Departamento de Ciência da Computação - DCC
Prof. Ricardo Martins
Site: https://ricardofm.com
Email: ricardo.martins@udesc.br
Ramal: 3481-7823
Sala: Bloco F – 2º piso (sala 8)

LINGUAGENS FORMAIS E AUTÔMATOS

LFA0001:
Ciência da Computação
3ª fase

Versão: 191

LINGUAGENS REGULARES

- **Linguagens Regulares ou Tipo 3**
  - formalismos operacionais ou reconhecedores
    - *Autômato Finito Determinístico*
    - *Autômato Finito Não-Determinístico*
    - *Autômato Finito com Movimentos Vazio*
  - formalismo axiomático ou gerador
    - *Gramática Regular*
  - formalismo denotacional
    - *Expressão Regular*
    - também considerado formalismo gerador

LINGUAGENS REGULARES

- **Algoritmos Geradores e Reconhecedores**
  - pouca complexidade
  - grande eficiência
  - fácil implementação

LINGUAGENS REGULARES

- **Hierarquia de Chomsky**
  - classe de linguagens mais simples
  - será estudado adiante
- **Historicamente**
  - origem em abordagens específicas
  - exemplo
    - *circuitos de chaveamento*
- **Atualmente**
  - estudos e aplicações são variados e abrangentes
  - exemplos
    - editores de texto
    - processadores de texto …

SISTEMA DE ESTADOS FINITOS

- ***Sistema de Estados Finitos***
  - modelo matemático de sistema
    - entradas e saídas discretas
  - assume um número
    - finito
    - pré-definido
    - de estados
  - *estado*
    - resume informações passadas
    - necessárias para determinar as ações para a próxima entrada

SISTEMA DE ESTADOS FINITOS

- **Motivacional**
  - podem ser associados a diversos tipos de sistemas
    - naturais
    - construídos
- ***Exemplo:* Elevador**
  - *entrada*
    - requisições pendentes
  - *estado*
    - andar corrente
    - direção de movimento
  - *não* memoriza as requisições anteriores

SISTEMA DE ESTADOS FINITOS

- ***Exemplo:* Analisador Léxico e Processador de Textos**
  - *entrada*
    - texto
  - *estados*
    - informações resumidas do prefixo
  - *não* memoriza as unidades (palavras, etc) anteriores
- **Restrições**
  - alguns sistemas com estados finitos *não* são adequadamente representados

SISTEMA DE ESTADOS FINITOS

- ***Exemplo:* Cérebro Humano**
  - neurônio
    - em princípio, pode ser representado por um número finito de bits
  - composto por cerca de 2^{35} células
  - elevado número de estados
    - abordagem pouco eficiente
- ***Exemplo:* Computador**
  - processadores e memórias
    - sistema de estados finitos
    - elevado número de estados
  - *não* é adequado para o estudo das noções de computabilidade e solucionabilidade
    - desejável memória sem limite predefinido

AUTÔMATO FINITO DETERMINÍSTICO

- **Máquina composta por**
  - *Fita*
  - *Unidade de Controle*
  - *Programa*
- ***Fita***
  - dispositivo de entrada
  - contém a informação a ser processada

AUTÔMATO FINITO DETERMINÍSTICO

- ***Unidade de Controle***
  - reflete o estado corrente da máquina
  - possui uma unidade de leitura (cabeça da fita)
  - acessa uma célula da fita de cada vez
  - movimenta-se exclusivamente para a direita
- ***Programa***
  - função parcial
  - comanda as leituras
  - define o estado da máquina

AUTÔMATO FINITO DETERMINÍSTICO

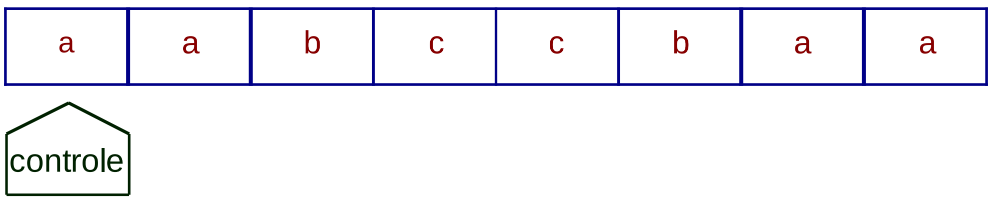
- ***Fita***
  - finita (à esquerda e à direita)
  - dividida em células
  - cada célula
    - armazena um símbolo
  - símbolos
    - pertencem a um alfabeto de entrada
  - *não* é possível gravar sobre a fita
  - palavra de entrada (a ser processada)
    - ocupa toda a fita

