

Exercício 1. Estabelecer a equação de cada uma das parábolas, sabendo que:

- a) Vértice $V(0, 0)$; diretriz $d: y = -2$
- b) Vértice $V(0, 0)$; foco $F(0, -3)$
- c) Vértice $V(-2, 3)$; foco $F(-2, 1)$
- d) Vértice $V(2, -1)$; foco $F(5, -1)$
- e) Vértice $V(1, 3)$; eixo paralelo ao eixo dos x , passando pelo ponto $P(-1, -1)$
- f) Eixo de simetria paralelo ao eixo dos y e passa pelos pontos $P_1(0, 1)$, $P_2(1, 0)$ e $P_3(2, 0)$

Exercício 2. Determinar o vértice, o foco, uma equação para a diretriz e uma equação para o eixo da parábola de cada uma das equações dadas. Esboçar o gráfico.

- a) $x^2 = -12y$
- b) $y^2 = -100x$
- c) $x^2 - 2x - 20y - 39 = 0$
- d) $y^2 + 4y + 16x - 44 = 0$

Exercício 3. Calcular o valor de k para que a parábola $x = ky^2$ tenha foco no ponto $(3, 0)$.

Exercício 4. Determine a equação da parábola $y = x^2 + bx + c$ que passa pelo ponto $P(1, 3)$ e tem abscissa do foco igual a 2. Represente-a geometricamente.

Exercício 5. Determine a equação da parábola que passa pelos pontos $P(-2, 3)$, $Q(-5, -3)$ e $R(0, -1)$.

Exercício 6. Determinar o centro, os vértices A_1 e A_2 , os focos e a excentricidade das elipses dadas. Esboçar o gráfico.

- a) $x^2 + 25y^2 = 25$
- b) $9x^2 + 5y^2 - 45 = 0$
- c) $25x^2 + 16y^2 + 50x + 64y - 311 = 0$
- d) $4x^2 + 9y^2 - 8x - 36y + 4 = 0$

Exercício 7. Estabelecer a equação da elipse que satisfaz as condições dadas.

- a) Centro $C(0, 0)$; um foco $F\left(\frac{3}{4}, 0\right)$ e um vértice $A(1, 0)$.
- b) Centro $C(0, 0)$; um foco $F(0, -\sqrt{5})$ e eixo menor mede 4.
- c) Centro $C(2, 4)$; um foco $F(5, 4)$ e excentricidade $e = \frac{3}{4}$.
- d) Centro $C(-3, 4)$; semi-eixos de comprimento 4 e 3 e eixo maior paralelo ao eixo dos x .
- e) Vértices $A_1(1, -4)$ e $A_2(1, 8)$, excentricidade $e = \frac{2}{3}$.

Exercício 8. Determine a equação da circunferência cujo centro está sobre a reta $4x + 7y + 5 = 0$ e que passa pelos pontos $(-1, -4)$ e $(2, -1)$.

Exercício 9. A excentricidade de uma elipse é definida como a razão $\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$. Se a permanece fixo e b varia, descreva a forma geral da elipse quando a excentricidade tende a 1 e quando tende a zero.

Exercício 10. Determinar o centro, os vértices, os focos e a excentricidade das hipérboles dadas. Esboçar o gráfico.

- a) $4x^2 - 5y^2 + 20 = 0$
- b) $3x^2 - y^2 + 3 = 0$
- c) $x^2 - 4y^2 + 6x + 24y - 31 = 0$
- d) $16x^2 - 9y^2 - 64x - 18y + 199 = 0$

Exercício 11. Estabelecer a equação da hipérbole que satisfaz as condições dadas.

- a) Centro $C(0, 0)$; eixo real sobre Oy , $b = 8$ e excentricidade $e = \frac{5}{3}$.
- b) Vértices $A(\pm 3, 0)$; equações das assíntotas $y = \pm 2x$.
- c) Centro $C(5, 1)$; um foco em $(9, 1)$ e eixo imaginário mede $4\sqrt{2}$.
- d) Focos $F_1(-1, -5)$ e $F_2(5, -5)$, hipérbole equilátera ($a = b$).

Exercício 12. Determine as equações das retas assíntotas das hipérboles abaixo.

