

Representação computacional

Estrutura de dados – Grafo

Matriz de adjacências

Matriz de incidências

Lista de adjacências

Representação computacional

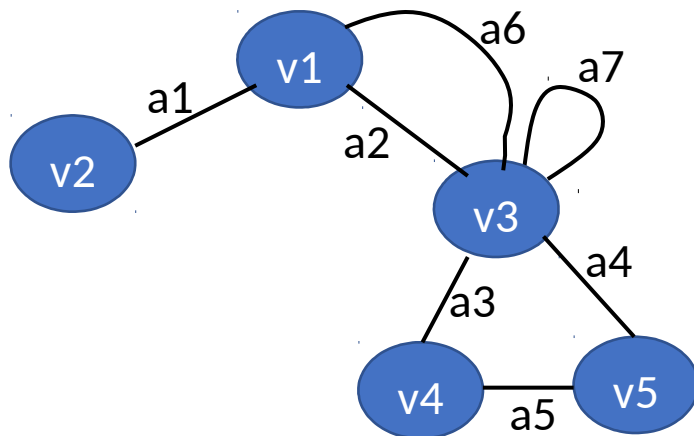
Estrutura de dados – Grafo

Matriz de adjacências

Para fins de implementação dos algoritmos é necessária uma representação do grafo em sua estrutura de dados capaz de ser instanciada na memória do computador. Uma das formas de representação é a Matriz de adjacências:

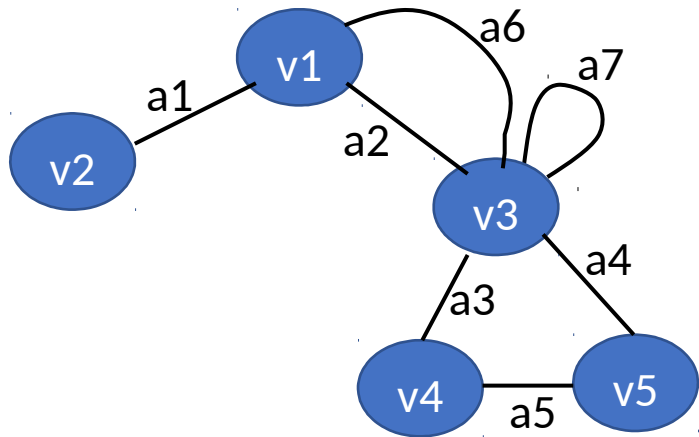
Suponha $G(V,A)$, $V=\{v_1,v_2,v_3,\dots,v_n\}$, podemos formar uma matriz $n \times n$ em que o elemento i, j é o número de arestas entre os vértices v_i e v_j . Essa matriz é chamada de matriz de adjacências do grafo em relação à ordem dos vértices:

$a_{ij} = p$, se existirem p arcos entre v_i e v_j .

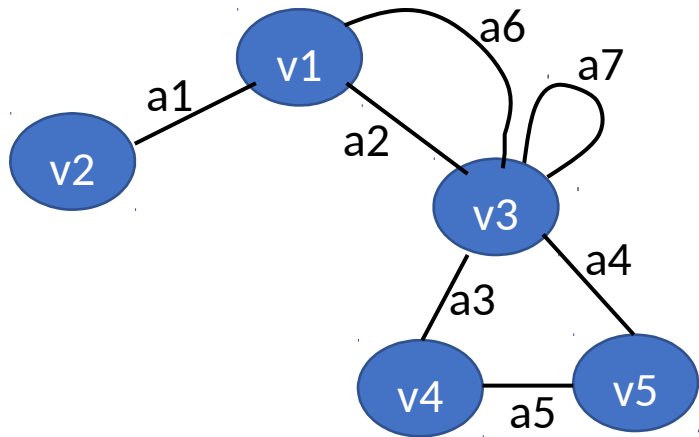


	v1	v2	v3	v4	v5
v1					
v2					
v3					
v4					
v5					

$a_{ij} = p$, se existirem p arcos entre v_i e v_j .



