# Introdução ao Cálculo Diferencial e Integral

## Inequações

Prof. Dani Prestini

UDESC
UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA

# Inequações

## Definição

Inequações são todas as sentenças matemáticas expressas por uma desigualdade. As inequações, assim como as equações, podem ter uma ou mais incógnitas. Os sinais que representam uma desigualdade são: > (maior), < (menor), ≥ (maior ou igual), ≤ (menor ou igual) e ≠ (diferente).

$$5x^3 \geq 2x + 4$$

$$\frac{5y-2}{8} < 2 + \frac{y}{4}$$

$$(2x-1)^2 \neq 9$$

# Inequações

## Inequações lineares com uma variável

**DEFINIÇÃO Inequação linear em $x$**

Uma **inequação linear em $x$** pode ser escrita nas seguintes formas:

$$ax + b < 0,\ ax + b \leq 0,\ ax + b > 0 \text{ ou } ax + b \geq 0,$$

onde $a$ e $b$ são números reais com $a \neq 0$.

# Inequações

## Propriedades das Inequações

**Propriedades das inequações**

Sejam $u$, $v$, $w$ e $z$ números reais, variáveis ou expressões algébricas, e $c$ um número real.

| | |
|---|---|
| **1. Transitiva** | Se $u < v$ e $v < w$, então $u < w$. |
| **2. Adição** | Se $u < v$, então $u + w < v + w$. |
| | Se $u < v$ e $w < z$, então $u + w < v + z$. |
| **3. Multiplicação** | Se $u < v$ e $c > 0$, então $uc < vc$. |
| | Se $u < v$ e $c < 0$, então $uc > vc$. |

Isso quer dizer que a multiplicação (ou divisão) de uma inequação por um número positivo preserva a desigualdade. Já a multiplicação (ou divisão) de uma inequação por um número negativo inverte a desigualdade.

As propriedades acima também são verdadeiras se o símbolo $<$ é substituído por $\leq$. Existem propriedades similares para $>$ e $\geq$.

# Inequações

## Resolução de uma inequação linear

**Exemplo** – Resolva $3(x-1)+2 \leq 5x+6$

$$3x-3+2 \leq 5x+6$$

$$3x-5x \leq 6+1$$

$$-2.x \leq 7$$

$$x \geq -\frac{7}{2}$$

# Inequações

## Resolução de uma inequação linear

**Exemplo** – Resolva $\dfrac{x}{3}+\dfrac{1}{2}>\dfrac{x}{4}+\dfrac{1}{3}$

$$\frac{4x+6}{\cancel{12}} > \frac{3x+4}{\cancel{12}}$$

$$4x-3x > 4-6$$

$$x > -2$$

# Inequações

## Resolução de uma inequação dupla

**Exemplo** – Resolva $-3 < \frac{2x+5}{3} \leq 5$

$-3 < \frac{2x+5}{3} \leq 5$ (mult. 3)

$-9 < 2x+5 \leq 15$ (subtrair 5)

$-14 < 2x \leq 10$ (dividir por 2)

$-7 < x \leq 5$

# Inequações

## Solução de inequações com valor absoluto

**Solução de inequações com valor absoluto**

Seja $u$ uma expressão algébrica em $x$ e $a$ um número real com $a \geq 0$.

**1.** Se $|u| < a$, então $u$ está no intervalo $]-a, a[$, isto é,

$$|u| < a \text{ se, e somente se, } -a < u < a.$$

**2.** Se $|u| > a$, então $u$ está no intervalo $]-\infty, -a[$ ou $]a, +\infty[$, isto é,

$$|u| > a \text{ se, e somente se, } u < -a \text{ ou } u > a.$$

As desigualdades $<$ e $>$ podem ser substituídas por $\leq$ e $\geq$, respectivamente.

