Linguagens Formais e Autômatos

▼ CONJUNTO

- É uma coleção de elementos, em que não são consideradas ocorrências múltiplas dos mesmos nem há relação de ordem entre eles.
- Exemplo:
  - A inclusão do elemento♦ no conjunto {♣,♦,♥,♠} resulta no próprio conjunto {♣,♦,♥,♠}, pois o mesmo já faz parte do conjunto.
  - O conjunto {♣,♦,♥,♠} é igual ao conjunto {♦,♣,♠,♥}, uma vez que não existe relação de ordem entre os elementos que os compõem.

▼ SÍMBOLO

- Corresponde a uma representação gráfica única e indivisível, pode incluir qualquer combinação de caracteres.
  - Exemplos: “a”, “abc”, “♠”, “1”, etc.
- Símbolos podem ser agrupados na forma de um conjunto, caso em que o mesmo recebe o nome de alfabeto.
- Conjuntos, por outro lado, podem ser formados por elementos de outra natureza, e não apenas por símbolos.
  - Conjuntos formado por cadeias (sequências finitas de símbolos).
  - Conjunto cujos elementos também são conjuntos.

▼ ENUMERAÇÃO

- Alguns conjuntos podem ser especificados através da simples enumeração de todos os seus elementos, denotados entre chaves e separados por vírgulas.
- Exemplo:
  - O conjunto {a,b,c,d,e,f} é formado pelas seis primeiras letras do alfabeto romano.
  - O conjunto {01, 231, 33, 21323} contém os elementos 01,231,33 e 21323.

▼ NOMES

- Conjuntos podem ser referenciados através de nomes.

- Exemplo:
    - X = {0, 1, 2, 3}, Y = {a, b, c, d, e, f}.

NÚMERO DE ELEMENTOS

- O número de elementos contido em um conjunto A é denotado por $|A|$.
- Exemplo:
    - X = {0, 1, 2, 3} → $|X|=4$.

PERTENCIMENTO

- Utiliza-se os símbolos $\in$ e $\notin$.
- Exemplo:
    - X = {0, 1, 2, 3} → $0 \in X$, $5 \notin X$.

CONJUNTO FINITOS E INFINITOS

- Conjunto finitos: pode ser denotado enumerando-se todos os elementos que o compõe.
- Conjunto infinitos: podem ser denotados através da especificação de regras ou propriedades que devem ser satisfeitas por todos os seus elementos.
    - Exemplo: P = {x|x é um número primo}.

CONJUNTO VAZIO

- O conjunto não contém nenhum elemento.
- Por definição, $|\emptyset| = 0$.$\emptyset$

SUBCONJUNTO

- $A \subseteq B$ → A contido em B → somente se todos os elementos de A forem também elementos de B
    - A é um subconjunto de B
    - B contém A
- Os conjuntos $\emptyset$ e A são, por definição, subconjuntos de qualquer conjunto A
- Exemplo:
    - A = {b, c, d}, B = {a, b, c, d, e} e C = {e, a, d, b, c} → $A \subseteq B$ e $B \subseteq C$

UNIÃO, INTERSECÇÃO E CONJUNTOS DISJUNTOS

- $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$ ... $\bigcup_{0,n} A_i = A_0 \cup A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$
- $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$... $\bigcap_{0,n} A_i = A_0 \cap A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n$
- Dois conjuntos são ditos disjuntos se $A \cap B = \varnothing$

▼ DIFERENÇA

- $A - B = \{ x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}$ → todos os elementos de A que não pertencem a B

▼ COMPLEMENTAÇÃO

- A contemplação de A em relação a B → (B-A) → elementos de B que não estão em A

▼ PRODUTO CARTESIANO

- É o conjunto formado por todos os pares ordenados (a, b) em que a é um elemento de A, e b é um elemento de B.
- $A \times B = \{ (a, b) \mid a \in A \text{ e } b \in B \}$.

▼ ALFABETOS, PALAVRAS, LINGUAGENS E GRAMÁTICAS

▼ Símbolo e Caractere

- São entidades abstratas básicas, não definidas formalmente
- Exemplo: letras e dígitos

▼ Alfabeto

- Conjunto finito de símbolos
- Exemplo:
  - $\Sigma_1 = \{ a, b, c \}$
  - $\Sigma_2 = \{ 0, 1, 2, ..., 9 \}$
  - $\Sigma_3 = \{ \}$
- Conjunto de símbolos, uma sequência finita de símbolos justapostas
- Exemplo:
  - $\Sigma_1 = \{ a, b, c \}$
  - $\Sigma_2 = \{ 0, 1, 2, ..., 9 \}$
  - $\Sigma_3 = \{ \}$