	v1	v2	v3	v4	v5
v1	0	1	2	0	0
v2	1	0	0	0	0
v3	2	0	2	1	1
v4	0	0	1	0	1
v5	0	0	1	1	0



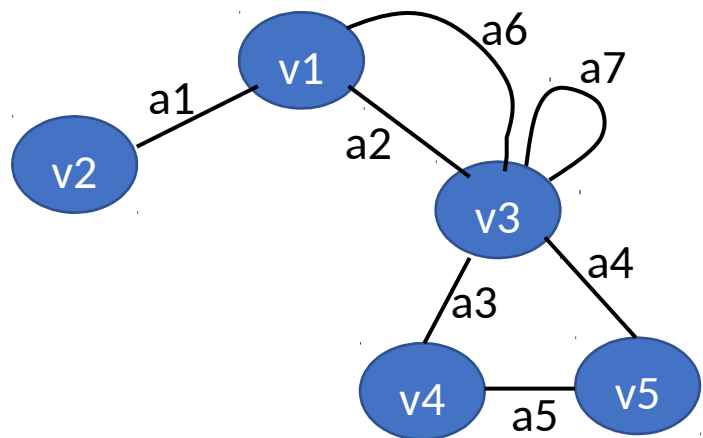
	v1	v2	v3	v4	v5
v1	0	1	2	0	0
v2	1	0	0	0	0
v3	2	0	2	1	1
v4	0	0	1	0	1
v5	0	0	1	1	0

Simetria em relação à diagonal principal: $a_{ij} \neq 0$ então v_i possui laço

$\text{Grau}(v_i) = \text{Somatório da } i\text{-ésima linha (ou coluna)}$;

Para $i \neq j$, arestas múltiplas ocorrem quando $a_{ij} > 1$ na i -ésima linha

$a_{ij} = p$, se existirem p arcos entre v_i e v_j .



$G(V,A)$

$V=\{v1,v2,v3,v4,v5\}$

$A=\{a1,a2,a3,a4,a5,a6,a7\}$

Lista de adjacências:

$a1=(1,2)$; $a2=(1,3)$; $a3=(3,4)$; $a4=(3,5)$;

$a5=(4,5)$; $a6=(1,3)$; $a7=(3,3)$

Entrada de dados:

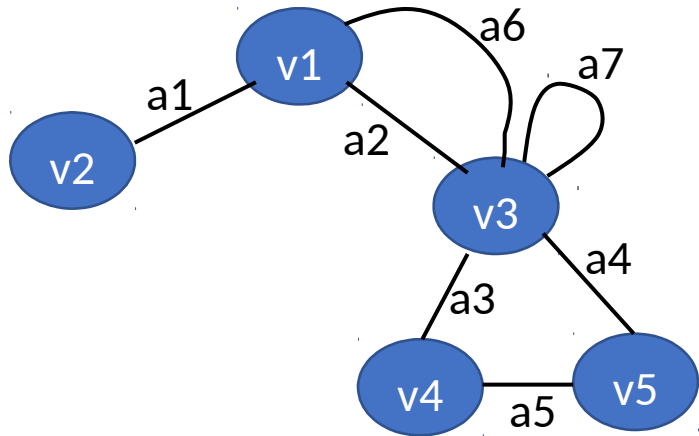
número de vértices e lista de adjacências (em um vetor, por exemplo);

A entrada pode ser feita em um arquivo texto:

5 #vértices

1 2, 1 3, 3 4, 3 5, 4 5, 1 3, 3 3

$a_{ij} = p$, se existirem p arcos entre v_i e v_j .



