UDESC UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA | JOINVILLE CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS

Disciplinas: ALGA001 e GAN0001
Prof. Bruno Terêncio do Vale

Quinta Lista de Exercícios
Tópico: Coordenadas Polares

1. Transforme os pontos, dados em coordenadas cartesianas, para coordenadas polares, representando-os graficamente.

   (a) $A\,(1,1)$
   (b) $B\,(2,-2)$
   (c) $C\left(\sqrt{3},1\right)$
   (d) $D\,(4,0)$
   (e) $E\,(0,-3)$
   (f) $F\,(-1,-1)$

2. Usar

   (a) $r>0$ e $0\leq\theta<2\pi$
   (b) $r<0$ e $0\leq\theta<2\pi$
   (c) $r>0$ e $-2\pi<\theta\leq 0$
   (d) $r<0$ e $-2\pi<\theta\leq 0$

   para descrever os pontos $P_1\left(\sqrt{3},-1\right)$ e $P_2\left(-\sqrt{2},-\sqrt{2}\right)$ em coordenadas polares.

3. Transforme os pontos, dados em coordenadas polares, para coordenadas cartesianas.

   (a) $A\left(1,\dfrac{\pi}{2}\right)$
   (b) $B\left(-2,\dfrac{49\pi}{6}\right)$
   (c) $C\left(3,\dfrac{-5\pi}{3}\right)$
   (d) $D\left(0,\dfrac{\pi}{9}\right)$
   (e) $E\,(7,\pi)$
   (f) $F\,(-1,-30\pi)$

4. Determine as equações polares das curvas abaixo, dadas em coordenadas cartesianas.

   (a) $x^2+y^2=4$
   (b) $x+2y=4$
   (c) $x^2+(y+1)^2=3$
   (d) $y=2$
   (e) $y+x=0$
   (f) $x^2+y^2-2x=0$

5. Determine as equações cartesianas das curvas abaixo, dadas em coordenadas polares, e represente-as geometricamente.

   (a) $r\cos\theta=3$
   (b) $r=2$
   (c) $r=\dfrac{1}{2}+\cos\theta$
   (d) $r=2\cos\theta$
   (e) $\operatorname{sen}\theta=\cos\theta$
   (f) $r=\dfrac{2}{3\operatorname{sen}\theta-5\cos\theta}$

6. Identifique as curvas abaixo, desenhe a região R do plano simultaneamente interior às curvas e determine os pontos de interseção.

(a) $r = 4\sqrt{3}\cos\theta$ e $r = 4\,\mathrm{sen}\,\theta$

(b) $r = 4$ e $r = 4\cos\theta$

(c) $r = 3$ e $r = 3\cos(2\theta)$

(d) $r = 2 + 2\,\mathrm{sen}\,\theta$ e $r = 2$

(e) $r = \cos(3\theta)$ e $r = \mathrm{sen}\,(3\theta)$

(f) $r = 3\cos\theta$ e $r = 1 + \cos\theta$

(g) $r = \sqrt{\cos(2\theta)}$ e $r = \sqrt{\mathrm{sen}\,(2\theta)}$

(h) $r = 2\,(1 + \mathrm{sen}\ \theta)$ e $r = 2\,(1 + \cos\theta)$

7. Nas figuras a seguir estão representadas algumas das curvas dadas em coordenadas polares pelas equações:

- $C_1 : r = 2$
- $C_2 : r = 2 + 2\cos\theta$
- $C_3 : r = -4\cos\theta$
- $C_4 : r = 2\,\mathrm{sen}\,(3\theta)$
- $C_5 : r = 2\,\mathrm{sen}\,\theta$
- $C_6 : r = \cos(3\theta)$
- $C_7 : r = 2 - \mathrm{sen}\,\theta$
- $C_8 : r = 1 - 2\,\mathrm{sen}\,\theta$

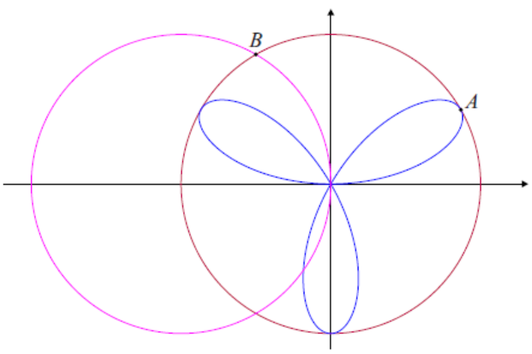


Figura 1: (a)

