MDI0002
Matemática Discreta
UDESC - Centro de Ciências Tecnológicas

Bacharelado em Ciência da Computação

Exercícios
Homomorfismos

1. Dado $h : \langle A, \oplus \rangle \rightarrow \langle B, \otimes \rangle$ um homomorfismo de álgebras, mostre que se $\langle A, \oplus \rangle$ for uma álgebra abeliana então h preserva comutatividade, ou seja, $h(a_1 \oplus a_2) = h(a_2 \oplus a_1)$

2. Dado $h : \langle A, \oplus \rangle \rightarrow \langle B, \otimes \rangle$ um homomorfismo de álgebras, mostre que se $\langle B, \otimes \rangle$ for uma álgebra abeliana então h preserva comutatividade.

3. A composição de homomorfismos de álgebras é dada pela composição das funções sobre os conjuntos suporte das álgebras. Ou seja, se $f : \langle A, \oplus \rangle \rightarrow \langle B, \otimes \rangle$ e $g : \langle B, \otimes \rangle \rightarrow \langle C, \nabla \rangle$ são homomorfismos de álgebras sendo $f : A \rightarrow B$ e $g : B \rightarrow C$ as funções sobre os conjuntos suportes, a função $g \circ f : A \rightarrow C$ define o homomorfismo de álgebras $g \circ f : \langle A, \oplus \rangle \rightarrow \langle C, \nabla \rangle$. Mostre que $g \circ f$ é de fato um homomorfismo de álgebras.

4. Generalizando a definição do exercício anterior para homomorfismos de monóides, prove que a composição de homomorfismos de monóides também é um homomorfismo de monóide.

5. Mostre que $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ onde $f(x) = x^2$ é um homomorfismo do monóide $\langle \mathbb{Z}, *, 1 \rangle$ para si mesmo.