$G(V,A)$

$V=\{v1,v2,v3,v4,v5\}$

$A=\{a1,a2,a3,a4,a5,a6,a7\}$

Lista de adjacências:

$a1=(1,2)$; $a2=(1,3)$; $a3=(3,4)$; $a4=(3,5)$;

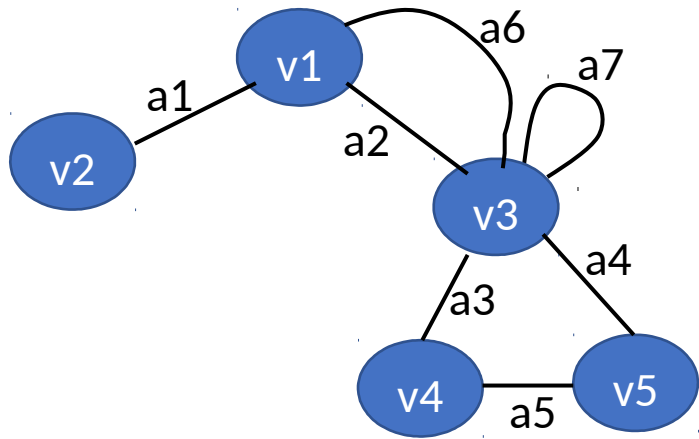
$a5=(4,5)$; $a6=(1,3)$; $a7=(3,3)$

Implemente a matriz de adjacências para representar um grafo não orientado, apresentando as seguintes funcionalidades ao usuário:

1. determinação dos nós com arestas em laço;
2. determinação do par de nós com arestas múltiplas e a quantidade dessas arestas entre esse par de nós;
3. Determinação do grau de um vértice;
4. Identificação de vértices isolados;
5. Verificar se o número de arestas é no máximo igual a
onde $n=|V|$

$$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

Segue...



$G(V,A)$

$V=\{v1,v2,v3,v4,v5\}$

$A=\{a1,a2,a3,a4,a5,a6,a7\}$

Lista de adjacências:

$a1=(1,2)$; $a2=(1,3)$; $a3=(3,4)$; $a4=(3,5)$;

$a5=(4,5)$; $a6=(1,3)$; $a7=(3,3)$

7. Verificar pela matriz, se:

a)
$$\sum_{v \in V} grau(v) = 2|E|$$

b) Se o número total de vértices com grau ímpar é sempre par

Representação computacional

Estrutura de dados – Grafo

Matriz de incidências

$G(V,A)$

$V=\{v1,v2,v3,v4,v5\}$

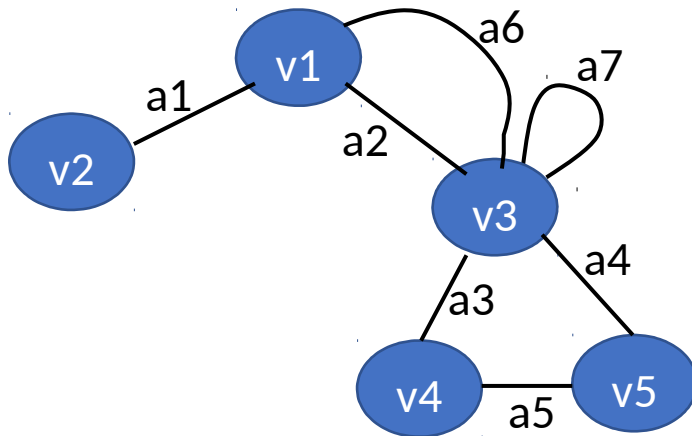
$A=\{a1,a2,a3,a4,a5,a6,a7\}$

$\text{grau}(v_i)=\text{somatório na } i\text{-ésima linha};$

$a_{ij} > 1 \rightarrow \text{laço};$

Colunas iguais \rightarrow arestas múltiplas;

Como identificar a adjacência de um vértice? Ex: $v1$ é adjacente a quais vértices?



	a1	a2	a3	a4	a5	a6	a7
v1	1	1	0	0	0	1	0
v2	1	0	0	0	0	0	0
v3	0	1	1	1	0	1	2
v4	0	0	1	0	1	0	0
v5	0	0	0	1	1	0	0

Para um grafo (V, E)

$$|V| = n$$

$$|E| = m$$

Em termos de complexidade espacial, considerando o grafo completo como o pior caso ambas as matrizes de adjacências e incidências ocupam um espaço bidimensional de tamanho $total_linhas * total_colunas$:

- A matriz de adjacências é esparsa e ocupa um espaço sempre correspondente a exatamente $n * n = n^2$ (independente do pior ou melhor caso)
- A matriz de incidências ocupa um espaço $n * m$.
No pior caso, $m = n(n-1)/2 \rightarrow n * m = n * (n(n-1)/2)$

O seja, no pior caso, a matriz de incidências demanda um espaço da ordem de n^3 .

