Notação Infixa, Préfixa e Posfixa

Lógica Matemática

Prof. Fermín A. Tang

Alfabeto da Lógica Proposicional

Definição

- O alfabeto da Lógica Proposicional é constituído por:
  - 1.- Símbolos de pontuação: (,);
  - 2.- Símbolos proposicionais: P, Q, R, S, P1, Q1, ... ;
  - 3.- Conectivos proposicionais: $\neg$, $\vee$, $\wedge$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$.

- Símbolos de Pontuação. Servem para impor uma certa ordem de precedência aos conectivos proposicionais.
- Símbolos Proposicionais. São utilizados para representar proposições na linguagem da Lógica.

- Conectivos Proposicionais. Servem para conectar proposições. Possuem as seguintes denominações:
  - o símbolo $\neg$ é denominado por "não"
  - o símbolo $\wedge$ é denominado por "e"
  - o símbolo $\vee$ é denominado por "ou"
  - o símbolo $\rightarrow$ é denominado por "se então" ou "condicional"
  - o símbolo $\leftrightarrow$ é denominado por "se, e somente se" ou "bicondicional" referenciado "sse"

Símbolos de Pontuação

Utilização

- Considere a seguinte fórmula:

$$H = \Big(\big(((P \to Q) \leftrightarrow (\neg R)) \land ((S \lor P) \to P)\big) \to ((P \to Q) \leftrightarrow (\neg R))\Big)$$

- Ela possui 10 pares de parênteses ou 20 símbolos de pontuação, que, de fato, somente são utilizados para estabelecer de maneira correta a relação entre os símbolos proposicionais e seus conectivos.
- Os símbolos de pontuação permitem identificar:
  - A ordem em que os conectivos deverão ser aplicados;
  - A quais símbolos proposicionais aplica-se o conectivo;
- O significado da formula depende dos valores dados aos símbolos proposicionais e do significado dado para os conectivos. O símbolos de pontuação de fato não precisam ser interpretados.

Notação Infixa
Definição

- ✘ Na notação infixa, o operador encontra-se no meio dos operandos.
- ✘ O uso de parênteses (símbolos de pontuação) na maioria dos casos é necessário para explicitar a ordem em que os operadores devem ser aplicados e delimitar os operandos.

(Operando 1 Operador Operando 2)

- ✘ As formulas da Lógica Proposicional são construídas de forma indutiva a partir dos símbolos do alfabeto. Considerando que H e G são fórmulas, segue-se as seguintes regras:
  - 1.- Todo símbolo proposicional é uma fórmula;
  - 2.- A negação $\neg H$ é uma fórmula;
  - 3.- A conjunção $H \wedge G$ é uma fórmula;
  - 4.- A disjunção $H \vee G$ é uma fórmula;
  - 5.- A condicional $H \rightarrow G$ é uma fórmula;
  - 6.- A bicondicional $H \leftrightarrow G$ é uma fórmula.

Notação Infixa

Interpretação

- Mostraremos como interpretar uma fórmula na notação infixa. Considere a seguinte fórmula:

$$H = \Big(\big(((P \to Q) \leftrightarrow (\neg R)) \land ((S \lor P) \to P)\big) \to ((P \to Q) \leftrightarrow (\neg R))\Big)$$

- Podemos decompor a fórmula em subfórmulas:

