

Lista 8 - Superfícies Quádricas

Professora Marielle Ap. Silva

1. Identifique e represente geometricamente as superfícies dadas pelas equações, apresentando os traços adequados:

a) $x^2 + y^2 + z^2 = 25$
b) $4x^2 + 4y^2 + z^2 - 16 = 0$
c) $y^2 = x^2 + z^2$
d) $x^2 + z^2 - y = 2$
e) $x^2 - 4y^2 + 2z^2 = 8$
f) $x^2 + y^2 + z^2 = 0$
g) $4y^2 + z^2 - 4x = 0$
h) $-16x^2 + 9y^2 - z^2 = 144$
i) $z = x^2 - y^2$

j) $4y^2 + 9z^2 = 36$
k) $x^2 - 4y^2 = 16$
l) $y = x^2 - 9$
m) $x - y = 0$
n) $x^2 + y^2 = 2y$
o) $z = e^y$
p) $z = 1 + \sqrt{1 - x^2 - y^2}$
q) $x^2 + y^2 - z^2 + 18z - 81 = 0$
r) $z = 9 - \sqrt{x^2 + y^2}$

2. Encontre a equação da superfície esférica que passa pelos pontos $A(0, 0, 1)$, $B(0, 1, 0)$ e $C(1, 0, 0)$ e cujo centro está no plano $\pi : x + y - z = 0$.

3. Considere a superfície de equação $x^2 + y^2 - z^2 = k$, em que k é uma constante real.

- a) Classifique as superfícies obtidas quando

i) $k < 0$

ii) $k = 0$

iii) $k > 0$

- b) Para $k = 4$ encontre e identifique as interseções da superfície dada com os planos coordenados e com os planos $z = 4$ e $z = -4$.

- c) Para $k = 4$ represente geometricamente a superfície dada.

4. Encontre a equação do elipsoide com centro na origem, um dos vértices em $(1, 0, 0)$ e que a interseção com o plano $x = \frac{1}{2}$ seja a curva $\frac{y^2}{3} + \frac{z^2}{12} = 1$.

Respostas dos Exercícios

1.
 - a) Esfera com centro $C(0, 0, 0)$
 - b) Elipsoide com centro $C(0, 0, 0)$
 - c) Cone ao longo do eixo y com $V(0, 0, 0)$
 - d) Paraboloide circular com $V(0, -2, 0)$ ao longo do eixo y
 - e) Hiperboloide de uma folha ao longo de y com $C(0, 0, 0)$
 - f) Ponto $(0, 0, 0)$
 - g) Paraboloide elíptico ao longo do eixo x
 - h) Hiperboloide de duas folhas ao longo do eixo y
 - i) Paraboloide hiperbólico no eixo z com $V(0, 0, 0)$
 - j) Cilindro elíptico com geratriz o eixo x
 - k) Cilindro hiperbólico com geratriz o eixo z
 - l) Cilindro parabólico com geratriz o eixo z
 - m) Plano paralelo ao eixo z
 - n) Cilindro circular com diretriz $x^2 + y^2 = 2y$ e geratriz o eixo z
 - o) Cilindro com diretriz $z = e^y$ e geratriz o eixo x
 - p) Meia esfera ou calota superior da esfera de centro $C(0, 0, 1)$ e raio 1
 - q) Cone ao longo do eixo z com $V(0, 0, 9)$
 - r) Folha inferior de cone ao longo do eixo z com $V(0, 0, 9)$

2. $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

3.
 - a)
 - i) Hiperboloide de 2 folhas em z ;
 - ii) Cone em z ;
 - iii) Hiperboloide de 1 folha em z
 - b)
 - Plano $x0y$: circunferência $x^2 + y^2 = 4$
 - Plano $x0z$: hipérbole $x^2 - z^2 = 4$ com eixo maior no eixo x
 - Plano $y0z$: hipérbole $y^2 - z^2 = 4$ com eixo maior no eixo y
 - Plano $z = 4$: circunferência $x^2 + y^2 = 20$
 - Plano $z = -4$: circunferência $x^2 + y^2 = 20$
 - c) Hiperboloide de 1 folha em z

4. $x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{16} = 1$