- a) $y^2 - x^2 + 4y + 4x - 1 = 0$
- b) $5x^2 - 4y^2 - 30x - 16y + 9 = 0$

Exercício 13. As retas $r : 2x + y = 3$ e $s : 2x - y = 1$ são as assíntotas de uma hipérbole que passa pelo ponto $(6, 2)$. Determine sua equação.

Exercício 14. Sabendo que a curva $y = \frac{1}{x}$ é uma hipérbole com eixo real sobre a reta $y = x$, determine seus focos. Essa hipérbole é equilátera?

Exercício 15. A elipse $2x^2 + 3y^2 = 24$ e a hipérbole $x^2 - y^2 = 5$ interceptam-se em quatro pontos A, B, C e D . Determine a área e o perímetro do retângulo $ABCD$.

Exercício 16. Esboce a região do plano dada pela inequação $4x^2 + 9y^2 - 40x - 54y + 145 < 0$.

Exercício 17. Determinar a equação padrão e representar geometricamente o conjunto de pontos $P(x, y)$:

- a) que são equidistantes da reta $y = 3$ e do ponto $F(0, 0)$.
- b) cuja soma das distâncias a $F_1(1, 0)$ e a $F_2(3, 0)$ é igual a 5.
- c) cujo módulo da diferença das distâncias a $F_1(-1, -5)$ e a $F_2(5, -5)$ é igual a $3\sqrt{2}$.

Exercício 18. Obter a equação reduzida resultante de uma translação de eixos, classificar, dar os elementos e representar graficamente as equações:

- a) $x^2 + 4y^2 - 4x - 24y + 36 = 0$
- b) $x^2 - y^2 - 8x - 4y + 11 = 0$
- c) $y^2 - 8x + 6y + 17 = 0$
- d) $3x^2 + 2y^2 - 12x + 8y + 19 = 0$
- e) $x^2 + 2x + 8y - 15 = 0$
- f) $9x^2 - 4y^2 - 54x + 45 = 0$
- g) $9y^2 - 25x^2 - 90y - 50x = 25$

Exercício 19. Descreva e represente geometricamente as curvas a seguir.

- a) $x = 3 - \sqrt{3 - y^2 - 2y}$
- b) $x = 4 - \sqrt{y}$
- c) $y = -1 - \sqrt{2x + 4}$
- d) $y = -2 - \frac{3}{2}\sqrt{-x^2 + 2x + 3}$
- e) $x = 2\sqrt{y^2 - 1}$
- f) $x = -4 - \frac{1}{2}\sqrt{2 + y^2 - 2y}$

Gabarito:

1.
 - a) $x^2 = 8y$
 - b) $x^2 = -12y$
 - c) $x^2 + 4x + 8y - 20 = 0$
 - d) $y^2 + 2y - 12x + 25 = 0$
 - e) $(y - 3)^2 = -8(x - 1)$
 - f) $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 1$
2.
 - a) $V(0, 0), F(0, -3), y = 3, x = 0$
 - b) $V(0, 0), F(-25, 0), x = 25, y = 0$
 - c) $V(1, -2), F(1, 3), y = -7, x = 1$
 - d) $V(3, -2), F(-1, -2), x = 7, y = -2$
3. $k = \frac{1}{12}$
4. $y = x^2 - 4x + 6$
5. $y^2 + 2x - y - 2 = 0$ ou $5y + 4x^2 + 18x + 5 = 0$
6.
 - a) $C(0, 0), A(\pm 5, 0), F(\pm 2\sqrt{6}, 0), e = \frac{2\sqrt{6}}{5}$
 - b) $C(0, 0), A(0, \pm 3), F(0, \pm 2), e = \frac{2}{3}$

