

TEG

Gilmário B. Santos

*[gilmario.santos@udesc.br](mailto:gilmario.santos@udesc.br)*

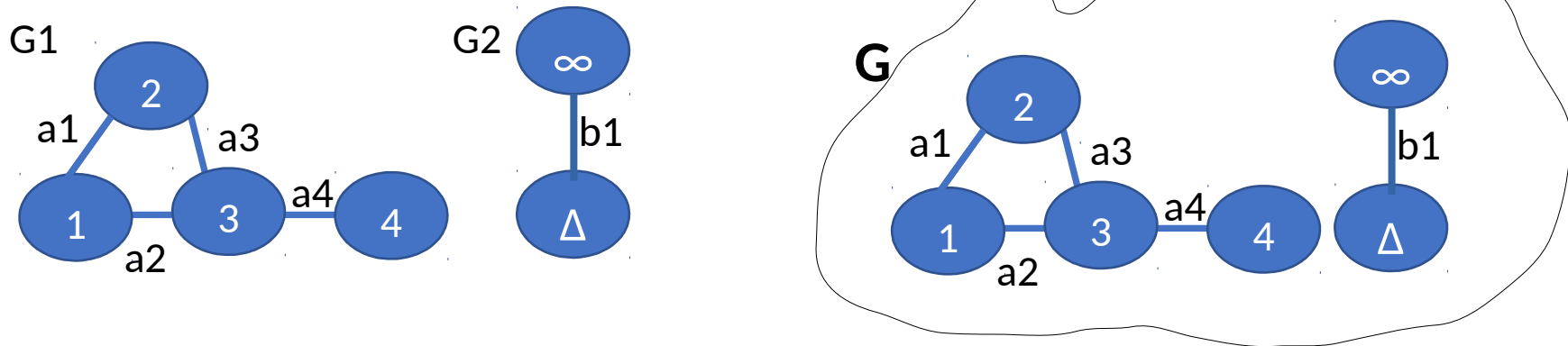
*<http://www.joinville.udesc.br/portal/pagina/gilmario>*

# Operações sobre grafos

Dados  $G_1(V_1, E_1)$   $G_2(V_2, E_2)$ :

$$G_1 \cup G_2 = G(V_1 \cup V_2, E_1 \cup E_2)$$

Se  $G_1$  e  $G_2$  são disjuntos (sem vértices comuns), a união pode ser denotada por  $G_1+G_2$  (Bondy Murt, pg 10)



# Operações sobre grafos

Dados  $G_1(V_1, E_1)$   $G_2(V_2, E_2)$ :

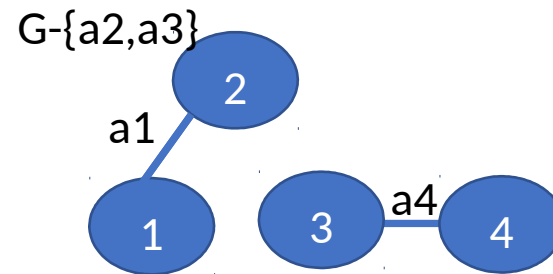
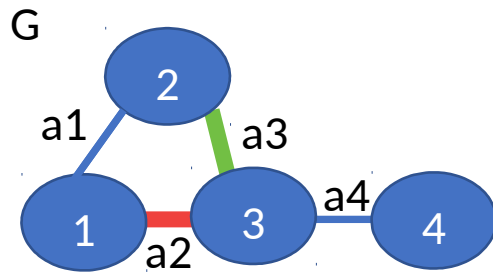
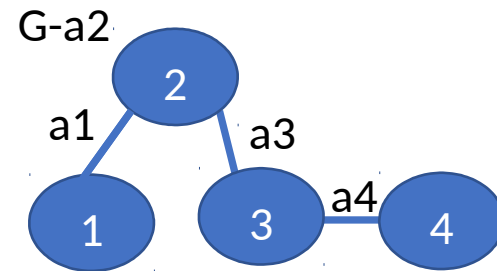
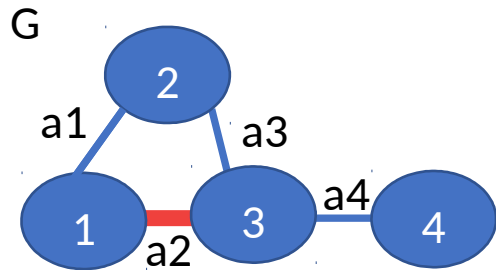
$$G_1 \cup G_2 = G(V_1 \cup V_2, E_1 \cup E_2)$$

