

# LOGICA

URI - UNIVERSIDADE REGIONAL INTEGRADA DO ALTO  
URUGUAI E DAS MISSÕES

CURSO DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

PROF. CARLA CASTANHO



# LÓGICA DAS PROPOSIÇÕES

---

## ÁRVORES DE REFUTAÇÃO

❖ SÃO UMA OUTRA MANEIRA DE GARANTIR A DECIDIBILIDADE DA LÓGICA PROPOSICIONAL.

### ❖ REGRAS PARA ÁRVORE DE REFUTAÇÃO

1. INICIA-SE COLOCANDO-SE AS PREMISSAS E A NEGAÇÃO DA CONCLUSÃO.

(A IDÉIA É ENCONTRAR CONTRADIÇÕES DE MODO A PODER CONCLUIR A VALIDADE DA CONCLUSÃO.)

2. APLICA-SE REPETIDAMENTE UMA DAS REGRAS A SEGUIR:

2.1. NEGAÇÃO ( $\neg$ ): SE UM RAMO ABERTO CONTÉM UMA FÓRMULA E SUA NEGAÇÃO, COLOCA-SE UM "X" NO FINAL DO RAMO, DE MODO A REPRESENTAR UM RAMO FECHADO.

(UM RAMO TERMINA SE ELE SE FECHA OU SE AS FÓRMULAS QUE ELE CONTÉM SÃO APENAS FÓRMULAS-ATÔMICAS OU SUAS NEGAÇÕES, TAL QUE MAIS NENHUMA REGRA SE APLICA ÀS SUAS FÓRMULAS. DESTA FORMA TEM-SE UM RAMO FECHADO, QUE É INDICADO POR UM X, ENQUANTO O RAMO ABERTO NÃO É REPRESENTADO POR UM X.)



# LÓGICA DAS PROPOSIÇÕES

## ÁRVORES DE REFUTAÇÃO

2.2. NEGAÇÃO NEGADA ( $\neg \neg$ ): SE UM RAMO ABERTO CONTÉM UMA FÓRMULA NÃO TICADA DA FORMA  $\neg \neg \phi$ , TICA-SE  $\neg \neg \phi$  E ESCREVE-SE  $\phi$  NO FINAL DE CADA RAMO ABERTO QUE CONTÉM  $\neg \neg \phi$  TICADA.

2.3. CONJUNÇÃO ( $\wedge$ ): SE UM RAMO ABERTO CONTÉM UMA FÓRMULA NÃO TICADA DA FORMA  $\phi \wedge \psi$ , TICA-SE,  $\phi \wedge \psi$  E ESCREVE-SE  $\phi$  E  $\psi$  NO FINAL DE CADA RAMO ABERTO QUE CONTÉM  $\phi \wedge \psi$  TICADA.

