Árvores B

Estruturas de dados II
Prof. Allan Rodrigo Leite

Árvores B

- Estrutura de árvore autobalanceada para dados classificados
  - Acesso sequencial
  - Acesso aleatório (pesquisa)

- Possui complexidade de tempo logarítmo
  - Acesso aleatório: O(log n)
  - Inserção: O(log n)
  - Remoção: O(log n)

- Idealizada por Rudolf Bayer e Edward McCreight (1971)
  - Muito utilizada atualmente em banco de dados e sistemas de arquivos

Relação entre árvores binárias e árvores B

- Árvore binária
  - Recomendado para **classificação interna**
    - Trabalha com dados em memória principal
  - Estrutura de árvore autobalanceada para dados classificados
  - Possui complexidade de tempo logarítmo

- Árvore B
  - Recomendado para **classificação externa**
    - Trabalha com dados em memória secundária
    - Objetiva reduzir o acesso aos dispositivos de memória secundária
  - É uma generalização de árvores binárias
    - Porém, os nós podem ter mais de dois filhos

Conceitos da árvores B

- Nó da árvore
  - Armazena um conjunto não vazio de chaves
  - As chaves são armazenadas em ordem crescente
  - Os nós também são chamados de páginas

- Páginas
  - Refere-se à organização de dados em blocos
  - Visa reduzir o acesso de E/S a partir técnica de paginação de dados
  - Exemplos
    - Paginação de memória principal
    - Sistema de arquivos
    - Gerenciadores de bancos de dados

Conceitos da árvores B

- Quantidade de chaves em um nó
  - Todo nó possui uma quantidade mínima e máxima de chaves
    - Exceto o nó raiz que não possui quantidade mínima
  - Para cada chave há um ponteiro a esquerda e direita para os nós filhos
    - A quantidade de filhos de um nó será o número de chaves mais um

- Ordem da árvore (Bayer e McCreight, 1972)
  - O número mínimo de chaves representa ordem da árvore
  - Todo nó (exceto a raiz) deve ter pelo menos 50% de ocupação
    - Nós intermediários e nós folhas devem seguir esta taxa de ocupação
  - Exemplo de árvore com ordem `M` = 2
    - Mínimo: 2 chaves
    - Máximo: 4 chaves

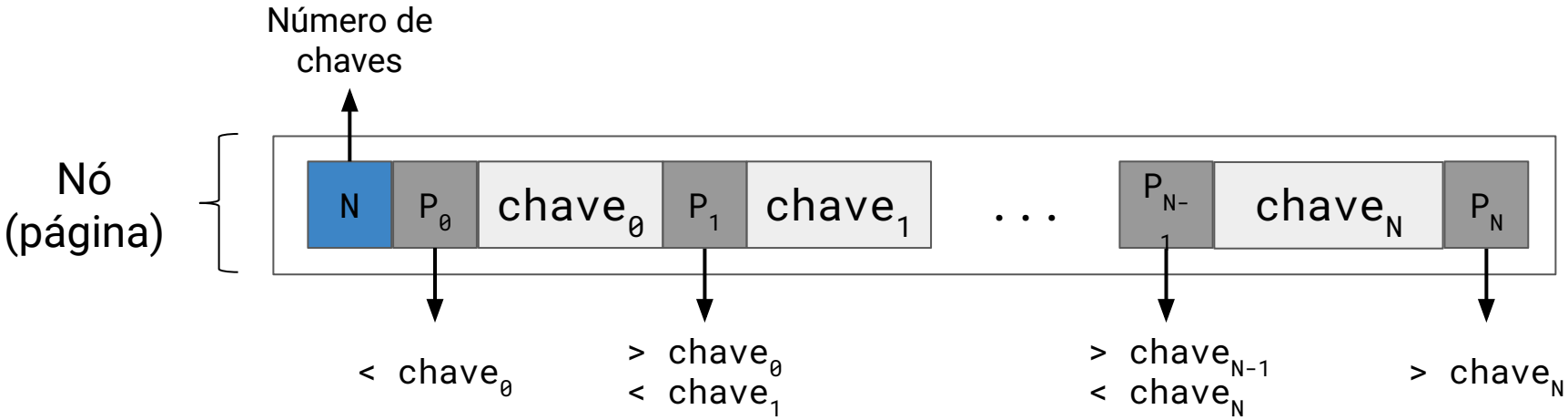
Conceitos da árvores B

- Propriedades da árvore
  - Todos os nós folhas estão no mesmo nível
  - A árvore cresce a partir da raiz
    - Uma árvore binária típica cresce a partir das folhas
  - As chaves de um nó devem estar ordenados de forma crescente

