# MDI0002 – Matemática Discreta
# Aula 04
# Álgebra de Conjuntos

Karina Girardi Roggia
karina.roggia@udesc.br

Departamento de Ciência da Computação
Centro de Ciências Tecnológicas
Universidade do Estado de Santa Catarina

2020

Álgebra refere-se a cálculos.
Exemplo: números reais e operações aritméticas (adição, multiplicação, ...)

Denominação alternativa para Matemática Discreta.

Conceito formal: será visto mais tarde.
Informalmente: operações definidas sobre um conjunto.

# Álgebra de Conjuntos

Operações definidas sobre todos os conjuntos.

- Não Reversíveis: união, intersecção
- Reversíveis: complemento, conjunto das partes, produto cartesiano, união disjunta.

Conceitos importantes

- Diagramas de Venn: representação gráfica
- Paradoxo de Russell: auto-referência

# Obs: Lógica $\times$ Álgebra de Conjuntos

Relação direta entre conectivos lógicos e operações sobre conjuntos

| Conectivo Lógico | Operação sobre Conjuntos |
|---|---|
| negação | complemento |
| disjunção | união |
| conjunção | intersecção |

| Relação Lógica | Relação sobre Conjuntos |
|---|---|
| implicação | contingência |
| equivalência | igualdade |

## Diagramas de Venn

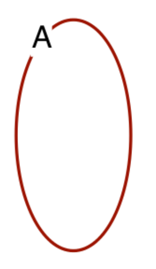
- Largamente conhecidos e utilizados.
- Usam figuras geométricas no plano.

Linguagem Diagramática

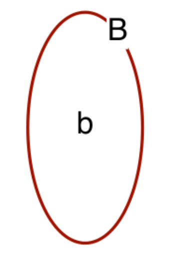
- auxilia entendimento de definições
- facilita desenvolvimento de raciocínios
- permite identificação e compreensão fácil e rápida dos componentes e relacionamentos

# Exemplos

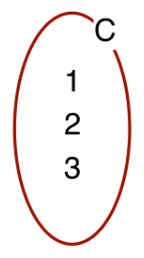
Um dado conjunto $A$




Um determinado elemento $b \in B$

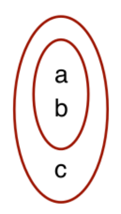



O conjunto $C = \{1, 2, 3\}$

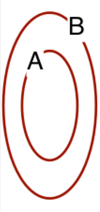


# Exemplos

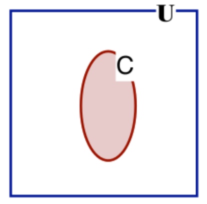
$\{a, b\} \subseteq \{a, b, c\}$




$A \subseteq B$



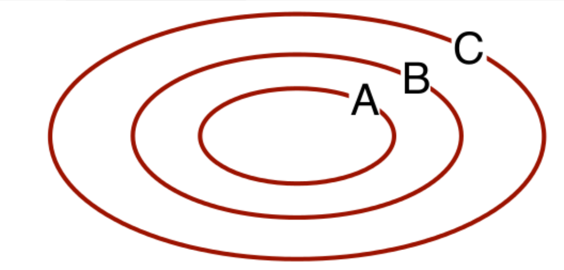

Para dado conjunto universo $U$, $C \subseteq U$




Em geral:

- $U$ é representado por um retângulo
- demais conjuntos por elipses, círculos, etc
- em $C \subseteq U$, conjunto $C$ é destacado para auxiliar visualmente

Considere que




pode-se intuir que a noção de subconjunto é transitiva, isto é

$$A \subseteq B \wedge B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C$$

**Teorema** (Transitividade da Contingência)

*Suponha $A$, $B$ e $C$ conjuntos. Se $A \subseteq B$ e $B \subseteq C$, então $A \subseteq C$.*

Demonstração:

(Lembrando que $X \subseteq Y$ sse $\forall x \in X, x \in Y$)

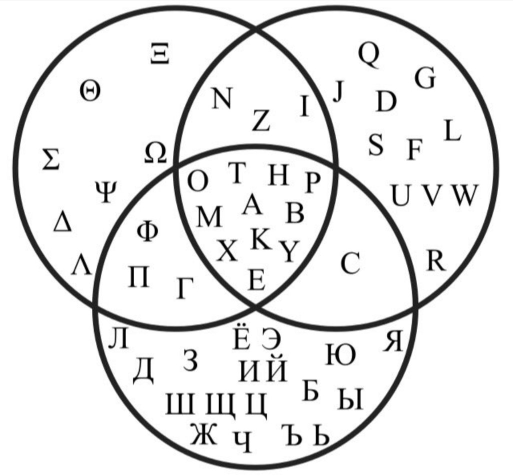
Suponha que $A$, $B$ e $C$ são conjuntos quaisquer com $A \subseteq B$ e $B \subseteq C$.

