

Introdução ao Cálculo Diferencial e Integral

Equações

Prof. Dani Prestini

Equações

Definição

Uma equação é uma sentença matemática expressa por uma igualdade entre duas expressões algébricas.

$$5x^3 = 2x + 4$$

$$\frac{5y - 2}{8} = 2 + \frac{y}{4}$$

$$(2x - 1)^2 = 9$$

Equações

Verificação de uma solução

Exemplo – Prove que $x = -2$ é uma solução da equação $x^3 - x + 6 = 0$

$$(-2)^3 - (-2) + 6 = 0$$

$$\underbrace{(-2)(-2)(-2)}_{-8} + \underbrace{2 + 6}_8 = 0$$

$$-8 + 8 = 0$$

$$0 = 0$$

Equações

Equações lineares com uma variável

DEFINIÇÃO Equação linear em x

Uma **equação linear em x** é aquela que pode ser escrita na forma:

$$ax + b = 0,$$

onde a e b são números reais com $a \neq 0$.

Equações

Resolução de uma equação linear

Exemplo – Resolva $2(2x - 3) + 3(x + 1) = 5x + 2$

$$\underline{4x} - 6 + \underline{3x} + 3 = \underline{5x} + 2$$

$$\underline{4x + 3x - 5x} = 2 - 3 + 6$$

$$2x = 5$$

$$x = \frac{5}{2}$$

$$x = 2,5 \quad \checkmark$$

Equações

Resolução de uma equação linear

Exemplo – Resolva $\frac{5y-2}{8} = 2 + \frac{y}{4}$

$$\frac{5y-2}{\cancel{8}} = \frac{16+2y}{\cancel{8}}$$

$$5y - 2 = 16 + 2y$$

$$5y - 2y = 16 + 2$$

$$3y = 18$$

$$y = \frac{18}{3}$$

$$y = 6$$

$$4(5y-2) = 8(2+y)$$

$$20y - 8 = 16 + 8y$$

$$20y - 8y = 16 + 8$$

$$12y = 24$$

$$y = \frac{24}{12}$$

$$y = 6$$

Equações

Soluções de equações por meio de gráficos

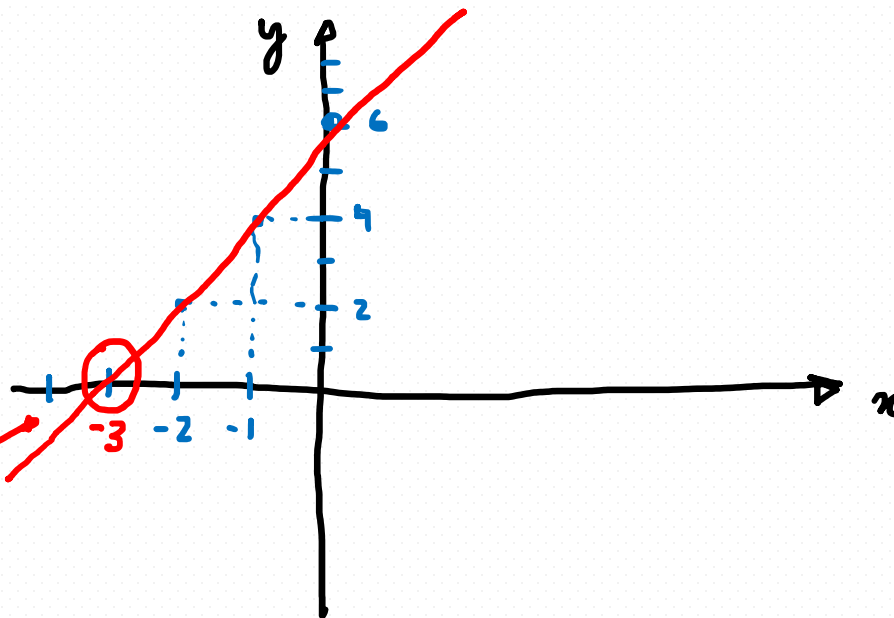
Exemplo – Resolva a equação $2x + 6 = 0$ algébrica e geometricamente.