- Operações em uma árvore B
  - Adicionar uma chave
  - Remover uma chave
  - Localizar uma chave
  - Percorrer a árvore

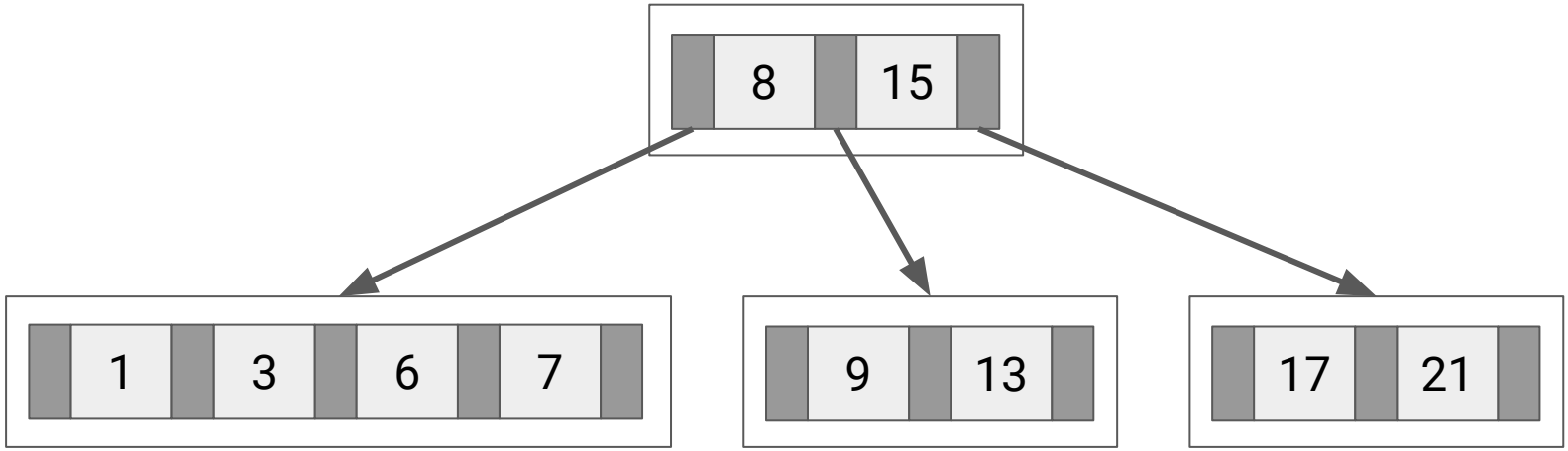
Estrutura da árvores B

- Estrutura do nó
  - Conjunto não vazio de chaves
  - Cada chave é precedida por um ponteiro para um nó filho
  - As chaves de registros são usualmente códigos numéricos