$A = P \to Q$ $\quad D = S \lor P$ $\quad F = C \land E$ $\quad H = F \to C$

$B = \neg R$ $\quad E = D \to P$

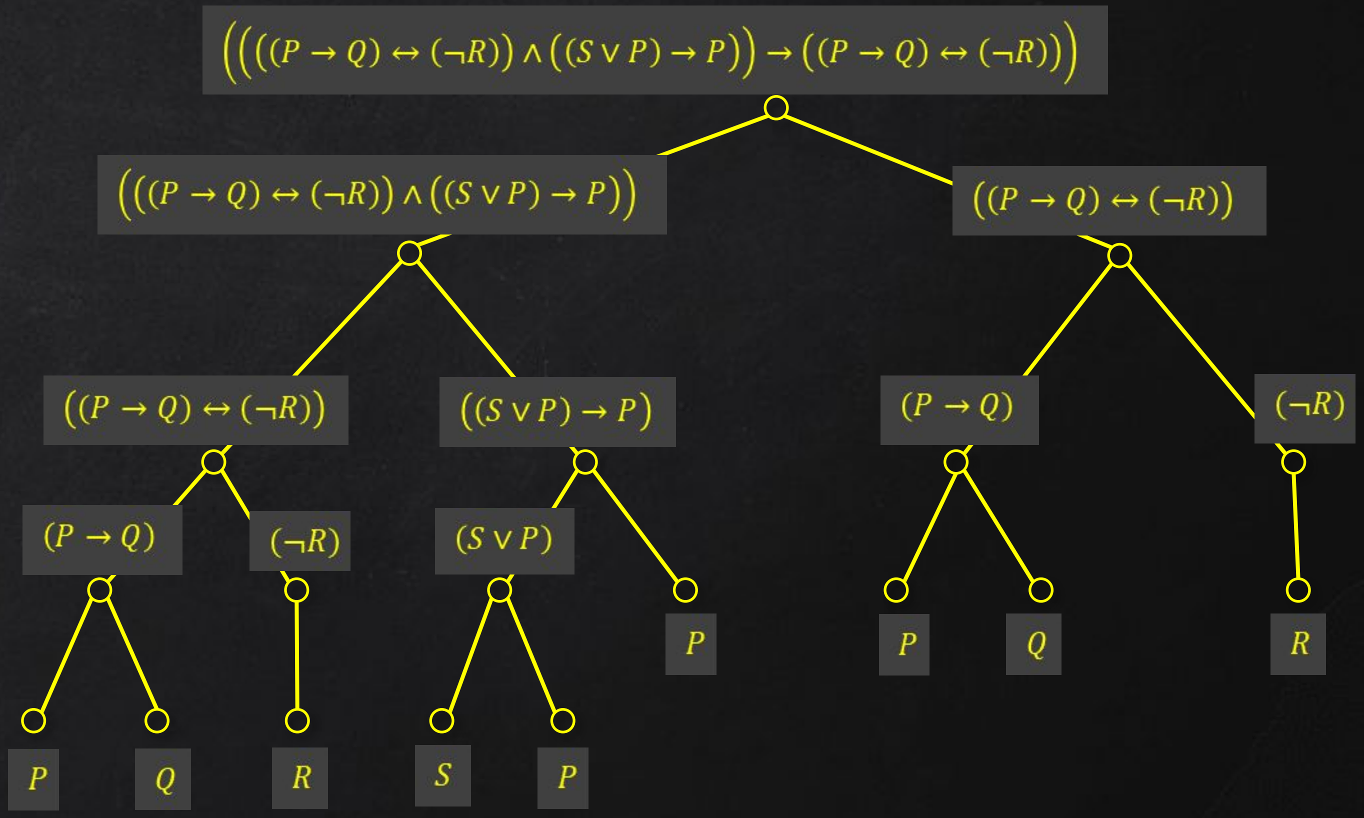
$C = A \leftrightarrow B$

Notação Infixa

Decomposição

- Podemos decompor uma expressão infixa usando uma árvore binária começando pelo último operador (a ser aplicado) na ordem de precedência dos operadores e até chegar nas proposições simples (comprimento um).

- Mostra-se a decomposição da fórmula anterior:



Notação Prefixa
Definição

- Na notação prefixa (ou polonesa), o operador precede a seus operandos.
- Neste caso, não há necessidade no uso de parênteses (símbolos de pontuação).

Operador Operando 1 Operando 2

- As formulas da Lógica Proposicional são construídas de forma indutiva a partir dos símbolos do alfabeto. Considerando que H e G são fórmulas, segue-se as seguintes regras:
  - 1.- Todo símbolo proposicional é uma fórmula;
  - 2.- A negação $\neg H$ é uma fórmula;
  - 3.- A conjunção $H \wedge G$, é dada pela fórmula $\wedge HG$;
  - 4.- A disjunção $H \vee G$, é dada pela fórmula $\vee HG$;
  - 5.- A condicional $H \rightarrow G$, é dada pela fórmula $\rightarrow HG$;
  - 6.- A bicondicional $H \leftrightarrow G$, é dada pela fórmula $\leftrightarrow HG$.

Notação Prefixa

Conversão

- ✘ Para converter uma fórmula infixa na notação prefixa, devemos identificar a ordem das operações e as subfórmulas associadas.
- ✘ Devemos converter as formulas de maior prioridade primeiro, mediante a aplicação das regras descritas na definição da notação prefixa.
- ✘ Na prática, isso significa identificar e converter as subfórmulas de menor comprimento primeiro.

- ✘ Considere como exemplo a seguinte fórmula:

$$H = \Big(\big(((P \to Q) \leftrightarrow (\neg R)) \land ((S \lor P) \to P)\big) \to ((P \to Q) \leftrightarrow (\neg R))\Big)$$

- ✘ Utilizando as regras da notação prefixa:

  - Substitui-se $(\neg R)$ pela fórmula $\neg R$;
  - Substitui-se $(P \to Q)$ pela fórmula $\to PQ$;
  - Substitui-se $(S \lor P)$ pela fórmula $\lor SP$;
  - A subfórmula $((S \lor P) \to P)$ é convertida em $\to \lor SPP$;
  - A subfórmula $((P \to Q) \leftrightarrow (\neg R))$ é convertida em $\leftrightarrow \to PQ \neg R$;
  - A subfórmula $(((P \to Q) \leftrightarrow (\neg R)) \land ((S \lor P) \to P))$ resulta em:

    $\land \leftrightarrow \to PQ \neg R \to \lor SPP$;
  - Finalmente, $((((P \to Q) \leftrightarrow (\neg R)) \land ((S \lor P) \to P)) \to ((P \to Q) \leftrightarrow (\neg R)))$ resulta em:

    $\to \land \leftrightarrow \to PQ \neg R \to \lor SPP \leftrightarrow \to PQ \neg R$

Notação Prefixa

Exemplo – Passo a Passo

- Mostramos o processo de conversão da expressão infixa em prefixa passo a passo.
  - Identificamos as subfórmulas no primeiro nível de prioridade. Existem 5 subfórmulas:
    $$H = \Big(\big(((P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\neg R)) \wedge ((S \vee P) \rightarrow P)\big) \rightarrow ((P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\neg R))\Big)$$
  - Convertemos cada operação no formato prefixo:
    $$H = \Big(\big(((\rightarrow PQ) \leftrightarrow (\neg R)) \wedge ((\vee SP) \rightarrow P)\big) \rightarrow ((\rightarrow PQ) \leftrightarrow (\neg R))\Big)$$
  - Identificamos as subfórmulas no segundo nível de prioridade. Existem 3 subfórmulas:
    $$H = \Big(\big(((\rightarrow PQ) \leftrightarrow (\neg R)) \wedge ((\vee SP) \rightarrow P)\big) \rightarrow ((\rightarrow PQ) \leftrightarrow (\neg R))\Big)$$
  - Convertemos cada operação no formato prefixo:
    $$H = \Big(\big((\leftrightarrow (\rightarrow PQ)(\neg R)) \wedge (\rightarrow (\vee SP)P)\big) \rightarrow (\leftrightarrow (\rightarrow PQ)(\neg R))\Big)$$
  - Removemos os parênteses internos nas subfórmulas:
    $$H = \Big(\big((\leftrightarrow\rightarrow PQ\neg R) \wedge (\rightarrow\vee SPP)\big) \rightarrow (\leftrightarrow\rightarrow PQ\neg R)\Big)$$