AUTÔMATO FINITO DETERMINÍSTICO

- ***Unidade de Controle***
  - *estados*
  - *unidade de leitura*
- ***Estados***
  - número de estados
    - finito
    - predefinido

AUTÔMATO FINITO DETERMINÍSTICO

- ***Unidade de Leitura***
  - inicialmente
    - cabeça posicionada na célula mais à esquerda da fita
  - lê o símbolo de uma célula de cada vez
  - após a leitura
    - move a cabeça uma célula para a direita



AUTÔMATO FINITO DETERMINÍSTICO

- ***Programa***
  - função *parcial*
  - dependendo
    - do estado corrente
    - e do símbolo lido
    - determina o novo estado
  - memorização de informações passadas
    - se necessária
    - usa a estrutura de estados

AUTÔMATO FINITO DETERMINÍSTICO

- ***Autômato Finito Determinístico***
  - ou *AFD* ou simplesmente *Autômato Finito*
  - 5-upla

$$M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$$

- Σ
  - *alfabeto*
  - símbolos de *entrada*
- Q
  - *conjunto de* estados possíveis de *estados*
  - finito

AUTÔMATO FINITO DETERMINÍSTICO

$$M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$$

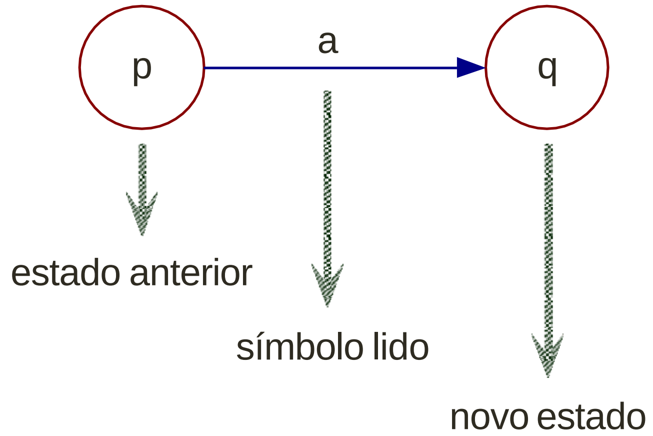
- δ
  - *função programa* ou de *transição*

$$\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$$

  - *função parcial*
- q_0
  - *estado inicial*
  - $q_0 \in Q$
- F
  - *conjunto de estados finais*
  - $F \subseteq Q$

AUTÔMATO FINITO DETERMINÍSTICO

- **Função Programa**
  - pode ser interpretada como um grafo finito direto



  - representação dos estados
    - * inicial
    - * finais

AUTÔMATO FINITO DETERMINÍSTICO

Processamento

- sucessiva aplicação da função programa
  - para cada símbolo da entrada
  - da esquerda para a direita
  - até parar
- definição formal do comportamento
  - necessário estender a função programa
- argumento da função programa estendida
  - um estado
  - uma *palavra*

AUTÔMATO FINITO DETERMINÍSTICO

- ***Função Programa Estendida***
  - Seja $M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$ um AFD
  - $\underline{\delta}: Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$ é indutivamente definida
    - $\underline{\delta}(q, \varepsilon) = q$
    - $\underline{\delta}(q, aw) = \underline{\delta}(\delta(q, a), w)$
  - Por simplicidade
    - δ e $\underline{\delta}$ são ambas denotadas simplesmente por δ

AUTÔMATO FINITO DETERMINÍSTICO

- **Um AFD *sempre pára***
  - qq palavra de entrada é finita
    - *não* existe a possibilidade de "loop" infinito
    - por quê?
  - pára
    - aceitando a entrada
    - rejeitando a entrada
- **Pára no fim da fita**
  - após processar o último símbolo da fita
    - *aceita*: atinge um estado final
    - *rejeita*: atinge um estado não-final