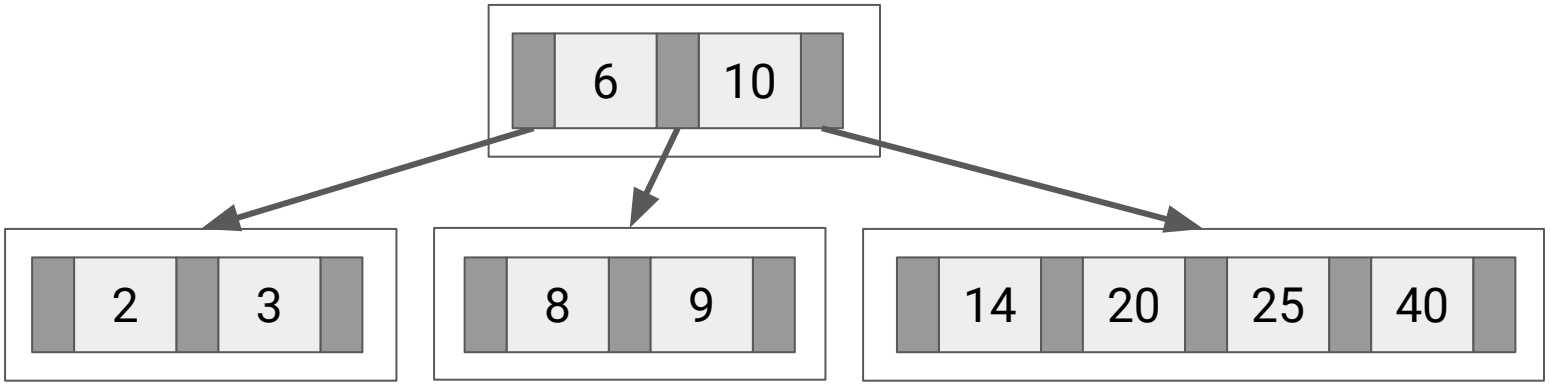


Estrutura da árvores B

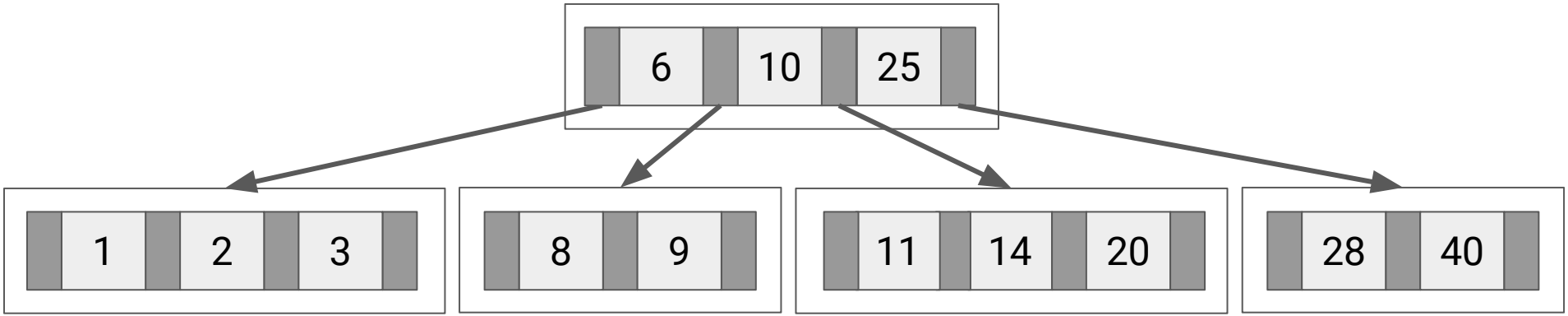
- Estrutura da árvore
  - Nó raiz é a exceção para quantidade mínima de chaves
  - Os filhos de um nó é igual ao número de chaves mais um
  - Todos os nós folhas estão no mesmo nível da árvore



M = 2 → 25, 10, 3, 8, 14, 40, 20, 9, 2, 6, 28, 11, 1



M = 2 → 25, 10, 3, 8, 14, 40, 20, 9, 2, 6, 28, 11, 1



Estrutura da árvores B

- Estrutura da árvore

```
typedef struct no {
    int total;
    int* chaves;
    struct no** filhos;
    struct no* pai;
} No;

typedef struct arvoreB {
  No* raiz;
  int ordem;
} ArvoreB;
```

Operações em árvores B

- Criar uma árvore B com uma ordem predefinida

```
ArvoreB* criaArvore(int ordem) {
    ArvoreB* a = malloc(sizeof(ArvoreB));
    a->ordem = ordem;
    a->raiz = criaNo(a);

    return a;
}
```