Seja $a \in A$. Então:

$$\begin{aligned} & a \in A \Rightarrow && \text{(pela definição de subconjunto e } A \subseteq B\text{)} \\ & a \in B \Rightarrow && \text{(pela definição de subconjunto e } B \subseteq C\text{)} \\ & a \in C && \end{aligned}$$

Portanto, para qualquer $a \in A$, $a \in C$. Logo $A \subseteq C$.

# Diagrama de Venn



Conjunto:

coleção de zero ou mais elementos distintos os quais não possuem qualquer ordem associada

Existem conjuntos de conjuntos. Então...

um conjunto pode ser elemento de si mesmo?

**Definição** (Conjunto Ordinário)

Conjunto que não pertence a si mesmo.

$$S = \{A \,|\, A \text{ é um conjunto ordinário}\}$$

Conjunto de todos os conjuntos que não são elementos de si mesmos.

- determina uma contradição
- Paradoxo de Russell

**Teorema** (Paradoxo de Russell)

$$S = \{A \,|\, A \textit{ é um conjunto ordinário}\}$$

*não é conjunto.*

## Demonstração

Suponha que $S$ **é** conjunto.
$S$ é um elemento de si mesmo?
Caso 1. Suponha que $S \in S$

| | |
|---|---|
| $S \in S \Rightarrow$ | [pela definição de conj. ordinário] |
| $S$ não é um conjunto ordinário $\Rightarrow$ | [pela definição de $S$] |
| $S \notin S$ | |

Caso 2. Suponha que $S \notin S$

| | |
|---|---|
| $S \notin S \Rightarrow$ | [pela definição de conj. ordinário] |
| $S$ é um conjunto ordinário $\Rightarrow$ | [pela definição de $S$] |
| $S \in S$ | |

**Absurdo!** Logo $S$ não é conjunto.

A notação por compreensão

- permite definir algo que não é conjunto
- $S$ seria um subconjunto do conjunto de todos os conjuntos
- como $S$ não é conjunto...

não existe o conjunto de todos os conjuntos

Ou seja: nem toda coleção de elementos constitui um conjunto.

# Operações Não Reversíveis

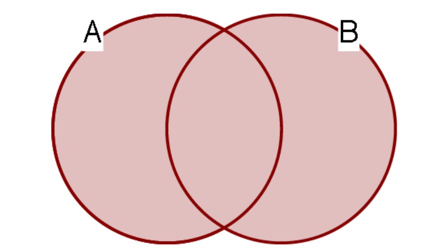
As operações mais comuns nos estudos da Álgebra de Conjuntos.

- União
- Intersecção

**Definição** (União de Conjuntos)

Dados $A$ e $B$ conjuntos, a união destes, $A \cup B$, é tal que

$$x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \vee x \in B$$

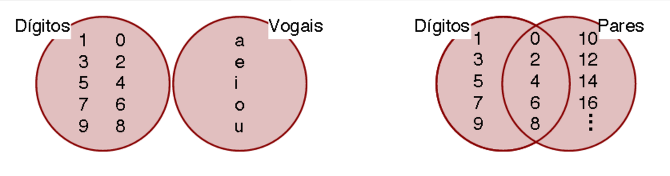


# Exemplos

- Digitos $= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
- Vogais $= \{a, e, i, o, u\}$
- Pares $= \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, \ldots\}$

$$\text{Digitos} \cup \text{Vogais} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, a, e, i, o, u\}$$

$$\text{Digitos} \cup \text{Pares} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, \ldots\}$$



