## АННОТАЦИЯ/РЕФЕРАТ

Дипломная работа: 17 с., 0 рис., 3 табл., 7 источников. ГЕНЕТИЧЕ-СКИЕ АЛГОРИТМЫ, МАШИННОЕ ОБУЧЕНИЕ, NP-ПОЛНЫЕ ЗА-ДАЧИ, ЗАДАЧА О РЮКЗАКЕ, ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ Объект исследования - задача о многомерном рюкзаке Цель работы - исследование применения генетического алгоритма к задаче о многомерном рюкзаке. В процессе работы был реализован генетический алгоритм на языке С# и его модификации. В результате исследования ...

# ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
АННОТАЦИЯ/РЕФЕРАТ	5
ВВЕДЕНИЕ	7
ГЛАВА 1 Теоретическая часть	8
1.1 Задача о многомерном рюкзаке	8
1.2 Генетические алгоритмы	9
1.2.1 Этапы работы алгоритма	10
1.2.2 Выбор этапов	11
1.2.3 Дополнения алгоритма	12
ГЛАВА 2 Вторая глава	13
2.1 Результаты реализации алгоритма	13
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	14
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	15
ПРИЛОЖЕНИЕ А КОД ПРОГРАММНОГО ПРОДУКТА	17

#### **ВВЕДЕНИЕ**

В ходе развития компьютерных наук человечеств встретилось с классом NP-полных задач. Такие задачи решаются алгоритмически за недетерминированное полиномиальное время, что существенно затрудняет поиск решения таких задач в приемлемые сроки. Одной из таких задач является задача о рюкзаке(Knapsack problem) и её модификации. Объектом исследования даной работы является задача о многомерном рюкзаке(Multidimensional knapsack problem). Предмет исследования решение задачи о многомерном рюкзаке с использованием генетического алгоритма.

Многие прикладные проблемы могут быть формализованы в виде рассматриваемой задачи. Примерами таких проблем являются размещение процессоров и баз данных в системе распределенных вычислений (см. [5]), погрузка груза и контроль бюджета (см. [6]), задачи раскройки (см. [7]) и др. Решение этих проблем обуславливает актуальность решения задачи о рюкзаке.

Цель исследования Для достижения цели были поставлены следующие задачи

- Исследовать
- Спроектировать
- Оценить

#### ГЛАВА 1

#### Теоретическая часть

#### 1.1 Задача о многомерном рюкзаке

В данной работе рассматривается задача о многомерном рюкзаке (Multidimensional 0-1 knapsack problem, MKP). Эта задача является модификацией классической задачи о рюкзаке, поставленной в 19 веке Джорджем Мэттьюсоном. (см [1]) Данный же вариант задачи впервые был предложен Клиффордом Петерсеном в 1967 году.(см [2]) Постановка задач такова

Пусть существует N предметов, каждый из которых имеет стоимость  $c_i$  и размеры  $s_{ij}$ , где  $i \in {1,2,...,N,j} \in {1,2,...,M}$ . Пусть также существует рюкзак с ограничениями по вместимости по измерениям  $r_i$ . Требуется максимизировать сумму

$$\sum_{i=1}^{N} c_i x_i$$

где  $x_i \in \{0,1\}$  при условии

$$\sum_{i=1}^{N} s_{ij} x_i < r_j \forall j \in \{1, 2, ..., M\}$$
(1.1)

И стандартная задача, и её модификация являются NP-полными задачами. Вычислительная сложность задачи такого рода при переборном решении для N предметов -

$$o(2^{N})$$

, что, вкупе с NP-сложностью, делает алгоритмическое решение та-

кой задачи неэффективным для больших N. Однако такие задачи могут быть решены эвристическими алгоритмами, то есть алгоритмами, для которых их корректность строго не доказана.