Operações em árvores B

- Criar uma árvore B com uma ordem predefinida (cont.)

```
No* criaNo(ArvoreB* arvore) {
    int max = arvore->ordem * 2;
    No* no = malloc(sizeof(No));

    no->pai = NULL;

    no->chaves = malloc(sizeof(int) * (max + 1));
    no->filhos = malloc(sizeof(No) * (max + 2));
    no->total = 0;

    for (int i = 0; i < max + 2; i++)
        no->filhos[i] = NULL;

    return no;
}
```

Operações em árvores B

- Percorrer uma árvore a partir de um nó

```
void percorreArvore(No* no, void (visita)(int chave)) {
    if (no != NULL) {
        for (int i = 0; i < no->total; i++){
            percorreArvore(no->filhos[i], visita);

            visita(no->chaves[i]);
        }

        percorreArvore(no->filhos[no->total], visita);
    }
}
```

Operações em árvores B

- Localizar uma chave em uma árvore

```
int localizaChave(ArvoreB* arvore, int chave) {
    No *no = arvore->raiz;

    while (no != NULL) {
        int i = pesquisaBinaria(no, chave);

        if (i < no->total && no->chaves[i] == chave) {
            return 1; //encontrou
        } else {
            no = no->filhos[i];
        }
    }

    return 0; //não encontrou
}
```

Operações em árvores B

- Localizar uma chave em uma árvore (cont.)

```
int pesquisaBinaria(No* no, int chave) {
    int inicio = 0, fim = no->total - 1, meio;
    while (inicio <= fim) {
        meio = (inicio + fim) / 2;
        if (no->chaves[meio] == chave) {
            return meio; //encontrou
        } else if (no->chaves[meio] > chave) {
            fim  = meio - 1;
        } else {
            inicio = meio + 1;
        }
    }
    return inicio; //não encontrou
}
```

Operações em árvores B

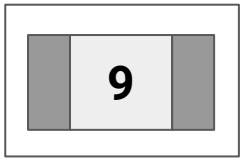
- Adicionar novas chaves
  - Inicia localizando o nó que deverá ser adicionada a chave
    - Use uma busca tradicional, porém, retorna o nó ao invés da chave
  - Insere a chave no nó localizado anteriormente
    - Deve prever os limites de chaves em um nó
    - Transbordo ou *overflow*: número de chaves excede a capacidade
  - Se ocorrer transbordo, deve ser realizado uma divisão do nó
    - Divisão ou *split*: separa as chaves contidas em um nó em dois
    - Cada nó (atual e o novo) possuirão 50% de ocupação
  - Após a divisão, a chave central da divisão deve ser promovida
    - Esta adição da chave promovida deve ser recursiva
    - Caso a divisão ocorrer na raiz, será adicionado um novo nível na árvore

Estrutura da árvores B

- Exemplo de adição de chaves em uma árvore de ordem `M = 1`
  - Chaves: 9, 3, 11, 7, 8, 5, 1

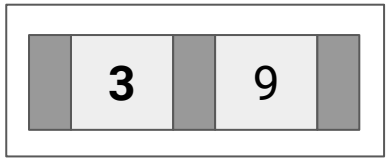
Estrutura da árvores B

- Exemplo de adição de chaves em uma árvore de ordem `M = 1`
  - Chaves: **9**, 3, 11, 7, 8, 5, 1



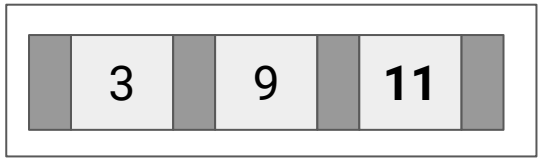
Estrutura da árvores B

- Exemplo de adição de chaves em uma árvore de ordem `M = 1`
  - Chaves: 9, **3**, 11, 7, 8, 5, 1