Se  $G_1$  e  $G_2$  tiverem vértices comuns,  $G$  será um grafo conexo



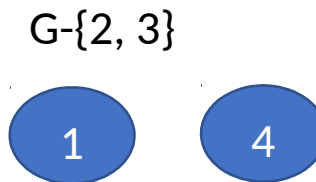
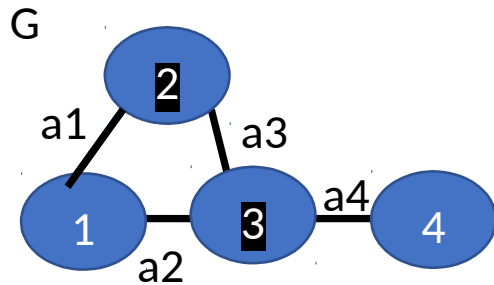
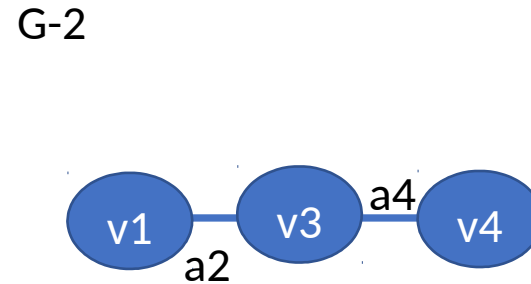
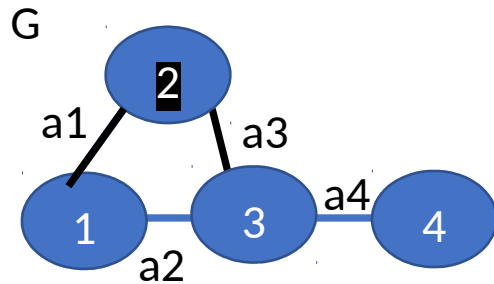
# Operações sobre elementos de um grafo

## Remoção de aresta(s)



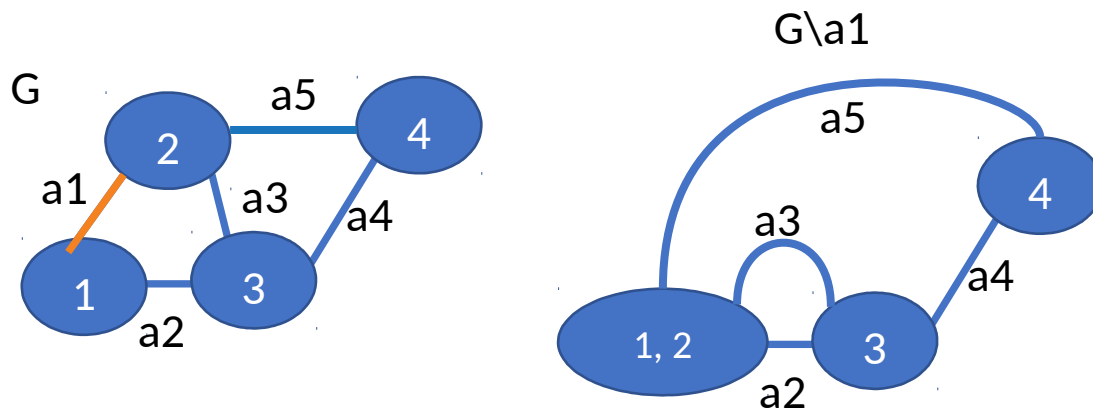
# Operações sobre elementos de um grafo

## Remoção de vértice(s)



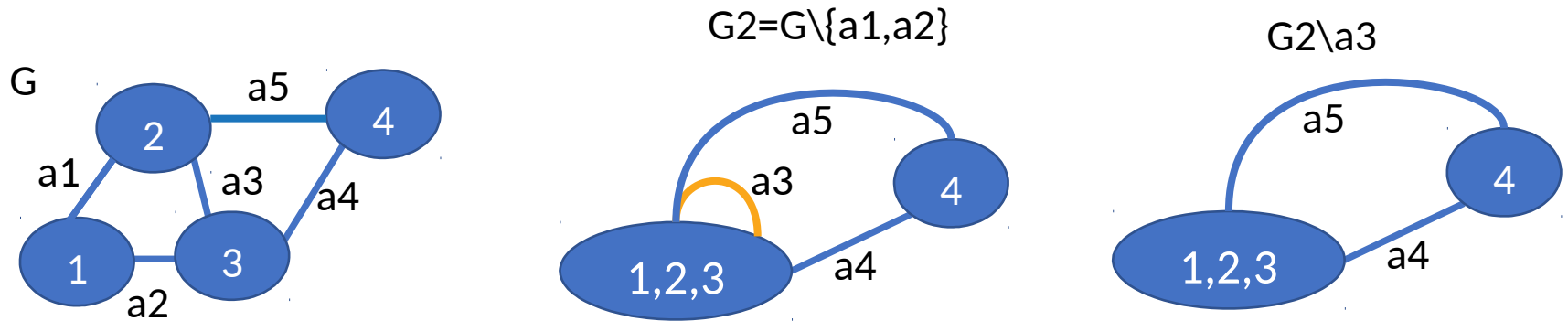
# Operações sobre elementos de um grafo

Contração de aresta “ $G \setminus e$ ” : consiste na remoção da aresta com a união dos seus extremos.



