

# Funções com várias variáveis

# Funções com duas variáveis

## ***Funções com duas variáveis***

Lembre-se que uma função é uma terna constituída de dois conjuntos (não necessariamente reais) não vazios  $A$  e  $B$  e uma regra  $f$  que associa cada elemento de  $A$  a um único elemento de  $B$ .

Uma função real de duas variáveis é uma função  $f: A \rightarrow B$  onde  $A \subseteq \mathbb{R}^2$  e  $B \subseteq \mathbb{R}$

### **Exemplo 1**

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R}^2 &\rightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) &\rightarrow x \cdot y \end{aligned}$$

ou

$$f(x, y) = x \cdot y$$

## Exemplo 2

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

$$f(1, 2) = 1^2 + 2^2 = 5$$

## Exemplo 3

$$f(x, y) = x^3 + ye^x + \sin\left(\frac{y}{x}\right)$$

## Exemplo 4

$$f(x, y) = \frac{1}{x + y}$$

$D(f) \rightarrow$  domínio de  $f$

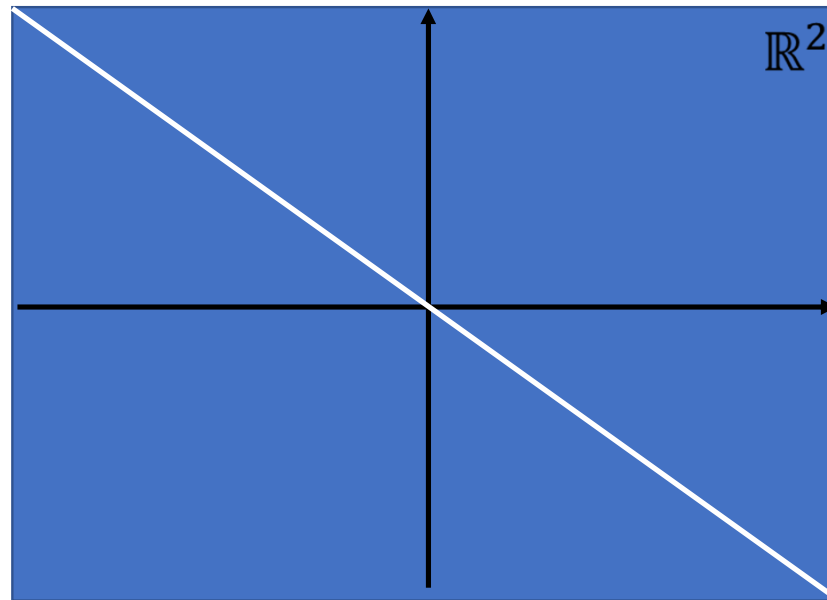
