

Exercício 1. Verificar se os pontos $P_1 (5, -5, 6)$ e $P_2 (4, -1, 12)$ pertencem à reta

$$r : \frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-2}.$$

Exercício 2. Estabelecer as equações reduzidas (variável independente x) da reta determinada pelos pares de pontos:

a) $A (1, -2, 3)$ e $B (3, -1, -1)$

b) $A (-1, 2, 3)$ e $B (2, -1, 3)$

Exercício 3. Qual deve ser o valor de m para que os pontos $A (3, m, 1)$, $B (1, 1, -1)$ e $C (-2, 10, -4)$ pertençam à mesma reta?

Exercício 4. Citar um ponto e um vetor diretor de cada uma das seguintes retas:

a) $\begin{cases} \frac{x+1}{3} = \frac{z-3}{4} \\ y = 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} y = 3 \\ z = -1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x = 2y \\ z = 3 \end{cases}$

e) $\begin{cases} y = -x \\ z = 3 + x \end{cases}$

c) $\begin{cases} x = 2t \\ y = -1 \\ z = 2 - t \end{cases}$

f) $x = y = z$

Exercício 5. Determinar as equações das seguintes retas:

a) reta que passa por $A (1, -2, 4)$ e é paralela ao eixo dos x ;

b) reta que passa por $B (3, 2, 1)$ e é perpendicular ao plano xOz ;

c) reta que passa por $A (2, 3, 4)$ e é ortogonal ao mesmo tempo aos eixos dos x e dos y ;

d) reta que passa por $A (4, -1, 2)$ e tem direção do vetor $\vec{i} - \vec{j}$;

e) reta que passa pelos pontos $M (2, -3, 4)$ e $N (2, -1, 3)$.

Exercício 6. Determinar o ângulo entre as seguintes retas:

a) $r : \begin{cases} x = -2 - 2t \\ y = 2t \\ z = 3 - 4t \end{cases}$ e $s : \frac{x}{4} = \frac{y+6}{2} = \frac{z-1}{2}$

b) $r : \begin{cases} y = -2x - 1 \\ z = x + 2 \end{cases}$ e $s : \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-3}; x = 2$

$$\text{c) } r : \begin{cases} x = 1 + \sqrt{2}t \\ y = t \\ z = 5 - 3t \end{cases} \quad \text{e } s : \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$\text{d) } r : \frac{x-4}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{-2} \quad \text{e } s : \begin{cases} x = 1 \\ \frac{y+1}{4} = \frac{z-2}{3} \end{cases}$$

Exercício 7. Determinar os valores de m para que as retas

$$r : \begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = mt \\ z = -2 + 5t \end{cases} \quad \text{e } s : \frac{x-2}{-1} = y + m = \frac{z+3}{m}$$

sejam:

- a) ortogonais;
- b) paralelas;
- c) coplanares.

Exercício 8. Calcular o valor de m para que os seguintes pares de retas sejam paralelas:

$$\text{a) } r : \begin{cases} x = -3t \\ y = 3 + t \\ z = 4 \end{cases} \quad \text{e } s : \frac{x+5}{6} = \frac{y-1}{m}; z = 6$$

$$\text{b) } r : \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 3 \\ z = mt \end{cases} \quad \text{e } s : \frac{x-4}{6} = \frac{z-1}{5}; y = 7$$

Exercício 9. Determine as equações reduzidas da reta r que passa pelo ponto $P(3, 5, 2)$ e é simultaneamente ortogonal ao eixo x e à reta $s : \begin{cases} x = 1 \\ \frac{y-3}{-2} = z + 1 \end{cases}$.

Exercício 10. A reta

$$r : \begin{cases} y = mx + 3 \\ z = x - 1 \end{cases}$$

é ortogonal à reta determinada pelos pontos $A(1, 0, m)$ e $B(-2, 2m, 2m)$. Calcular o valor de m .

Exercício 11. Calcular as equações da reta r que contém o ponto $A(2, -1, 1)$ e que interceptam a reta $s : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 \\ z = t \end{cases}$ segundo um ângulo de $\frac{\pi}{4}$ rad.

Exercício 12. Calcular o valor de m para que sejam coplanares as seguintes retas:

$$\text{a) } r : \begin{cases} y = 2x + 3 \\ z = 3x - 1 \end{cases} \quad \text{e } s : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{m}$$

$$\text{b) } r : \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases} \quad \text{e } s : \begin{cases} y = 4x - m \\ z = x \end{cases}$$

$$\text{c) } r : \frac{x-m}{m} = \frac{y-4}{-3}; z = 6 \quad \text{e } s : \begin{cases} y = -3x + 4 \\ z = -2x \end{cases}$$

Exercício 13. Sejam as retas

$$r : \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4 + 5t \\ z = mt \end{cases} \quad \text{e } s : \begin{cases} y = 2x + 1 \\ z = \frac{x}{2} - \frac{3}{2} \end{cases}$$

- a) calcular o valor de m para que r e s sejam concorrentes;
b) determinar, para o valor de m , o ponto de interseção de r e s .

