

Autômato com Pilha (AP)

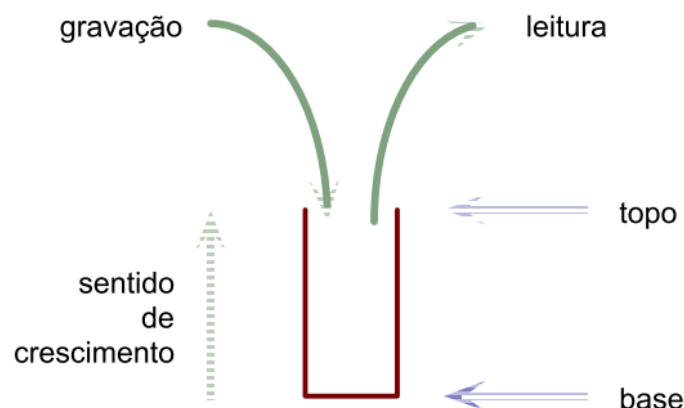
- Análogo ao autômato finito incluindo:
 - Não determinismo
 - Estrutura de pilha
- Exemplo: reconhecimento da linguagem
 - $\{ww^r \mid w \text{ é palavra sobre } \{a, b\}\}$
 - Só é possível por um AP não-determinístico

Pilha

- Memória auxiliar
- Independe da fita de entrada
- Não possui limite máximo de tamanho

ESTRUTURA

- Último símbolo gravado é o primeiro a ser lido
- **Base:** é fixa e define o seu início
- **Topo:** é variável e define a posição do último símbolo gravado



Poder computacional

- Muito superior ao do autômato finito, mas ainda é restrito
- Exemplo: não reconhece

- $\{ww \mid w \text{ é palavra sobre } \{a, b\}\}$
- $\{a^nb^nc^n \mid n \geq 0\}$

Ap x Número de estados

- Qualquer LLC pode ser reconhecida por um AP com somente
 - Um estado
 - Três estados
 - Dependendo da definição

Critério de parada

- Duas definições universalmente aceitas
- Diferem no critério de parada do autômato

Estados finais

- Valor inicial da pilha é vazio
- AP para aceitando ao atingir um estado final

Pilha vazia

- A pilha contém, inicialmente, um símbolo especial denominado símbolo inicial da pilha
- Não existem estados finais
- AP para aceitando quando a pilha estiver vazia
- As duas definições são equivalentes
 - Possuem o mesmo poder computacional
 - É fácil modificar um AP para satisfazer a outra definição
 - Adotamos o modelo com estados finais

Fita

- Análoga à do autômato finito

Pilha

- Memória auxiliar

- Pode ser usada livremente para leitura e gravação
- Dividido em células
 - Cada célula tem um símbolo de um alfabeto auxiliar
 - Pode ser igual ao alfabeto de entrada
- Leitura e gravação sempre na mesma extremidade (topo)
- Não possui tamanho fixo e nem máximo
 - Tamanho da palavra armazenada
- Valor inicial (vazio)

Unidade de controle

- Reflete o estado corrente da máquina
- Possui: cabeça da fita e cabeça da pilha

Cabeça da fita

- Unidade de leitura
- Acessa uma célula da fita de cada vez
- Movimenta-se exclusivamente para a direita
- Pode-se testar se leu toda a entrada

Cabeça da pilha

- Unidade de leitura e gravação

Leitura

- Move para direita (baixo)
- Acessa um símbolo de cada vez (topo)
- Exclui o símbolo lido
- É possível testar se a pilha está vazia

Gravação

- Move para a esquerda (para cima)
- É possível armazenar uma palavra composta por mais de um símbolo
- neste caso, o símbolo do topo é o mais à esquerda da palavra gravada

Função de transição

Programa

- Comanda a leitura da fita, a leitura e gravação da pilha e define o estado da máquina
- Depende do estado corrente, do símbolo lido da fita e do símbolo lido da pilha
- Determina novo estado e palavra a ser gravada

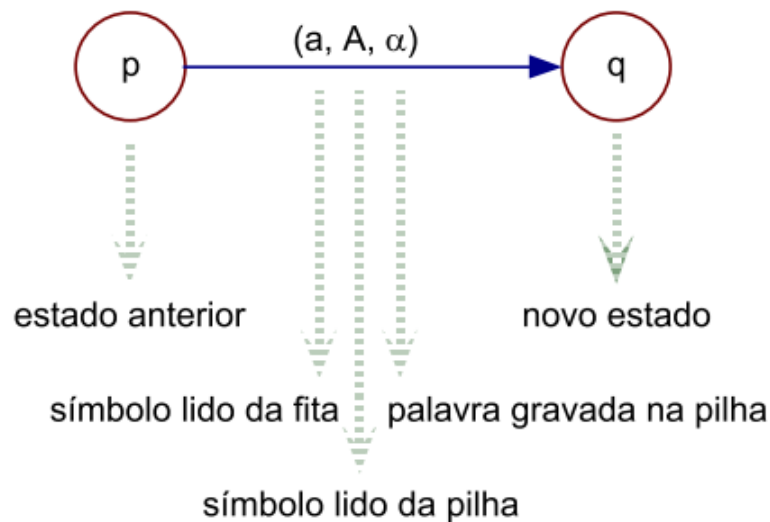
Movimento vazio

- Análogamente ao autômato finito
- Pode mudar de estado sem ler a fita ou a pilha