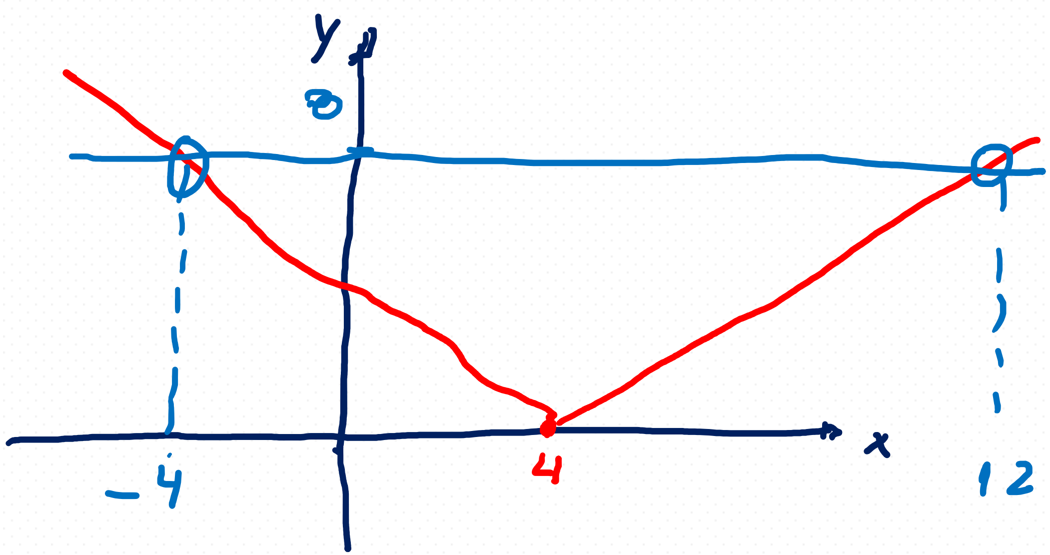
# Inequações

## Solução de inequações com valor absoluto

**Exemplo** – Resolva $|x - 4| < 8$

$-8 < x - 4 < 8$ (somar 4)

$-4 < x < 12$ $\rightarrow$ $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, -4 < x < 12\}$



# Inequações

## Solução de inequações com valor absoluto

**Exemplo** – Resolva $|3x - 2| \geq 5$

$3x - 2 \geq 5$

$3x \geq 7$

$x \geq \frac{7}{3}$

$3x - 2 \leq -5$

$3x \leq -3$

$x \leq -1$

$S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, \frac{7}{3} \leq x \text{ ou } x \leq -1\}$

