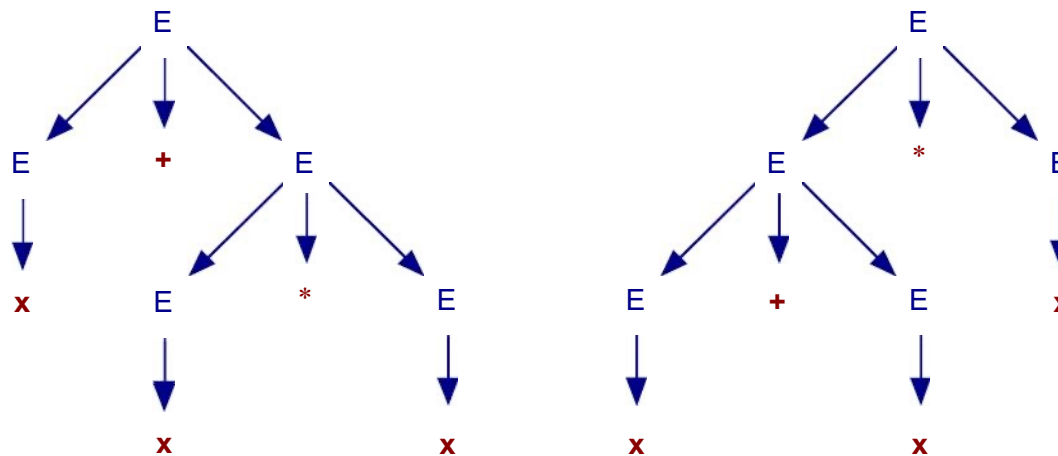


Ambigüidade

♦ *Gramática Ambígua*

- Gramática Livre do Contexto
- se existe uma palavra que possua
 - * duas ou mais árvores de derivação

♦ *Exemplo: $x+x*x$*



♦ **$x+x*x$ possui mais de uma derivação à esquerda (direita)**

- derivação mais à esquerda

$$E \Rightarrow E+E \Rightarrow x+E \Rightarrow x+E*E \Rightarrow x+x*E \Rightarrow x+x*x$$

$$E \Rightarrow E*E \Rightarrow E+E*E \Rightarrow x+E*E \Rightarrow x+x*E \Rightarrow x+x*x$$

- derivação mais à direita

$$E \Rightarrow E+E \Rightarrow E+E*E \Rightarrow E+E*x \Rightarrow E+x*x \Rightarrow x+x*x$$

$$E \Rightarrow E*E \Rightarrow E*x \Rightarrow E+E*x \Rightarrow E+x*x \Rightarrow x+x*x$$

♦ **Forma equivalente de definir ambigüidade**

- a existência de uma palavra
- com duas ou mais derivações mais à esquerda (direita)

◆ Ambigüidade ???

- em muitas aplicações, é conveniente que a
 - * gramática usada não seja ambígua
- nem sempre é possível eliminar ambigüidades
- é fácil definir linguagens para as quais
 - * qq GLC é ambígua

◆ *Linguagem Inerentemente Ambígua*

- LLC
- qq GLC que a define é ambígua

◆ *Exemplo:*

$$L = \{w \mid w = a^n b^n c^m d^m \text{ ou } w = a^n b^m c^m d^n, n \geq 1, m \geq 1\}$$

Simplificação de GLC

♦ Simplificações

- *não* reduzem o poder de expressão das GLC

♦ Simplificações são importantes para

- construção e otimização de algoritmos
- demonstração de teoremas

♦ Simplificações

- exclusão de *símbolos inúteis*
 - * *variáveis* ou *terminais não-usados*
 - * para gerar palavras de terminais
- exclusão de *produções vazias* da forma $A \rightarrow \varepsilon$
 - * se ε pertence à linguagem,
 - * é incluída uma produção vazia específica
- exclusão de produções da forma $A \rightarrow B$
 - * substituem uma variável por outra
 - * não adicionam qq informação de geração de palavras.

Símbolos Inúteis

◆ Símbolos inúteis

- variáveis ou terminais
- não-usados na geração de palavras de terminais

◆ Simplificação

- *exclui* as produções que fazem referência aos símbolos inúteis
- análise das produções a partir
 - * de terminais gerados e
 - * do símbolo inicial
- não é necessária qq modificação adicional nas produções da gramática
- *exclui* os símbolos que não são referenciados em qq produção

♦ Algoritmo

- *Qualquer variável gera palavra de terminais*
 - * gera um novo conjunto de variáveis
 - * inicialmente, considera todas as variáveis que geram terminais diretamente (ex: $A \rightarrow a$)
 - * a seguir, são adicionadas as variáveis que geram palavras de terminais indiretamente (ex: $B \rightarrow Ab$)
- *Qualquer símbolo é atingível a partir do símbolo inicial*
 - * analisa as produções da gramática a partir do símbolo inicial
 - * inicialmente, considera exclusivamente o símbolo inicial
 - * após, as produções da gramática são aplicadas e os símbolos referenciados adicionados aos novos conjuntos

