Departamento de Ciência da Computação - DCC
Prof. Ricardo Martins
Site: https://ricardofm.com
Email: ricardo.martins@udesc.br
Ramal: 3481-7823
Sala: Bloco F – 2° piso (sala 8)

LINGUAGENS FORMAIS E AUTÔMATOS

LFA0001:
Ciência da Computação
4ª fase

AUTÔMATO FINITO COM MOVIMENTOS VAZIO

- **Movimento Vazio**
  - generalização do não-determinismo
  - importante no estudo
    - *da computação*
    - *das linguagens (sintaxe e semântica)*
  - nem sempre aumenta o poder computacional
    - *de uma classe de autômatos*
  - em particular...
    - qq AFN com movimentos vazio
    - pode ser simulado por um AFN

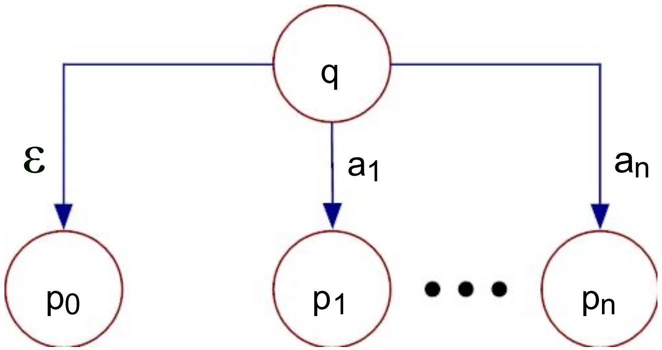
AUTÔMATO FINITO COM MOVIMENTOS VAZIO

- **Movimento Vazio**
  - relativamente aos AF, facilita
    - * construções
    - * demonstrações
- **Ideia básica**
  - função programa pode incluir:
    - * transições sem leitura de símbolo da fita
  - em semântica formal
    - * transições encapsuladas

LINGUAGENS REGULARES

- ***AF com Movimentos Vazio***
  - AFNε ou simplesmente AFε
  - $M = (\Sigma, Q, \delta, q0, F)$
  - Σ, Q, F, q_0 como em um AFN
    - Σ alfabeto de símbolos de entrada
    - Q conjunto finito de estados
    - q_0 estado inicial do autômato tq $q_0 \in Q$
    - F conjunto de estados finais tq $F \subseteq Q$
  - δ função programa ou função de transição
  - função parcial

FUNÇÃO PROGRAMA



- ***Processamento (semântica)***
  - análogo ao de um AFN
  - processamento de uma transição vazia
    - também é não-determinista
    - assume simultaneamente os estados origem e destino
    - origem de uma transição vazia sempre é um caminho alternativo

PROCESSAMENTO (FORMAL)

- **função programa estendida**
  - conjunto de estados
  - palavra
  - baseado na noção de fecho vazio
- **Fecho Vazio**
  - de um estado (ou conjunto de estados)
  - resulta em um conjunto de estados
  - atingíveis exclusivamente por zero ou mais movimentos vazios

DEFINIÇÃO. FECHO VAZIO

- ***FECHO-ε ou Fε***
- *seja $M = (\sum, Q, \delta, q0, F)$ um **AFε***
- Fε: $Q \rightarrow 2^{Q}$ é indutivamente definida
- $\delta(q, \varepsilon)$ *não* é definido
  - $F\varepsilon(q) = \{q\}$
- $\delta(q, \varepsilon)$ é definido

  $F\varepsilon(q) = \{q\} \cup \delta(q, \varepsilon) \bigcup_{p \in \delta(q,\varepsilon)} F_{\varepsilon}(p)$

DEFINIÇÃO. FECHO VAZIO ESTENDIDA

- **Para conjunto de estados**
  - para conjunto de estados
  - $F\varepsilon: 2^Q \rightarrow 2^Q$ tq
    - $F\varepsilon(P) = \cup_{q \in P} F\varepsilon(q)$

FUNÇÃO PROGRAMA ESTENDIDA

- Seja $M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$ um AFε
- $\underline{\delta}: 2^Q \times \Sigma^* \rightarrow 2^Q$, é indutivamente definida
  - $\underline{\delta}(P, \varepsilon) = F\varepsilon(P)$
  - $\underline{\delta}(P, wa) = F\varepsilon(R)$
  - $R = \{r \mid r \in \delta(s, a) \text{ e } s \in \underline{\delta}(P, w)\}$

LINGUAGEM ACEITA / REJEITADA

- análogo ao AFN
- w ∈ ACEITA(M)
  - * pelo menos um caminho alternativo aceita w