Representação computacional

Estrutura de dados – Grafo

Lista de adjacências

A matriz de adjacências independentemente do caso (melhor ou pior) sempre demanda espaço de memória da ordem n^2 .

A matriz de incidências, no pior caso, pode alcançar um consumo de memória de ordem n^3 .

Ambas matrizes (adjacências e incidência) podem ser bastante esparsas

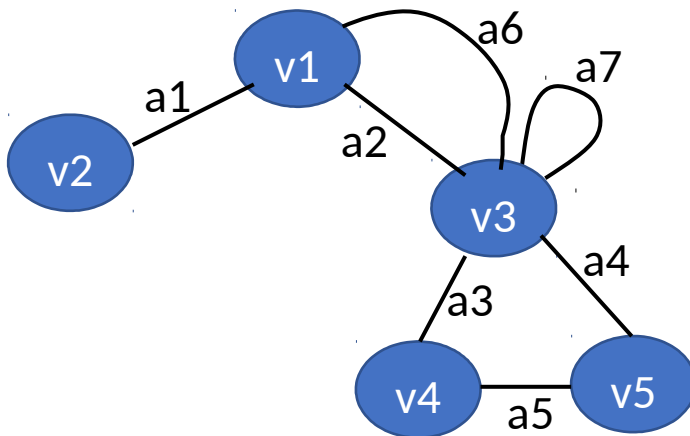
Por sua vez, a **lista de adjacências** “enxuga” a representação modelando apenas as conexões que de fato existam no grafo, não sendo uma estrutura esparsa.

A lista de adjacências consome um espaço da ordem $n+2m$.

Ainda que seja assim, **no pior caso**, a lista de adjacências consome espaço:

$$n+2m = n+(n(n-1)) = n+n^2-n = n^2$$

Ou seja, uma estrutura de dimensões da ordem de n^2



$G(V,A)$

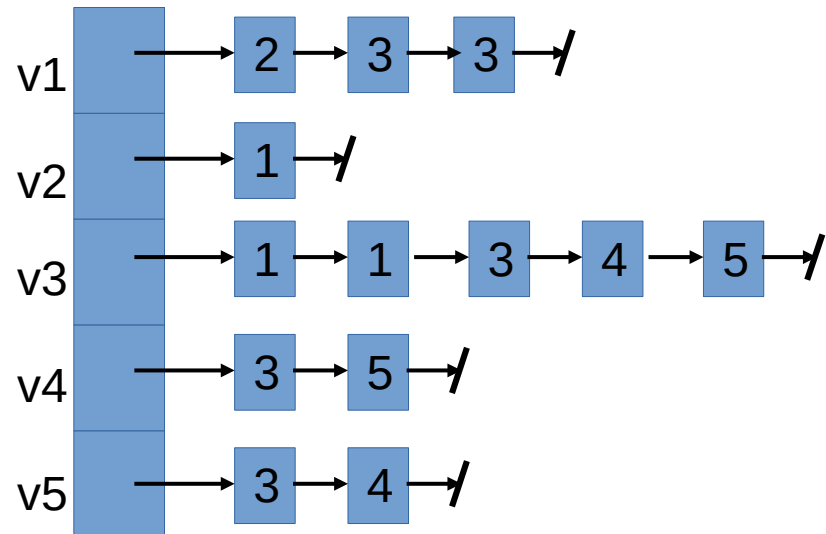
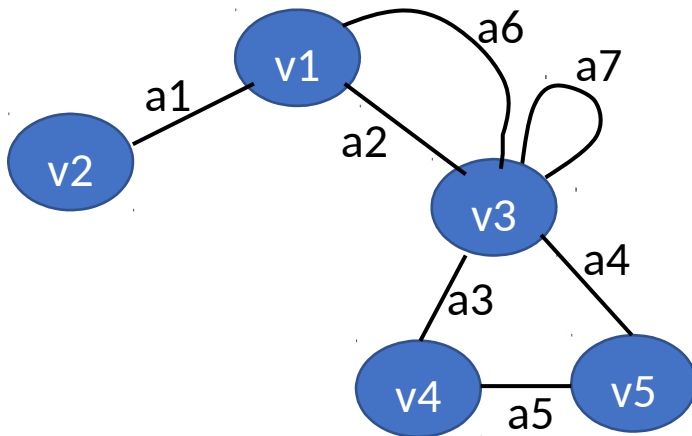
$V=\{v1,v2,v3,v4,v5\}$

