

Introdução ao Cálculo Diferencial e Integral

Expressões Fracionárias

Prof. Dani Prestini

Expressões Fracionárias

Domínio de uma Expressão Algébrica

O quociente de duas expressões algébricas, além de ser outra expressão algébrica, é uma **expressão fracionária**:

$$\frac{x^2 - 5x + 2}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

$$\frac{2x^3 - x^2 + 1}{5x^2 - x - 3}$$

O conjunto dos números reais para os quais uma expressão algébrica é definida é o **domínio da expressão algébrica**.

Expressões Fracionárias

Domínio de uma Expressão Algébrica

Exemplo – Verificar o domínio das expressões algébricas abaixo:

a) $3x^2 - x + 5$



$$D = \mathbb{R}$$

b) $\sqrt{x - 1}$



$$x - 1 \geq 0$$

$$x \geq 1$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 1\}$$

c) $\frac{x}{x - 1}$



$$x - 1 \neq 0$$

$$x \neq 1$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 1\}$$

Expressões Fracionárias

Simplificação de Expressões Algébricas

Exemplo – Escreva $\frac{x^2-3x}{x^2-9}$ na forma reduzida.

$$\frac{x \cdot (\cancel{x-3})}{(x+3)(\cancel{x-3})} \Rightarrow$$

$$\frac{x}{x+3}$$

$$, \underbrace{x \neq -3, x \neq 3}$$

$$x^2 - 9 \neq 0$$

$$\cdot x^2 \neq 9$$

$$x \neq \pm \sqrt{9}$$

$$\boxed{x \neq \pm 3}$$

Expressões Fracionárias

Operações com Frações

Exemplos:

$$a) \frac{2}{3} + \frac{5}{3} = \frac{7}{3}$$

$$b) \frac{2}{3} - \frac{4}{5} = \frac{10 - 12}{15} = -\frac{2}{15}$$

$$c) \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$$

$$d) \frac{2}{3} \div \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

Expressões Fracionárias

Operações com Expressões Racionais

Exemplos:

$$\begin{aligned} a) \frac{x}{3x-2} + \frac{3}{x-5} &= \frac{x(x-5) + 3(3x-2)}{(3x-2)(x-5)} \\ &= \frac{x^2 - 5x + 9x - 6}{(3x-2)(x-5)} \\ &= \frac{x^2 + 4x - 6}{(3x-2)(x-5)} \end{aligned}$$

$$\frac{(\cancel{3x-2})(x-5)}{\cancel{3x-2}}$$

Expressões Fracionárias

Operações com Expressões Racionais

Exemplos:

$$\begin{aligned} b) & \frac{(2x^2 + 11x - 21)}{(x^3 + 2x^2 + 4x)} \cdot \frac{(x^3 - 8)}{(x^2 + 5x - 14)} \\ &= \frac{2(x - \frac{3}{2}) \cdot \cancel{(x+7)} \cdot \cancel{(x-2)} \cdot \cancel{(x^2 + 2x + 4)}}{x \cdot \cancel{(x^2 + 2x + 4)} \cdot \cancel{(x-2)} \cdot \cancel{(x+7)}} \\ &= \boxed{\frac{2x - 3}{x}} \quad \text{com } x \neq -7, x \neq 2, x \neq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x^2 + 11x - 21 &= 0 \\ \Delta &= 121 + 168 = 289 \\ x &= \frac{-11 \pm \sqrt{289}}{4} \end{aligned}$$

$x' = \frac{3}{2}$
 $x'' = -7$

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & 0 & 0 & -8 \\ & 1 & 2 & 4 & 0 \end{array}$$

$x^2 + 2x + 4$

$$\begin{aligned} x^2 + 5x - 14 &= 0 \\ \Delta &= 25 + 56 = 81 \\ x &= \frac{-5 \pm \sqrt{81}}{2} \end{aligned}$$

$x' = 2$
 $x'' = -7$

Expressões Fracionárias

Operações com Expressões Racionais

Exemplos:

$$c) \frac{(x^3 + 1)}{(x^2 - x - 2)} \div \frac{(x^2 - x + 1)}{(x^2 - 4x + 4)}$$

$$= \frac{(x^3 + 1)}{(x^2 - x - 2)} \cdot \frac{(x^2 - 4x + 4)}{(x^2 - x + 1)}$$

$$= \frac{\cancel{(x+1)} \cdot \cancel{(x^2 - x + 1)} \cdot \cancel{(x-2)}(x-2)}{\cancel{(x-2)} \cdot \cancel{(x+1)} \cdot \cancel{(x^2 - x + 1)}}$$

$$= \boxed{x-2} \quad x \neq 2, x \neq -1 \quad \checkmark$$

$$\underline{(n-n') \cdot (n-n'') \dots}$$

$$\begin{array}{c|ccc|c} -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ \hline & 1 & -1 & 1 & 0 \end{array}$$

$$n^2 - n + 1$$

$$n^2 - 4n + 4 = 0$$

$$\Delta = 16 - 16 = 0$$

$$n = \frac{4 \pm 0}{2} \quad \begin{array}{l} n' = 2 \\ n'' = 2 \end{array}$$

$$n^2 - n - 2 = 0$$

$$\Delta = 1 + 8 = 9$$

$$n = \frac{1 \pm 3}{2} \quad \begin{array}{l} n' = 2 \\ n'' = -1 \end{array}$$