# Inequações

## Solução de inequações quadráticas

**Exemplo** – Resolva $x^2 - x - 12 > 0$

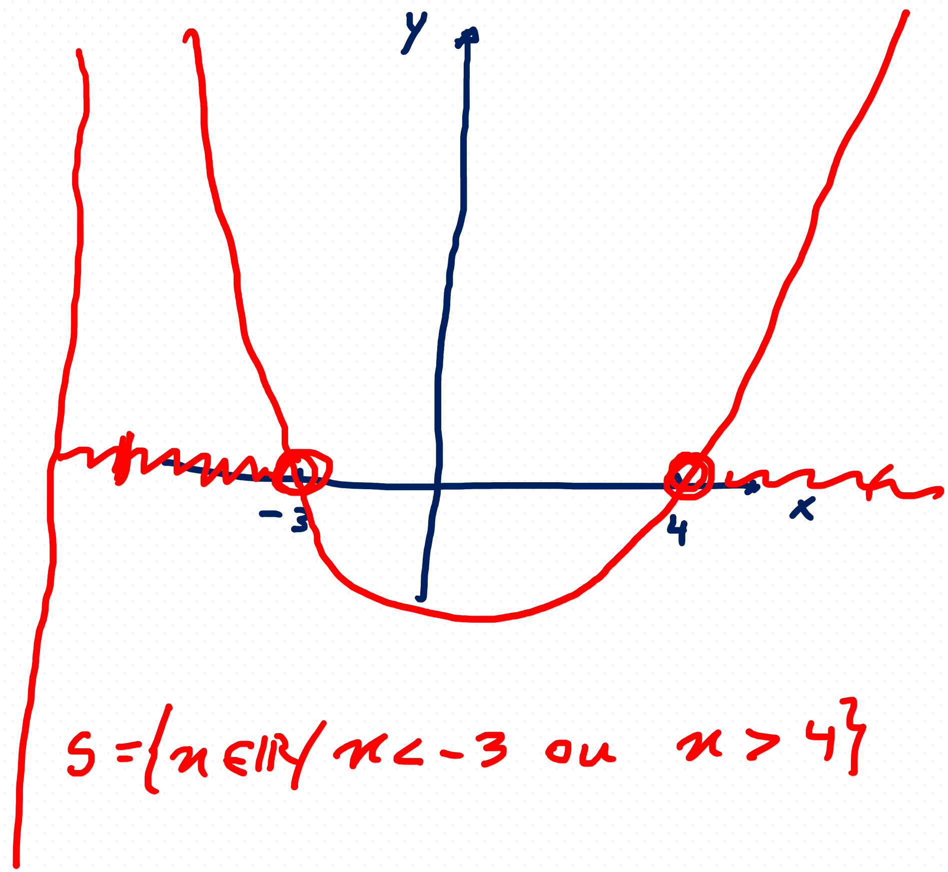
$x^2 - x - 12 = 0$

$\Delta = (-1)^2 - 4(1)(-12)$

$\Delta = 1 + 48 = 49$

$x = \dfrac{-(-1) \pm \sqrt{49}}{2}$

$x = \dfrac{1 \pm 7}{2}$ $x' = 4$, $x'' = -3$




$S = \{x \in \mathbb{R} / x < -3 \text{ ou } x > 4\}$

# Inequações

## Solução de inequações quadráticas

**Exemplo** – Resolva $2x^2 + 3x \leq 20$

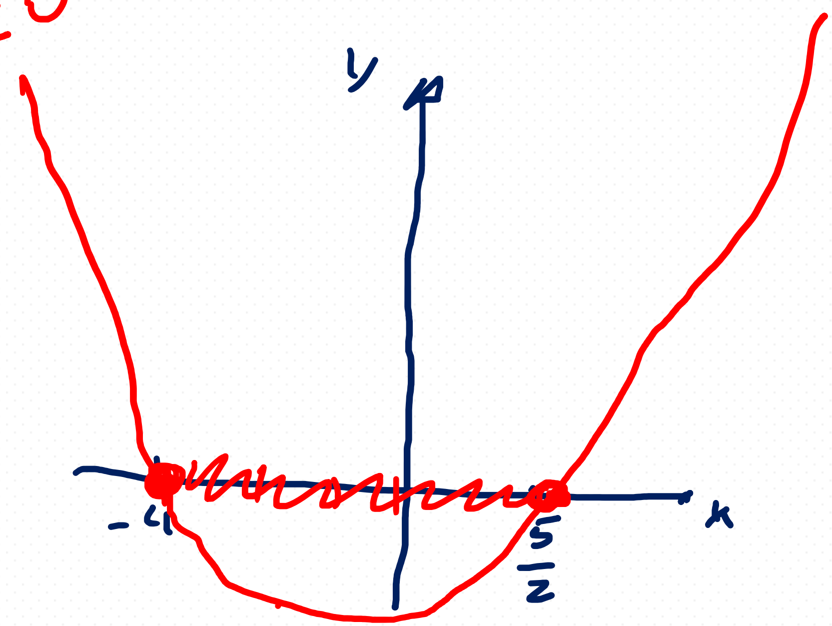
$$2x^2 + 3x - 20 \leq 0$$

$$\Delta = (3)^2 - 4(2)(-20)$$

$$\Delta = 9 + 160 = 169$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{169}}{4}$$