**$P \wedge Q \vdash \neg \neg P$**

**1.  $P \wedge Q$**

**2.  $\neg \neg \neg P$**

**3.  $P$                       1  $\wedge$**

**4.  $Q$                       1  $\wedge$**

**5.  $\neg P$                     2  $\neg \neg$**

**6. X                        3  $\neg$**

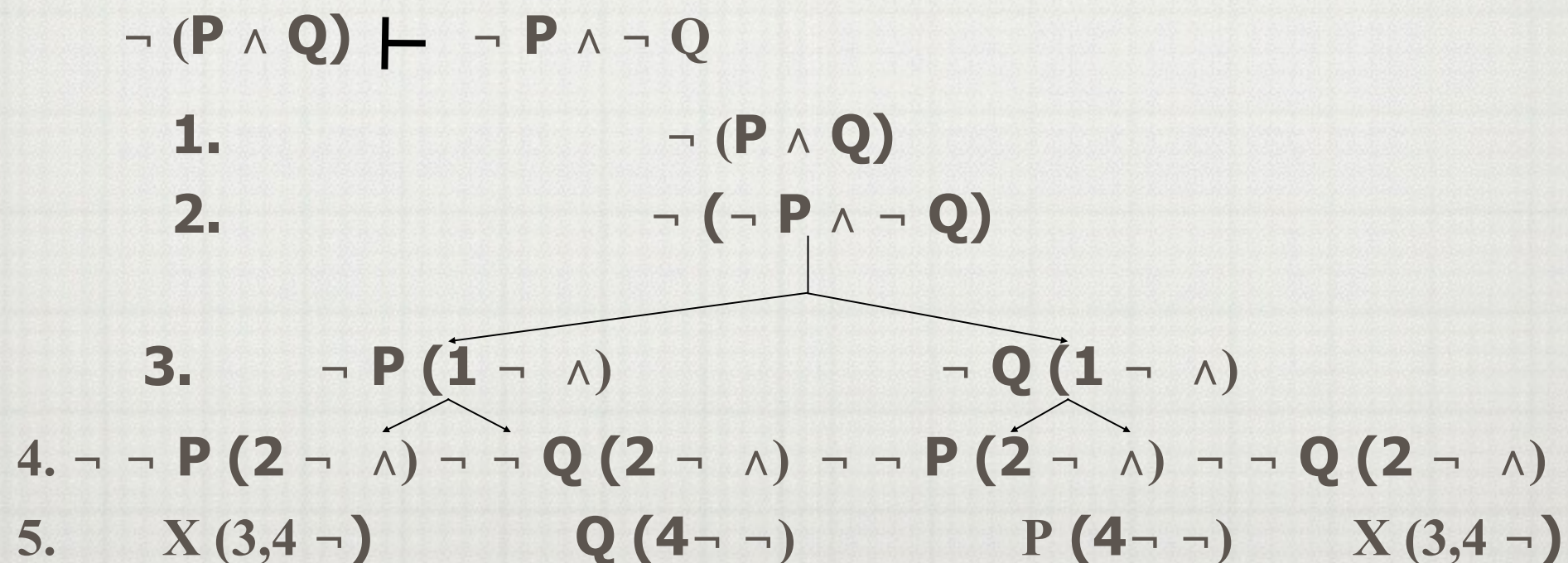
A ÁRVORE DE REFUTAÇÃO ESTÁ COMPLETA, ISTO É, COM TODOS OS RAMOS FECHADOS, LOGO, A BUSCA DE UMA REFUTAÇÃO PARA O ARGUMENTO DE NEGAR A CONCLUSÃO FALHOU, POIS SÓ ENCONTROU CONTRADIÇÕES, E PORTANTO, A FORMA É VÁLIDA.



# LÓGICA DAS PROPOSIÇÕES

## ÁRVORES DE REFUTAÇÃO

2.4. CONJUNÇÃO NEGADA ( $\neg \wedge$ ): SE UM RAMO ABERTO CONTÉM UMA FÓRMULA NÃO TICADA DA FORMA  $\neg (\phi \wedge \psi)$ , TICA-SE,  $\neg (\phi \wedge \psi)$  E BIFURCA-SE O O FINAL DE CADA RAMO ABERTO QUE CONTÉM  $\neg (\phi \wedge \psi)$  TICADA, NO FINAL DO PRIMEIRO RAMO SE ESCRIVE  $\neg \phi$  E NO FINAL DO SEGUNDO RAMO SE ESCRIVE  $\neg \psi$ .



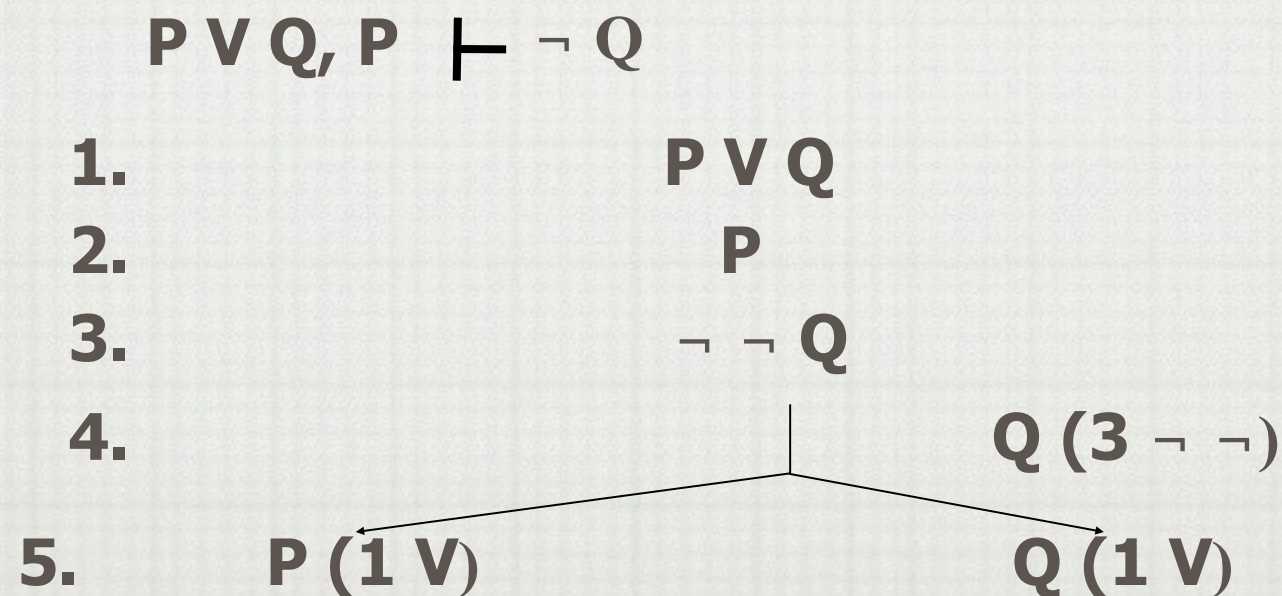
O EXEMPLO ACIMA NOS MOSTRA QUE HÁ DOIS RAMOS ABERTOS, CONSEQUENTEMENTE A FÓRMULA É INVÁLIDA, O QUE SIGNIFICA QUE ESTES RAMOS SÃO CONTRA-EXEMPLOS.