## Exemplos

- $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 2\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 = x\}$
  $A \cup B = \{0, 1, 3, 4, 5, 6, \ldots\}$
- $\mathbb{R}$ (reais), $\mathbb{Q}$ (racionais), $\mathbb{I}$ (irracionais)
  $\mathbb{R} \cup \mathbb{Q} = \mathbb{R}$ $\quad \mathbb{R} \cup \mathbb{I} = \mathbb{R}$ $\quad \mathbb{Q} \cup \mathbb{I} = \mathbb{R}$
- Seja $\mathcal{U}$ o conjunto universo e $A \subseteq \mathcal{U}$
  $\varnothing \cup \varnothing = \varnothing$ $\quad \mathcal{U} \cup \varnothing = \mathcal{U}$
  $\mathcal{U} \cup A = \mathcal{U}$ $\quad \mathcal{U} \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$

# Propriedades da União

**Elemento Neutro**

$$A \cup \varnothing = A = \varnothing \cup A$$

**Idempotência**

$$A \cup A = A$$

**Comutatividade**

$$A \cup B = B \cup A$$

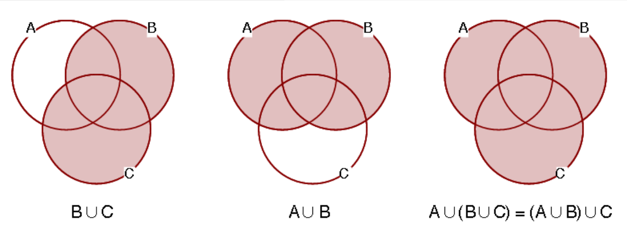
**Associatividade**

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

**Teorema** (Associatividade da União)

*Suponha que $A, B$ e $C$ são conjuntos quaisquer. Então*

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$



Suponha que $x \in A \cup (B \cup C)$.

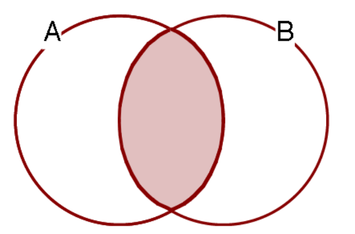
| | |
|---|---|
| $x \in A \cup (B \cup C) \Leftrightarrow$ | [definição de união] |
| $x \in A \vee x \in (B \cup C) \Leftrightarrow$ | [definição de união] |
| $x \in A \vee (x \in B \vee x \in C) \Leftrightarrow$ | [associatividade de $\vee$] |
| $(x \in A \vee x \in B) \vee x \in C \Leftrightarrow$ | [definição de união] |
| $x \in (A \cup B) \vee x \in C \Leftrightarrow$ | [definição de união] |
| $x \in (A \cup B) \cup C$ | |

Portanto $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$.

**Definição** (Intersecção de Conjuntos)

Dados $A$ e $B$ conjuntos, a intersecção destes, $A \cap B$, é tal que

$$x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B$$

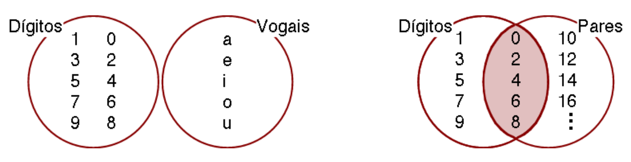


# Exemplos

- $\text{Digitos} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
- $\text{Vogais} = \{a, e, i, o, u\}$
- $\text{Pares} = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, \ldots\}$

$$\text{Digitos} \cap \text{Vogais} = \varnothing$$

$$\text{Digitos} \cap \text{Pares} = \{0, 2, 4, 6, 8\}$$



# Exemplos

- $A = \{x \in \mathbb{N} \,|\, x > 2\}, B = \{x \in \mathbb{N} \,|\, x^2 = x\}$
  $A \cap B = \varnothing$
- $\mathbb{R}$ (reais), $\mathbb{Q}$ (racionais), $\mathbb{I}$ (irracionais)
  $\mathbb{R} \cap \mathbb{Q} = \mathbb{Q} \qquad \mathbb{R} \cap \mathbb{I} = \mathbb{I} \qquad \mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \varnothing$
- Seja $\mathcal{U}$ o conjunto universo e $A \subseteq \mathcal{U}$
  $\varnothing \cap \varnothing = \varnothing \quad \mathcal{U} \cap \varnothing = \varnothing$
  $\mathcal{U} \cap A = A \quad \mathcal{U} \cap \mathcal{U} = \mathcal{U}$