- c) $C(-1, -2), A_1(-1, -7), A_2(-1, 3), F_1(-1, -5), F_2(-1, 1), e = \frac{3}{5}$
- d) $C(1, 2), A_1(-2, 2), A_2(4, 2), F(1 \pm \sqrt{5}, 2), e = \frac{\sqrt{5}}{3}$
7. a) $7x^2 + 16y^2 = 7$
 b) $9x^2 + 4y^2 - 36 = 0$
 c) $7x^2 + 16y^2 - 28x - 128y + 172 = 0$
 d) $9x^2 + 16y^2 + 54x - 128y + 193 = 0$
 e) $9x^2 + 5y^2 - 18x - 20y - 151 = 0$
8. $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 29$
9. Se a excentricidade tende a 1, b tende a zero. Neste caso, a elipse fica cada vez mais achatada, tendendo a um segmento de reta. Se a excentricidade tende a zero, b tende a a . Neste caso, a elipse se aproxima cada vez mais do formato de uma circunferência.
10. a) $C(0, 0), A(0, \pm 2), F(0, \pm 3), e = \frac{3}{2}$
 b) $C(0, 0), A(0, \pm \sqrt{3}), F(0, \pm 2), e = \frac{2\sqrt{3}}{3}$
 c) $C(-3, 3), A_1(-5, 3), A_2(-1, 3), F(-3 \pm \sqrt{5}, 3), e = \frac{\sqrt{5}}{2}$
 d) $C(2, -1), A_1(2, -5), A_2(2, 3), F_1(2, -6), F_1(2, 4), e = \frac{5}{4}$
11. a) $16y^2 - 9x^2 - 576 = 0$
 b) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{36} = 1$
 c) $x^2 - y^2 - 10x + 2y + 16 = 0$
 d) $2x^2 - 2y^2 - 8x - 20y - 51 = 0$
12. a) $y = -x$ e $y = x - 4$
 b) $y = \frac{\sqrt{5}(x - 3)}{2} - 2$ e $y = -\frac{\sqrt{5}(x - 3)}{2} - 2$
13. $4(x - 1)^2 - (y - 1)^2 = 99$
14. $F_1(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ e $F_2(-\sqrt{2}, -\sqrt{2})$. Sim, a hipérbole é equilátera.
15. $A = \frac{4\sqrt{546}}{5}$ u.a. e $P = \frac{4(\sqrt{14} + \sqrt{39})}{\sqrt{5}}$ u.c.
16. $\frac{(x - 5)^2}{9} + \frac{(y - 3)^2}{4} < 1$ (pontos do interior da elipse)
17. a) $x^2 = 6\left(y - \frac{3}{2}\right)$
 b) $\frac{(x - 2)^2}{\frac{25}{4}} + \frac{y^2}{\frac{21}{4}} = 1$

- c) $\frac{(x-2)^2}{\frac{9}{2}} - \frac{(y+5)^2}{\frac{9}{2}} = 1$
18. a) $\frac{x'^2}{4} + y'^2 = 1$, elipse, eixo maior 4, eixo menor 2, focos $F(2 \pm \sqrt{3}, 3)$
- b) $x'^2 - y'^2 = 1$, hipérbole, eixo real 2, eixo imaginário 2, focos $F(4 \pm \sqrt{2}, -2)$
- c) $y'^2 = 8x'$, parábola, $p = 4$, diretriz: $x = -1$, foco $F(3, -3)$
- d) $3x'^2 + 2y'^2 = 1$, elipse, eixo maior $\sqrt{2}$, eixo menor $\frac{2\sqrt{3}}{3}$, focos $F\left(2, -2 \pm \frac{\sqrt{6}}{6}\right)$
- e) $x'^2 = -8y'$, parábola, $p = -4$, diretriz: $y = 4$, foco $F(-1, 0)$
- f) $\frac{x'^2}{4} - \frac{y'^2}{9} = 1$, hipérbole, eixo real 4, eixo imaginário 6, focos $F(3 \pm \sqrt{13}, 0)$
- g) $\frac{y'^2}{25} - \frac{x'^2}{9} = 1$, hipérbole, eixo real 10, eixo imaginário 6, focos $F(-1, 5 \pm \sqrt{34})$
19. a) Ramo da circunferência $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 4$ com $x \leq 3$.
- b) Ramo da parábola $y = (x-4)^2$ com $x \leq 4$.
- c) Ramo da parábola $(y+1)^2 = 2(x+2)$ com $y \leq -1$.
- d) Ramo da elipse $\frac{(x-1)^2}{4} + \frac{(y+2)^2}{9} = 1$ com $y \leq -2$.
- e) Ramo da hipérbole $-\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ com $x \geq 0$.
- f) Ramo da hipérbole $4(x+4)^2 - (y-1)^2 = 1$ com $x \leq -4$.