

Exercícios

1. Descreva, séries de potências, as seguintes funções:

a. $f(x) = \frac{1}{2x-3}$ centrada em $c = 0$

b. $f(x) = \frac{1}{x^2-4}$ centrada em $c = 0$

c. $f(x) = \frac{1}{x}$ centrada em $c = 1$

d. $f(x) = \frac{1}{x}$ centrada em $c = 5$

e. $f(x) = \ln\left(1 - \frac{x}{4}\right)$ centrada em $c = 0$

f. $f(x) = \frac{x^3}{1+x^2}$ centrada em $c = 0$

g. $f(x) = \arctan(x^2)$ centrada em $c = 0$

2. Mostre que:

$$a. \quad \ln x = x - 1 - \frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(x-1)^3}{3} - \frac{(x-1)^4}{4} + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(x-1)^k}{k} \quad \text{para } 0 < x < 2$$

$$b. \quad \ln \frac{1}{x} = \frac{1}{x} - 1 - \frac{\left(\frac{1}{x} - 1\right)^2}{2} + \frac{\left(\frac{1}{x} - 1\right)^3}{3} - \frac{\left(\frac{1}{x} - 1\right)^4}{4} + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{1}{x} - 1\right)^k}{k} \quad \text{para } x > 2$$

$$c. \quad \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{\left(\frac{4}{5}\right)^k}{k} = \frac{4}{5} - \frac{\left(\frac{4}{5}\right)^2}{2} + \frac{\left(\frac{4}{5}\right)^3}{3} - \frac{\left(\frac{4}{5}\right)^4}{4} + \frac{\left(\frac{4}{5}\right)^5}{5} - \frac{\left(\frac{4}{5}\right)^6}{6} \dots = \ln 5$$