## Propriedades da Intersecção

Elemento Neutro

$$A \cap \mathcal{U} = A = \mathcal{U} \cap A$$

Idempotência

$$A \cap A = A$$

Comutatividade

$$A \cap B = B \cap A$$

Associatividade

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

# Propriedades da União e da Intersecção

Distributividade da intersecção sobre a união

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

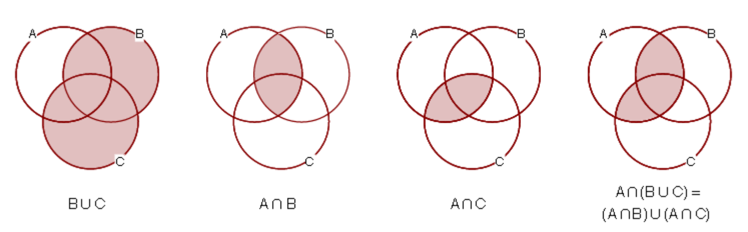
Distributividade da união sobre a intersecção

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

# Distributividade da intersecção sobre a união

**Teorema** (Distributividade da intersecção sobre a união)
*Suponha que* $A, B$ *e* $C$ *são conjuntos quaisquer. Então*

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$



# Demonstração

Suponha que $x \in A \cap (B \cup C)$.

| | |
|---|---|
| $x \in A \cap (B \cup C) \Leftrightarrow$ | [definição de intersecção] |
| $x \in A \wedge x \in (B \cup C) \Leftrightarrow$ | [definição de união] |
| $x \in A \wedge (x \in B \vee x \in C) \Leftrightarrow$ | [tautologia] |
| $(x \in A \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \in C) \Leftrightarrow$ | [definição de intersecção] |
| $x \in (A \cap B) \vee x \in (A \cap C) \Leftrightarrow$ | [definição de união] |
| $x \in (A \cap B) \cup (A \cap C)$ | |

Portanto $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

# Operações Reversíveis

Operação Reversível:

- a partir do resultado, é possível recuperar os operandos originais

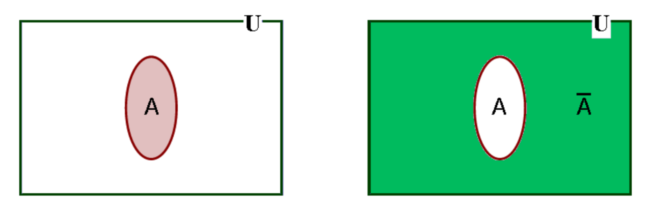
Operações Reversíveis em Álgebras de Conjuntos

- Complemento
- Conjunto das Partes
- Produto Cartesiano
- União Disjunta

**Definição** (Complemento de um Conjunto)

Dado $A$ um conjunto qualquer, o seu complemento, $\overline{A}$, é tal que

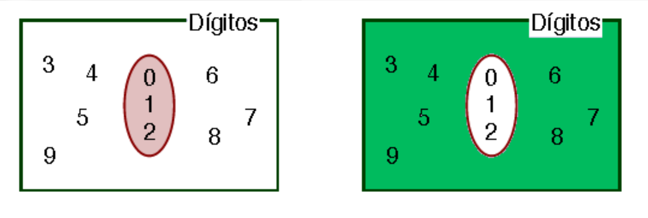
$$x \in \overline{A} \Leftrightarrow x \notin A$$



# Exemplos

- $\mathcal{U}$ = Digitos = $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
- $A = \{0, 1, 2\}$

$$\overline{A} = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$



# Exemplos

- $A = \{0, 1, 2\}, U = \mathbb{N}$
  $\overline{A} = \{x \in \mathbb{N} \,|\, x > 2\}$
- $\mathbb{R}$ conjunto universo
  $\overline{\mathbb{Q}} = \mathbb{I} \qquad \overline{\mathbb{I}} = \mathbb{Q}$
- Para qualquer conjunto universo $\mathcal{U}$ e $A \subseteq \mathcal{U}$
  $\overline{\varnothing} = \mathcal{U} \qquad \overline{\mathcal{U}} = \varnothing$
  $A \cup \overline{A} = \mathcal{U} \quad A \cap \overline{A} = \varnothing$

