

Exercício 1. Seja o plano $\pi : 2x - y + 3z + 1 = 0$. Calcular

- O ponto de π que tem abscissa 4 e ordenada 3
- O ponto de π que tem abscissa 1 e cota 2
- O valor de k para que o ponto $P(2, k+1, k)$ pertença a π
- O ponto de abscissa zero e cuja ordenada é o dobro da cota

Exercício 2. Determinar a equação geral do plano que satisfaça as seguintes condições:

- É paralelo ao plano $\pi : 2x - 3y - z + 5 = 0$ e contém o ponto $A(4, -1, 2)$.
- É perpendicular à reta $r : \begin{cases} x = 2y - 3 \\ z = -y + 1 \end{cases}$ e contém o ponto $A(1, 2, 3)$.
- É paralelo ao eixo dos x e contém os pontos $A(-2, 0, 2)$ e $B(0, -2, 1)$.
- É perpendicular ao eixo dos y e contém o ponto $A(3, 4, -1)$.
- Contém os pontos $A(-1, 2, 0)$, $B(2, -1, 1)$ e $C(1, 1, -1)$.
- Contém os pontos $A(2, 1, 3)$, $B(-3, 1, 3)$ e $C(4, 2, 3)$.
- Passa pelos pontos $A(-3, 1, -2)$ e $B(-1, 2, 1)$ e é paralelo ao vetor $\vec{v} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$.
- Passa pelos pontos $A(1, -2, 2)$ e $B(-3, 1, -2)$ e é perpendicular ao plano $\pi : 2x + y - z + 8 = 0$.
- Contém o ponto $A(4, 1, 0)$ e é perpendicular aos planos $\pi_1 : 2x - y - 4z - 6 = 0$ e $\pi_2 : x + y + 2z - 3 = 0$.
- Contém as retas $r : \begin{cases} x = -3 + t \\ y = -t \\ z = 4 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-2}; z = 0 \end{cases}$.
- Contém o ponto $A(3, -2, -1)$ e a reta $r : \begin{cases} x + 2y + z - 1 = 0 \\ 2x + y - z + 7 = 0 \end{cases}$
- Contém o ponto $A(-1, 2, 0)$ e a reta interseção dos planos $\pi_1 : 2x - y = 0$ e $\pi_2 : x + y - z - 4 = 0$.

Exercício 3. Estabelecer as equações paramétricas dos seguintes planos:

- Determinado pelos pontos $A(1, 1, 0)$, $B(2, 1, 3)$ e $C(-1, -2, 4)$.
- Contém a reta $r : \begin{cases} y = 2x - 3 \\ z = -x + 2 \end{cases}$ e é perpendicular ao plano $\pi_1 : 2x + y - z + 5 = 0$.

Exercício 4. Determinar um vetor unitário ortogonal ao plano $\pi : \sqrt{2}x + y - z + 5 = 0$.

Exercício 5. Determinar o ângulo entre os seguintes planos:

- $\pi_1 : x + 2y + z - 10 = 0$ e $\pi_2 : 2x + y - z + 1 = 0$
- $\pi_1 : 2x - 2y + 1 = 0$ e $\pi_2 : 2x - y - z = 0$
- $\pi_1 : 3x + 2y - 6 = 0$ e π_2 : plano xOz
- $\pi_1 : 3x + 2y - 6 = 0$ e π_2 : plano yOz

Exercício 6. Determinar o ângulo que a reta

$$r : \left\{ \frac{x-2}{3} = \frac{y}{-4} = \frac{z+1}{5} \right.$$

forma com o plano $\pi : 2x - y + 7z - 1 = 0$.

Exercício 7. Dados os planos $\pi_1 : -4x + 4y - 4 = 0$ e $\pi_2 : -2x + y + z = 0$, determine:

- a) a interseção entre π_1 e π_2 .
- b) o ângulo entre π_1 e π_2 .

Exercício 8. Determinar as equações paramétricas da reta que passa pelo ponto $A(-1, 0, 0)$ e é paralela aos planos $\pi_1 : 2x - y - z + 1 = 0$ e $\pi_2 : x + 3y + z - 5 = 0$.

Exercício 9. Calcular os valores de m e n para que a reta

$$r : \left\{ \begin{array}{l} y = 2x - 3 \\ z = -x + 4 \end{array} \right.$$

esteja contida no plano $\pi : nx + my - z - 2 = 0$.

Exercício 10. Estabelecer as equações reduzidas, sendo x a variável independente, da reta interseção dos planos $\pi_1 : 3x - y + z - 3 = 0$ e $\pi_2 : x + 3y + 2z + 4 = 0$.

Exercício 11. Determinar o ponto de interseção da reta $r : \left\{ \begin{array}{l} x = t \\ y = 1 - 2t \\ z = -t \end{array} \right.$ com o plano $\pi : 2x + y - z - 4 = 0$.

Exercício 12. O plano $\pi : x + y - z - 2 = 0$ intercepta os eixos cartesianos nos pontos A , B e C . Calcular a área do triângulo ABC .