### 1.2 Генетические алгоритмы

Генетические алгоритмы являются семейством в множестве эвристических алгоритмов. Впервые такой алгоритм был предложен А. Фразером. (см [3]) Алгоритм является итеративным. Генетический алгоритм моделирует естественные процессы эволюции популяции, а именно - мутацию и скрещивание. Решение задачи с помощью такого алгоритма требует нескольких предварительных этапов:

- Выбор кодирования генотипа. На этом этапе нужно выбрать способ кодирования генотипа, который будет эффективен для данной задачи. Такой генотип должен однозначно моделировать сущность, рассматриваемую в задаче.
- Выбор начального приближения.

  Для запуска итерационного процесса требуется создать начальное множество пул генотипов.
- Выбор мутации. На каждой итерации алгоритма часть пула генотипов подвергется мутациям, то есть определенным образом изменяются их составляющие.
- Выбор механизма скрещивания (кроссинговера).
  После мутации происходит создание новых генотипов из частей старых с сохранением признаков родителя. Алгоритм скрещи-

вания позволяет получить из двух родительских генотипов два различных дочерних генотипа.

- Выбор функции оценки(фитнесс-функции).

Такая функция позволяет оценивать генотипы с точки зрения их близости к оптимальному решению и отбирать из них лучшие на каждой итерации.

### 1.2.1 Этапы работы алгоритма

- Создается пул генотипов с импользованием заданного алгоритма начального приближения
- Запускается итерационный процесс

Случайным образом выбирается часть пула, которая подвергнется мутации

Выбранная часть пула генотипов мутируется с использованием заданного алгоритма мутации

Мутировавшие генотипы замещают собой исходные в пуле, немутировавшие остаются без изменений

Из пула генотипов выбираются пары для скрещивания

Производится скрещивание с использованием заданного алгоритма

С использованием заданной функции оценки из результатов скрещивания выбираются лучшие

Если выполнено условие останова - например, достигнут предел числа итераций или известный максимум, то итерационный процесс завершается, в противном случае начинается следующая итерация. - Результат итерационного процесса отдается пользователю

#### 1.2.2 Выбор этапов

Наиболее естественным кодированием отдельного решения задачи о рюкзаке в генотип является бинарная последовательность длины N, состоящая из нулей и единиц. Каждый і-й элемент такой последовательности является индикатором вхождения і-го предмета в текущее решение. Такая модель требует наличия проверки коееректности генотипа - соблюдения условия 1.1

Для генерации начального приближения был использован жадный алгоритм. Сначала создается генотип из единиц, соответствующий конфигурации рюкзака, в который положены все предметы. Затем в случайном порядке единицы заменяются на нули, пока полученныая конфигурация не будет удовлетворять условию коррекности. После этого полученный генотип мутируется с помощью текущей мутации до заполнения пула решений.

В ходе работы было реализовано несколько алгоритмов мутации и скрещивания с целью сравнения их эффективности. Были реализованы следующие алгоритмы мутации:

- Мутация в одной позциции, при которой заменяется значение в одной случайно выбранной точке генотипа.
- Инверсионная мутация, при которой половина генотипа заменяется на противоположные значения.

Были реализованы следующие алгоритмы скрещивания:

- Скрещивание по 1 точке, при котором выбирается произвольная точка в последовательнсти генотипа, значения до точки берутся

от первого генотипа, после - от второго.

- Скрещивание по двум точкам, при котором выбираются две различные произвльные точки, значения внутри интервала и в самих точках берутся из первого генотипа, вне интервала из второго.
- Побитовае скрещивание, при котором значения на нечетных позициях берутся из первого генотипа, на четных из второго.

В качестве функции оценки используется стоимость всех предметов, содеражщихся в рюкзаке, соответствующем конфигурации.

### 1.2.3 Дополнения алгоритма

В связи со спецификой задачи в алгоритм были внесены дополнения.

Были введены проверки генотипов на корректность после мутации и скрещивания Если генотип не удовлетворяет условию корректности, то значения начиная с первой позиции начинают зануляться до достижения генотипом корректности.