Notação Prefixa

Exemplo – Passo a Passo

- Identificamos as subfórmulas no terceiro nível de prioridade. Exista apenas uma operação $\wedge$:

  $H = \big(((\leftrightarrow \rightarrow PQ \neg R) \wedge (\rightarrow \vee SPP)) \rightarrow (\leftrightarrow \rightarrow PQ \neg R) \big)$

- Convertemos a operação no formato prefixo:

  $H = \big((\wedge (\leftrightarrow \rightarrow PQ \neg R)(\rightarrow \vee SPP)) \rightarrow (\leftrightarrow \rightarrow PQ \neg R) \big)$

- Removemos os parênteses internos na subfórmula:

  $H = ((\wedge \leftrightarrow \rightarrow PQ \neg R \rightarrow \vee SPP) \rightarrow (\leftrightarrow \rightarrow PQ \neg R))$

- Identificamos as subfórmulas no quarto nível de prioridade. Temos a operação final $\rightarrow$:

  $H = ((\wedge \leftrightarrow \rightarrow PQ \neg R \rightarrow \vee SPP) \rightarrow (\leftrightarrow \rightarrow PQ \neg R))$

- Convertemos a operação no formato prefixo:

  $H = (\rightarrow (\wedge \leftrightarrow \rightarrow PQ \neg R \rightarrow \vee SPP)(\leftrightarrow \rightarrow PQ \neg R))$

- Removemos todos os parênteses restantes:

  $H = \rightarrow \wedge \leftrightarrow \rightarrow PQ \neg R \rightarrow \vee SPP \leftrightarrow \rightarrow PQ \neg R$

Notação Prefixa

Conversão

- Com isso, a formula na notação infixa:

$$H = \Big(\big(((P \to Q) \leftrightarrow (\neg R)) \wedge ((S \vee P) \to P)\big) \to ((P \to Q) \leftrightarrow (\neg R))\Big)$$

- Equivale a seguinte formula na notação prefixa:

$$H = \to \wedge \leftrightarrow \to PQ\neg R \to \vee SPP \leftrightarrow \to PQ\neg R$$

- Observe que a fórmula na notação prefixa não requer qualquer parênteses.
- As fórmulas na notação prefixa são adequadas para manipulação em computadores. Embora a sua leitura pareça difícil para nós humanos, é possível entender ela utilizando a estrutura de pilha.

Notação Posfixa

Definição

- ✘ Na notação posfixa (ou polonesa reversa), o operador sucede a seus operandos.
- ✘ Neste caso, também não há necessidade no uso de parênteses (símbolos de pontuação).

Operando 1 Operando 2 Operador

- ✘ As formulas da Lógica Proposicional são construídas de forma indutiva a partir dos símbolos do alfabeto. Considerando que H e G são fórmulas, segue-se as seguintes regras:
  - 1.- Todo símbolo proposicional é uma fórmula;
  - 2.- A negação $H\neg$ é uma fórmula;
  - 3.- A conjunção $H \wedge G$, é dada pela fórmula $HG\wedge$;
  - 4.- A disjunção $H \vee G$, é dada pela fórmula $HG\vee$;
  - 5.- A condicional $H \rightarrow G$, é dada pela fórmula $HG\rightarrow$;
  - 6.- A bicondicional $H \leftrightarrow G$, é dada pela fórmula $HG\leftrightarrow$.

Notação Posfixa

Conversão

- ✘ Para converter uma fórmula infixa na notação posfixa, devemos identificar a ordem das operações e as subfórmulas associadas.
- ✘ Devemos converter as formulas de maior prioridade primeiro, mediante a aplicação das regras descritas na definição da notação posfixa.
- ✘ Na prática, isso significa identificar e converter as subfórmulas de menor comprimento primeiro.

- ✘ Considere como exemplo a seguinte fórmula:

$$H = \Big(\big(((P \to Q) \leftrightarrow (\neg R)) \land ((S \lor P) \to P)\big) \to ((P \to Q) \leftrightarrow (\neg R))\Big)$$

- ✘ Utilizando as regras da notação posfixa:

  - Substitui-se $(\neg R)$ pela fórmula $R\neg$;
  - Substitui-se $(P \to Q)$ pela fórmula $PQ\to$;
  - Substitui-se $(S \lor P)$ pela fórmula $SP\lor$;
  - A subfórmula $((S \lor P) \to P)$ é convertida em $SP\lor P\to$;

  ...

