UDESC UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA	CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS (CCT) DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA (DMAT) GRUPO COLABORATIVO DE ENSINO DE ÁLGEBRA LINEAR*

PRIMEIRA LISTA DE EXERCÍCIOS DE ALI-0001**

Legenda:

Cálculos Conceitos Demonstração

Questões:

1. Suponha que A seja uma matriz de ordem 9×7 e B, C matrizes tais que a operação $AB - 5C^T$ esteja definida e resulte numa matriz de ordem 9×13. Sob essas condições, determine a ordem:

a) da matriz B.

b) da matriz C

c) da matriz $D = BC$.

d) da matriz $E = CAB$.

e) da matriz $F = C^T B^T A^T$.

2. Determine a matriz A de ordem 2×2 que satisfaz a igualdade:

$$(A^{-1} + 7I)^T = 2\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -6 & -4 \\ 5 & -2 \end{bmatrix},$$

em que I representa a matriz identidade de ordem dois por dois.

3. Determine se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas. Apresente argumentos consistentes que justifiquem a veracidade da afirmação que julgar verdadeira e exiba um contraexemplo para a afirmação que julgar falsa:

a) A matriz nula é uma matriz na forma escalonada reduzida por linhas.

b) A matriz identidade 4×4 está na forma escalonada reduzida por linhas.

c) Se U e V são matrizes diagonais, então $UV = VU$.

d) Existem matrizes A e B de mesma ordem tais que A, B e $A + B$ sejam invertíveis.

e) Existem matrizes A e B de mesma ordem e não invertíveis tais que $A + B$ seja invertível.

f) Não existem matrizes A e B de mesma ordem e invertíveis tais que $A + B$ não seja invertível.

* Professores participantes do Grupo Colaborativo no semestre 2023/1: Graciela Moro, Ivanete Zuchi Siple, Katiani da Conceição Loureiro e Marnei Mandler.

☑ 4. Uma matriz quadrada A é considerada simétrica se $A^T = A$ e antissimétrica se $A^T = -A$. Levando em conta as propriedades da transposição de matrizes, determine se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas. Justifique sua resposta com argumentos consistentes ou com a exibição de contraexemplos:

a) Todas as entradas da diagonal principal de uma matriz antissimétrica devem ser nulas.

b) Não existem matrizes simétricas que também sejam antissimétricas.

c) Toda matriz simétrica é antissimétrica.

d) Toda matriz antissimétrica não nula **não** é simétrica.

e) Se uma matriz não é simétrica, então ela é antissimétrica.

f) Se uma matriz triangular superior é simétrica, então ela é uma matriz diagonal.

g) Nenhuma matriz quadrada pode ser triangular superior e, simultaneamente, triangular inferior.

h) Se A é uma matriz antissimétrica, então A^T também é antissimétrica.

i) A soma de duas matrizes simétricas de mesma ordem também é uma matriz simétrica.

j) O produto de duas matrizes simétricas de mesma ordem também é uma matriz simétrica.

k) A soma de duas matrizes antissimétricas de mesma ordem é uma matriz antissimétrica.

l) Se A é uma matriz quadrada qualquer, então $A + A^T$ e AA^T sempre são matrizes simétricas.

m) Se A é uma matriz quadrada qualquer, então $A - A^T$ e AA^T sempre são matrizes antissimétricas.

n) Se A é uma matriz antissimétrica inversível, então A^{-1} também é antissimétrica.

o) Se $A_{n\times n}$ é uma matriz antissimétrica e n é ímpar, então o determinante de A é igual a zero.

p) Se A é uma matriz simétrica e B é uma matriz quadrada de mesma ordem que A, então $B^T AB$ também é simétrica.

5. Sejam $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ y & -x & 1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} x+1 & x \\ y-2 & y \\ z+3 & z \end{bmatrix}$ matrizes tais que o produto AB é uma matriz antissimétrica. Mostre que BA não é uma matriz antissimétrica e nem invertível.

☑ 6. Uma matriz quadrada P é chamada ortogonal se $P^{-1} = P^T$. Sejam P e Q matrizes ortogonais de mesma ordem. Verifique se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas. Justifique sua resposta com argumentos consistentes.

a) P^T é uma matriz ortogonal.

b) PQ é uma matriz ortogonal.

c) $P + Q$ é uma matriz ortogonal.

d) $\det(P) = \pm 1$.