Estrutura da árvores B

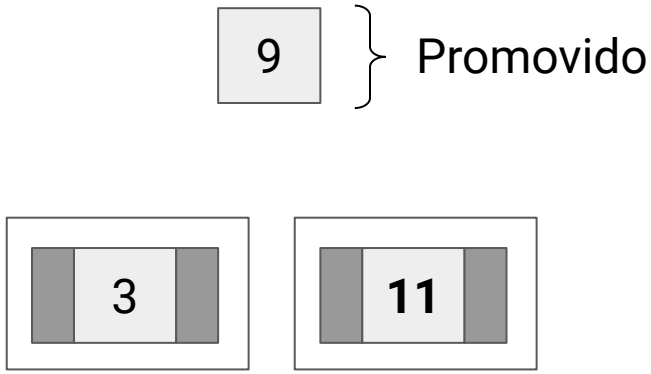
- Exemplo de adição de chaves em uma árvore de ordem `M = 1`
  - Chaves: 9, 3, **11**, 7, 8, 5, 1



Overflow

Estrutura da árvores B

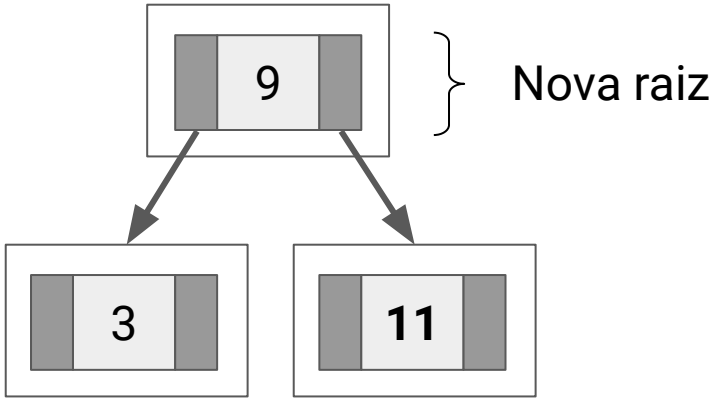
- Exemplo de adição de chaves em uma árvore de ordem `M = 1`
  - Chaves: 9, 3, **11**, 7, 8, 5, 1



Split

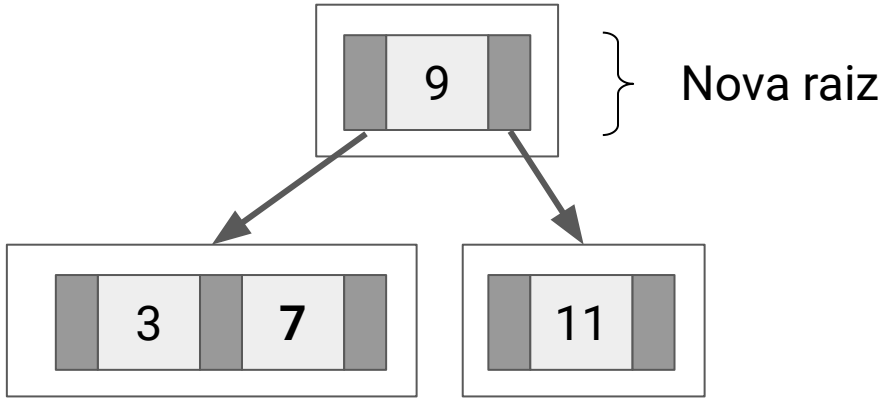
Estrutura da árvores B

- Exemplo de adição de chaves em uma árvore de ordem `M = 1`
  - Chaves: 9, 3, **11**, 7, 8, 5, 1



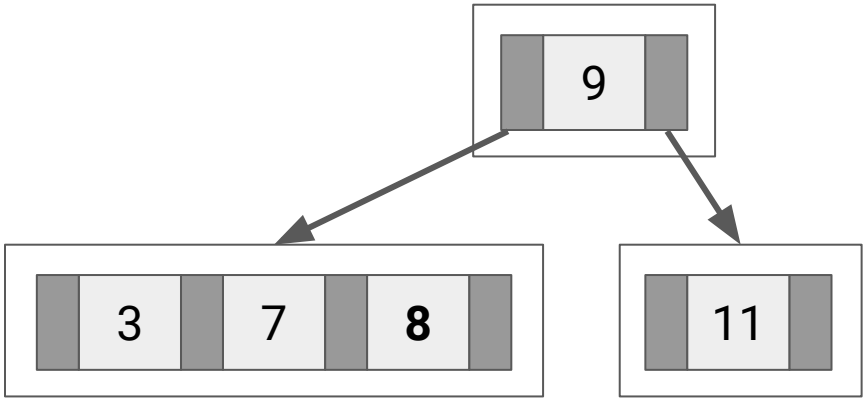
Estrutura da árvores B

- Exemplo de adição de chaves em uma árvore de ordem `M = 1`
  - Chaves: 9, 3, 11, **7**, 8, 5, 1