  - Finalmente temos:

$$PQ \to R\neg\leftrightarrow SP \lor P \to\land PQ \to R\neg\leftrightarrow\to$$

Notação Posfixa

Exemplo – Passo a Passo

- Mostramos o processo de conversão da expressão infixa em posfixa passo a passo.
  - Identificamos as subfórmulas no primeiro nível de prioridade. Existem 5 subfórmulas:

$$H = \Big(\big(\big((P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\neg R)\big) \wedge \big((S \vee P) \rightarrow P\big)\big) \rightarrow \big((P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\neg R)\big)\Big)$$

  - Convertemos cada operação no formato posfixo:

$$H = \Big(\big(\big((PQ \rightarrow) \leftrightarrow (R\neg)\big) \wedge \big((SP \vee) \rightarrow P\big)\big) \rightarrow \big((PQ \rightarrow) \leftrightarrow (R\neg)\big)\Big)$$

  - Identificamos as subfórmulas no segundo nível de prioridade. Existem 3 subfórmulas:

$$H = \Big(\big(\big((PQ \rightarrow) \leftrightarrow (R\neg)\big) \wedge \big((SP \vee) \rightarrow P\big)\big) \rightarrow \big((PQ \rightarrow) \leftrightarrow (R\neg)\big)\Big)$$

  - Convertemos cada operação no formato posfixo:

$$H = \Big(\big(\big((PQ \rightarrow)(R\neg) \leftrightarrow\big) \wedge \big((SP \vee)P \rightarrow\big)\big) \rightarrow \big((PQ \rightarrow)(R\neg) \leftrightarrow\big)\Big)$$

  - Removemos os parênteses internos nas subfórmulas:

$$H = \Big(\big((PQ \rightarrow R\neg\leftrightarrow) \wedge (SP \vee P \rightarrow)\big) \rightarrow (PQ \rightarrow R\neg\leftrightarrow)\Big)$$

Notação Posfixa

Exemplo – Passo a Passo

- Identificamos as subfórmulas no terceiro nível de prioridade. Exista apenas uma operação $\wedge$:

$$H = \big(((PQ \rightarrow R\neg\leftrightarrow) \wedge (SP \vee P \rightarrow)\big) \rightarrow (PQ \rightarrow R\neg\leftrightarrow)\big)$$

- Convertemos a operação no formato posfixo:

$$H = \big(((PQ \rightarrow R\neg\leftrightarrow)(SP \vee P \rightarrow) \wedge\big) \rightarrow (PQ \rightarrow R\neg\leftrightarrow)\big)$$

- Removemos os parênteses internos na subfórmula:

$$H = ((PQ \rightarrow R\neg\leftrightarrow SP \vee P \rightarrow \wedge) \rightarrow (PQ \rightarrow R\neg\leftrightarrow))$$

- Identificamos as subfórmulas no quarto nível de prioridade. Temos a operação final $\rightarrow$:

$$H = ((PQ \rightarrow R\neg\leftrightarrow SP \vee P \rightarrow \wedge) \rightarrow (PQ \rightarrow R\neg\leftrightarrow))$$

- Convertemos a operação no formato posfixo:

$$H = ((PQ \rightarrow R\neg\leftrightarrow SP \vee P \rightarrow \wedge)(PQ \rightarrow R\neg\leftrightarrow) \rightarrow)$$

- Removemos todos os parênteses restantes:

$$H = PQ \rightarrow R\neg\leftrightarrow SP \vee P \rightarrow \wedge PQ \rightarrow R\neg\leftrightarrow\rightarrow$$

Notação Prefixa e Posfixa

Interpretação

- Dada a fórmula na notação infixa:

$$H = \Big(\big(((P \to Q) \leftrightarrow (\neg R)) \wedge ((S \vee P) \to P)\big) \to ((P \to Q) \leftrightarrow (\neg R))\Big)$$

- Temos que as respectivas fórmulas nas notações prefixas e posfixas não precisam de parênteses e podem ser resolvidas apenas com base na ordem dos operandos e operadores.

- Notação Prefixa: $H_1 = \to \wedge \leftrightarrow \to PQ \neg R \to \vee SPP \leftrightarrow \to PQ \neg R$

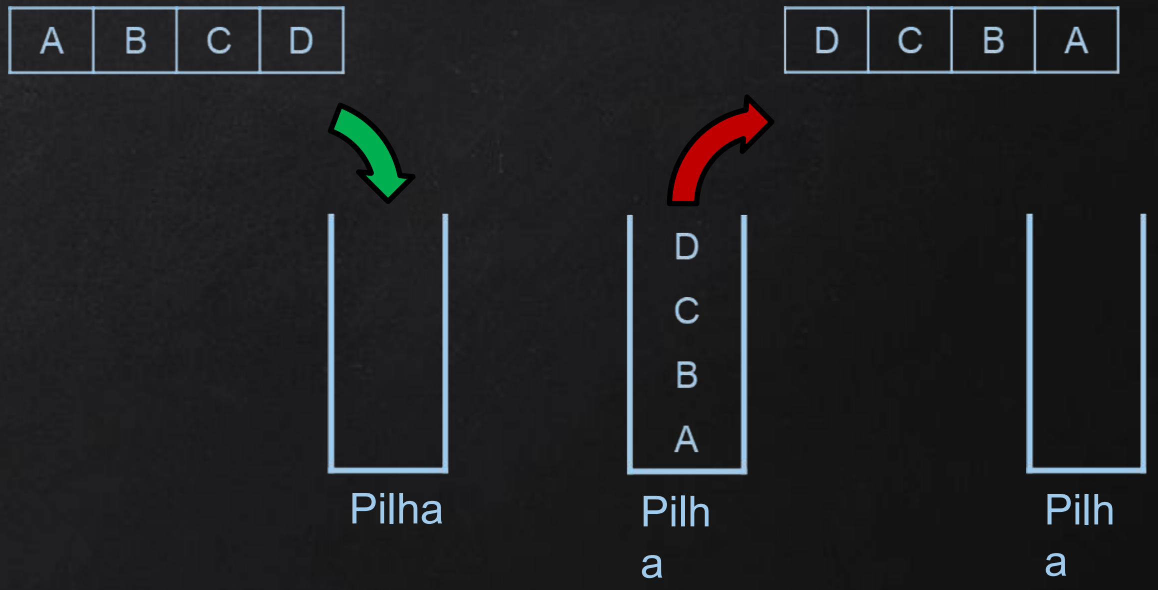
- Notação Posfixa: $H_2 = PQ \to R \neg \leftrightarrow SP \vee P \to \wedge PQ \to R \neg \leftrightarrow \to$

- Para isso utilizamos uma estrutura chamada de pilha, que serve para armazenar dados temporariamente e recuperá-los em ordem inversa.