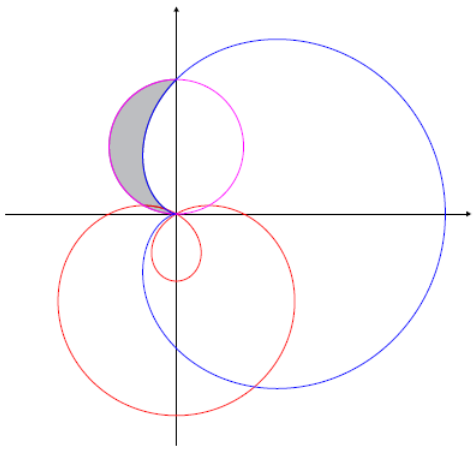


Figura 2: (b)

(a) Determine as curvas que estão representadas na Figura 1 e os pontos A e B em coordenadas polares e cartesianas.

(b) Determine as curvas que estão representadas na Figura 2 e descreva a região hachurada.

Respostas dos Exercícios

1. (a) $\left(\sqrt{2}, \dfrac{\pi}{4}\right)$
   (b) $\left(2\sqrt{2}, \dfrac{7\pi}{4}\right)$
   (c) $\left(2, \dfrac{\pi}{6}\right)$
   (d) $(4, 0)$
   (e) $\left(3, \dfrac{3\pi}{2}\right)$
   (f) $\left(\sqrt{2}, \dfrac{5\pi}{4}\right)$

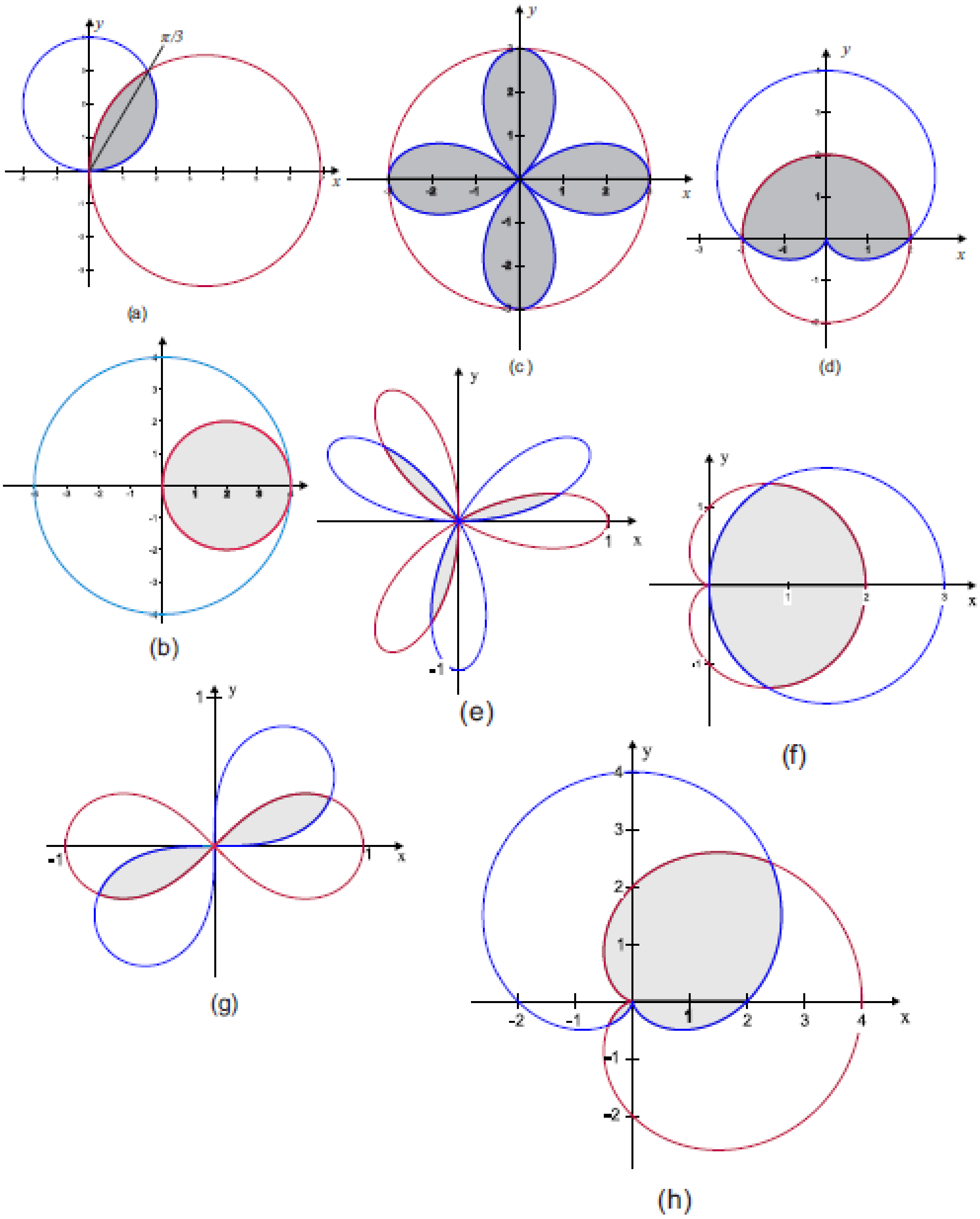
2. (a) $P_1\left(2, \dfrac{11\pi}{6}\right)$; $P_2\left(2, \dfrac{5\pi}{4}\right)$
   (b) $P_1\left(-2, \dfrac{5\pi}{6}\right)$; $P_2\left(-2, \dfrac{\pi}{4}\right)$
   (c) $P_1\left(2, \dfrac{-\pi}{6}\right)$; $P_2\left(2, \dfrac{-3\pi}{4}\right)$
   (d) $P_1\left(-2, \dfrac{-7\pi}{6}\right)$; $P_2\left(-2, \dfrac{-7\pi}{4}\right)$