# LÓGICA DAS PROPOSIÇÕES

## ÁRVORES DE REFUTAÇÃO

2.5. DISJUNÇÃO ( $\vee$ ): SE UM RAMO ABERTO CONTÉM UMA FÓRMULA NÃO TICADA DA FORMA  $\phi \vee \psi$ , TICA-SE,  $\phi \vee \psi$  E BIFURCA-SE O O FINAL DE CADA RAMO ABERTO QUE CONTÉM  $\phi \vee \psi$  TICADA, NO FINAL DO PRIMEIRO RAMO SE ESCREVE  $\phi$  E NO FINAL DO SEGUNDO RAMO SE ESCREVE  $\psi$ .



O EXEMPLO ACIMA NOS MOSTRA QUE HÁ DOIS RAMOS ABERTOS, CONSEQUENTEMENTE A FÓRMULA É INVÁLIDA, O QUE SIGNIFICA QUE ESTES RAMOS SÃO CONTRA-EXEMPLOS.

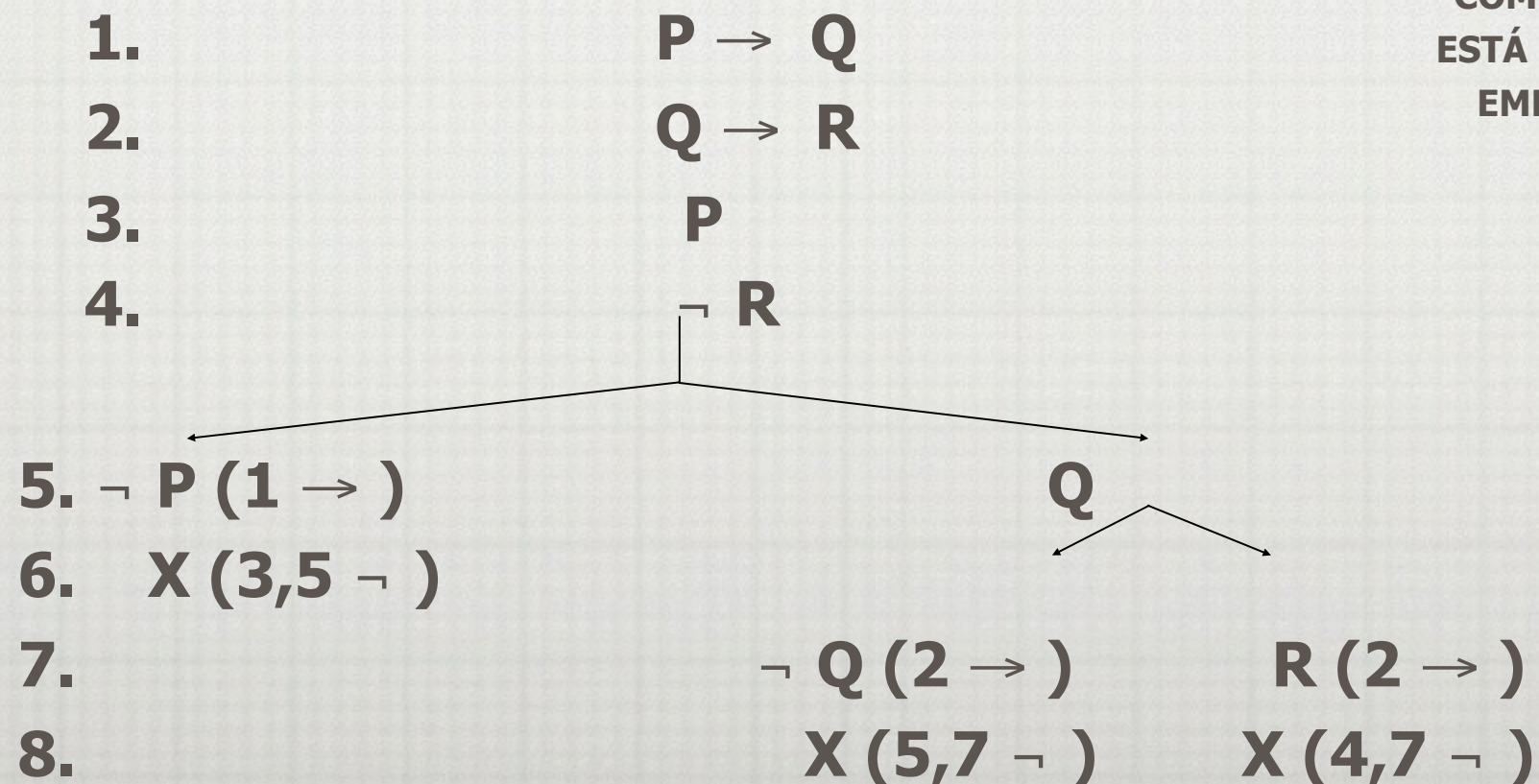