Exercício 14. Calcular o ponto de interseção das retas:

$$\text{a) } r : \begin{cases} y = 3x - 1 \\ z = 2x + 1 \end{cases} \quad \text{e } s : \begin{cases} y = 4x - 2 \\ z = 3x \end{cases}$$

$$\text{b) } r : \frac{x-2}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-5}{4} \quad \text{e } s : \begin{cases} x = 5 + t \\ y = 2 - t \\ z = 7 - 2t \end{cases}$$

$$\text{c) } r : \begin{cases} y = 2x - 3 \\ z = 4x - 10 \end{cases} \quad \text{e } s : x = \frac{y-7}{-3} = \frac{z-12}{-7}$$

$$\text{d) } r : \begin{cases} y = -5 \\ z = 4x + 1 \end{cases} \quad \text{e } s : \frac{x-1}{2} = \frac{z-5}{-3}; y = -5$$

Exercício 15. Estabelecer as equações paramétricas da reta que passa pelo ponto de interseção das retas

$$r : x - 2 = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3} \quad \text{e } s : \begin{cases} x = 1 - y \\ z = 2 + 2y \end{cases}$$

e é, ao mesmo tempo, ortogonal a r e s .

Exercício 16. dados os pontos $P_1(7, -1, 3)$ e $P_2(3, 0, -12)$, determinar:

- a) o ponto P , que divide o segmento P_1P_2 na razão $\frac{2}{3}$;
b) o ponto Q , que divide o segmento P_1P_2 ao meio.

Exercício 17. Considere o paralelogramo de vértices $A(1, -2, 3)$, $B(4, 3, -1)$, $C(5, 7, -3)$ e $D(2, 2, 1)$. Determine:

- a) as equações paramétricas da reta que é simultaneamente ortogonal às duas diagonais deste paralelogramo e que contém o ponto de interseção destas diagonais.
b) a equação geral do plano que contém este paralelogramo.

Gabarito:1. Apenas P_1

2. a)
$$\begin{cases} y = \frac{x}{2} - \frac{5}{2} \\ z = -2x + 5 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} y = -x + 1 \\ z = 3 \end{cases}$$

3. $m = -5$

4. Uma possibilidade:

a) $A(-1, 1, 3)$ e $\vec{v} = (3, 0, 4)$

b) $A(0, 0, 3)$ e $\vec{v} = (2, 1, 0)$

c) $A(0, -1, 2)$ e $\vec{v} = (2, 0, -1)$

d) $A(0, 3, -1)$ e $\vec{v} = (1, 0, 0)$

e) $A(0, 0, 3)$ e $\vec{v} = (1, -1, 1)$

f) $A(0, 0, 0)$ e $\vec{v} = (1, 1, 1)$

5. a)
$$\begin{cases} y = -2 \\ z = 4 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x = 3 \\ z = 1 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} z = 2 \\ x = -y + 3 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} x = 2 \\ \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-1} \end{cases}$$

6. a) 60° b) 30° c) 30°

d) $\theta = \arccos\left(\frac{2}{3}\right) \approx 48^\circ 11'$

7. a) $m = \frac{1}{2}$

b) não existe m

c) $m = -1$

8. a) $m = -2$

b) $m = -\frac{5}{2}$

9. $r : \begin{cases} x = 3 \\ z = 2y - 8 \end{cases}$

10. $m = 1$ ou $m = -\frac{3}{2}$

$$11. \quad r : \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 \\ z = 1 - t \end{cases} \quad \text{ou } r : \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 \\ z = 1 - 3t \end{cases}$$

$$12. \quad \begin{array}{l} \text{a) } m = 4 \\ \text{b) } m = -7 \\ \text{c) } m = \frac{3}{2} \end{array}$$

$$13. \quad \begin{array}{l} \text{a) } m = 2 \\ \text{b) } (-1, -1, -2) \end{array}$$

$$14. \quad \begin{array}{l} \text{a) } (1, 2, 3) \\ \text{b) } (4, 3, 9) \\ \text{c) } (2, 1, -2) \\ \text{d) } (1, -5, 5) \end{array}$$

$$15. \quad \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 5t \\ z = 3t \end{cases}$$

$$16. \quad \begin{array}{l} \text{a) } P(15, -3, 33) \\ \text{b) } Q\left(5, -\frac{1}{2}, -\frac{9}{2}\right) \end{array}$$

$$17. \quad \text{a) } \begin{cases} x = 3 + 12t \\ y = \frac{5}{2} + 4t \\ z = 14t \end{cases}$$

$$\text{b) } 6x + 2y + 7z - 23 = 0$$