quarta-feira, 24 de novembro de 2021 19:31

Questão 01

se um nº inteiro é divisível por 6 então 2 vezes este número é divisível por 4

Prova direta:

sejam $n, k \in \mathbb{N}$ tais que $n = 6k$ temos que n é divisível por 6 pois $n = 6k$ e $k \in \mathbb{N}$

(um número $i \in \mathbb{N}$ é divisível por um número $j \in \mathbb{N}$ se e somente se $i = h.i$ sendo que $h \in \mathbb{N}$)

note que $2n = 2.6K = 12K$ e então devemos provar que $12K$ é divisível por 4 ou seja, existe um número $x \in \mathbb{N}$ tal que $12K = 4x$, assim manipulando algebricamente temos

$$12K = 4x$$
$$4.3.K = 4x$$
$$4(3.K) = 4x$$

para $x = 3K$ temos

$$4x = 4x$$

Logo a igualdade é válida, então $12K$ é divisível por 4 e visto que $2n = 12K$ então $2n$ é divisível por 4

Questão 02

dados x e y dois números naturais, xy é ímpar se e somente se ambos x e y são ímpares

$xy = 2n+1$ para $\forall n \in \mathbb{N} \longrightarrow x = 2i+1 \wedge y = 2j+1$ para $i, j \in \mathbb{N}$

Prova por contraposição

(dados x e y dois números naturais, se x ou y não é ímpar então xy não é ímpar)

$x = 2i \vee y = 2j$ para $\forall i, j \in \mathbb{N} \rightarrow xy = 2n$ para $n \in \mathbb{N}$

para tal prova temos os seguintes casos:

i) se $x = 2i$ e $y = 2j+1$ temos

$$x \cdot y = 2i(2j+1) = 4ij + 2i$$

note que $4ij + 2i = 2(2ij + i)$ logo nesse caso xy é par pois sendo $K \in \mathbb{N}$, se $K = 2ij + i$ então temos

$$4ij + 2i = 2K$$

ii) se $x = 2i+1$ e $y = 2j$ temos

$$x \cdot y = (2i+1)2j = 4ij + 2j$$

note que $4ij + 2j = 2(2ij + j)$ logo nesse caso xy é par pois sendo $K \in \mathbb{N}$, se $K = 2ij + j$ então temos

$$4ij + 2j = 2K$$

iii) se $x = 2i$ e $y = 2j$ temos

$$x \cdot y = (2i) \cdot (2j) = 4ij$$

note que $4ij = 2(2ij)$ logo nesse caso xy é par pois sendo $K \in \mathbb{N}$, se $K = 2ij$ então temos

$$4ij = 2K$$