$$x = \frac{-3 \pm 13}{4} \quad x' = \frac{5}{2} \quad x'' = -4$$




$$S = \{x \in \mathbb{R} / -4 \leq x \leq \frac{5}{2}\}$$

# Inequações

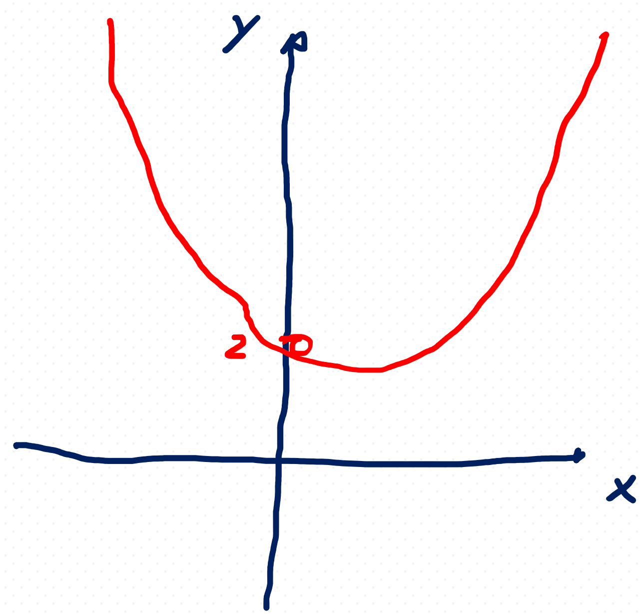
## Solução de inequações quadráticas

**Exemplo** – Resolva $x^2 + 2x + 2 < 0$

$\Delta = 4 - 4(1)(2)$

$\Delta = 4 - 8 = -4$

$S = \varnothing$



# Inequações

## Resolução de uma inequação produto

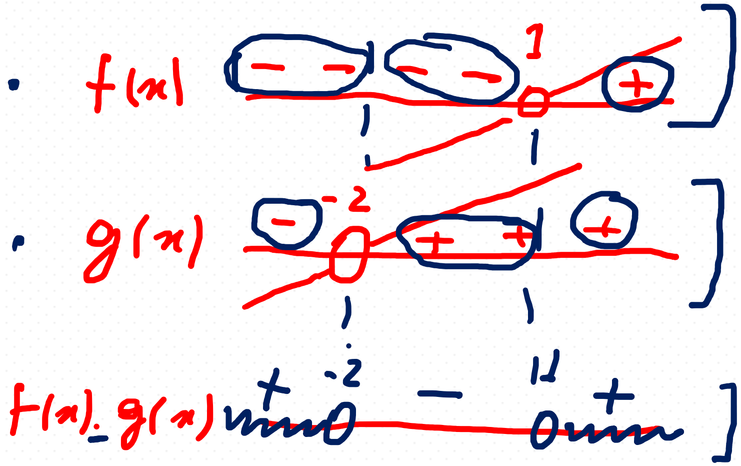
**Exemplo** – Resolva $\underbrace{(x-1)}_{f(x)} . \underbrace{(x+2)}_{g(x)} > 0$

