

PROPOSIÇÕES E CONECTIVOS

Lógica Matemática



PROPOSIÇÃO

DEFINIÇÃO

- x Chama-se proposição todo conjunto de palavras ou símbolos que exprimem um pensamento de sentido completo.
- x As proposições **afirmam** fatos ou exprimem juízos que formamos a respeito de pessoas ou coisas.

✓ Exemplos

- i. A lua é um satélite da terra.
- ii. Recife é a capital Pernambuco.
- iii. $\pi > \sqrt{5}$
- iv. $\text{sen } \frac{\pi}{2} = 1$

PRINCÍPIOS DA LÓGICA MATEMÁTICA

DEFINIÇÃO

- x A lógica adota como regras fundamentais os seguintes princípios:
 - i. **Princípio da não contradição:** Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.
 - ii. **Princípio do terceiro excluído:** Toda proposição ou é verdadeira ou é falsa, isto é, verifica-se sempre um destes casos e nunca um terceiro.
- x Por causa do último princípio diz-se que a Lógica Matemática é uma **Lógica Bivalente**.

VALORES LÓGICOS DAS PROPOSIÇÕES

DEFINIÇÃO

- x Chama-se valor lógico de uma proposição a **verdade** se a proposição é verdadeira e a **falsidade** se a proposição é falsa.
- x Os valores lógicos verdade e falsidade de uma proposição são designados de maneira abreviada pelas letras V e F, respectivamente.
- x Pelos princípios da não contradição e do **terceiro excluído**, temos que:
 - o Toda proposição tem um, e um só, dos valores V ou F.

✓ Exemplos

- i. O mercúrio é mais pesado que a água.
- ii. O sol gira em torno da terra

x O valor lógico da proposição:

- i. É verdade ou verdadeiro (V);
- ii. É falsidade ou falso (F).

PROPOSIÇÕES SIMPLES E COMPOSTAS

- x As proposições podem ser classificadas em simples (ou atômicas) e compostas (ou moleculares).

PROPOSIÇÕES SIMPLES

DEFINIÇÕES

- ✗ **Definição1.**– Chama-se proposição **simple** (ou **atômica**) aquela que não contém nenhuma outra proposição como parte integrante de si mesma.
- ✗ As proposições simples são geralmente designadas pelas letras latinas minúsculas p , q , r , s chamadas de letras proposicionais.

✓ Exemplos

- i. p : Carlos é careca
- ii. q : Pedro é estudante
- iii. r : O número 25 é quadrado perfeito

PROPOSIÇÕES COMPOSTAS

DEFINIÇÃO

- ✗ **Definição 2.-** Chama-se proposição composta (ou molecular) aquela formada pela combinação de duas ou mais proposições.
- ✗ As proposições compostas são geralmente designadas pelas letras latinas maiúsculas P , Q , R , S também chamadas de letras proposicionais.

✓ Exemplos

- i. P : Carlos é careca e Pedro é estudante
- ii. Q : Carlos é careca ou Pedro é estudante
- iii. R : Se Carlos é careca, então é infeliz

- ✗ As proposições compostas também costumam ser chamadas de formulas proposicionais ou apenas fórmulas, são denotadas:

$$P(p, q, r)$$

- ✗ Observa-se ainda que as proposições componentes de uma proposição composta podem ser elas mesmas, proposições compostas.

CONECTIVOS

DEFINIÇÃO

✗ Chamam-se conectivos palavras usadas para formar novas proposições a partir de outras proposições sejam simples ou compostas.

✓ Exemplos

- i. P : O número 6 é par e o número 8 é cubo perfeito
- ii. Q : O triângulo ABC é retângulo ou é isósceles
- iii. R : Não está chovendo
- iv. S : Se Jorge é engenheiro, então sabe Matemática
- v. T : O triângulo ABC é equilátero se e somente se é equiângulo

✗ São conectivos usuais em Lógica Matemática as palavras:

- “não”, “e”, “ou”,
- “se ... então...”, “se e somente se...”

✗ Esses conectivos são representados respectivamente mediante os símbolos:

- não : \sim
- e : \wedge
- ou : \vee
- se ... então : \rightarrow
- se e somente se : \leftrightarrow

TABELA-VERDADE

*x Segundo o princípio do terceiro excluído, toda proposição simples p é verdadeira ou é falsa. O seu valor lógico é verdade(V) ou falsidade(F).

X Tratando-se de uma proposição composta, a determinação de seu valor lógico, depende do conhecimento dos valores lógicos de suas proposições simples componentes.

X Segue-se o seguinte princípio:

O valor lógico de qualquer proposição composta depende unicamente dos valores lógicos das proposições simples componentes, ficando por eles univocamente determinado.

x Para aplicá-lo na prática podemos recorrer ao seguinte dispositivo chamado de **tabela-verdade**, na qual figuram todos os possíveis valores lógicos da proposição composta correspondentes a todas as possíveis atribuições de valores lógicos às proposições simples componentes.