♦ *Algoritmo. Eliminação dos Símbolos Inúteis*

- GLC $G = (V, T, P, S)$
- *Etapa 1: garante que qualquer variável gera terminais*
- gramática resultante: $G_1 = (V_1, T, P_1, S)$
- construção de V_1

$V_1 = \emptyset;$

faça $V_1 = V_1 \cup \{A \mid A \rightarrow \alpha \in P \text{ e } \alpha \in (T \cup V_1)^*\}$

até cardinal de V_1 não aumente;

- construção de P_1
 - * mesmas produções que P
 - * excetuando-se as produções cujas variáveis não pertencem a V_1

- *Etapa 2: garante que qualquer símbolo é atingível a partir do símbolo inicial*
- gramática resultante: $G_2 = (V_2, T_2, P_2, S)$
- construção de V_2 e T_2

$T_2 = \emptyset;$

$V_2 = \{S\};$

faça $V_2 = V_2 \cup \{A \mid X \rightarrow \alpha A \beta \in P_1, X \in V_2\};$

$T_2 = T_2 \cup \{a \mid X \rightarrow \alpha a \beta \in P_1, X \in V_2\}$

até cardinais de V_2, T_2 não aumentem;

- construção de P_2
 - * mesmas produções que P_1
 - * excetuando-se as produções cujos símbolos não pertencem a V_2 ou T_2
- *se as etapas acima forem executados em ordem inversa (etapa 2 antes da 1)*
 - * pode não gerar o resultado desejado

♦ *Exemplo: Considere a GLC*

- $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S)$, onde
 $P = \{S \rightarrow aAa \mid bBb, A \rightarrow a \mid S, C \rightarrow c\}$
- *Qualquer variável gera palavra de terminais*

iteração	variáveis
início	\emptyset
1	$\{A, C\}$
2	$\{A, C, S\}$
3	$\{A, C, S\}$

- produção $S \rightarrow bBb$
 - * *excluída*
 - * *B não pertence* ao novo conjunto de variáveis

- *Qualquer símbolo é atingido a partir de S*

- $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S)$, onde
 $P = \{S \rightarrow aAa \mid bBb, A \rightarrow a \mid S, C \rightarrow c\}$

iteração	variáveis	terminais
início	{S}	\emptyset
1	{S, A}	{a}
2	{S, A}	{a}

- produção $C \rightarrow c$
 - * excluída
 - * C e c não pertencem aos novos conjuntos de variáveis e terminais
- gramática resultante
 - * $G = (\{S, A\}, \{a\}, P, S)$, onde
 - * $S = \{S \rightarrow aAa, A \rightarrow a \mid S\}$

♦ *Algoritmo. Eliminação dos Símbolos Inúteis*

<https://ricardofm.me/disciplinas/lfa0001/lfa.html>

Gramatica:

$S \rightarrow aAa \mid bBb$
 $A \rightarrow a \mid S$
 $C \rightarrow c$

Simplificação

Simplificar

Exclusão de produções vazias

Exclusão de produções $A \rightarrow B$

Exclusão de símbolos inúteis

Gramatica:

$S \rightarrow aAa$
 $A \rightarrow a \mid S$

Simplificação

Simplificar

Exclusão de produções vazias

Exclusão de produções $A \rightarrow B$

Exclusão de símbolos inúteis

Produções Vazias

♦ Exclusão de produções vazias

- da forma $A \rightarrow \varepsilon$
- pode determinar
 - * modificações diversas
 - * nas produções da gramática

♦ Algoritmo

- *Variáveis que constituem produções vazias*
 - * $A \rightarrow \varepsilon$. variáveis que geram ε diretamente
 - * $B \rightarrow A$. variáveis que geram ε indiretamente
- *Exclusão das produções vazias*
 - * todas as produções não-vazias
 - * a seguir, cada produção que possui uma variável que gera ε , determina uma produção adicional, sem esta variável
- *Inclusão de geração da palavra vazia*
 - * se necessário

♦ *Algoritmo. Eliminação das Produções Vazias*

- GLC $G = (V, T, P, S)$
- *Etapa 1: Conjunto de variáveis que constituem produções vazias.*
 - * V_ε : conjunto das variáveis que geram ε

$V_\varepsilon = \{A \mid A \rightarrow \varepsilon\};$

faça $V_\varepsilon = V_\varepsilon \cup \{X \mid X \rightarrow X_1 \dots X_n \in P \text{ tq}$
 $X_1, \dots, X_n \in V_\varepsilon\}$

até que o cardinal de V_ε não aumente;

- *Etapa 2: Conjunto de produções sem produções vazias*
- gramática resultante: $G_1 = (V, T, P_1, S)$
- construção de P_1

```

 $P_1 = \{A \rightarrow \alpha \mid \alpha \neq \varepsilon \text{ e } \alpha \notin V_\varepsilon\};$ 
faça para  $A \rightarrow \alpha \in P_1$  e
       $X \in V_\varepsilon$  tq  $\alpha = \alpha_1 X \alpha_2$  e  $\alpha_1 \alpha_2 \neq \varepsilon$ 
      faça  $P_1 = P_1 \cup \{A \rightarrow \alpha_1 \alpha_2\}$ 
até que o cardinal de  $P_1$  não aumente;