# LÓGICA DAS PROPOSIÇÕES

## ÁRVORES DE REFUTAÇÃO

2.6. CONDICIONAL ( $\rightarrow$ ): SE UM RAMO ABERTO CONTÉM UMA FÓRMULA NÃO TICADA DA FORMA  $\phi \rightarrow \psi$ , TICA-SE,  $\phi \rightarrow \psi$  E BIFURCA-SE O O FINAL DE CADA RAMO ABERTO QUE CONTÉM  $\phi \rightarrow \psi$  TICADA, NO FINAL DO PRIMEIRO RAMO SE ESCRIVE  $\neg \phi$  E NO FINAL DO SEGUNDO RAMO SE ESCRIVE  $\psi$ .

**$P \rightarrow Q, Q \rightarrow R, P \vdash R$**



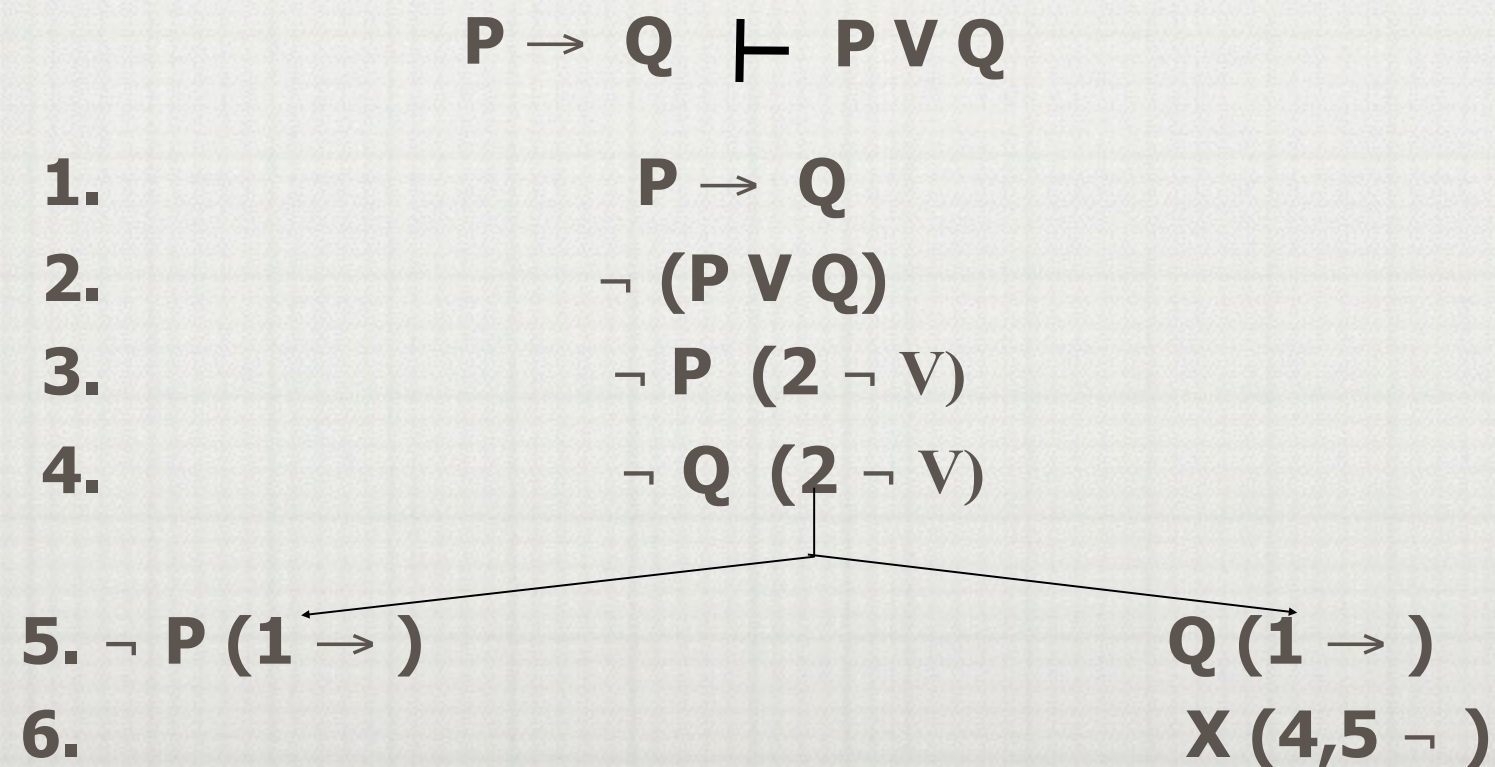
COMO A ÁRVORE COMPLETA  
ESTÁ FECHADA, A REFUTAÇÃO  
EMPREENDIDA FALHA E A  
FORMA É VÁLIDA.