TABELA-VERDADE

- ✗ No caso de uma proposição simples p , temos:

	p
1	V
2	F

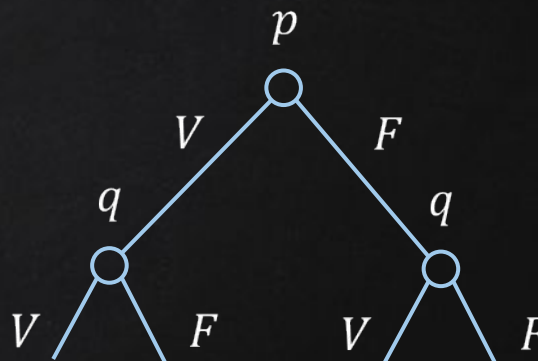


```
graph TD; p((p)) --- V1[V]; p --- F1[F];
```

- ✗ A tabela-verdade possui 2 linhas que correspondem aos possíveis valores lógicos para a proposição p .
- ✗ O diagrama mostra uma árvore com 2 caminhos possíveis para a proposição p .

- ✗ No caso de uma proposição composta com duas proposições simples p e q temos:

	p	q
1	V	V
2	V	F
3	F	V
4	F	F



```
graph TD; p((p)) --- q1((q)); p --- q2((q)); q1 --- V1[V]; q1 --- F1[F]; q2 --- V2[V]; q2 --- F2[F];
```

- ✗ A tabela-verdade possui 4 linhas que correspondem a todas as combinações possíveis de valores lógicos para p e q .
- ✗ A árvore mostra os 4 caminhos possíveis para as proposições p e q .

TABELA-VERDADE

- ✗ No caso de uma proposição composta com três proposições simples: p , q e r temos 8 possíveis atribuições de valores lógicos para p , q e r .

	p	q	r
1	V	V	V
2	V	V	F
3	V	F	V
4	V	F	F
5	F	V	V
6	F	V	F
7	F	F	V
8	F	F	F

- ✗ A tabela-verdade possui 8 linhas que correspondem as combinações de valores lógicos possíveis para p , q e r .
- ✗ A árvore mostra os 8 caminhos possíveis para as proposições p , q e r .

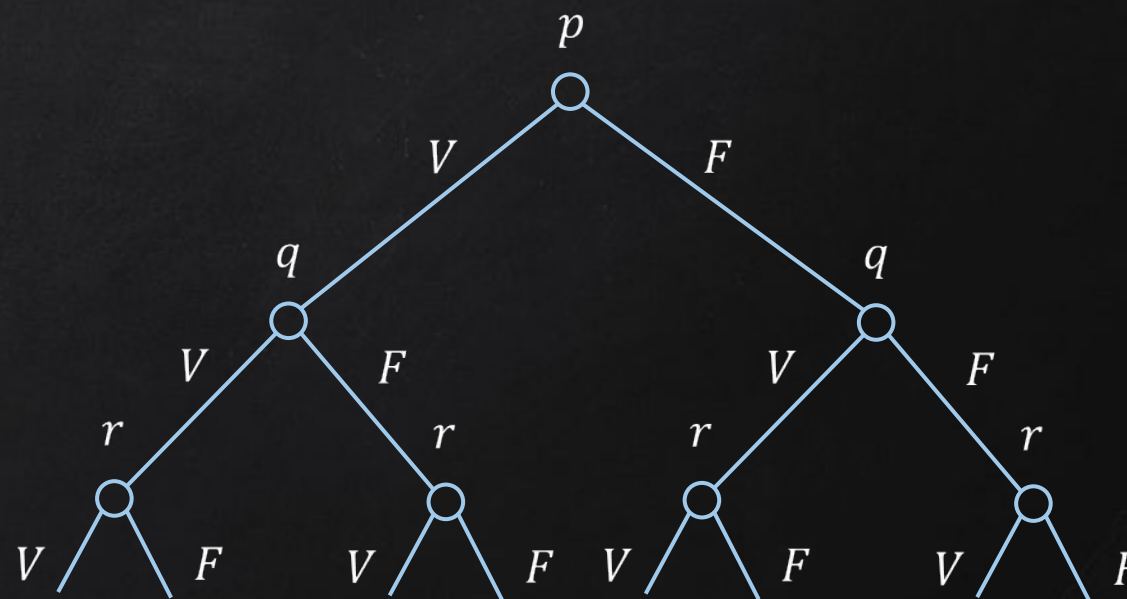


TABELA-VERDADE

- ✗ Observe que o número de linhas na tabela verdade corresponde a:

$$2^n$$

- ✗ Onde n representa o número de proposições simples na fórmula.
- ✗ Temos assim:

	n Proposições	2^n Linhas
1	1	2
2	2	4
3	3	8
4	4	16
5	5	32

- ✗ Observe também que o preenchimento dos valores verdade na tabela segue um padrão bem definido.

	p	q	r
1	V	V	V
2	V	V	F
3	V	F	V
4	V	F	F
5	F	V	V
6	F	V	F
7	F	F	V
8	F	F	F

NOTAÇÃO

✕ O valor lógico de uma proposição simples p indica-se por $v(p)$.

- Com isso, afirma-se que p é verdadeira (V), escrevendo: $v(p) = V$.
- Analogamente, afirma-se que p é falsa (F), escrevendo: $v(p) = F$.

✕ De maneira análoga, o valor lógico de uma proposição composta P é denotada como:

$$v(P)$$

✕ Considere as seguintes proposições simples:

✓ **Exemplos**

- i. p : O sol é verde
- ii. q : Um hexágono tem 9 diagonais
- iii. r : 2 é raiz da equação $x^2 + 3x - 4 = 0$

✕ Temos que:

$$v(p) = V, \quad v(q) = V, \quad v(r) = F$$

REFERÊNCIAS

- x De Alencar Filho, Edgar. Iniciação à Lógica Matemática. Capítulo 1. Editora Nobel. São Paulo. 1975. Reimpresso em 2015.