$x - 1 = 0$

$x = 1$

$x + 2 = 0$

$x = -2$




$x$

$x = -3$

$(-4).(-1) = 4$

$x = 2$

$(1)(4) = 4$

$$S = \{x \in \mathbb{R} / x < -2 \text{ ou } x > 1\}$$

# Inequações

## Resolução de uma inequação produto

**Exemplo** – Resolva $(x-1).(x+2)>0$

$(x^2+2x-x-2)>0$

$\underbrace{x^2+x-2}>0$

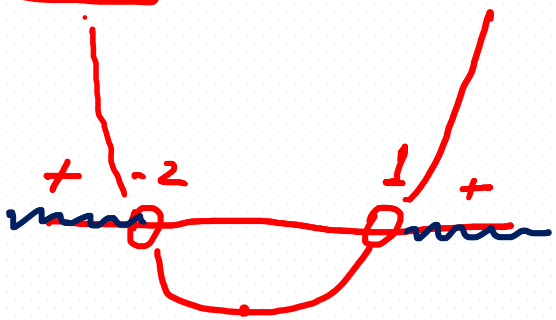
$\Delta=(1)^2-4(1)(-2)$

$\Delta=9$

$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{9}}{2}$

$x'=1$

$x''=-2$




$S=\{(x\in\mathbb{R}/\ x<-2 \text{ ou } x>1)\}$

# Inequações

## Resolução de uma inequação produto

**Exemplo** – Resolva $\underbrace{x}_{f(x)}.\underbrace{(x-3)}_{g(x)}.\underbrace{(-x+1)}_{h(x)} \le 0$

$f(x)$

$x = 0$

$g(x)$

$x - 3 = 0$

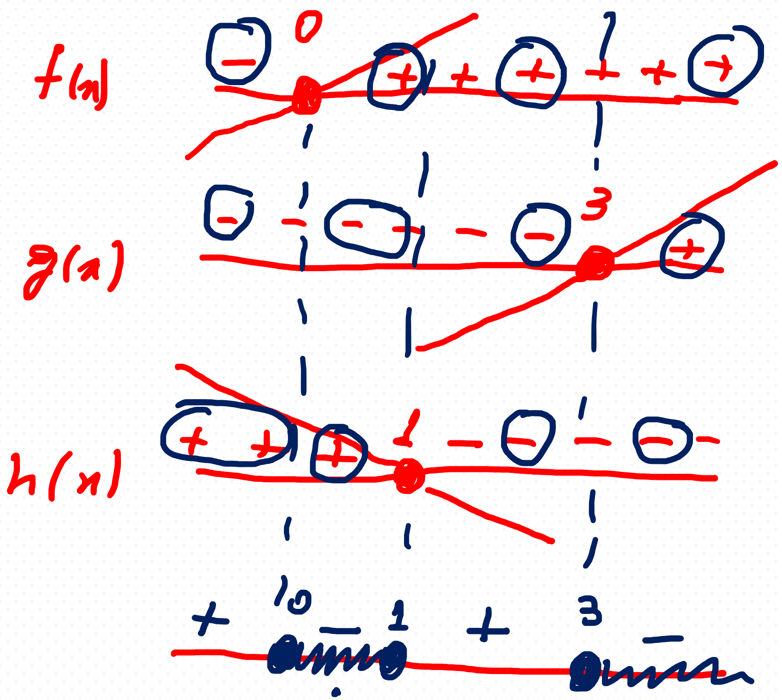
$x = 3$

$h(x)$

$-x + 1 = 0$

$-x = -1$

$x = 1$




$S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, 0 \le x \le 1 \text{ ou } x \ge 3\}$

# Inequações

## Resolução de uma inequação quociente

**Exemplo** – Resolva $\dfrac{x+5}{x-3} \leq 0$ $\quad x \neq 3$

$f(x) = x+5$, $g(x) = x-3$

$f(x)$

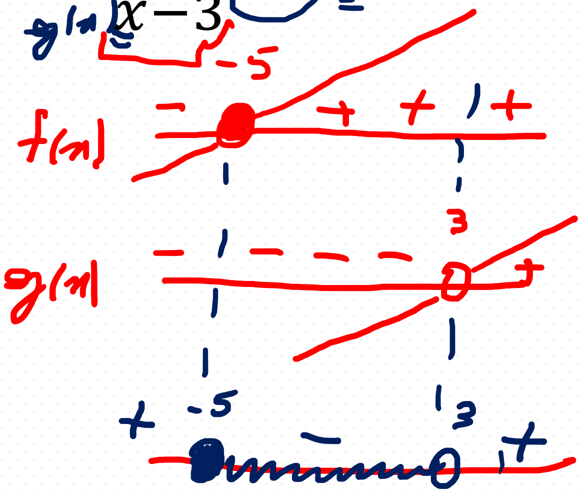
$x+5=0$

$x=-5$

$g(x)$

$x-3=0$

$x=3$




$S = \{ x \in \mathbb{R} \mid -5 \leq x < 3 \}$

# Inequações

## Resolução de uma inequação produto e quociente

**Exemplo** – Resolva $\dfrac{\overbrace{x-1}^{f(x)}}{\underbrace{(x-3)}_{g(x)}.\underbrace{(2x+8)}_{h(x)}} \leq 0$

$f(x)$

$x-1=0$

$x=1$

$g(x)$

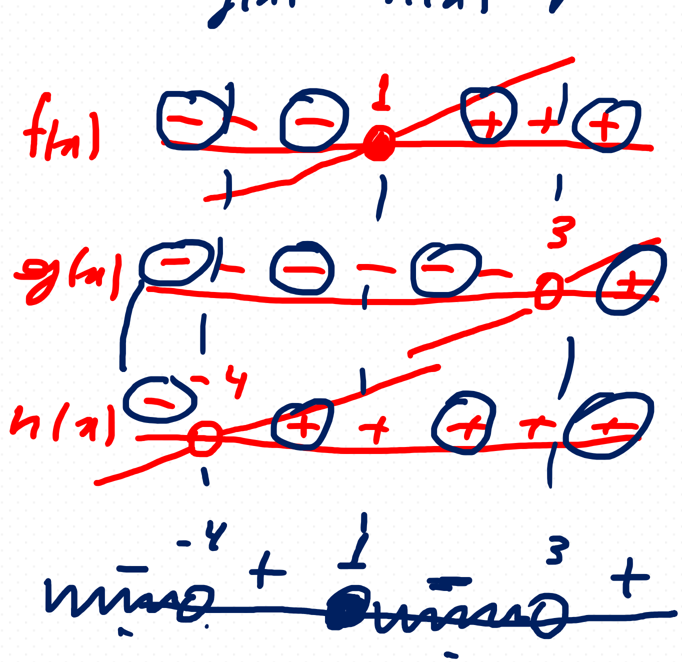
$x-3=0$

$x=3$

$h(x)$

$2x+8=0$

$x=-4$



$S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x < -4$ ou $1 \leq x < 3\}$