$D(f) \rightarrow ?$

$$x + y \neq 0 \Rightarrow y \neq -x$$

$$D(f) = \mathbb{R}^2 - \{(x, y); x + y = 0\}$$

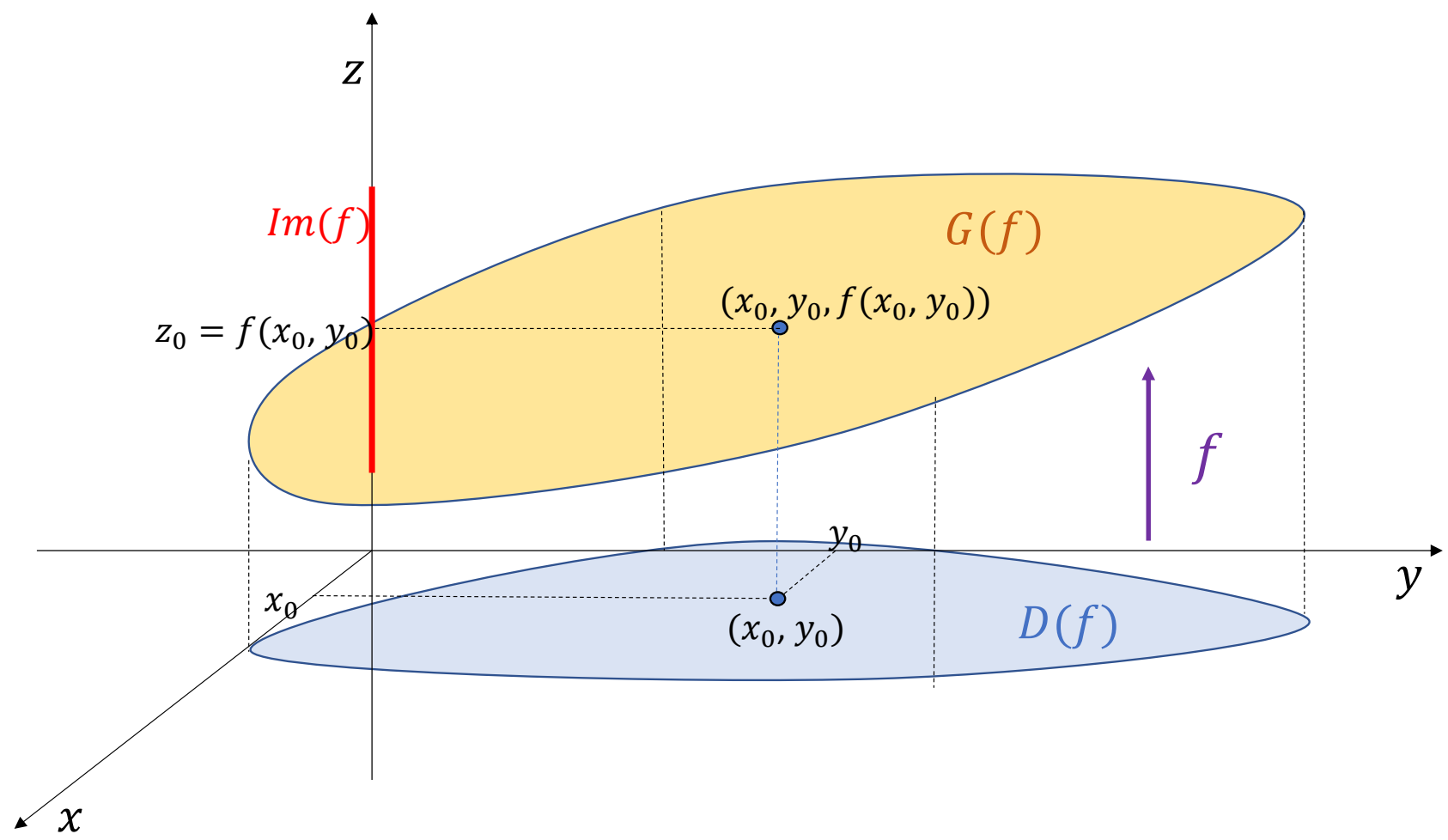
$$= \mathbb{R}^2 - \{(x, y); y = -x\}$$

$$= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; y \neq -x\}$$



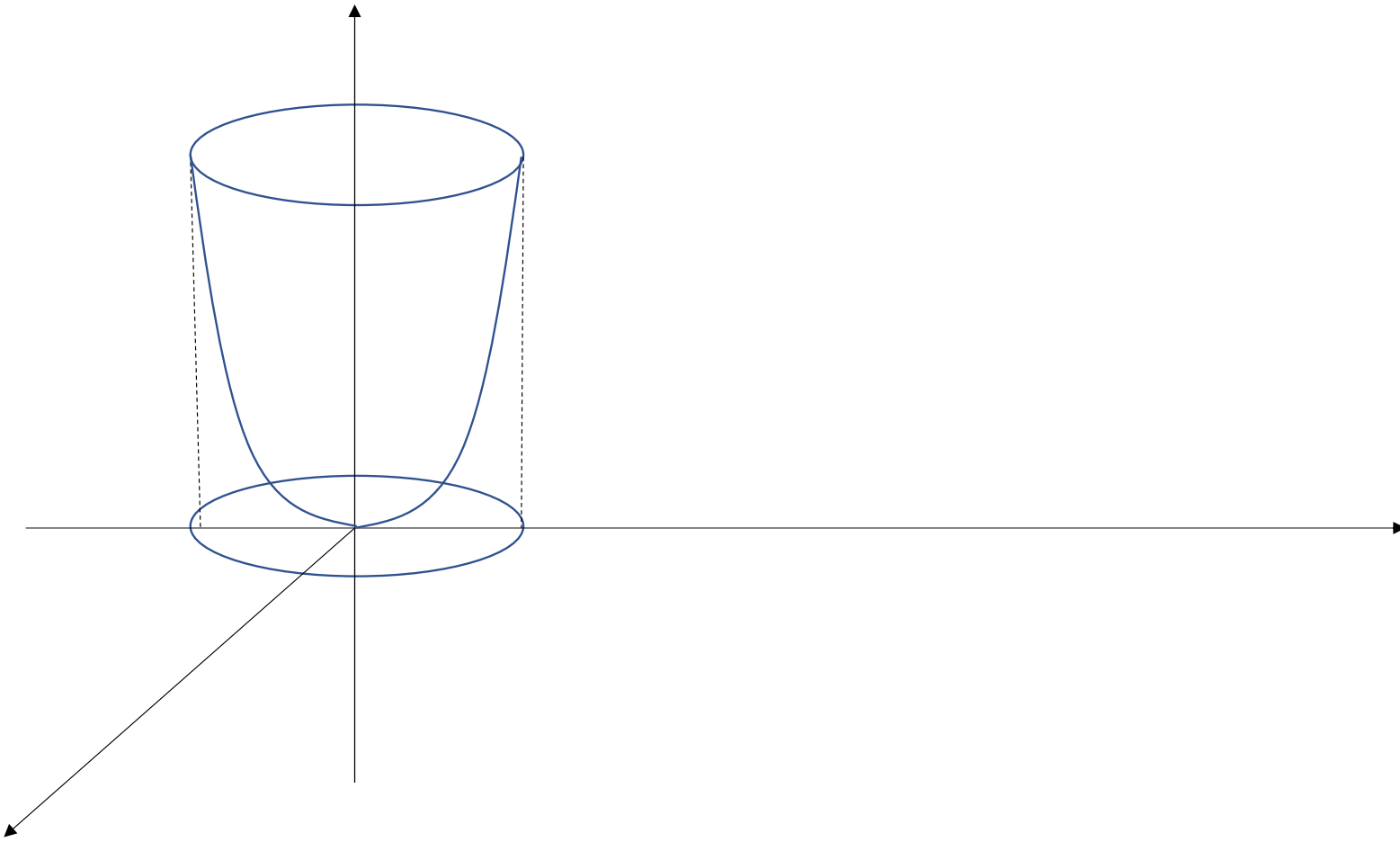
# Gráfico de uma função com duas variáveis

$$G(f) = \{(x, y, f(x, y)); (x, y) \in D(f)\} \subseteq \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^3$$