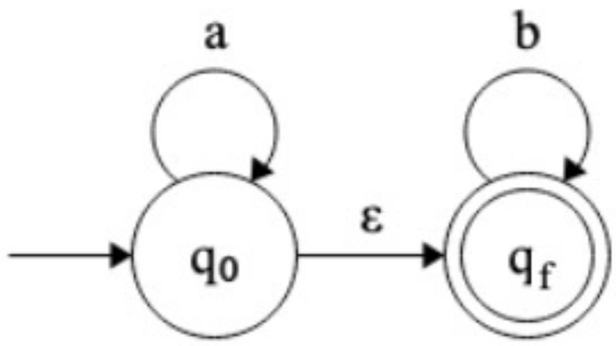
  w ∈ REJEITA(M)
  - * todas as alternativas rejeitam w

EXEMPLO

L_7 = { w | qualquer símbolo a <u>antecede</u> qualquer símbolo b}

$$M = (\{a, b\}, \{q_0, q_f\}, \delta_7, q_0, \{q_f\})$$

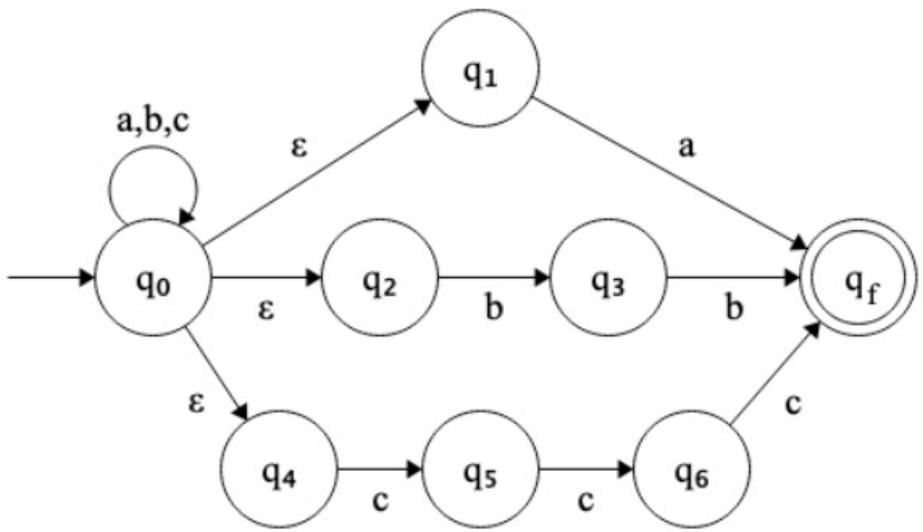
δ7	a	b	ε
q_0	$\{q_0\}$	-	$\{q_f\}$
q_f	-	$\{q_f\}$	-



EXEMPLO

Exemplo: **L8 = {w | w possui como <u>sufixo</u> a ou bb ou ccc}**

M = ({a, b, c}, {q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_f}, δ_8, q_0, {q_f})



$F\varepsilon(\{q_0\}) = \{q_0, q_1, q_2, q_4\}$

$\underline{\delta}(\{q_0\}, abb) = F\varepsilon(\{r \mid r \in \delta(s, b) \text{ e } s \in \underline{\delta}(\{q_0\}, ab)\})$

$\underline{\delta}(\{q_0\}, ab) = F\varepsilon(\{r \mid r \in \delta(s, b) \text{ e } s \in \underline{\delta}(\{q_0\}, a)\})$

$\underline{\delta}(\{q_0\}, a) = F\varepsilon(\{r \mid r \in \delta(s, a) \text{ e } s \in \underline{\delta}(\{q_0\}, \varepsilon)\})$

- $\underline{\delta}(\{q_0\}, \varepsilon) = F\varepsilon(\{q_0\}) = \{q_0, q_1, q_2, q_4\}$
- $\underline{\delta}(\{q_0\}, a) = \{q_0, q_1, q_2, q_4, q_f\}$
- $\underline{\delta}(\{q_0\}, ab) = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$
- $\underline{\delta}(\{q_0\}, abb) = \{q_0, q_1, q_2, q_4, q_f\}$

NÃO-DETERMINISMO × MOVIMENTOS VAZIOS

- movimentos vazio
  * aparentemente, um significativo acréscimo
  * ao poder computacional de um AFN
- na realidade
  * não aumenta o poder computacional
- para cada AFε
  * é possível construir um AFN equivalente
  * (que realiza o mesmo processamento)
  * o contrário também é verdadeiro