Pilha
Definição

- Uma pilha é estrutura que serve para armazenar dados temporariamente e recuperá-los em ordem inversa.
- As pilhas são estruturas de uso frequente em sistemas computacionais.

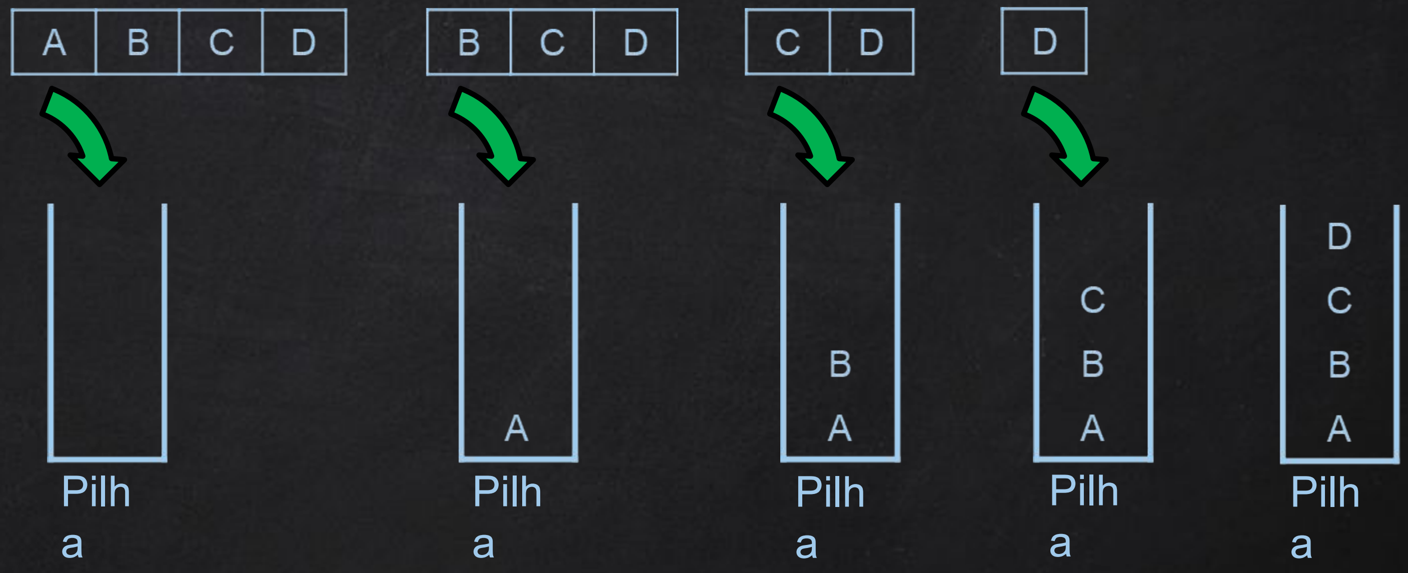
- A figura ilustra o funcionamento de uma pilha, no armazenamento e recuperação de dados.
- Observe que a sequência original é invertida ápos a recuperação.



Pilha

Armazenamento

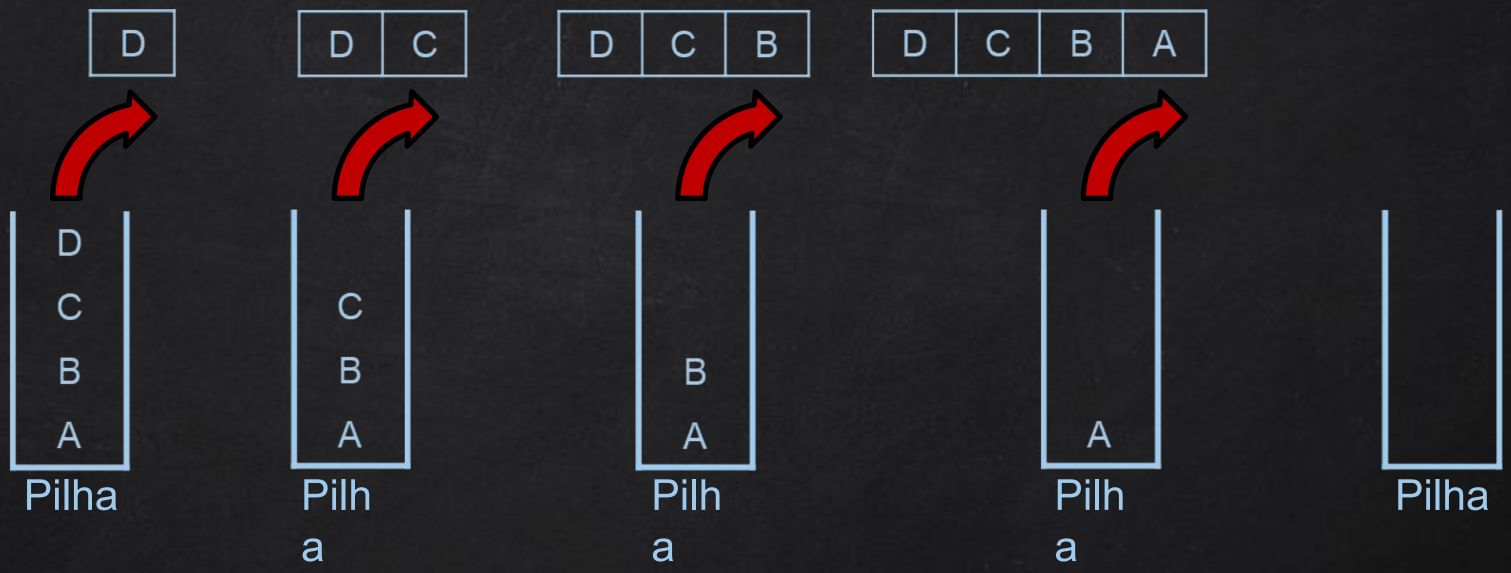
- A figura mostra o funcionamento de uma pilha, no armazenamento de dados:



Pilha

Recuperação

- A figura mostra o funcionamento de uma pilha, na recuperação de dados.



Notação Posfixa

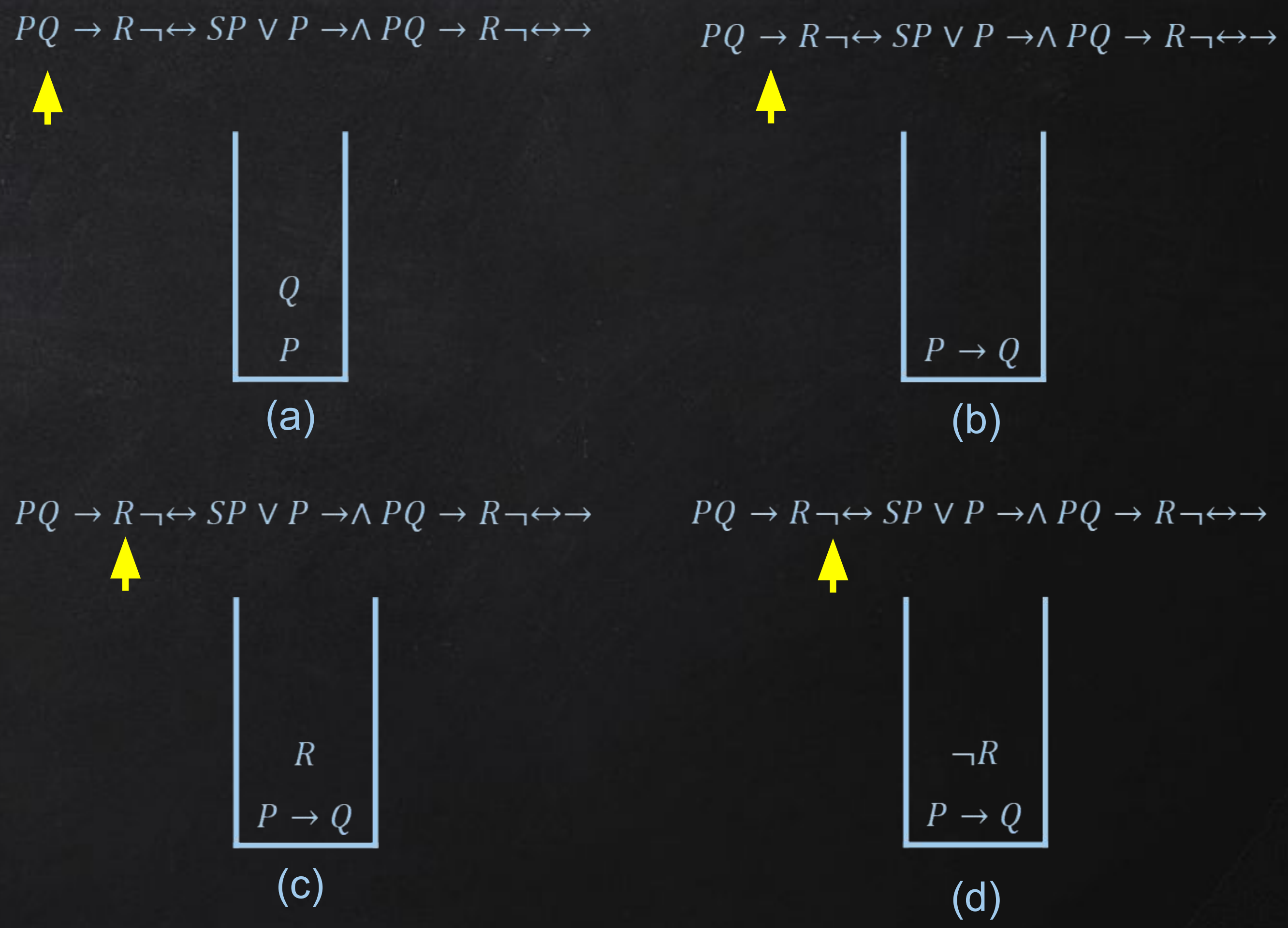
Algoritmo de Interpretação

- ✘ Mostraremos os processo de interpretação de uma expressão posfixa utilizando uma pilha.
- ✘ A expressão é processada de esquerda à direita um símbolo de cada vez.
  - Se o símbolo for um operando ele é inserido na pilha.
  - Caso contrário, se o símbolo for um operador, são removidos da pilha tantos operandos quanto requeridos por esse operador. Executa-se a operação indicada pelo operador. Considera-se que o primeiro elemento removido será o segundo operando e que o segundo elemento removido será o primeiro operando. O resultado da operação é inserida na pilha novamente.
- ✘ O resultado final ficará na pilha como único elemento.