AUTÔMATO FINITO DETERMINÍSTICO

- **Pára por indefinição**
  - a função programa é indefinida para o argumento (estado corrente e símbolo lido)
    - pára
    - *rejeita*
    - não importa qual o estado corrente

AUTÔMATO FINITO DETERMINÍSTICO

- ***Linguagem Aceita por um AFD***
  - conjunto
    - todas as palavras pertencentes a Σ^*
    - aceitas pelo AFD M
  - ACEITA(M) ou L(M)

AUTÔMATO FINITO DETERMINÍSTICO

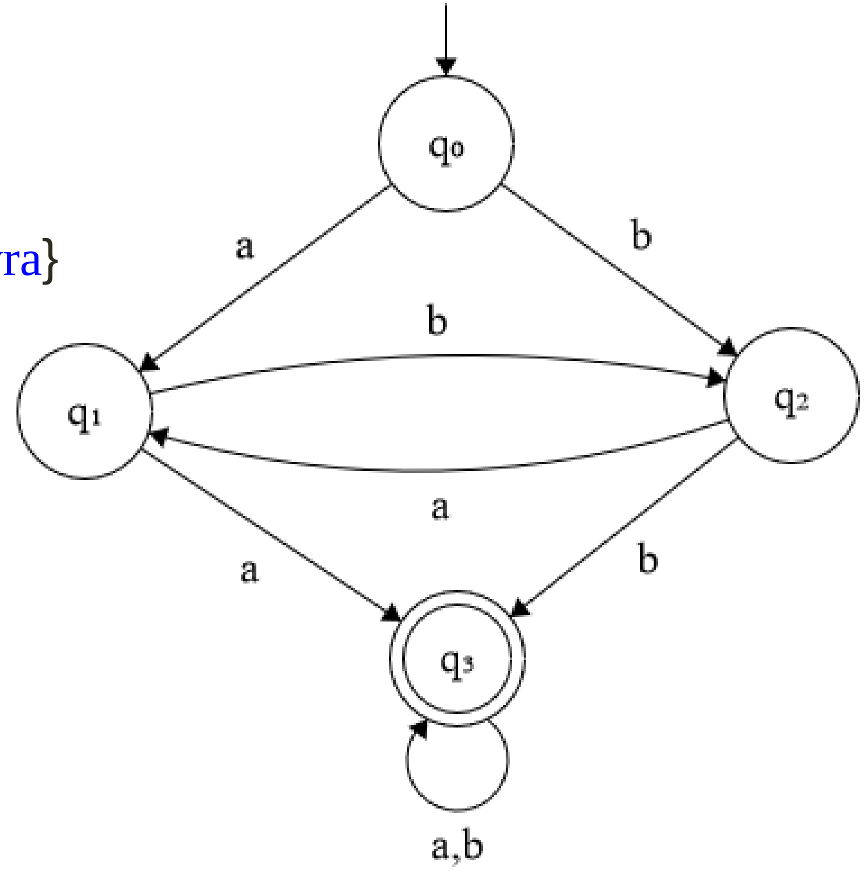
- ***Linguagem Rejeitada por um AFD***
  - conjunto
    - todas as palavras pertencentes a Σ^*
    - rejeitadas pelo AFD M
  - REJEITA(M)
- **Note-se que**
  - ACEITA(M) $\cap$ REJEITA(M) = $\varnothing$
  - ACEITA(M) $\cup$ REJEITA(M) = Σ^*
  - REJEITA(M) = Σ^* - ACEITA(M)
  - ACEITA(M) = Σ^* - REJEITA(M)

AUTÔMATO FINITO DETERMINÍSTICO

- ***Linguagem Regular ou Tipo 3***
  - reconhecida (aceita) por um AFD
- ***Exemplo***

  $L_1 = \{w \mid w$ possui aa ou bb como subpalavra$\}$

  $M_1 = (\{a, b\}, \{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \delta_1, q_0, \{q_3\})$



AUTÔMATO FINITO DETERMINÍSTICO

- Algoritmo
  - q_1: o símbolo anterior é a
  - q_2: o símbolo anterior é b
  - após identificar aa ou bb: estado final q_3 e varre o sufixo somente para terminar o processamento

AUTÔMATO FINITO DETERMINÍSTICO

- ***Exemplo***

  L_2 = {w | w possui um número par de a e b} M_2 = ?