Были введены дополнительные пулы лучших конфигураций за время работы алгоритма. Такие пулы решают одновременно несколько задач

- Недопущение сильного ухудшения результатов решения вследствие случайных мутаций.
- Возможность сравнения решений после окончания работы алгоритма
- Возможность сохранения результатов при перезапуске алгоритма с другим начальным приближением. Такой перезапуск оправдан при получении генотипа локального максимума.

#### ГЛАВА 2

#### Вторая глава

#### 2.1 Наборы тестов

Для оценки эффективности работы алгоритма было проведено его тестирование на различных наборах тестов. Первый набор тестов взят из книги Петерсена(см. [2]) и содержит 7 задач. Условия этих задач(см таблицу 2.1) позволяют проверить эффективность простейшей версии генетического алгоритма без модификаций и оценить её эффективность.

Таблица 2.1 --- Параметры первого набора тестов

№ задачи	Размерность	Количество предметов
1	6	10
2	10	10
3	15	10
4	20	10
5	28	10
6	39	5
7	50	5

Второй набор тестов взят из статьи Чу (см [4]) и содержит в себе 30 задач с одинаковыми параметрами: размерность рюкзака равна 5, рассматривается 100 различных предметов. Для каждого набора тестов известно лучшее решение, эффективность алгоритма оценивалась по скорости поиска решения в миллисекнудах и числу итераций. Для первого набора тестов рассматривались медианные значниия по 10 запускам

Таблица 2.2 --- одноточечная мутация, одноточечное скрещивание

№ теста	Итерации	Время, мс
1	6	8
2	114340	2694
3	712	18
4	4022	92
5	3049	97
6	400974	13481
7	9343432	396644

Таблица 2.3 --- одноточечная мутация, двуточечное скрещивание

№ теста	Итерации	Время, мс
1	21	9
2	70930	1697
3	901	22
4	2092	67
5	2672	95
6	23261	818
7	4770456	199461

## 2.2 Первый набор тестов

# 2.2.1 Мутация в одной позиции

Рассмотрим результаты работы алгоритма без модификаций на первом наборе тестов. Для одноточечной мутации(см таблицу 2.2) алгоритм находит целевое решение

Таблица 2.4 --- одноточечная мутация, побитовое скрещивание

№ теста	Итерации	Время. мс
1	3	9
2	1826334	33017
3	1455	49
4	7869	219
5	2198	74
6	289379	10013
7	348826	13940

# 2.2.2 Инверсионная мутация

Половинная мутация в контексте данной задачи оказалась менее эффективной(см таблицу 2.3)

## 2.3 Второй набор тестов

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе работы был реализован алгоритм, решающий зада

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Mathews, G. B. On the partition of numbers / G.B. Mathews / / Proceedings of the London Mathematical Society. 28: C. 486–490.
- 2. C.C.Petersen "Computational experience / with variants of the Balas algorithm applied to the selection of R&D projects" Management Science 13(9) (1967) 736-750.
- 3. Fraser Alex. Computer Models in Genetics. New York: McGraw-Hill, 1970. ISBN 0-07-021904-4.
- 4. P.C.Chu and J.E.Beasley "A genetic algorithm for the multidimensional knapsack problem-/ Journal of Heuristics, vol. 4, 1998, C. 63-86.
- 5. Gavish, B. and H. Pirkul. (1982). "Allocation of Databases and Processors in a Distributed Computing System." In J. Akoka (ed.) Management of Distributed Data Processing, North-Holland, c. 215–231.
- 6. Shih, W. (1979). "A Branch and Bound Method for the Multiconstraint Zero-One Knapsack Problem," Journal of the Operational Research Society 30, 369–378.
- 7. Gilmore, P.C. and R.E. Gomory. (1966). "The Theory and Computation of Knapsack Functions," Operations Research 14, 1045–1075.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

# КОД ПРОГРАММНОГО ПРОДУКТА

```
namespace Hellenist {
  public enum Case {
    Nominative = 1,
    Vocative = 2,
    Accusative = 3,
    Genitive = 4,
    Dative = 5
  }
}
```