7. Classifique cada um dos sistemas lineares abaixo quanto ao seu número de soluções. Caso o sistema admitir alguma solução, exiba-a(s).

a) $\begin{cases} 2x + 4y + 6z = -6 \\ 3x - 2y - 4z = -38 \\ x + 2y + 3z = -3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x - 2y + 4z = 1 \\ x + y - 2z = 3 \\ 2x - 3y + 6z = 8 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x + y - 3z = 4 \\ 4x + 2z = 10 \\ -2x + 3y - 13z = -8 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x - 3y + 2z = 5 \\ 5x - 15y + 10z = 8 \end{cases}$ e) $\begin{cases} x - y - z = 0 \\ x + 2y - z = 6 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x + 2y = 6 \\ 4x + 5y = 1 \end{cases}$

g) $\begin{cases} x + y + z + w = 6 \\ 2x + 3y - w = 0 \\ -3x + 4y + z + 2w = 4 \\ x + 2y - z + w = 0 \end{cases}$ h) $\begin{cases} -x + 2w = 1 \\ 4y - z - w = 2 \\ 5y - w = 0 \\ 3x - 2y + 3z = 4 \end{cases}$

8. Resolva o sistema linear $\begin{cases} 2x - y + 3z = 11 \\ 4x - 3y + 2z = 0 \\ x + y + z = 6 \\ 3x + y + z = 4 \end{cases}$ escalonando a matriz ampliada do sistema e escrevendo o sistema final do qual se obterá a solução do sistema original.

9. Encontre todas as soluções do sistema $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 - 7x_5 = 14 \\ 2x_1 + 6x_2 + x_3 - 2x_4 + 5x_5 = -2 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_5 = -1 \end{cases}$.

10. Considere as matrizes $D = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ -6 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ e $E = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ para determinar a matriz X que satisfaz a equação $X = DX + E$.

11. O escalonamento da matriz ampliada de um sistema não homogêneo $AX = B$, composto por **4 equações** e **3 variáveis**, é exibido abaixo (com a omissão das operações efetuadas sobre as linhas):

$$[A|B] = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -4 & 3 & -5 \\ -2 & \boldsymbol{a} & -5 & 1 \\ 3 & 2 & \boldsymbol{b} & -7 \\ 4 & -11 & 17 & \boldsymbol{c} \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -4 & 3 & -5 \\ 0 & 1 & \boldsymbol{d} & -9 \\ 0 & \boldsymbol{e} & 15 & 8 \\ 0 & 5 & \boldsymbol{f} & \boldsymbol{g} \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -4 & 3 & -5 \\ 0 & 1 & \boldsymbol{d} & -9 \\ 0 & 0 & 1 & \boldsymbol{h} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

a) Interprete o escalonamento e determine os valores de $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}, \boldsymbol{d}, \boldsymbol{e}, \boldsymbol{f}, \boldsymbol{g}, \boldsymbol{h}$ que estão ocultos nas matrizes.

b) Utilizando os valores obtidos no item anterior, encontre a solução X para esse sistema.

12. Repita o exercício anterior, considerando agora o seguinte escalonamento:

$$[A|B] = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 5 \\ 3 & \boldsymbol{a} & -13 & 2 \\ -4 & 7 & \boldsymbol{b} & -11 \\ -5 & 9 & -6 & \boldsymbol{c} \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & \boldsymbol{d} & -13 \\ 0 & \boldsymbol{e} & 20 & 9 \\ 0 & -1 & \boldsymbol{f} & \boldsymbol{g} \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & \boldsymbol{d} & -13 \\ 0 & 0 & -2 & \boldsymbol{h} \\ 0 & 0 & -13 & \boldsymbol{2g} \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & \boldsymbol{d} & -13 \\ 0 & 0 & 1 & -\boldsymbol{h/2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

13. Reduza as matrizes à sua forma escada, por meio das operações linhas. A seguir, determine a nulidade e o posto dessas matrizes.

a) $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ b) $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 3 & -4 & 2 \\ 2 & -3 & 1 \end{bmatrix}$

14. Seja A uma matriz **não nula** de ordem 3×5. Quais são os possíveis valores para a nulidade de A? E se a ordem de A fosse 4×2?