Exercício 13. Determine a posição relativa entre:

a) as retas $r : \left\{ \begin{array}{l} x = -1 \\ y = 3 \end{array} \right.$ e $s : \left\{ \begin{array}{l} y = 4x + 7 \\ z = x \end{array} \right.$

b) a reta $r : \left\{ \begin{array}{l} x = 1 + 3t \\ y = -1 - 2t \\ z = t \end{array} \right.$ e o plano $\pi : x + 2y + z + 1 = 0$

c) os planos $\pi_1 : -2x + 3y + 4z = 9$ e $\pi_2 : 3x - 2y + 3z = 10$

d) a reta $r : \left\{ \begin{array}{l} x - 1 = \frac{y+1}{-2} \\ z = 0 \end{array} \right.$ e o plano $\pi : 2x + y - 3z - 1 = 0$

e) a reta $s : \left\{ \begin{array}{l} y = 2x - 3 \\ z = -x + 4 \end{array} \right.$ e o plano $\pi : 3x - 2y - z - 2 = 0$

Exercício 14. Considere as retas

$$r : \begin{cases} x = 1 \\ z = 2y - 6 \end{cases} \quad ; \quad s : \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -1 + 3t \\ z = 6 - t \end{cases} \quad \text{e} \quad t : \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{6} = \frac{z}{-2}$$

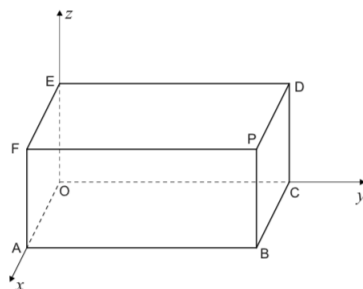
- a) Determine a posição relativa das retas a seguir e, se houver, seu ponto de interseção:
- r e s
 - r e t
 - s e t
- b) Determine, se houver, a equação do plano que contém as retas:
- r e s
 - r e t
 - s e t

Exercício 15. Determine as equações simétricas de uma reta l que é ortogonal a r , forma uma ângulo de 60° com o eixo das ordenadas e intercepta o eixo das abcissas em $x = 2$.

Exercício 16. Classifique as afirmações abaixo em verdadeiras ou falsas e justifique sua resposta.

- A reta que passa pelos pontos $A(2, 1, 3)$ e $B(2, 4, 3)$ é paralela ao plano coordenado xz .
- O plano que passa pelos pontos $C(1, 0, 0)$, $D(0, 0, 4)$ e $E(2, 3, -4)$ é paralelo ao eixo y .
- O plano que contém a reta $\begin{cases} x = 2 \\ z = 4 \end{cases}$ e passa pelo ponto $F(1, 3, 4)$ é paralelo ao plano xy .

Exercício 17. No paralelepípedo da figura abaixo tem-se $E = (0, 0, 3)$ e $B = (2, 4, 0)$.



- Determine a equação do plano que passa pelos pontos O , P e D .
- Determine a equação da reta que passa pelo ponto médio do segmento \overline{OA} e é perpendicular ao plano $z = 3$.
- Determine a equação do plano que contém a face $BCDP$.

Gabarito:

1. a) $(4, 3, -2)$ b) $(1, 9, 2)$ c) $k = -2$ d) $(0, -2, -1)$
2. a) $2x - 3y - z - 9 = 0$
 b) $2x + y - z - 1 = 0$
 c) $y - 2z + 4 = 0$
 d) $y = 4$
 e) $4x + 5y + 3z - 6 = 0$
 f) $z = 3$
 g) $3x - 12y + 2z + 25 = 0$
 h) $x - 12y - 10z - 5 = 0$
 i) $2x - 8y + 3z = 0$
 j) $2x + 2y + z + 2 = 0$
 k) $2x + 3y + z + 1 = 0$
 l) $2x - 7y + 4z + 16 = 0$
3. a) $\pi : \begin{cases} x = 1 + h - 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = 3h + 4t \end{cases}$
 b) $\pi : \begin{cases} x = t + 2h \\ y = -3 + 2t + h \\ z = 2 - t - h \end{cases}$
4. $\pm \frac{1}{2} (\sqrt{2}, 1, -1)$
5. a) 60°
 b) 30°
 c) $\arccos \left(\frac{2}{\sqrt{13}} \right)$
 d) $\arccos \left(\frac{3}{\sqrt{13}} \right)$
6. 60°
7. a) $\begin{cases} x = z + 1 \\ y = z + 2 \end{cases}$
 b) $\theta = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$
8. $r : \begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = -3t \\ z = 7t \end{cases}$
9. $m = -2$ e $n = 3$
10. $r : \begin{cases} y = x - 2 \\ z = -2x + 1 \end{cases}$
11. $(3, -5, -3)$
12. $2\sqrt{3}$ u.a.
13. a) Concorrentes
 b) r está contida no plano
 c) Perpendiculares
 d) r está contida no plano

- e) s está contida no plano
14. a) (i) concorrentes com $I(1, 5, 4)$ (ii) reversas (iii) paralelas
b) (i) $-7x + 2y - z + 1 = 0$ (ii) não existe plano (iii) $-16x + 7y + 5z - 39 = 0$
15. $l: \frac{x-2}{\sqrt{11}} = \frac{y}{-2} = z.$
16. a) Falsa, a reta é ortogonal ao plano xz .
b) Verdadeira
c) Verdadeira
17. a) $-3y + 4z = 0$
b) $r: \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$
c) $y = 4$