

Questão 01.a)

$$m \in n \Leftrightarrow m - n \text{ é par}$$

$$(V) 4 \in 0, \text{ pois } 4 - 0 = 4$$

$$(V) 2 \in 6, \text{ pois } 2 - 6 = -4$$

$$(V) 3 \in -3, \text{ pois } 3 - (-3) = 3 + 3 = 0$$

$$(F) 5 \in 2, \text{ pois } 5 - 2 = 3 \text{ e } 3 \text{ não é par}$$

Questão 01.b)

$$5, 7, 11, 15, 21$$

Questão 01.c)

se  $n$  é um número inteiro ímpar, então  $n \in 1$

$$(n = 2k + 1 \text{ sendo } k \in \mathbb{N} \rightarrow n \in 1)$$

Prova direta

devemos provar que se  $n = 2k + 1$  para  $\forall k \in \mathbb{N}$  então  $2k + 1 - 1 = 2i$  para  $i \in \mathbb{N}$ , sendo assim note que

$$n - 1 = 2k + 1 - 1 = 2k$$

tomando  $i = k$  temos

$$n - 1 = 2i$$

logo dado que  $n - 1$  é par então  $n \in 1$

Questão 02)

$$X = \{a, b, c\}$$

$$\text{para todo } A, B \in 2^X, A \cap B \Leftrightarrow |A| = |B|$$

$$(V) \{a\} \cap \{c\} \text{ pois } |\{a\}| = |\{c\}| = 1$$

$$(F) \{a, b, c\} \cap \{a, c\} \text{ pois } |\{a, b, c\}| = 3 \text{ e } |\{a, c\}| = 2$$

$$(V) \{a, b\} \cap \{b, c\} \text{ pois } |\{a, b\}| = 2 \text{ e } |\{b, c\}| = 2$$

Questão 03)

$$A = \{3, 4, 5\} \text{ e } B = \{4, 5, 6\}$$

$$(a, b) \in A \times B, a \leq b \Leftrightarrow a < b$$

$$S = \{(3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 5), (4, 6), (5, 6)\}$$

$$S^{-1} = \{(4, 3), (5, 3), (6, 3), (5, 4), (6, 4), (6, 5)\}$$

Questão 04.a)

não é reflexiva pois  $2 \in A$  mas  $\langle 2, 2 \rangle \notin R_1$

não é transitiva pois  $\langle 1, 0 \rangle \in R$  e  $\langle 0, 3 \rangle \in R$ , mas  $\langle 1, 3 \rangle \notin R_1$

não é simétrica pois  $\langle 2,3 \rangle \in R_1$  mas  $\langle 3,2 \rangle \notin R_1$

não é anti-simétrica pois  $\langle 0,1 \rangle \in R_1$  e  $\langle 1,0 \rangle \in R_1$

Questão 04.b)

não é reflexiva pois  $3 \in \mathbb{N}$  mas  $\langle 3,3 \rangle \notin R_2$

não é transitiva pois  $\langle 0,1 \rangle \in R_2$  e  $\langle 1,2 \rangle \in R_2$  mas  $\langle 0,2 \rangle \notin R_2$

não é simétrica pois  $\langle 0,1 \rangle, \langle 1,2 \rangle, \langle 2,3 \rangle \in R_2$  mas  $\langle 1,0 \rangle, \langle 2,1 \rangle, \langle 3,2 \rangle \notin R_2$

é anti-simétrica

Questão 04.c)

não é reflexiva pois para  $\forall x \in A, \langle x,x \rangle \notin R_3$

não é transitiva pois  $\langle 2,3 \rangle, \langle 3,2 \rangle \in R_3$  mas  $\langle 2,2 \rangle, \langle 3,3 \rangle \notin R_3$

é simétrica

não é anti-simétrica pois  $\langle 2,3 \rangle, \langle 3,2 \rangle \in R_3$  mas  $2 \neq 3$

Questão 04.d)

não é reflexiva pois para  $\forall x \in A, \langle x,x \rangle \notin R_4$

não é transitiva pois  $\langle 1,2 \rangle, \langle 2,1 \rangle, \langle 1,3 \rangle, \langle 3,1 \rangle \in R_4$  mas  $\langle 1,1 \rangle, \langle 2,2 \rangle, \langle 3,3 \rangle \notin R_4$

é simétrica

não é anti-simétrica pois  $\langle 1,2 \rangle, \langle 2,1 \rangle, \langle 1,3 \rangle, \langle 3,1 \rangle \in R_4$  mas  $1 \neq 2$  e  $1 \neq 3$

Questão 04.e)

não é reflexiva pois para  $\forall x \in A, x \neq 0$  então  $\langle x,x \rangle \notin R_5$

é transitiva

não é simétrica pois  $\langle 0,1 \rangle, \langle 0,2 \rangle, \langle 1,2 \rangle \in R_5$  mas  $\langle 1,0 \rangle, \langle 2,0 \rangle, \langle 2,1 \rangle \notin R_5$

é anti-simétrica

Questão 04.f)

não é reflexiva pois para  $\forall x \in A, \langle x,x \rangle \notin R_6$

é transitiva

não é simétrica pois  $\langle 0,1 \rangle, \langle 0,2 \rangle \in R_6$  mas  $\langle 1,0 \rangle, \langle 2,0 \rangle \notin R_6$

é anti-simétrica

Questão 04.g)

não é reflexiva pois para  $\forall x \in A, \langle x,x \rangle \notin R_7$

é transitiva

não é simétrica pois  $\langle 0,3 \rangle, \langle 1,3 \rangle \in R_7$  mas  $\langle 3,0 \rangle, \langle 3,1 \rangle \notin R_7$

é anti-simétrica

Questão 04. h)

não é reflexiva pois  $2, 3 \in A$  mas  $\langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle \notin R_8$

é transitiva

é simétrica

é anti-simétrica

Questão 05. a)  $R_9 = R_1 \cup R_4 = \{\langle 0, 0 \rangle, \langle 0, 1 \rangle, \langle 0, 3 \rangle, \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 0 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 3, 1 \rangle\}$

Questão 05. b)  $R_{10} = R_5 - R_6 = \{\langle 0, 0 \rangle, \langle 1, 2 \rangle\}$

Questão 05. c)  $R_{11} = \{\langle 1, 0 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 2, 0 \rangle, \langle 0, 2 \rangle, \langle 0, 3 \rangle, \langle 3, 0 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 3, 1 \rangle\}$

Questão 06. a) é transitiva e anti-simétrica mas não é simétrica nem reflexiva

Questão 06. b) é reflexiva, simétrica e transitiva mas não é anti-simétrica

Questão 06. c) é reflexiva, simétrica e transitiva mas não é anti-simétrica

Questão 07. a)  $x S y \Leftrightarrow x \neq y$

é simétrica mas não é reflexiva, anti-simétrica nem transitiva

Questão 07. b)  $x T y \Leftrightarrow x \cdot y \geq 1$

é simétrica mas não é reflexiva, anti-simétrica nem transitiva

Questão 07. c)  $x M y \Leftrightarrow x$  é múltiplo de  $y$

é reflexiva e transitiva mas não é anti-simétrica nem simétrica

Questão 07. d)  $x P y \Leftrightarrow x \geq y^2$

é transitiva e anti-simétrica mas não é simétrica nem reflexiva