

MDI0002 – Matemática Discreta

Videoaula 09

Fecho de Endorrelações

Karina Girardi Roggia
karina.roggia@udesc.br

Departamento de Ciência da Computação
Centro de Ciências Tecnológicas
Universidade do Estado de Santa Catarina

2020

Estender uma relação garantindo que satisfaz determinado conjunto de propriedades

Exemplo: garantir que uma relação R é reflexiva

- E se R não é reflexiva?
- Adicionar os pares que garantem a reflexividade

Definição (Fecho de Endorrelação)

Seja $\langle A, R \rangle$ uma endorrelação, e P um conjunto de propriedades. Então o **fecho de R em relação a P** , denotado por $FECHO_P(R)$ é a menor endorrelação em A que contém R e que satisfaz às propriedades de P .

Portanto, para qualquer conjunto de propriedades P

$$R \subseteq FECHO_P(R)$$

Quando $R = FECHO_P(R)$?

Definição (Fecho Reflexivo)

Seja $\langle A, R \rangle$ uma endorrelação, então o fecho reflexivo de R é a endorrelação sobre A tal que

$$FECHO_{Refl}(R) = R \cup \{ \langle a, a \rangle \mid a \in A \}$$

Definição (Fecho Simétrico)

Seja $\langle A, R \rangle$ uma endorrelação, então o fecho simétrico de R é a endorrelação sobre A tal que

$$FECHO_{Sim}(R) = R \cup \{ \langle b, a \rangle \mid \langle a, b \rangle \in R \}$$

Definição (Fecho Transitivo)

Seja $\langle A, R \rangle$ uma endorrelação, então o fecho transitivo de R é a endorrelação $FECHO_{Tran}$ sobre A definida indutivamente como a seguir:

- se $\langle a, b \rangle \in R$ então $\langle a, b \rangle \in FECHO_{Tran}(R)$
- se $\langle a, b \rangle, \langle b, c \rangle \in FECHO_{Tran}(R)$ então $\langle a, c \rangle \in FECHO_{Tran}(R)$
- nada mais pertence à $FECHO_{Tran}(R)$

Seja $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $R : A \rightarrow A$ a endorrelação

$$R = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 5 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle\}$$

Fecho Reflexivo

$$\{\langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 5 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 4 \rangle, \langle 5, 5 \rangle\}$$

Fecho Simétrico

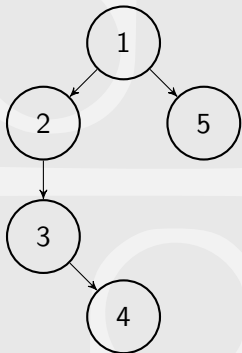
$$\{\langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 5 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 3 \rangle, \langle 5, 1 \rangle\}$$

Fecho Transitivo

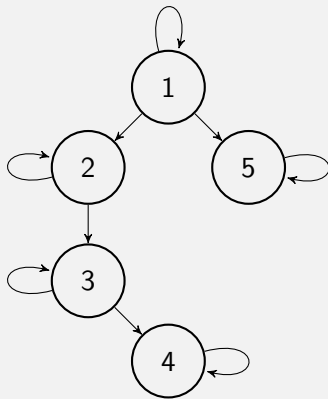
$$\{\langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 1, 4 \rangle, \langle 1, 5 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 4 \rangle\}$$

Fecho Reflexivo

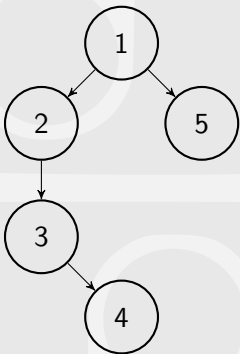
$R : A \rightarrow A$



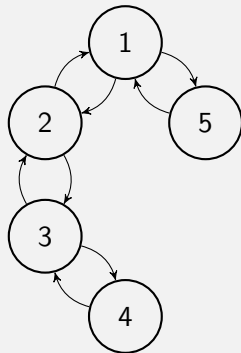
$FECHO_{Refl}(R)$



$R : A \rightarrow A$

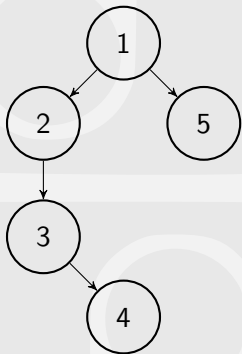


$FECHO_{Sim}(R)$



Fecho Transitivo

$R : A \rightarrow A$



$FECHO_{Tran}(R)$