▼ Palavra/ Cadeia de Caracteres → w

- a, abc, são palavras sobre {a,b,c}
- Palavra vazia: sem símbolos → é uma palavra sobre qualquer alfabeto
- ▼ Comprimento de uma palavra
    - número de símbolos que compõem uma palavra → | w |
    - Exemplo:
        - | abcb | = 4
        - | Ɛ| = 0
- ▼ Prefixo
    - Qualquer sequencia inicial de símbolos de uma palavra
    - Exemplo: {abcb} → Ɛ, a, ab, abc, abcd
- ▼ Sufixo
    - Qualquer sequencia final de símbolos de uma palavra
    - Exemplo: {abcb} → Ɛ, b, cb, bcb, abcb
- ▼ Subpalavra
    - Qualquer sequencia (seja no início, meio ou fim) dentro de uma palavra
    - Exemplo: prefixo e sufixos são subpalavras

▼ Conjunto de palavras

- Conjunto de palavras sobre ∑
    - ∑* → conjunto que inclui a palavra vazia (Ɛ)
    - ∑+ → conjunto que não inclui a palavra vazia

▼ Linguagem Formal

- Conjunto de palavras sobre um alfabeto
- Exemplo: ling. Formal sobre ∑ = { a, b }
    - Conjunto vazio → { }
    - Conjunto formado pela palavra vazia → { Ɛ }
    - Conjunto dos palíndromos

▼ Concatenação

- Sempre feita duas a duas, colocando uma palavra justaposta a outra (une duas palavras)
- Exemplo: para v = ab e w = cd → vw = abcd
- Propriedades:
  - Associativa: v(wt) = (vw)t
  - Elemento neutro : Ɛw = w = wƐ

▼ Concatenação Sucessiva

- Concatenação sucessiva de uma palavra com ela mesma
- indefinida para Ɛ^0

▼ Gramática

- Conjunto finito de regras para uma Linguagem Formal, quando aplicada sucessivas vezes, geram palavras
- è um formalismo Axiomático de geração
- Linguagem Gerada
  - G = (V,T,P,S)
  - linguagem gerada por G → L(G) ou Gera(G)
  - todas as palavras de símbolos terminais deriváveis, a partir de S
    - L(G) = { w ∈ T* | S →+ w } → A linguagem gerada pela gramática G é o conjunto de todas as palavras formadas por símbolos terminais que podem ser derivadas a partir da variável inicial S
  - V → Conjunto finito de símbolos, variáveis ou não terminais (sempre letras maiúsculas)
  - T → Conjunto finito de símbolos, terminais(sempre letras minúsculas), disjunto de V
  - P → Conjunto finito de pares (α, β)
    - Regra de produção
      - α é palavra de (V T)+
      - β é palavra de (V T)*

- S → elemento de V, variável inicial

- Notação de (α, β)
  - α → β
  - α → β1, α →β2, …, α → βn
  - α → β1| β2|…|βn

- Derivação α → β
  - Processo de aplicar as regras de produções sucessivas que permitem gerar as palavras da linguagem
  - è denotada por → e é definida indutivamente
  - Inicia-se sempre em S
  - notações para →
    - →* : fecho transitivo e reflexivo da relação, zero ou mais passos de derivação sucessivas
    - →+ : fecho transitivo da relação, um ou mais passos de derivação sucessivas
    - → i : exatos i passo de derivação sucessivas, i é um número natural

- Exemplo: números naturais
  - G = (V, T, P, S)
  - V = { S, D }
  - T = { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 }
  - P = {

    S → D, → Regra 1

    S → DS, → Regra 2

    D → 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 } → Regra 3
  - Derivação para o número 243
    - S → Regra 2
    - DS → Regra 3
    - 2S → Regra 2
    - 2DS → Regra 3

        - 24S → Regra 1
        - 243 → Regra 2
    - S→ DS→ 2S→2DS→24S→24D→243
- Equivalência de Gramáticas
    - G1 e G2 são equivalente se e somente se GERA(G1) = GERA(G2) → Conjunto de palavras aceitas devem ser iguais
- Exemplo:
- { ww | w é uma palavra de {a,b}* } → como a regra de produção é ww isso significa que a primeira parte tem que ser igual a segunda para ser uma palavra
- Isto é: abab, abbabb, aaaaaa, baba.
    - G = (V, T, P, S) = ({ S, X, Y, A, B, F }, { a, b }, P, S)
    - P = { S → XY,

      X → XaA | XbB | F

      Aa → aA, Ab → bA,

      AY → Ya, Ba → aB,

      Bb → bB, BY → Yb,

      Fa → aF, Fb → bF,

      FY → Ɛ }
- Como formar a palavra “baba”
    - S → XY → XaAY → XaYa → XbBaYa → XbaBYa → XbaYba → FbaYba → bFaYba → baFYba → baba → baba