Notação Posfixa

Algoritmo de Interpretação – Exemplo

- ✘ A expressão posfixa é processada de esquerda à direita usando uma pilha.
- ✘ Na expressão, a seta indica até onde foram processados os símbolos, enquanto a figura mostra o estado da pilha.



Notação Posfixa

Algoritmo de Interpretação – Exemplo

$PQ \to R \neg \leftrightarrow SP \vee P \to \wedge PQ \to R \neg \leftrightarrow \to$

$(P \to Q) \leftrightarrow \neg R$

(e)

$PQ \to R \neg \leftrightarrow SP \vee P \to \wedge PQ \to R \neg \leftrightarrow \to$

P

S

$(P \to Q) \leftrightarrow \neg R$

(f)

$PQ \to R \neg \leftrightarrow SP \vee P \to \wedge PQ \to R \neg \leftrightarrow \to$

$S \vee P$

$(P \to Q) \leftrightarrow \neg R$

(g)

$PQ \to R \neg \leftrightarrow SP \vee P \to \wedge PQ \to R \neg \leftrightarrow \to$

P

$S \vee P$

$(P \to Q) \leftrightarrow \neg R$

(h)

$PQ \to R \neg \leftrightarrow SP \vee P \to \wedge PQ \to R \neg \leftrightarrow \to$

$(S \vee P) \to P$

$(P \to Q) \leftrightarrow \neg R$

(i)

Notação Posfixa

Algoritmo de Interpretação – Exemplo

$PQ \rightarrow R \neg \leftrightarrow SP \vee P \rightarrow \wedge PQ \rightarrow R \neg \leftrightarrow \rightarrow$

$((P \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg R) \wedge ((S \vee P) \rightarrow P)$

(j)

$PQ \rightarrow R \neg \leftrightarrow SP \vee P \rightarrow \wedge PQ \rightarrow R \neg \leftrightarrow \rightarrow$

Q

P

$((P \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg R) \wedge ((S \vee P) \rightarrow P)$

(k)

$PQ \rightarrow R \neg \leftrightarrow SP \vee P \rightarrow \wedge PQ \rightarrow R \neg \leftrightarrow \rightarrow$

$P \rightarrow Q$

$((P \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg R) \wedge ((S \vee P) \rightarrow P)$

(l)

$PQ \rightarrow R \neg \leftrightarrow SP \vee P \rightarrow \wedge PQ \rightarrow R \neg \leftrightarrow \rightarrow$

R

$P \rightarrow Q$

$((P \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg R) \wedge ((S \vee P) \rightarrow P)$

(m)

$PQ \rightarrow R \neg \leftrightarrow SP \vee P \rightarrow \wedge PQ \rightarrow R \neg \leftrightarrow \rightarrow$

$\neg R$

$P \rightarrow Q$

$((P \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg R) \wedge ((S \vee P) \rightarrow P)$

(n)

Notação Posfixa

Algoritmo de Interpretação – Exemplo

$PQ \rightarrow R \neg \leftrightarrow SP \vee P \rightarrow \wedge PQ \rightarrow R \neg \leftrightarrow \rightarrow$

$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg R$

$\big((P \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg R\big) \wedge \big((S \vee P) \rightarrow P\big)$

(o)

$PQ \rightarrow R \neg \leftrightarrow SP \vee P \rightarrow \wedge PQ \rightarrow R \neg \leftrightarrow \rightarrow$

$\Big(\big((P \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg R\big) \wedge \big((S \vee P) \rightarrow P\big)\Big) \rightarrow \big((P \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg R\big)$

(p)

