V	V	F	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V	V
F	F	V	F	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	F	F

Identificamos as linhas em que a proposição é verdadeira e construímos um termo para cada linha na forma de conjunção.

$(p \wedge q \wedge \neg r), (\neg p \wedge q \wedge r), (\neg p \wedge q \wedge \neg r), (\neg p \wedge \neg q \wedge r)$

Finalmente, juntamos os termos mediante uma disjunção.

$(p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r)$

ii) Mostra-se a conversão da expressão para o formato posfixo por substituição seguindo a precedência das operações.

$p \ \rightarrow (p \rightarrow \neg r) \leftrightarrow q \vee r$

$p \ \rightarrow (p \rightarrow r\neg) \leftrightarrow q \vee r$ (Substituiu $\neg r$)

$p \ \rightarrow (pr\neg\rightarrow) \leftrightarrow qr \vee$ (Substituiu $(p \rightarrow r\neg)$ e $q \vee r$)

$p \ pr\neg\rightarrow\rightarrow\leftrightarrow \ qr \vee$ (Substituiu $p \ \rightarrow (pr\neg\rightarrow)$)

$p \ pr\neg\rightarrow\rightarrow \ qr \vee\leftrightarrow$ (Substituiu a expressão $\leftrightarrow$)