

GAN0001 - Geometria Analítica
Prof. Bruno Terêncio do Vale

Sexta Lista de Exercícios
Tópico: Superfícies Quádricas

1. Identifique e represente geometricamente as superfícies dadas pelas equações, apresentando os traços adequados:

(a) $x^2 + y^2 + z^2 = 25$

(j) $4y^2 + 9z^2 = 36$

(b) $4x^2 + 4y^2 + z^2 - 16 = 0$

(k) $x^2 - 4y^2 = 16$

(c) $y^2 = x^2 + z^2$

(l) $y = x^2 - 9$

(d) $x^2 + z^2 - y = 2$

(m) $x - y = 0$

(e) $x^2 - 4y^2 + 2z^2 = 8$

(n) $x^2 + y^2 = 2y$

(f) $x^2 + y^2 + z^2 = 0$

(o) $z = e^y$

(g) $4y^2 + z^2 - 4x = 0$

(p) $z = 1 + \sqrt{1 - x^2 - y^2}$

(h) $-16x^2 + 9y^2 - z^2 = 144$

(q) $x^2 + y^2 - z^2 + 18z - 81 = 0$

(i) $z = x^2 - y^2$

(r) $z = 9 - \sqrt{x^2 + y^2}$

2. Encontre a equação da superfície esférica que passa pelos pontos $A(0, 0, 1)$, $B(0, 1, 0)$ e $C(1, 0, 0)$ e cujo centro está no plano $\pi : x + y - z = 0$.

3. Considere a superfície de equação $x^2 + y^2 - z^2 = k$, em que k é uma constante real.

- (a) Classifique as superfícies obtidas quando

i. $k < 0$

ii. $k = 0$

iii. $k > 0$

- (b) Para $k = 4$ encontre e identifique as interseções da superfície dada com os planos coordenados e com os planos $z = 4$ e $z = -4$

- (c) Para $k = 4$ represente geometricamente a superfície dada.

4. Encontre a equação do elipsoide com centro na origem, um dos vértices em $(1, 0, 0)$ e que a interseção com o plano $x = \frac{1}{2}$ seja a curva $\frac{y^2}{3} + \frac{z^2}{12} = 1$.

Respostas dos Exercícios

1.
 - (a) Esfera com centro $C(0, 0, 0)$
 - (b) Elipsoide com centro $C(0, 0, 0)$
 - (c) Cone ao longo do eixo y com $V(0, 0, 0)$
 - (d) Paraboloide circular com $V(0, -2, 0)$ ao longo do eixo y
 - (e) Hiperboloide de uma folha ao longo de y com $C(0, 0, 0)$
 - (f) Ponto $(0, 0, 0)$
 - (g) Paraboloide elíptico ao longo do eixo x
 - (h) Hiperboloide de duas folhas ao longo do eixo y
 - (i) Paraboloide hiperbólico no eixo z com $V(0, 0, 0)$
 - (j) Cilindro elíptico com geratriz o eixo x
 - (k) Cilindro hiperbólico com geratriz o eixo z
 - (l) Cilindro parabólico com geratriz o eixo z
 - (m) Plano paralelo ao eixo z
 - (n) Cilindro circular com diretriz $x^2 + y^2 = 2y$ e geratriz o eixo z
 - (o) Cilindro com diretriz $z = e^y$ e geratriz o eixo x
 - (p) Meia esfera ou calota superior da esfera de centro $C(0, 0, 1)$ e raio 1
 - (q) Cone ao longo do eixo z com $V(0, 0, 9)$
 - (r) Folha inferior de cone ao longo do eixo z com $V(0, 0, 9)$

2. $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

3.
 - (a)
 - i. Hiperboloide de 2 folhas em z ;
 - ii. Cone em z ;
 - iii. Hiperboloide de 1 folha em z
 - (b)
 - Plano $x0y$: circunferência $x^2 + y^2 = 4$
 - Plano $x0z$: hipérbole $x^2 - z^2 = 4$ com eixo maior no eixo x
 - Plano $y0z$: hipérbole $y^2 - z^2 = 4$ com eixo maior no eixo y
 - Plano $z = 4$: circunferência $x^2 + y^2 = 20$
 - Plano $z = -4$: circunferência $x^2 + y^2 = 20$
 - (c) Hiperboloide de 1 folha em z

4. $x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{16} = 1$