# MDI0002 – Matemática Discreta Aula 02 Indução Matemática

Karina Girardi Roggia karina.roggia@udesc.br

Departamento de Ciência da Computação Centro de Ciências Tecnológicas Universidade do Estado de Santa Catarina

2020



## Introdução



O que acontece quando empurramos o primeiro de uma sequência de dominós enfileirados?



#### Efeito Dominó

Ao derrubar a primeira peça, todas as demais serão derrubadas em cadeia.

Para que isso efetivamente ocorra:

- 1 a primeira peça deve ser derrubada em direção às demais
- então, ao ser derrubada, ela fará com que a seguinte também seja derrubada



#### Efeito Dominó

Por **1** a primeira peça é derrubada. Por **2** a segunda peça é derrubada. Por **2** a terceira peça é derrubada. Por **2** a quarta peça é derrubada. E assim sucessivamente...

Sem 1 não começaríamos. Sem 2 o processo não continuaria.



### Indução Matemática

#### Utilidade nº 1:

Provar propriedades dos números naturais

Na realidade, a indução matemática pode provar uma propriedade para qualquer estrutura que mantenha uma "boa ordem" (todo subconjunto não vazio da estrutura possui um elemento mínimo segundo esta tal ordem).



### Indução Matemática

**Definição** (Primeiro Princípio da Indução Matemática) Seja p(n) uma proposição sobre  $M=\{n\in\mathbb{N}\mid n\geq \frac{m}{m}\ \land\ m\in\mathbb{N}\}.$ Se

(Base) p(m) é verdadeira (Passo) Para qualquer k, vale  $p(k) \rightarrow p(k+1)$ então p(n) é verdadeira para todo  $n \in M$ .



## Prova por Indução

#### Técnica de Demonstração

- Demonstrar a **base** da indução p(m)
- A partir de um k
  - supor verdadeira a **hipótese** de indução p(k)
  - provar o **passo** de indução, demonstrando p(k+1)



## Exemplo

Provar que

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$$

para qualquer  $n \in \mathbb{N}$ 



# Exemplo

Provar que, para qualquer  $n \in \mathbb{N}$ 

se n > 3

então  $2^n < n!$ 