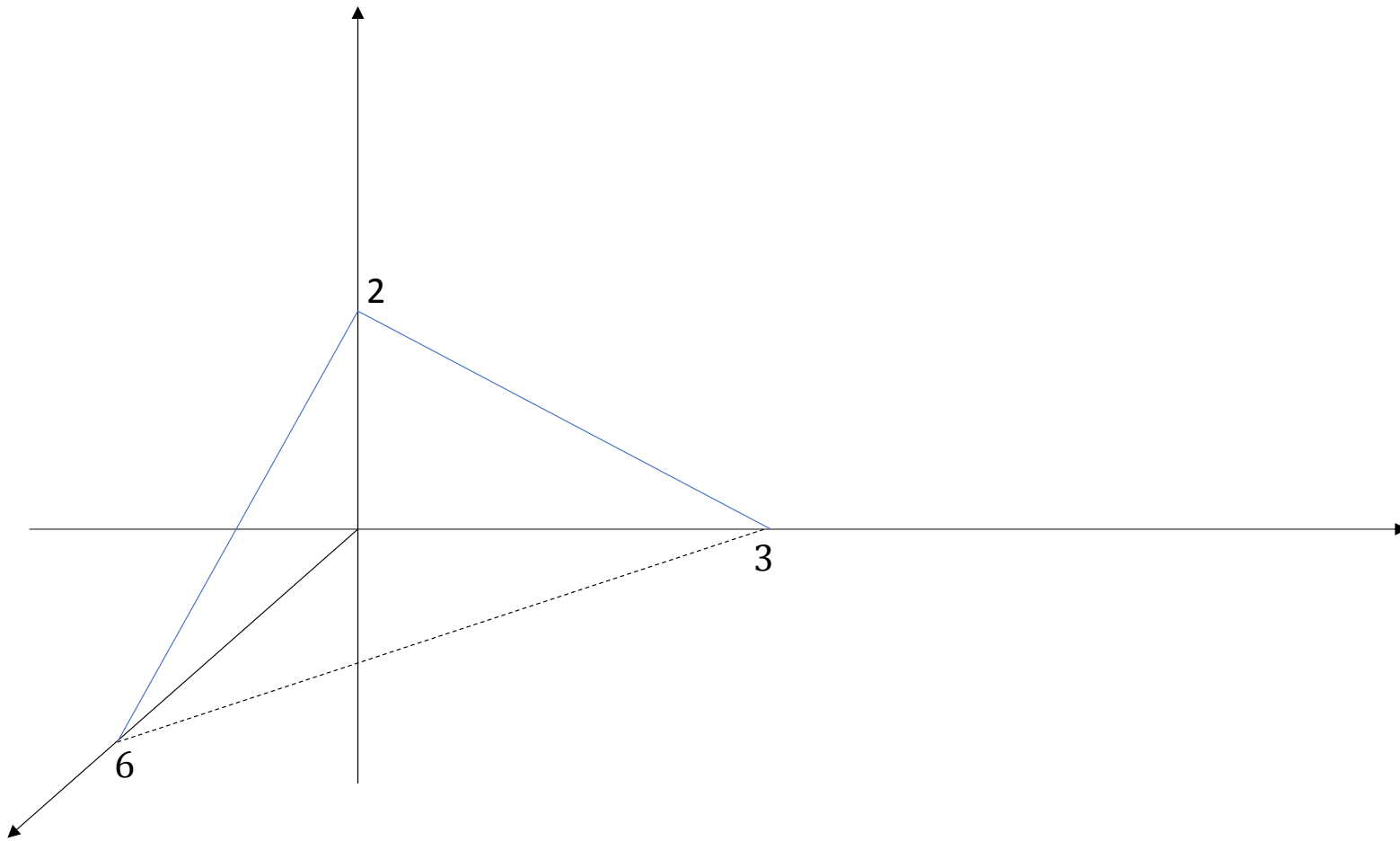
## Exemplo 5

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$



## Exemplo 6

$$f(x, y) = 6 - x - 2y - 3z$$





Funções com três ou mais variáveis

## ***Funções com três ou mais variáveis variáveis***

$$f: A \rightarrow B \text{ onde } A \subseteq \mathbb{R}^n \text{ e } B \subseteq \mathbb{R}$$

### **Exemplo 7**

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R}^3 &\rightarrow \mathbb{R} \\ (x, y, z) &\rightarrow x + 4y^2 - 8z^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R}^4 &\rightarrow \mathbb{R} \\ (x, y, z, t) &\rightarrow xyz + t \end{aligned}$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) = x_1 + x_2 \cdot x_3 + x_4 \cdot x_5 + x_6 \cdot x_7$$

## Exemplo 8

$$f(x, y, z) = \frac{1}{x^2 + y^2 + z - 4}$$

$$D(f) = \{(x, y, z); x^2 + y^2 + z - 4 \neq 0\} = \mathbb{R}^3 - \{(x, y, 4 - x^2 + y^2); (x, y) \in \mathbb{R}^2\}$$

## Gráfico de uma função com $n$ variáveis

$$G(f) = \{(x_1, x_2, \dots, x_n, f(x_1, x_2, \dots, x_n)); (x_1, x_2, \dots, x_n) \in D(f)\} \subseteq \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^{n+1}$$

### Exemplo 9

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$$

$$D(f) = \{(x, y, z, x^2 + y^2 + z^2); (x, y, z) \in \mathbb{R}^3\} \subseteq \mathbb{R}^4$$

### Exemplo 10

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) = x_1 + x_2 \cdot x_3 + x_4 \cdot x_5 + x_6 \cdot x_7$$

$$D(f) = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_1 + x_2 \cdot x_3 + x_4 \cdot x_5 + x_6 \cdot x_7); (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) \in \mathbb{R}^7\}$$

## Exercícios

1. Encontre o domínio  $D(f)$  das seguintes funções e faça um esboço gráfico de  $D(f)$  quando possível:

a)  $f(x, y) = \frac{1}{x-y}$

b)  $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2-y^2}}$

c)  $f(x, y) = \ln(y - x^2 - 2)$

d)  $f(x, y) = \frac{1}{xy - 1}$

e)  $f(x, y, z) = \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2}$

f)  $f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - 4}}$