15. Em cada item, determine o maior valor possível para o posto de A e o menor valor possível para a nulidade de A, supondo que A seja uma matriz **não nula** de ordem:

a) 4×4 b) 3×5 c) 5×3 d) 6×9

16. Verifique como o posto das seguintes matrizes varia em relação a *t:*

a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & t \\ 1 & t & 1 \\ t & 1 & 1 \end{bmatrix}$ *b)* $A = \begin{bmatrix} t & 3 & -1 \\ 3 & 6 & -2 \\ -1 & -3 & t \end{bmatrix}$

17. Existem valores reais de r e s para os quais o posto da matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r-2 & 2 \\ 0 & s-1 & r+2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ seja igual a um ou dois? Se existirem, encontre estes valores.

18. Determine o(s) valor(es) de $k \in \mathbb{R}$ para o(s) qual(is) o sistema linear $\begin{cases} -4x + 3y = 2 \\ 5x - 4y = 0 \\ 2x - y = k \end{cases}$ admite solução.

19. Considere o sistema linear $\begin{cases} x + y + 3z = 2 \\ x + 2y + 4z = 3 \\ x + 3y + az = b \end{cases}$. Para quais valores reais de a e b o sistema:

a) tem uma infinidade de soluções?

b) tem única solução?

c) é impossível?

20. Seja $A = \left[\begin{array}{ccc|c} a & 0 & b & 2 \\ a & a & 4 & 4 \\ 0 & a & 2 & b \end{array}\right]$ a matriz ampliada de um sistema linear. Para quais valores de a e b o sistema possui:

a) única solução?

b) nenhuma solução?

c) uma solução com duas variáveis livres?

21. Encontre uma relação entre a, b e c que faça com que o sistema linear $\begin{cases} x + 2y - 3z = a \\ 2x + 3y + 3z = b \\ 5x + 9y - 6z = c \end{cases}$ se torne possível.

22. Considere o sistema linear não homogêneo $\begin{cases} x - 2y + 3z = 5 \\ 3x - 5y + 6z = 4 \\ -2x + 4y + (k^2 - 15)z = -7 - k \end{cases}$.

Determine todo(s) o(s) valor(es) de $k \in \mathbb{R}$ para os quais o sistema se torna:

a) possível e determinado. b) possível e indeterminado. c) impossível.

23. Considere o sistema $\begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ -4x + 8y - 5z = k - 1 \\ 2x - 4y + kz = -4 \end{cases}$. Determine (se existir) os valores de $k \in \mathbb{R}$ que fazem com que o sistema

a) admita infinitas soluções.

b) admita única solução.

c) não admita nenhuma solução.

24. Considere o sistema de equações lineares

$$\begin{cases} x + 3y - 2z + 4t = 2 \\ 2x + 7y - 3z + (2k)t = -5 \\ -3x - 8y + 8z - 5t = 3k - 34 \\ -4x + 3y + 2z + (k^2 - 179)t = k \end{cases}.$$

Determine os valores de $k \in \mathbb{R}$ para os quais esse sistema se torna:

a) Impossível.
b) Possível e determinado.
c) Possível e indeterminado. Nesse caso, usando o valor encontrado, exiba todas as soluções do sistema.

25. Considere o sistema de equações lineares

$$\begin{cases} x - 5y + 3z + (k - 1)t = -1 \\ -2x + 11y - 8z - 3t = 5 \\ 3x - 7y - 6z + 13t = 3k \\ -4x + 9y + 5z + (k^2 + 99)t = k - 4 \end{cases}.$$

Determine os valores de $k \in \mathbb{R}$ para os quais esse sistema se torna:

a) Impossível.
b) Possível e determinado.
c) Possível e indeterminado. Nesse caso, usando o valor encontrado, exiba todas as soluções do sistema.

☑ 26. Seja A uma matriz.

a) Em cada item, use a informação da tabela para determinar se o sistema $AX = B$ é possível. Se for, determine **o número de variáveis livres** da solução geral do sistema. Justifique sua resposta.

	(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)
Tamanho de A	3×3	9×5	4×4	3×3	6×8
Posto de A	2	4	0	3	5
Posto de $[A \vdots B]$	3	4	0	3	5

b) Para cada uma das matrizes da tabela acima, determine se o sistema homogêneo $AX = 0$ é **possível ou não**. Caso seja possível, indique a **quantidade de variáveis livres** em cada situação.

☑ 27. Explique por que a nulidade de uma matriz nunca é negativa.

28. Chamamos de sistema homogêneo de m equações e n incógnitas aquele sistema cujos termos independentes são todos nulos.