Definição do autômato com pilha

$M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F, V)$

- Σ : Alfabeto de símbolos de entrada
- Q : Conjunto finito de estados
- δ : Função programa ou função de transição
- q_0 : Estado inicial
- F : Conjunto de estados finais
- V : Alfabeto auxiliar ou alfabeto da pilha
- A função pode não ser total
 - $?$ indica teste de toda palavra de entrada lida ou pilha vazia
 - ϵ leitura (movimento vazio da fita ou pilha) gravação (nenhuma gravação é realizada na pilha)
- Exemplo: $\delta(p, ?, \epsilon) = \{(q, \epsilon)\}$
 - No estado p
 - Se a entrada foi completamente lida
 - Não lê da pilha
 - Assume o estado p
 - Não grava na pilha



Processamento de um AP, para uma palavra de entrada

- Sucessivas aplicações da função programa até ocorrer uma condição de parada
- É possível que um AP nunca atinja uma condição de parada
 - exemplo: empilha e desempilha um mesmo símbolo indefinidamente, sem ler da fita

Parada de um AP

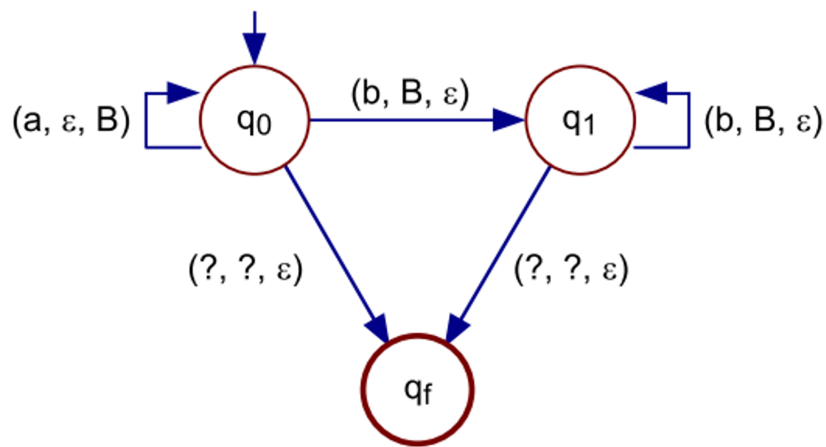
Aceita: Quando um dos caminhos alternativos assume um estado final

Rejeita: Quando todos os caminhos alternativos rejeitam

Loop infinito: Pelo menos um caminho alternativo está em loop, os demais rejeitam ou também estão em loop infinito

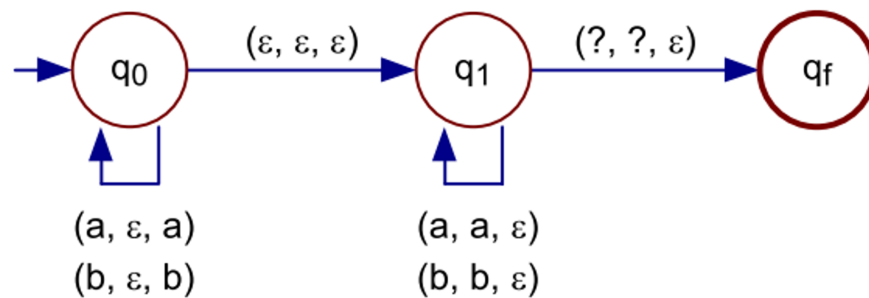
Exemplo 1

- $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$
- Um AP determinístico
- $M1 = (\{a, b\}, \{q0, q1, qf\}, \delta1, q0, \{qf\}, \{B\})$
 - $\delta1(q0, a, \epsilon) = \{(q0, B)\}$
 - $\delta1(q0, b, B) = \{(q1, \epsilon)\}$
 - $\delta1(q0, ?, ?) = \{(qf, \epsilon)\}$
 - $\delta1(q1, b, B) = \{(q1, \epsilon)\}$
 - $\delta1(q1, ?, ?) = \{(qf, \epsilon)\}$

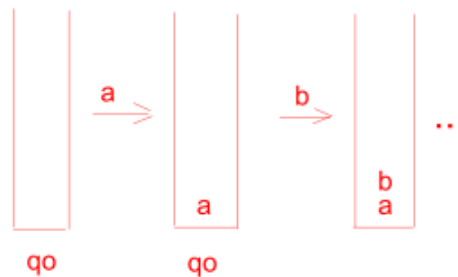


Exemplo 2

- $\{ww^r \mid w \in \{a, b\}^*\}$
- Um AP não-determinístico



abaaba



Exemplo 3

- $\{a^n b^m a^{n+m} \mid n \geq 0, m \geq 0\}$