Estrutura da árvores B

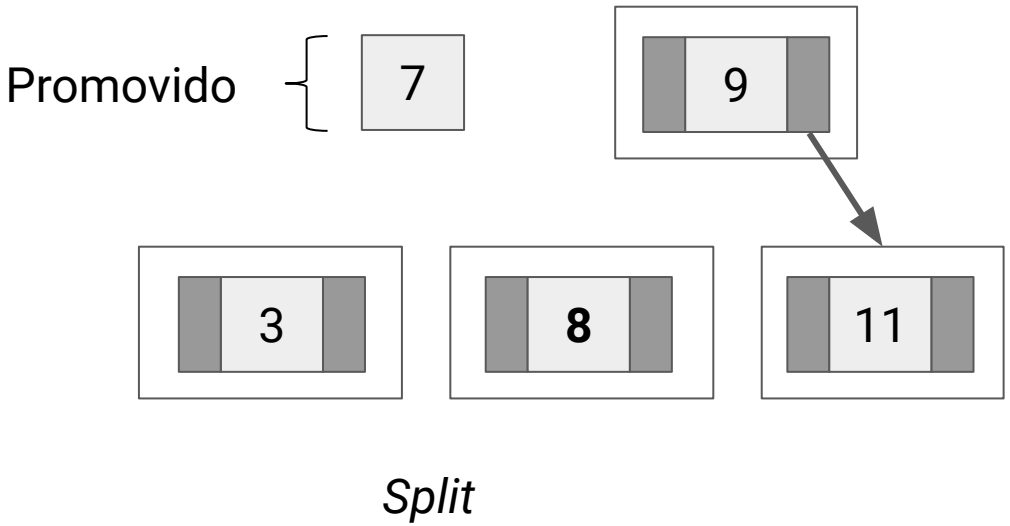
- Exemplo de adição de chaves em uma árvore de ordem `M = 1`
  - Chaves: 9, 3, 11, 7, **8**, 5, 1