☑ a) Um sistema homogêneo admite pelo menos uma solução, chamada de solução trivial. Qual é essa solução?

b) Encontre os valores de $k \in \mathbb{R}$ para os quais o sistema homogêneo $\begin{cases} 2x - 5y + 2z = 0 \\ x + y + z = 0 \\ 2x + kz = 0 \end{cases}$ tenha uma solução distinta da solução trivial.

☑ 29. Um sistema **homogêneo** com três equações e quatro incógnitas sempre admite uma solução não trivial? Por quê?

☑ 30. Se $\det(A) = 0$ então o sistema **homogêneo** $AX = 0$ sempre admite infinitas soluções? Justifique sua resposta.

☑ 31. Apresente todos os possíveis resultados na discussão de um sistema **não-homogêneo** de 6 equações lineares com 4 incógnitas.

☑ 32. Determine se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas. Apresente argumentos consistentes que justifiquem a veracidade da afirmação que julgar verdadeira e exiba um contraexemplo para a afirmação que julgar falsa:

a) Se A e B são matrizes de mesma ordem tais que os sistemas $AX = 0$ e $AX = B$ têm as mesmas soluções, então $A = B$.

b) Se X_1, X_2 e X_3 são soluções do sistema $AX = B$, então $X = \frac{2}{5}X_1 + \frac{4}{5}X_2 - \frac{1}{5}X_3$ é também uma solução de $AX = B$.

c) Se X_1 e X_2 são soluções do sistema $AX = B$, então $Y = X_1 - X_2$ é solução do sistema homogêneo $AY = 0$.

33. Considere as matrizes $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $D = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -1 & 1 & 4 \\ 5 & 1 & -10 \end{bmatrix}$:

a) Discuta a solução do sistema linear **homogêneo** cuja matriz dos coeficientes é a matriz A.

b) Construa um sistema linear **não homogêneo** cuja matriz dos coeficientes seja a matiz D e tal que $X = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ -5 \end{bmatrix}$ seja uma **solução** desse sistema. Existem outras soluções para esse sistema? Em caso positivo, exiba duas dessas soluções.

34. Encontre, se existir, todos os valores de $k \in \mathbb{R}$ para os quais o sistema **homogêneo** associado à matriz abaixo **não** admita solução.

$$A = \begin{bmatrix} k-3 & 0 & 3 \\ 0 & k+2 & 0 \\ -5 & 0 & k+5 \end{bmatrix}.$$

35. Determine para quais valores reais de t o sistema linear **homogêneo** $(A - tI)X = 0$ possui mais de uma solução, sendo I a matriz identidade, A a matriz dada nos itens abaixo, $(A - tI)$ a matriz de coeficientes do sistema e 0 uma matriz coluna nula de ordem apropriada:

a) $A = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ b) $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 20 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ c) $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$.

36. Podemos resolver um sistema linear utilizando a matriz inversa da matriz dos coeficientes do sistema, procedendo da seguinte forma:

$$AX = B \quad \Rightarrow \quad A^{-1}AX = A^{-1}B \quad \Rightarrow \quad X = A^{-1}B.$$

Isto é útil quando desejamos resolver vários sistemas lineares diferentes, mas que possuem a mesma matriz dos coeficientes. Usando a teoria acima descrita, resolva os sistemas lineares $AX = B$ em que

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -4 \\ 3 & 7 & -5 \end{bmatrix} \text{ e:}$$

a) $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ b) $B = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 100 \end{bmatrix}$ c) $B = \begin{bmatrix} 1000 \\ 10 \\ 100 \end{bmatrix}$ d) $B = \begin{bmatrix} 111 \\ 311 \\ 511 \end{bmatrix}$.

37. Resolva o sistema matricial $D^{-1}X = A$ onde $D = diag(1,2,3,4,5,6)$ é uma matriz diagonal e

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

38. Determine a expressão algébrica para a matriz X que satisfaz a equação matricial

$$(A^{-1}X)^{-1} = A(B^{-2}A)^{-1} \, .$$

39. Obtenha a forma escalonada reduzida por linhas da matriz dos coeficientes de cada um dos sistemas lineares abaixo e, a partir dela, determine as soluções dos respectivos sistemas:

$a)$ $\begin{cases} 5s - 5\pi t = -5\pi^2 \\ -s + (\pi + 3)t = \pi(\pi + 6) \end{cases}$

b) $\begin{cases} 4x_1 + 4x_2 = 16 \\ 5x_2 - 15x_4 = 2 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 12 \\ -x_2 + 8x_4 = \frac{3}{5} \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x_1 - 12x_2 - 6x_3 + 9x_5 = -21 \\ -x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_5 = 7 \\ \frac{1}{2}x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 - \frac{3}{2}x_5 = -5 \\ -7x_1 + 28x_2 + 15x_3 - 23x_5 = 53 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \mathrm{b} + 6\mathrm{c} = 6 \\ \mathrm{a} + 6\mathrm{b} - 5\mathrm{c} = -3 \\ 3\mathrm{a} + 20\mathrm{b} - 3\mathrm{c} = 1 \end{cases}$

40. Utilize matrizes inversas para resolver os sistemas do exercício anterior, quando for possível.

41. Determine (se existir) a inversa das matrizes:

a) $A = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 21 \\ -3 & -7 & -13 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ b) $A = \begin{bmatrix} 0 & 6 & 0 & 10 \\ 0 & 3 & -1 & 5 \\ 0 & 9 & -3 & 14 \\ 5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ c) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 & 3 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & 0 & 4 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 6 & 3 & 6 & 0 & 3 & 10 \end{bmatrix}$

42. Resolva os seguintes sistemas lineares, usando matrizes inversas:

a) $\begin{cases} -y + 5z = 2 \\ x + 2y + 3z = 7 \\ 2x + 4y + 5z = 13 \end{cases}$ b) $\begin{cases} -v + 5w = 0 \\ u + 2v + 3w = 0 \\ 2u + 4v + 5w = 0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} -q + 5r = -2 \\ p + 2q + 3r = 3 \\ 2p + 4q + 5r = 1 \end{cases}$

43. Seja $M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ a matriz dos coeficientes associada a um sistema linear **homogêneo** de duas equações e duas variáveis

a) Utilize a eliminação de Gauss-Jordan para provar que, se $ad - bc \neq 0$, então o sistema possui somente a solução trivial.

b) Mostre, por escalonamento, que se $ad - bc \neq 0$, então a matriz inversa de M é dada por

$$M^{-1} = \frac{1}{ad - bc}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}.$$

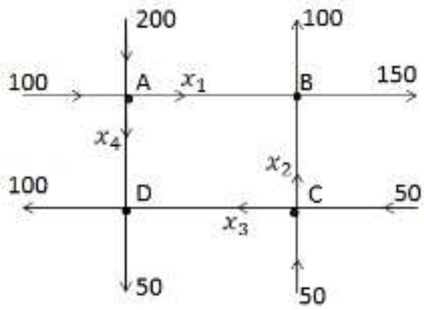
44. Uma editora publica um best-seller potencial com três encadernações diferentes: capa mole, capa dura e encardenação de luxo. Cada exemplar necessita de certo tempo para costura e cola conforme mostra a tabela abaixo:

	Costura	**Cola**
Capa mole	1 min	2 min
Capa dura	2 min	4 min
Luxo	3 min	5 min

Se o local onde são feitas as costuras fica disponível 6 horas por dia e o local de colagem 11 horas por dia, quantos livros de cada tipo devem ser feitos por dia, de modo que os locais de trabalho sejam plenamente utilizados?

45. Num grande acampamento militar há 150 blindados dos tipos BM3, BM4 e BM5, isto é, equipados com 3, 4 e 5 canhões do tipo MX9 respectivamente. O total de canhões disponíveis é igual a 530. A soma dos BM4 com os BM5 corresponde a 2/3 dos BM3. Se para o início de uma manobra militar, cada canhão carrega 12 projéteis, quantos projéteis serão necessários para o grupo dos BM4 no início da operação?

46. Pretende-se construir um modelo matemático que analise a rede de tráfego representada na figura. A unidade de medida é "veículos por hora". O tráfego flui ao longo das vias, no sentido assinalado, e sendo válida a lei de que o número de viaturas que entra num cruzamento é igual ao número de viaturas que sai.



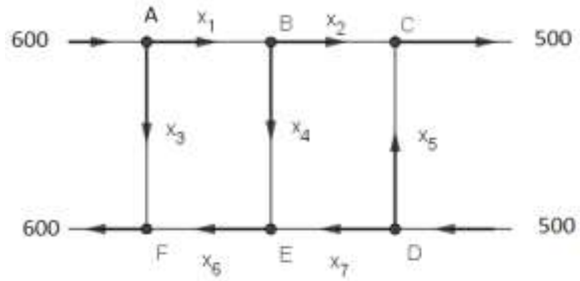
a) Represente a situação por meio de um sistema de equações lineares e resolva-o.

b) Apresente duas maneiras distintas segundo as quais o tráfego pode fluir.

c) Qual o menor número de carros que pode passar por A em direção à B?