# Operações sobre elementos de um grafo

Contração de laço: produz a remoção do laço.



# Operações sobre elementos de um grafo

> Uma aplicação para a contração de arestas: Teorema de Kuratowski sobre a Planaridade

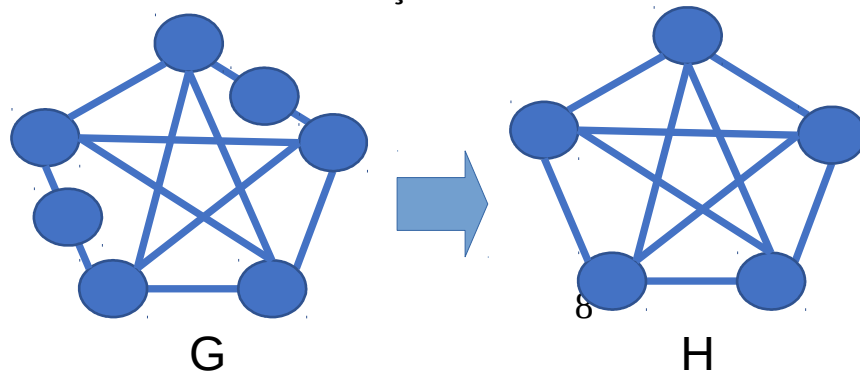
Um grafo  $G$  é não-planar se e somente se  $G$  possuir  $K_5$  ou  $K_{3,3}$  como um grafo *minor*.

Um grafo  $H$  é um *minor* de  $G$  se pudermos obter  $H$  contraindo ou deletando Arestas de  $G$ .

<https://math.mit.edu/~djkl/18.310/Lecture-Notes/Remarks-Kuratowski.pdf>

OBS: A determinação de grafos *minors* é um problema NP-difícil para o qual não são conhecidos bons algoritmos, embora existam métodos de força bruta.

<https://mathworld.wolfram.com/GraphMinor.html>





# TEG

## Bibliografia

### Básica

LUCCHESI, C. L. et alli. Aspectos Teóricos da Computação, Parte C: Teoria dos Grafos, projeto Euclides, 1979.

SANTOS, J. P. O. et alli. Introdução à Análise Combinatória. UNICAMP; 1995.

SZWARCFITER, J. L. Grafos e Algoritmos Computacionais. Campus, 1986.

GERSTING, Judith L. Fundamentos Matemáticos para a Ciência da Computação. Rio de Janeiro. 3a Ed. Editora.

### Complementar:

1.) CORMEN, T. Introduction to Algorithms, third edition, MIT press, 2009

2.) ROSEN, K. Discrete Mathematics and its applications, seventh edition, McGraw Hill, 2011.

3.) WEST, Douglas, B. Introduction to Graph Theory, second edition, Pearson, 2001.

4.) BONDY, J.A., MURTY, U.S.R., Graph Theory with applications , Springer, 1984.

5.) SEDGEWICK, R. Algorithms in C - part 5 - Graph Algorithms, third edition, 2002, Addison-Wesley.

6.) GOLDBARG, M., GOLDBARG E., Grafos: Conceitos, algoritmos e aplicações. Editora Elsevier, 2012.

7.) BONDY, J.A., MURTY, U.S.R., Graph Theory with applications , Springer, 1984

8.) FEOFILOFF, P., KOHAYAKAWA, Y., WAKABAYASHI, Y., uma introdução sucinta à teoria dos grafos. 2011. ([www.ime.usp.br/~pf/teoriadosgrafos](http://www.ime.usp.br/~pf/teoriadosgrafos))

9.) DIESTEL, R. Graph Theory, second edition, springer, 2000

10.) FURTADO, A. L. Teoria de grafos. Rio de janeiro. Editora LTC. 1973.

11.) WILSON, R.J. Introduction to Graph Theory. John Wiley & Sons Inc., 1985

12.) BOAVENTURA NETTO , P. O. Grafos: Teoria, Modelos, Algoritmos. Edgard Blucher, SP, quinta edição

Tutoriais, artigos, notas de aula...

Vários livros podem ser acessados no formato eletrônico (e-book) via

<https://www.udesc.br/bu/acervos/ebook>

Exemplos:



## Teoria Computacional de Grafos - Os Algoritmos

Jayme Luiz Szwarcfiter



## Fundamentos Matemáticos para a Ciência da Computação

Judith L. Gersting



## Grafos

Marco Goldberg



## Algoritmos - Teoria e Prática

Thomas Cormen