Overflow

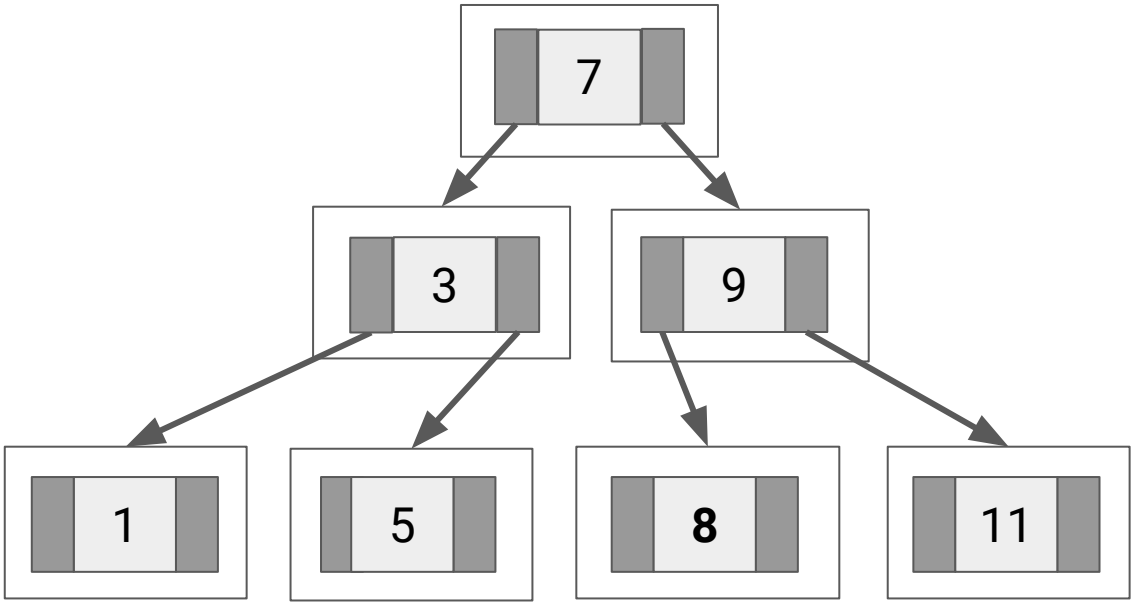
Estrutura da árvores B

- Exemplo de adição de chaves em uma árvore de ordem `M = 1`
  - Chaves: 9, 3, 11, 7, **8**, 5, 1



Estrutura da árvores B

- Exemplo de adição de chaves em uma árvore de ordem `M = 1`
  - Chaves: 9, 3, 11, 7, 8, 5, **1**



Operações em árvores B

- Localizar um nó a partir de uma chave

```
No* localizaNo(ArvoreB* arvore, int chave) {
    No *no = arvore->raiz;

    while (no != NULL) {
        int i = pesquisaBinaria(no, chave);

        if (no->filhos[i] == NULL)
            return no; //encontrou nó
        else
            no = no->filhos[i];
    }

    return NULL; //não encontrou nenhum nó
}
```

Operações em árvores B

- Adicionar chave em um nó

```
void adicionaChaveNo(No* no, No* direita, int chave) {
    int i = pesquisaBinaria(no, chave);

    for (int j = no->total - 1; j >= i; j--) {
        no->chaves[j + 1] = no->chaves[j];
        no->filhos[j + 2] = no->filhos[j + 1];
    }

    no->chaves[i] = chave;
    no->filhos[i + 1] = direita;

    no->total++;
}
```

Operações em árvores B

- Verificar se houve transbordo (*overflow*) em um nó

```
int transbordo(ArvoreB *arvore, No *no) {
    return no->total > arvore->ordem * 2;
}
```

Operações em árvores B

- Dividir chaves (*split*) de um nó em um novo nó

```
No* divideNo(ArvoreB* arvore, No* no) {
    int meio = no->total / 2;
    No* novo = criaNo(arvore);
    novo->pai = no->pai;

    for (int i = meio + 1; i < no->total; i++) {
        novo->filhos[novo->total] = no->filhos[i];
        novo->chaves[novo->total] = no->chaves[i];
        if (novo->filhos[novo->total] != NULL) novo->filhos[novo->total]->pai = novo;

        novo->total++;
    }

    novo->filhos[novo->total] = no->filhos[no->total];
    if (novo->filhos[novo->total] != NULL) novo->filhos[novo->total]->pai = novo;
    no->total = meio;
    return novo;
}
```

Operações em árvores B

- Adicionar nova chave na árvore

```
void adicionaChave(ArvoreB* arvore, int chave) {
    No* no = localizaNo(arvore, chave);

    adicionaChaveRecursivo(arvore, no, NULL, chave);
}
```

Operações em árvores B

- Adicionar nova chave na árvore (cont.)

```
void adicionaChaveRecursivo(ArvoreB* arvore, No* no, No* novo, int chave) {
    adicionaChaveNo(no, novo, chave);
    if (transbordo(arvore, no)) {
        int promovido = no->chaves[arvore->ordem];
        No* novo = divideNo(arvore, no);

        if (no->pai == NULL) {
            No* raiz = criaNo(arvore);
            raiz->filhos[0] = no;
            adicionaChaveNo(pai, novo, promovido);

            no->pai = raiz;
            novo->pai = raiz;
            arvore->raiz = raiz;
        } else
            adicionaChaveRecursivo(arvore, no->pai, novo, promovido);
    }
}
```

Árvores B

Estruturas de dados II
Prof. Allan Rodrigo Leite