3. (a) $(0, 1)$
   (b) $\left(-\sqrt{3}, -1\right)$
   (c) $\left(\dfrac{3}{2}, \dfrac{3\sqrt{3}}{2}\right)$
   (d) $(0, 0)$
   (e) $(-7, 0)$
   (f) $(-1, 0)$

4. (a) $r = \pm 2$
   (b) $r(\cos\theta + 2\,\mathrm{sen}\,\theta) = 4$
   (c) $r^2 + 2r\,\mathrm{sen}\,\theta - 2 = 0$
   (d) $r\,\mathrm{sen}\,\theta = 2$
   (e) $\theta = \dfrac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
   (f) $r = 2\cos\theta$

5. (a) $x = 3$
   (b) $x^2 + y^2 = 4$
   (c) Limaçon sem laço; $x^2 + y^2 = \dfrac{\sqrt{x^2 + y^2}}{2} + x$
   (d) $(x-1)^2 + y^2 = 1$
   (e) $y = x$
   (f) $3y - 5x = 2$

6. **Gráficos na próxima página**
   (a) Duas circunferências; $(0, 0)$ e $\left(2\sqrt{3}, \dfrac{\pi}{3}\right)$
   (b) Duas circunferências; $(4, 0)$
   (c) Uma circunferência e uma rosácea de 4 pétalas; $(3, 0)$, $\left(3, \dfrac{\pi}{2}\right)$, $(3, \pi)$ e $\left(3, \dfrac{3\pi}{2}\right)$
   (d) Um cardioide e uma circunferência; $(2, 0)$ e $(2, \pi)$
   (e) Duas rosáceas de 3 pétalas; $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}, \dfrac{\pi}{12}\right)$, $\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}, \dfrac{5\pi}{12}\right)$ e $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}, \dfrac{3\pi}{4}\right)$
   (f) Uma circunferência e um cardioide; $\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{\pi}{3}\right)$ e $\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{5\pi}{3}\right)$
   (g) Duas lemniscatas; $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}, \dfrac{\pi}{8}\right)$ e $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}, \dfrac{9\pi}{8}\right)$
   (h) Dois cardioides; $\left(2 + \sqrt{2}, \dfrac{\pi}{4}\right)$ e $\left(2 - \sqrt{2}, \dfrac{5\pi}{4}\right)$



7. (a) C_1, C_3 e C_4. Coordenadas cartesianas: $A\left(\sqrt{3}, 1\right)$ e $B\left(-1, \sqrt{3}\right)$. Coordenadas polares: $A\left(2, \dfrac{\pi}{6}\right)$ e $B\left(2, \dfrac{2\pi}{3}\right)$

(b) C_2, C_5 e C_8. A região hachurada representa a região simultaneamente interior a C_5 e exterior a C_2.