EQUIVALÊNCIA

- ***Teorema:*** **A classe dos AFε é equivalente à classe dos AFN**
  - uma linguagem é regular sse é aceita por um AFε
  - a capacidade de reconhecimento dos AFε é a mesma dos AFD e dos AFN
- **Prova**
  - mostrar que
    - a partir de um AFε qq
    - é possível construir um AFN
    - que realiza o mesmo processamento

EQUIVALÊNCIA

- AFε →AFN
  - cada transição (não-vazia)
  - estendida com todos os estados possíveis de serem atingidos por transições vazias
- AFN →AFε
  - decorre trivialmente das definições (por que?)

EQUIVALÊNCIA

♦ Prova

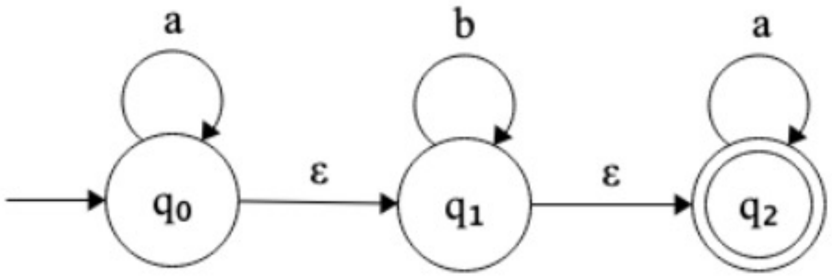
- seja $M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$ um AFε qualquer
- seja $M' = (\Sigma, Q, \delta', q_0, F')$ um AFN
- δ'
  - $\delta': Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$
  - $\delta'(q, a) = \underline{\delta}(\{q\}, a)$
- F'
  - conjunto de todos $q \in Q$ tq
  - algum elemento do $F\varepsilon(q)$ pertence a F
- ¿ AFN simula o AFε ?
  - indução no tamanho da palavra

EQUIVALÊNCIA - EXEMPLO

- $M_9 = (\{a, b\}, \{q_0, q_1, q_2\}, \delta_9, q_0, \{q_2\})$

δ9	a	b	ε
q0	{q0}	-	{q1}
q1	-	{q1}	{q2}
q2	{q2}	-	-

- $M_9' = (\{a, b\}, \{q_0, q_1, q_2\}, \delta_9', q_0, F')$
- $F' = \{q_0, q_1, q_2\}$, pois
  - $F\varepsilon(q_0) = \{q_0, q_1, q_2\}$
  - $F\varepsilon(q_1) = \{q_1, q_2\}$
  - $F\varepsilon(q_2) = \{q_2\}$



EQUIVALÊNCIA - EXEMPLO

- $\delta_9'(q_0, a) = \underline{\delta}_9(\{q_0\}, a) =$
  $F\varepsilon(\{r \mid r \in \delta(s, a) \text{ e } s \in \underline{\delta}(\{q_0\}, \varepsilon)\}) = \{q_0, q_1, q_2\}$
- $\delta_9'(q_0, b) = \underline{\delta}_9(\{q_0\}, b) =$
  $F\varepsilon(\{r \mid r \in \delta(s, b) \text{ e } s \in \underline{\delta}(\{q_0\}, \varepsilon)\}) = \{q_1, q_2\}$
- $\delta_9'(q_1, a) = \underline{\delta}_9(\{q_1\}, a) =$
  $F\varepsilon(\{r \mid r \in \delta(s, a) \text{ e } s \in \underline{\delta}(\{q_1\}, \varepsilon)\}) = \{q_2\}$
- $\delta_9'(q_1, b) = \underline{\delta}_9(\{q_1\}, b) =$
  $F\varepsilon(\{r \mid r \in \delta(s, b) \text{ e } s \in \underline{\delta}(\{q_1\}, \varepsilon)\}) = \{q_1, q_2\}$
- $\delta_9'(q_2, a) = \underline{\delta}_9(\{q_2\}, a) =$
  $F\varepsilon(\{r \mid r \in \delta(s, a) \text{ e } s \in \underline{\delta}(\{q_2\}, \varepsilon)\}) = \{q_2\}$
- $\delta_9'(q_2, b) = \underline{\delta}_9(\{q_2\}, b) =$
  $F\varepsilon(\{r \mid r \in \delta(s, b) \text{ e } s \in \underline{\delta}(\{q_2\}, \varepsilon)\})$ é indefinida

EQUIVALÊNCIA - EXEMPLO