CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS (CCT) DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA (DMAT) GRUPO COLABORATIVO DE ENSINO DE ÁLGEBRA LINEAR*

GABARITO DA QUARTA LISTA DE EXERCÍCIOS DE ALI-001**

OPERADORES LINEARES

RESPOSTAS:

1.
$$T(x,y) = \frac{1}{26}(x+5y,5x+25y)$$
. $[T] = \frac{1}{26} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 5 & 25 \end{bmatrix}$. T não é invertível, pois $det[T] = 0$.

2.
$$T(x,y) = \frac{1}{5}(-11x - 2y, 4x + 3y)$$
.

3.
$$T(x,y) = \frac{1}{100}(3x - 3y, -7x + y)$$
.

4. Basta mostrar que

a)
$$[R^{-1}] = [R]$$
.

b)
$$[R^{-1}] = [R]$$
.

c)
$$[C_k^{-1}] = [C_{-k}].$$

5.
$$T(x,y) = \frac{1}{2} (\sqrt{6}x - \sqrt{6}y, \sqrt{6}x + \sqrt{6}y).$$

6.
$$T(x,y) = (-2y, -2x - 6y)$$
. O operador é invertível e $T^{-1}(x,y) = \frac{1}{2}(3x - y, -x)$.

7. A afirmação é verdadeira.

8.
$$T(x,y) = \frac{1}{5} ((-3\sqrt{3} - 16)x + 4y, (4\sqrt{3} - 12)x + 3y).$$

9. Alternativa B.

10.
$$T(x,y) = (9x + 5y, -40x - 209y)$$
.

11. O ângulo de rotação é
$$\theta = \frac{5\pi}{4}$$
.

12.
$$T^{-1}(x, y, z) = (-x, -y, -z)$$
.

13.
$$T(x, y, z) = \frac{1}{3}(2x - y - z, -x + 2y - z, -x - y + 2z).$$

$$\beta_{N(T)} = \{(1,1,1)\}.$$

$$\beta_{Im(T)} = \{(2,-1,-1), (-1,2,-1)\} \ \text{ou} \ \beta_{Im(T)} = \{(1,0,-1), (0,1,-1)\}.$$

O operador não é invertível.

14.
$$T(x, y, z) = (-x + 2y - 2z, 2x + 2y + z, -2x + y + 2z)$$
. O operador é invertível e $T^{-1}(x, y, z) = \frac{1}{9}(-x + 2y - 2z, 2x + 2y + z, -2x + y + 2z)$.

15.
$$T(x, y, z) = \frac{1}{2}(-y + \sqrt{3}z, x, \sqrt{3}y + z)$$
. $T^{-1}(x, y, z) = \frac{1}{2}(2y, -x + \sqrt{3}z, \sqrt{3}x + z)$.

16.
$$T(x, y, z) = \frac{1}{15} (-10x - 5y + 10z, -5x + 14y + 2z, 10x + 2y + 11z).$$

^{*} Professores participantes do Grupo Colaborativo no semestre 2023/1: Graciela Moro, Katiani da Conceição Loureiro e Marnei Mandler.

^{**} Este é um material de acesso livre distribuído sob os termos da licença Creative Commons BY-SA 4.0 2.

17.
$$T(x, y, z) = \frac{1}{3}(x + y + z, x + y + z, x + y + z).$$

18.
$$T(x, y, z) = \frac{1}{3}(-x + 2y + 2z, 2x - y + 2z, 2x + 2y - z).$$

19.
$$T(x,y) = (2x + y, -x - y)$$
. $T^{-1}(x,y) = (x + y, -x - 2y)$.

20.
$$T(x,y) = (3x + y, x + 3y)$$
.

21. Alternativa E.