```

- *Etapa 3: inclusão de geração da palavra vazia, se necessário*
- se a palavra vazia pertence à linguagem
- gramática resultante:

$$G_2 = (V, T, P_2, S) \text{ onde}$$

$$P_2 = P_1 \cup \{S \rightarrow \varepsilon\}$$

♦ *Exemplo: Considere a GLC*

- $G = (\{S, X, Y\}, \{a, b\}, P, S)$, onde
 $P = \{S \rightarrow aXa \mid bXb \mid \varepsilon, X \rightarrow a \mid b \mid Y, Y \rightarrow \varepsilon\}$
- *Conjunto de variáveis que geram ε*

iteração	V_ε
início	$\{S, Y\}$
1	$\{S, Y, X\}$
2	$\{S, Y, X\}$

- *Conjunto de produções sem produções vazias*

iteração	produções
inicial	$\{S \rightarrow aXa \mid bXb, X \rightarrow a \mid b\}$
1	$\{S \rightarrow aXa \mid bXb \mid aa \mid bb, X \rightarrow a \mid b\}$
2	$\{S \rightarrow aXa \mid bXb \mid aa \mid bb, X \rightarrow a \mid b\}$

- *Inclusão da geração da palavra vazia*
 - * como ε pertence à linguagem
 - * $S \rightarrow \varepsilon$ é incluída no conjunto de produções
- *Gramática resultante* (note-se Y é inútil)
 - * $G = (\{S, X, Y\}, \{a, b\}, P, S)$, onde

$$P = \{S \rightarrow aXa \mid bXb \mid aa \mid bb \mid \varepsilon, X \rightarrow a \mid b\}$$

Produções da Forma $A \rightarrow B$

♦ $A \rightarrow B$

- neste caso
 - * A pode ser substituída por B
 - * não adiciona informação alguma em termos de geração de palavras
- adicionalmente, se $B \rightarrow \alpha$, então
 - * $A \rightarrow B$ pode ser substituída por $A \rightarrow \alpha$
 - * generalização desta idéia: algoritmo proposto

♦ Algoritmo

- *Construção do fecho da cada variável*
 - * variáveis que podem substituí-la transitivamente
 - * **ex.:** se $A \rightarrow B$ e $B \rightarrow C$, então B e C pertencem ao fecho de A
- *Exclusão das produções $A \rightarrow B$*
 - * se α é atingível a partir de A através de seu fecho
então substitui $A \rightarrow B$ por $A \rightarrow \alpha$

♦ Algoritmo. Eliminação de Produções da Forma $A \rightarrow B$

- GLC $G = (V, T, P, S)$
- *Construção do fecho da cada variável*

```
para  $A \in V$   
faça  $\text{FECHO-}A = \{B \mid A \Rightarrow^+ B\}$  usando exclusivamente  
produções da forma  $X \rightarrow Y$ ;
```

- *Exclusão das produções $A \rightarrow B$*
- gramática resultante: $G_1 = (V, T, P_1, S)$
- construção de P_1

$P_1 = \{A \rightarrow \alpha \mid \alpha \notin V\};$

para $A \in V$ e $B \in \text{FECHO-A}$

faça se

$B \rightarrow \alpha \in P$ e $\alpha \notin V$

então $P_1 = P_1 \cup \{A \rightarrow \alpha\};$

♦ *Exemplo: Considere a GLC*

- $G = (\{S, X\}, \{a, b\}, P, S)$, onde
 $P = \{S \rightarrow aXa \mid bXb, X \rightarrow a \mid b \mid S \mid \varepsilon\}$
- *Construção do fecho de cada variável*
 - * FECHO-S = \emptyset
 - * FECHO-X = $\{S\}$
- *Construção do conjunto de produções*

iteração	produções
inicial	$\{S \rightarrow aXa \mid bXb, X \rightarrow a \mid b \mid \varepsilon\}$
S	$\{S \rightarrow aXa \mid bXb, X \rightarrow a \mid b \mid \varepsilon\}$
X	$\{S \rightarrow aXa \mid bXb, X \rightarrow a \mid b \mid \varepsilon$ $\mid aXa \mid bXb \}$

- *gramática resultante*
 - * $G = (\{S, X\}, \{a, b\}, P, S)$, onde
 - * $P = \{S \rightarrow aXa \mid bXb, X \rightarrow a \mid b \mid \varepsilon \mid aXa \mid bXb\}$

Simplificações combinadas

♦ Não é qualquer seqüência de simplificação de gramática que atinge os resultados desejados

- por quê?

♦ Seqüência recomendada

- exclusão de produções vazias
- exclusão de produções da forma $A \rightarrow B$
- exclusão de símbolos inúteis