# Propriedades com o Complemento

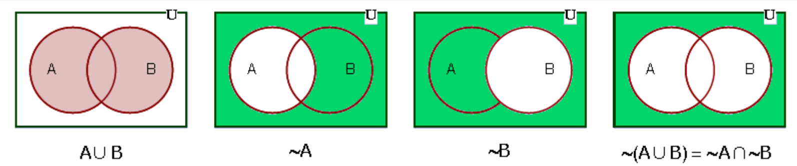
Duplo Complemento

$$\overline{\overline{A}} = A$$

DeMorgan

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$



**Definição** (Conjunto das Partes)

Dado $A$ um conjunto qualquer, o seu conjunto das partes, $2^A$ ou $\mathcal{P}(A)$, é tal que

$$\{X \mid X \subseteq A\}$$

# Exemplos

Dados $A = \{a\}, B = \{a, b\}, C = \{a, b, c\}$

- $2^{\varnothing} = \{\varnothing\}$
- $2^{A} = \{\varnothing, \{a\}\}$
- $2^{B} = \{\varnothing, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$
- $2^{C} = \{\varnothing, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$

Dado $D = \{a, \varnothing, \{a, b\}\}$,

$$2^{D} = \{\varnothing, \{a\}, \{\varnothing\}, \{\{a, b\}\}, \{a, \varnothing\}, \{a, \{a, b\}\}, \{\varnothing, \{a, b\}\}, \{a, \varnothing, \{a, b\}\}\}$$

# Número de Elementos de $2^A$

Dado $X$ um conjunto finito

- Supondo $n$ o número de elementos de $X$
- Notação: $|X| = n$
- Então $|2^X| = 2^n$
- ou seja: $|2^X| = 2^{|X|}$

Sabendo-se quem é $2^X$, podemos calcular quem é $X$

- união de todos os conjuntos pertencentes à $2^X$

$$X = \bigcup_{A \in 2^X} A$$

*Exemplos:*

$2^F = \{\varnothing, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$

- $F = \varnothing \cup \{a\} \cup \{b\} \cup \{a, b\} = \{a, b\}$

$2^G = \{\varnothing, \{\clubsuit\}, \{\diamondsuit\}, \{\heartsuit\}, \{\clubsuit, \diamondsuit\}, \{\clubsuit, \heartsuit\}, \{\heartsuit, \diamondsuit\}, \{\clubsuit, \diamondsuit, \heartsuit\}\}$

- $F = \varnothing \cup \{\clubsuit\} \cup \{\diamondsuit\} \cup \{\heartsuit\} \cup \{\clubsuit, \diamondsuit\} \cup \{\clubsuit, \heartsuit\} \cup \{\heartsuit, \diamondsuit\} \cup \{\clubsuit, \diamondsuit, \heartsuit\} = \{\clubsuit, \diamondsuit, \heartsuit\}$

Noção de sequência finita

Sequência de $n$ componentes: $n$-upla ordenada

- $n$ objetos, em uma ordem fixa
- Par ordenado

$$\langle x, y \rangle \text{ ou } (x, y)$$

- $n$-upla ordenada

$$\langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle \text{ ou } (x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

Não confundir $\langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle$ com $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$

$$\langle x, y \rangle \neq \langle y, x \rangle$$

**Definição** (Produto Cartesiano)

Sejam $A$ e $B$ conjuntos, o produto cartesiano $A \times B$ é o conjunto

$$A \times B = \{\langle a, b\rangle \mid a \in A \wedge b \in B\}$$

Notação: Produto cartesiano de um conjunto com ele próprio

$$A \times A = A^2$$

$$A = \{a\}, B = \{a, b\}, C = \{0, 1, 2\}$$

$$A \times B = \{\langle a, a\rangle, \langle a, b\rangle\}$$
$$B \times C = \{\langle a, 0\rangle, \langle a, 1\rangle, \langle a, 2\rangle, \langle b, 0\rangle, \langle b, 1\rangle, \langle b, 2\rangle\}$$
$$C \times B = \{\langle 0, a\rangle, \langle 0, b\rangle, \langle 1, a\rangle, \langle 1, b\rangle, \langle 2, a\rangle, \langle 2, b\rangle\}$$
$$A^2 = \{\langle a, a\rangle\}$$
$$A \times \mathbb{N} = \{\langle a, 0\rangle, \langle a, 1\rangle, \langle a, 2\rangle, \langle a, 3\rangle, \ldots\}$$