# LÓGICA DAS PROPOSIÇÕES

## ÁRVORES DE REFUTAÇÃO

2.7. DISJUNÇÃO NEGADA ( $\neg \vee$ ): SE UM RAMO ABERTO CONTÉM UMA FÓRMULA NÃO TICADA DA FORMA  $\neg (\phi \vee \psi)$ , TICA-SE,  $\neg (\phi \vee \psi)$  E ESCREVE-SE  $\neg \phi$  E  $\neg \psi$  NO FINAL DE CADA RAMO ABERTO QUE CONTÉM  $\neg (\phi \vee \psi)$  TICADA.



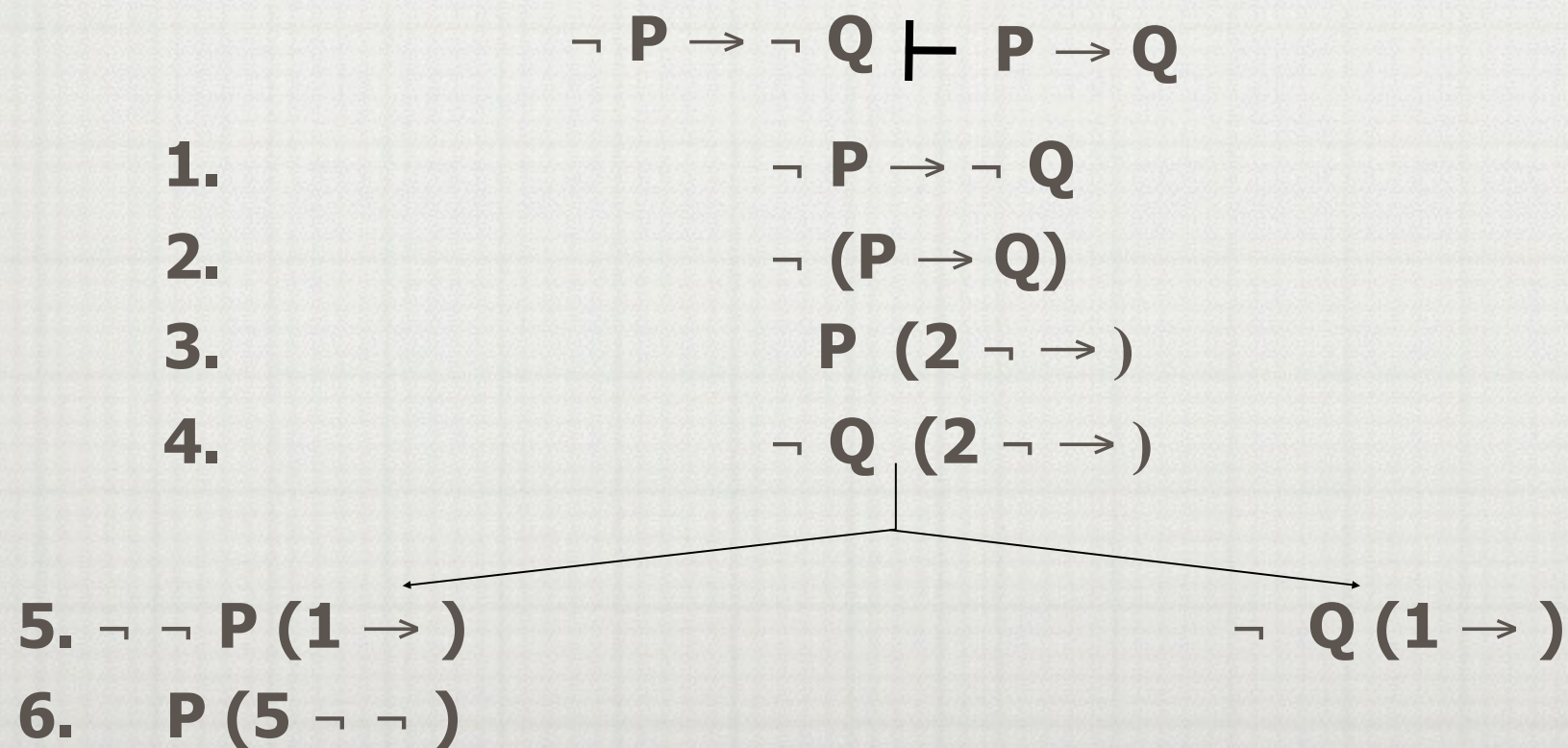
O RAMO ABERTO INDICA QUE A FORMA É INVÁLIDA



