Técnicas de Demonstração

Exercícios dos slides

Exemplo de prova direta:

m e n são pares $\rightarrow$ m + n é par

Se m e n são pares, então $m = 2k, k \in \mathbb{Z}$ e $n = 2r, r \in \mathbb{Z}$.
Então:

$$\begin{aligned} m + n &= 2k + 2r \\ &= 2 \cdot (k + r) \end{aligned}$$

Consideramos que $k + r = t \in \mathbb{Z}$.

Então, provamos que $m + n = 2t, t \in \mathbb{Z}$, ou seja, $m + n$ é par.

Exemplo de prova por contraposição:

n! > (n+1) $\rightarrow$ n > 2

$\neg$(n > 2) $\rightarrow$ $\neg$ (n! > (n+1))
n $\leq$ 2 $\rightarrow$ n! $\leq$ (n+1)

Se $n \in \mathbb{N}$ e $n \leq 2$, então $n = 2, n = 1$ ou $n = 0$.

caso 1: n = 2
Se $n = 2$, então:

$$n! \leq n + 1$$
$$2! \leq 2 + 1$$
$$2 \leq 3$$

A proposição está certa para $n = 2$.

caso 2: n = 1
Se $n = 1$, então:

$$n! \leq n + 1$$
$$1! \leq 1 + 1$$
$$1 \leq 2$$

A proposição está certa para $n = 1$.

caso 3: $n = 0$

Se $n = 0$, então:

$$n! \leq n + 1$$
$$0! \leq 0 + 1$$
$$1 \leq 1$$

A proposição está certa para $n = 0$.

Como a proposição está certa nos dois casos, ela é verdadeira.

Exemplo de prova por absurdo:

0 é elemento neutro da adição em $\mathbb{N} \rightarrow$ 0 é o único elemento neutro da adição em $\mathbb{N}$

Supondo que 0 não seja o único elemento neutro da adição em $\mathbb{N}$: $\exists e \neq 0$ tal que $e =$ elemento neutro da adição em $\mathbb{N}$.

Então, $\forall x \in \mathbb{N}$:

- A) $0 + x = x$
- B) $x + 0 = x$
- C) $e + x = x$
- D) $x + e = x$

Então, $0 + e =$?

Por A) $0 + e = e$

Por D) $0 + e = 0$

Logo, $0 = e$. Mas já temos que $0 \neq e$. Assim, chegamos em um absurdo.

Portanto, o 0 é o único elemento neutro da adição em $\mathbb{N}$.