# Inequações

## Resolução de uma inequação produto e quociente

**Exemplo** – Resolva $\dfrac{\overset{f(x)}{(x+1)}.\overset{g(x)}{(x+4)}}{\underset{h(x)}{x-2}} > 0$

$f(x)$

$x+1=0$

$x=-1$

$g(x)$

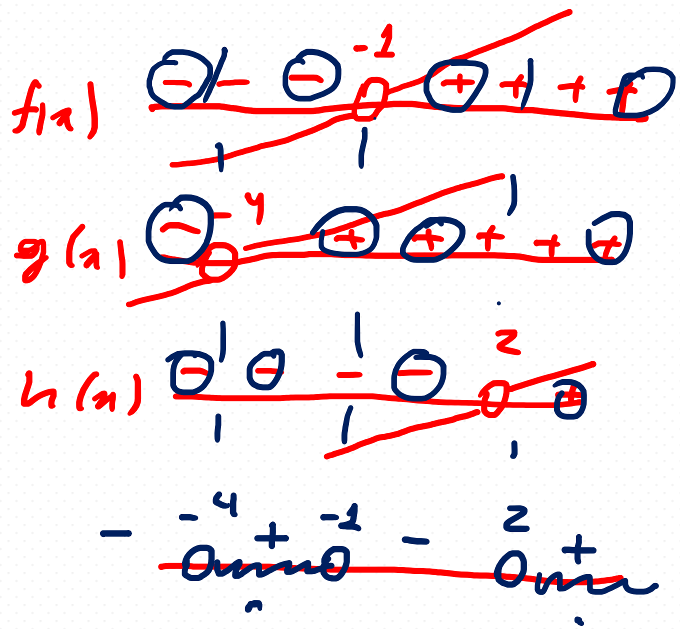
$x+4=0$

$x=-4$

$h(x)$

$x-2=0$

$x=2$




$S=\{x\in\mathbb{R} \,/\, -4<x<-1 \text{ ou } x>2\}$

# Inequações

## Resolução de uma inequação produto

**Exemplo** – Resolva $\underbrace{(x^2 - 8x + 12)}_{f(x)}.\underbrace{(x^2 - 5x)}_{g(x)} < 0$

$x^2 - 8x + 12 = 0$

$\Delta = 64 - 48 = 16$

$x = \dfrac{8 \pm \sqrt{16}}{2}$ $\; x' = 6$, $\; x'' = 2$

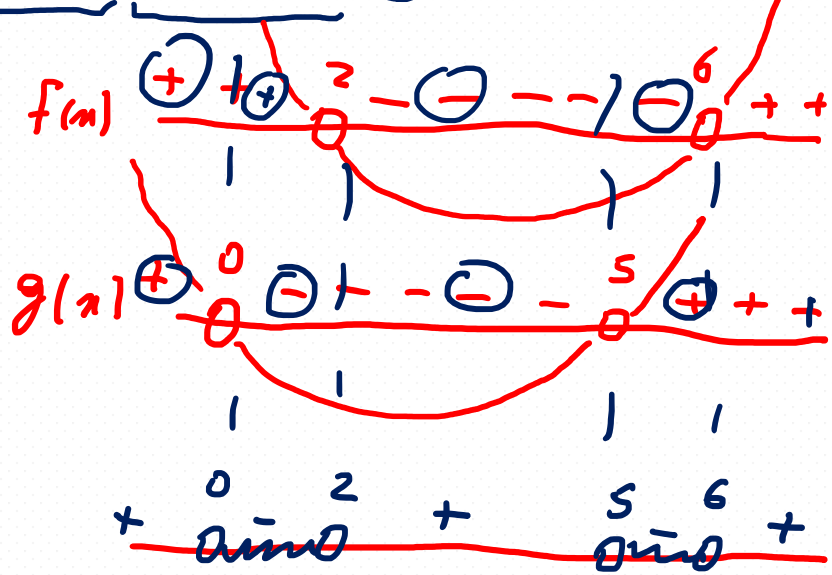
$x^2 - 5x = 0$

$x.(x - 5) = 0$

$x' = 0$

$x - 5 = 0$

$x'' = 5$




$S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, 0 < x < 2 \text{ ou } 5 < x < 6\}$

# Exercícios

1) Livro Texto: páginas 64 e 65 – Exercícios do 1 ao 69

2) Lista de Exercícios postada no Moodle.

Obrigado