Produto Cartesiano é não associativo

$$A = \{a\}, B = \{a, b\}, C = \{0, 1, 2\}$$

$$\begin{aligned} A \times (B \times C) = \; & \{\langle a, \langle a, 0\rangle\rangle, \langle a, \langle a, 1\rangle\rangle, \langle a, \langle a, 2\rangle\rangle, \langle a, \langle b, 0\rangle\rangle, \\ & \langle a, \langle b, 1\rangle\rangle, \langle a, \langle b, 2\rangle\rangle\} \\ (A \times B) \times C = \; & \{\langle\langle a, a\rangle, 0\rangle, \langle\langle a, a\rangle, 1\rangle, \langle\langle a, a\rangle, 2\rangle, \langle\langle a, b\rangle, 0\rangle, \\ & \langle\langle a, b\rangle, 1\rangle, \langle\langle a, b\rangle, 2\rangle\} \end{aligned}$$

# Exemplos

Dado $A$ conjunto qualquer

$$\emptyset \times A = \emptyset$$

$$A \times \emptyset = \emptyset$$

$$\emptyset^2 = \emptyset$$

# Distributividade do Produto Cartesiano

Sobre a união

$$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$

Sobre a intersecção

$$A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$$

## Reversibilidade do Produto Cartesiano

Nem sempre é possível

- Resultado da operação: conjunto vazio
- Não é possível definir todos os operandos originais

Caso $A \times B \neq \varnothing$

$$A = \{x \mid \langle x, y \rangle \in A \times B\}$$

$$B = \{y \mid \langle x, y \rangle \in A \times B\}$$

# Exemplos

$\{\langle a, a\rangle, \langle a, b\rangle\}$

- Operandos: $\{a\}$ e $\{a, b\}$

$\{\langle a, a\rangle, \langle a, b\rangle, \langle b, a\rangle, \langle b, b\rangle\}$

- Operandos: $\{a, b\}$ e $\{a, b\}$

$\{\langle a, 0\rangle, \langle a, 1\rangle, \langle a, 2\rangle, \langle a, 3\rangle, \ldots\}$

- Operandos: $\{a\}$ e $\mathbb{N}$

$\{\langle\langle a, a\rangle, 0\rangle, \langle\langle a, a\rangle, 1\rangle, \langle\langle a, a\rangle, 2\rangle, \langle\langle a, b\rangle, 0\rangle, \langle\langle a, b\rangle, 1\rangle, \langle\langle a, b\rangle, 2\rangle\}$

- Operandos: $\{\langle a, a\rangle, \langle a, b\rangle\}$ e $\{0, 1, 2\}$

# União Disjunta

Pessoas da família Silva e Souza

- Silva = {João, Maria, José}
- Souza = {Pedro, Ana, José}

$$\text{Silva} \cup \text{Souza} = \{\text{João, Maria, Pedro, Ana, José}\}$$

- José ocorre somente uma vez
- A operação não refleta uma "reunião familiar"
- José Silva não é a mesma pessoa que José Souza

# União Disjunta

- Distingue elementos com mesma identificação
- Considera os operandos *conjuntos disjuntos*
- Garante que não existem elementos em comum
  - associa uma identificação do conjunto origem
  - um tipo de "sobrenome"

$$\langle \text{elemento}, \text{identificação da origem} \rangle$$

**Definição** (União Disjunta)

Dados $A$ e $B$ conjuntos, sua união disjunta, $A \uplus B$, é o conjunto

$$A \uplus B = \{\langle a, 0\rangle \mid a \in A\} \cup \{\langle b, 1\rangle \mid b \in B\}$$
$$A \uplus B = \{a_A \mid a \in A\} \cup \{b_B \mid b \in B\}$$