# LÓGICA DAS PROPOSIÇÕES

## ÁRVORES DE REFUTAÇÃO

2.8. CONDICIONAL NEGADO ( $\neg \rightarrow$ ): SE UM RAMO ABERTO CONTÉM UMA FÓRMULA NÃO TICADA DA FORMA  $\neg (\phi \rightarrow \psi)$ , TICA-SE,  $\neg (\phi \rightarrow \psi)$  E ESCREVE-SE  $\phi$  E  $\neg \psi$  NO FINAL DE CADA RAMO ABERTO QUE CONTÉM  $\neg (\phi \rightarrow \psi)$  TICADA.



OS RAMOS ABERTOS INDICA QUE A FORMA É INVÁLIDA



# LÓGICA DAS PROPOSIÇÕES

---

## ÁRVORES DE REFUTAÇÃO

2.9. BICONDICIONAL ( $\leftrightarrow$ ): SE UM RAMO ABERTO CONTÉM UMA FÓRMULA NÃO TICADA DA FORMA  $\phi \leftrightarrow \psi$ , TICA-SE,  $\phi \leftrightarrow \psi$  E BIFURCA-SE O FINAL DE CADA RAMO ABERTO QUE CONTÉM  $\phi \leftrightarrow \psi$  TICADA, NO FINAL DO PRIMEIRO RAMO SE ESCREVE  $\phi$  E  $\psi$  E NO FINAL DO SEGUNDO RAMO SE ESCREVE  $\neg \phi$  E  $\neg \psi$ .

$$P \leftrightarrow Q, \neg P \vdash \neg Q$$



# LÓGICA DAS PROPOSIÇÕES

---

## ÁRVORES DE REFUTAÇÃO

2.10. BICONDICIONAL NEGADO ( $\neg \leftrightarrow$ ): SE UM RAMO ABERTO CONTÉM UMA FÓRMULA NÃO TICADA DA FORMA  $\neg (\phi \leftrightarrow \psi)$ , TICA-SE,  $\neg (\phi \leftrightarrow \psi)$  E BIFURCA-SE O FINAL DE CADA RAMO ABERTO QUE CONTÉM  $\neg (\phi \leftrightarrow \psi)$  TICADA, NO FINAL DO PRIMEIRO RAMO SE ESCRVE  $\phi$  E  $\neg \psi$  E NO FINAL DO SEGUNDO RAMO SE ESCRVE  $\neg \phi$  E  $\psi$ .

$$P, P \rightarrow Q \quad \vdash \quad P \leftrightarrow Q$$