$$2x + 6 = 0$$

$$2x = -6$$

$$x = -\frac{6}{2}$$

$$x = -3$$



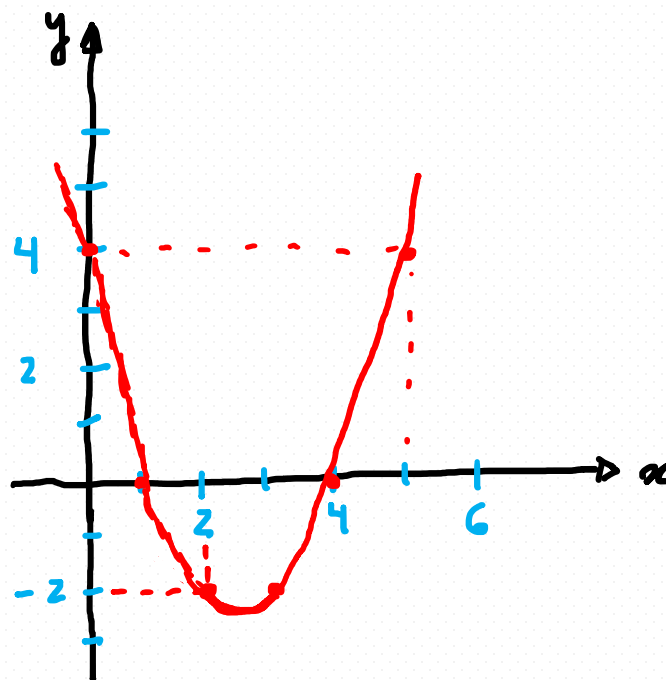
| x | y |
|----|----|
| -2 | 2 |
| -1 | 4 |
| 0 | 6 |
| 1 | 8 |
| 2 | 10 |

Equações

Soluções de equações por meio de gráficos

Exemplo – Resolva a equação $x^2 - 5x + 4 = 0$ algébrica e geometricamente.

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$
$$(x - 4) \cdot (x - 1) = 0$$
$$x - 4 = 0 \quad x - 1 = 0$$
$$x = 4 \quad x = 1$$



| x | y |
|----|----|
| -1 | 10 |
| 0 | 4 |
| 1 | 0 |
| 2 | -2 |
| 3 | -2 |
| 4 | 0 |
| 5 | 4 |

Equações

Equação quadrática

DEFINIÇÃO Equação quadrática em x

Uma **equação quadrática em x** é aquela que pode ser escrita na forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

onde a , b e c são números reais, com $a \neq 0$.

Fórmula quadrática (também conhecida como fórmula de Bhaskara)

As soluções da equação quadrática $ax^2 + bx + c = 0$, onde $a \neq 0$, são dadas pela **fórmula**:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Equações

Equação quadrática

Exemplo – Resolva a equação $x^2 - 4x - 5 = 0$.

$$a = 1$$

$$b = -4$$

$$c = -5$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (-5)$$

$$\Delta = 16 + 20 = 36$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{36}}{2}$$

$$x = \frac{4 \pm 6}{2}$$

$$x' = \frac{4+6}{2} = 5$$

$$x'' = \frac{4-6}{2} = -1$$



Equações

Equação modular

Exemplo – Resolva a equação $|2x - 3| = 7$.

$$2x - 3 = 7$$

$$2x = 10$$

$$x = \underline{5}$$

$$2x - 3 = -7$$

$$2x = -4$$

$$x = -2$$



Equações

Equação modular

Exemplo – Resolva a equação $|x - 3| = 3x - 5$.

$$x - 3 = 3x - 5$$

$$x - 3x = -5 + 3$$

$$-2x = -2$$

$$x = \frac{-2}{-2}$$

$$\cancel{x = 1}$$

$$x - 3 = -(3x - 5)$$

$$x - 3 = -3x + 5$$

$$x + 3x = 5 + 3$$

$$4x = 8$$

$$x = \frac{8}{4}$$

$$x = 2$$

Testando:

$$\underline{x = 1}$$

$$|1 - 3| = 3(1) - 5$$

$$|-2| = -2$$

$$2 = -2 \quad (\text{F})$$

$$\underline{x = 2}$$

$$|2 - 3| = 3(2) - 5$$

$$|-1| = 1$$

$$\underline{1 = 1} \quad \underline{\text{OK}}$$