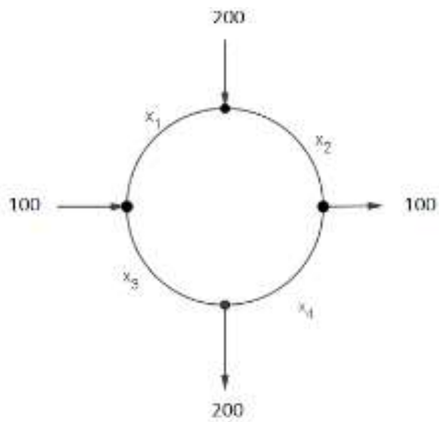
47. Encontre a lei de uma função polinomial de segundo grau cujo gráfico passa pelos pontos $A(1{,}4), B(2{,}0)$ e $C(3{,}12)$.

48. A água flui por meio de uma rede de tubos (em milhares de metros cúbicos por hora) como mostrado na figura abaixo. O fluxo total de água que entra em cada junção (indicadas pelos pontos A, B, C, D, E e F) deve ser igual ao fluxo de saída da respectiva junção.



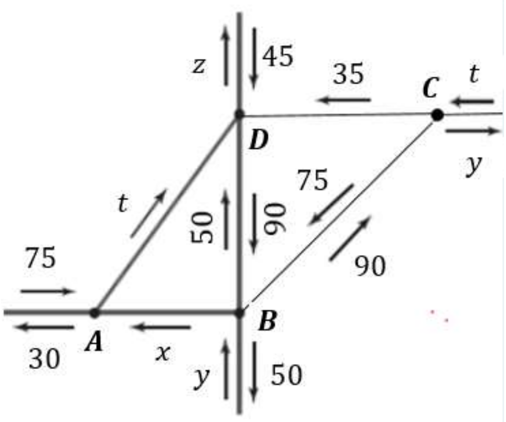
a) Interprete matematicamente o fluxo de água apresentado na figura por meio de um sistema de equações lineares. A seguir, resolva esse sistema.
b) Encontre o fluxo de água quando $x_1 = x_2 = 100$.
c) Encontre o fluxo de água quando $x_6 = x_7 = 0$.
d) Encontre o fluxo de água quando $x_5 = 1000$ e $x_6 = 0$.

49. O fluxo de tráfego (em veículos por hora) em uma rede de ruas de sentido único, interligadas por uma rotatória, é mostrado na figura. Na rotatória, o sentido de fluxo é somente o **anti-horário.** O tráfego flui ao longo das ruas no sentido assinalado. É válida a lei de que o número de veículos que entra numa interseção é igual ao número de veículos que sai dessa interseção.



a) Interprete matematicamente o fluxo de tráfego apresentado na figura, por meio de um sistema de equações lineares. A seguir, resolva esse sistema.
b) Encontre o fluxo de tráfego quando $x_4 = 0$.
c) Encontre o fluxo de tráfego quando $x_4 = 100$.
d) Encontre o fluxo de tráfego quando $x_1 = 2x_2$.

50. O fluxo de tráfego (em veículos por hora) em uma rede de ruas com quatro cruzamentos em mão inglesa é mostrado na figura abaixo. O tráfego flui ao longo das ruas conforme o sentido assinalado:



É válida a lei de que o número de veículos que entra num cruzamento é igual ao número de veículos que sai desse mesmo cruzamento.

a) Pode-se representar o fluxo indicado na figura anterior por meio de um sistema de equações lineares, em que cada equação modela a situação de cada cruzamento. Obtenha tais equações, simplifique-as ao máximo e escreva o sistema linear que representa o fluxo de tráfego.

b) Resolva o sistema encontrado no item anterior e interprete a(s) solução(ões) obtida(s) para determinar o número mínimo de veículos que deve:

   i) entrar no cruzamento B, vindo de baixo.

   ii) sair do cruzamento D e seguir na direção superior.

   iii) sair do cruzamento A e seguir em direção ao cruzamento D.

c) Inclua a condição $x + y + z + t = 275$ no sistema obtido no item (a) e encontre o fluxo de tráfego correspondente.