Há diversas formas de denotar $A \uplus B$

- Importante é distinguir o conjunto originário

# Exemplos

Silva = {João, Maria, José}
Souza = {Pedro Ana, José}

$$\text{Silva} \uplus \text{Souza} = \{\langle\text{João,Silva}\rangle, \langle\text{Maria,Silva}\rangle, \langle\text{José,Silva}\rangle, \langle\text{Ana,Souza}\rangle, \langle\text{Pedro,Souza}\rangle, \langle\text{José,Souza}\rangle\}$$

$D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
$V = \{a, e, i, o, u\}$
$P = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, \ldots\}$

$$D \uplus V = \{0_D, 1_D, 2_D, 3_D, 4_D, 5_D, 6_D, 7_D, 8_D, 9_D, a_V, e_V, i_V, o_V, u_V\}$$

$$D \uplus P = \{0_D, 1_D, 2_D, 3_D, 4_D, 5_D, 6_D, 7_D, 8_D, 9_D, 0_P, 2_P, 4_P, \ldots\}$$

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 2\} \text{ e } B = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 = x\}$$

$$A \uplus B = \{0_B, 1_B, 3_A, 4_A, 5_A, \ldots\}$$

$$A = \{a, b, c\}$$

- $\varnothing \uplus \varnothing = \varnothing$
- $A \uplus \varnothing = \{\langle a, 0\rangle, \langle b, 0\rangle, \langle c, 0\rangle\}$
- $A \uplus A = \{\langle a, 0\rangle, \langle b, 0\rangle, \langle c, 0\rangle, \langle a, 1\rangle, \langle b, 1\rangle, \langle c, 1\rangle\}$

Dado $A \uplus B$

$$A = \{x \mid \langle x, 0\rangle \in A \uplus B\}$$

$$B = \{x \mid \langle x, 1\rangle \in A \uplus B\}$$

Exemplos:

$\{\langle a, 0\rangle, \langle b, 0\rangle, \langle a, 1\rangle, \langle b, 1\rangle, \langle c, 1\rangle\}$

- Operandos: $\{a, b\}$ e $\{a, b, c\}$

$\varnothing$

- Operandos: $\varnothing$ e $\varnothing$

$\{\langle a, 1\rangle, \langle b, 1\rangle\}$

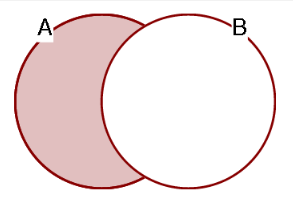
- Operandos: $\varnothing$ e $\{a, b\}$

# Mais uma Operação **NÃO** Reversível

**Definição** (Diferença)

Dados $A$ e $B$ conjuntos, o primeiro conjunto menos o segundo, ou seja, a diferença de $A$ e $B$ é o conjunto

$$A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\} = A \cap \overline{B}$$

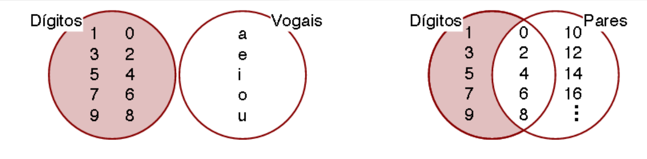


# Exemplos

- Digitos $= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
- Vogais $= \{a, e, i, o, u\}$
- Pares $= \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, \ldots\}$

$$\text{Digitos} - \text{Vogais} = \text{Dígitos}$$

$$\text{Digitos} - \text{Pares} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$



# Exemplos

- $A = \{x \in \mathbb{N} \,|\, x > 2\}, B = \{x \in \mathbb{N} \,|\, x^2 = x\}$
  $A - B = \{3, 4, 5, 6, \ldots\}$
  $B - A = \{0, 1\}$
- $\mathbb{R}$ (reais), $\mathbb{Q}$ (racionais), $\mathbb{I}$ (irracionais)
  $\mathbb{R} - \mathbb{Q} = \mathbb{I} \qquad \mathbb{R} - \mathbb{I} = \mathbb{Q} \qquad \mathbb{Q} - \mathbb{I} = \mathbb{Q}$
- Seja $\mathcal{U}$ o conjunto universo e $A \subseteq \mathcal{U}$
  $\varnothing - \varnothing = \varnothing \quad \mathcal{U} - \varnothing = \mathcal{U}$
  $\mathcal{U} - A = \overline{A} \quad \mathcal{U} - \mathcal{U} = \varnothing$