Notação Prefixa

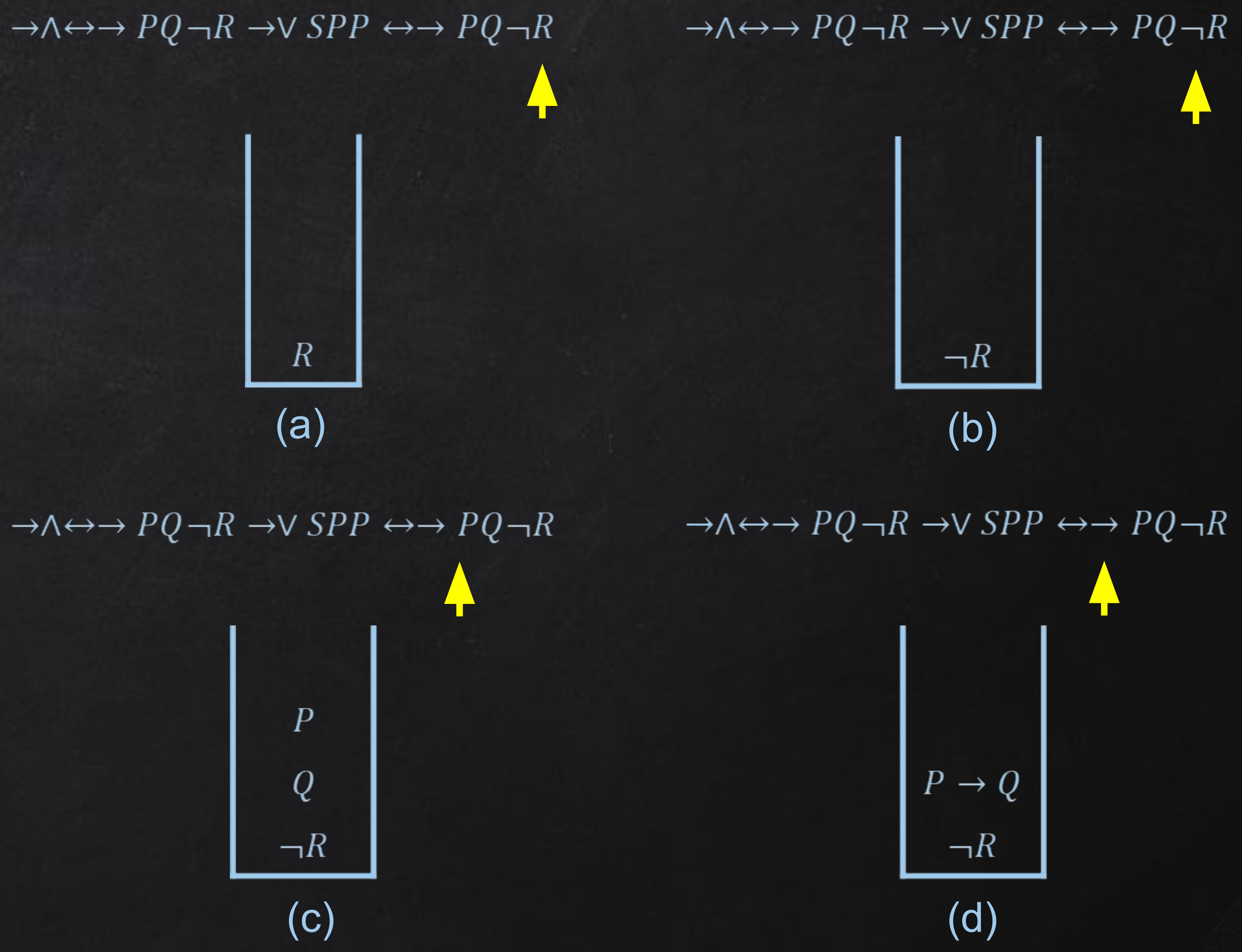
Algoritmo de Interpretação

- ✘ Mostraremos os processo de interpretação de uma expressão prefixa utilizando uma pilha.
- ✘ Podemos considerar que a expressão é processada de direita à esquerda um símbolo de cada vez.
  - Se o símbolo for um operando ele é inserido na pilha.
  - Caso contrário, se o símbolo for um operador, são removidos da pilha tantos operandos quanto requeridos por esse operador. Executa-se a operação indicada pelo operador. Considera-se que o primeiro elemento removido será o primeiro operando e que o segundo elemento removido será o segundo operando. O resultado da operação é inserida na pilha novamente.
- ✘ O resultado final ficará na pilha como único elemento.

Notação Prefixa

Algoritmo de Interpretação – Exemplo

- A expressão posfixa é processada de direita à esquerda usando uma pilha.
- Na expressão, a seta indica até onde foram processados os símbolos, enquanto a figura mostra o estado da pilha.



Notação Prefixa

Algoritmo de Interpretação – Exemplo

$\rightarrow\wedge\leftrightarrow\rightarrow PQ\neg R \rightarrow\vee SPP \leftrightarrow\rightarrow PQ\neg R$

$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg R$

(e)

$\rightarrow\wedge\leftrightarrow\rightarrow PQ\neg R \rightarrow\vee SPP \leftrightarrow\rightarrow PQ\neg R$

S

P

P

$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg R$

(f)

$\rightarrow\wedge\leftrightarrow\rightarrow PQ\neg R \rightarrow\vee SPP \leftrightarrow\rightarrow PQ\neg R$

$S \vee P$

P

$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg R$

(g)

$\rightarrow\wedge\leftrightarrow\rightarrow PQ\neg R \rightarrow\vee SPP \leftrightarrow\rightarrow PQ\neg R$

$(S \vee P) \rightarrow P$

$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg R$

(h)

$\rightarrow\wedge\leftrightarrow\rightarrow PQ\neg R \rightarrow\vee SPP \leftrightarrow\rightarrow PQ\neg R$

R

$(S \vee P) \rightarrow P$

$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg R$

(i)

$\rightarrow\wedge\leftrightarrow\rightarrow PQ\neg R \rightarrow\vee SPP \leftrightarrow\rightarrow PQ\neg R$

$\neg R$

$(S \vee P) \rightarrow P$

$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg R$

(j)

Notação Prefixa

Algoritmo de Interpretação – Exemplo

$\rightarrow \wedge \leftrightarrow \rightarrow PQ\neg R \rightarrow \vee SPP \leftrightarrow \rightarrow PQ\neg R$

P

Q

$\neg R$

$(S \vee P) \rightarrow P$

$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg R$

(k)

$\rightarrow \wedge \leftrightarrow \rightarrow PQ\neg R \rightarrow \vee SPP \leftrightarrow \rightarrow PQ\neg R$

$P \rightarrow Q$

$\neg R$

$(S \vee P) \rightarrow P$

$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg R$

(l)

$\rightarrow \wedge \leftrightarrow \rightarrow PQ\neg R \rightarrow \vee SPP \leftrightarrow \rightarrow PQ\neg R$

$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg R$

$(S \vee P) \rightarrow P$

$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg R$

(m)

$\rightarrow \wedge \leftrightarrow \rightarrow PQ\neg R \rightarrow \vee SPP \leftrightarrow \rightarrow PQ\neg R$

$((P \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg R) \wedge ((S \vee P) \rightarrow P)$

$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg R$

(n)

$\rightarrow \wedge \leftrightarrow \rightarrow PQ\neg R \rightarrow \vee SPP \leftrightarrow \rightarrow PQ\neg R$

$\big(((P \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg R) \wedge ((S \vee P) \rightarrow P)\big) \rightarrow ((P \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg R)$

(o)

Referências

- De Souza, João Nunes. Lógica para Ciência da Computação e Áreas Afins. Capítulo 1. 3ª Edição. Editora Campus. São Paulo. 2015.