$A=\{a1,a2,a3,a4,a5,a6,a7\}$

No pior caso a lista de adjacências consome espaço da ordem de $n+2m$

A lista de adjacências corresponde a por um vetor V de dimensão n . Cada elemento de V contém dois campos: a identificação de um vértice e um ponteiro para uma lista encadeada contendo os vizinhos do vértice correspondente.

A implementação não indexada (lista encadeada) é um fator que incrementa a Complexidade temporal da implementação em lista de adjacências.



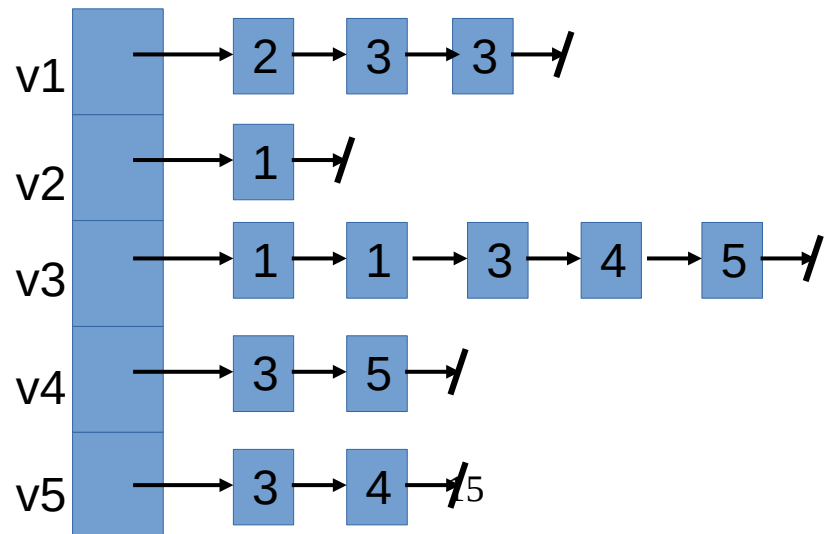
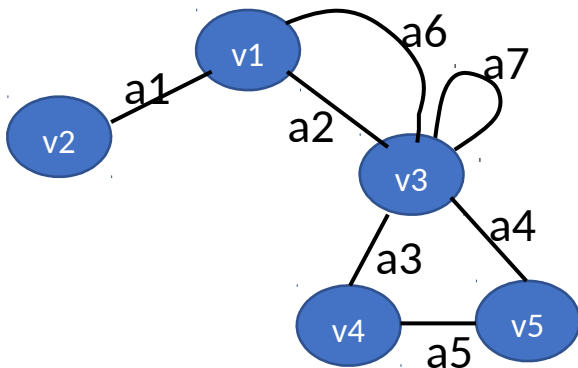
Exercícios:

- 1) Para uma lista de adjacências elabore algoritmos para:
- determinação dos nós com arestas em laço;
 - determinação do par de nós com arestas múltiplas e a quantidade dessas arestas entre esse par de nós;
 - Determinação do grau de um vértice;
 - Identificação de vértices isolados;
 - Identificação do vértice mais conectado;
 - Verificar pela lista, se:

i)

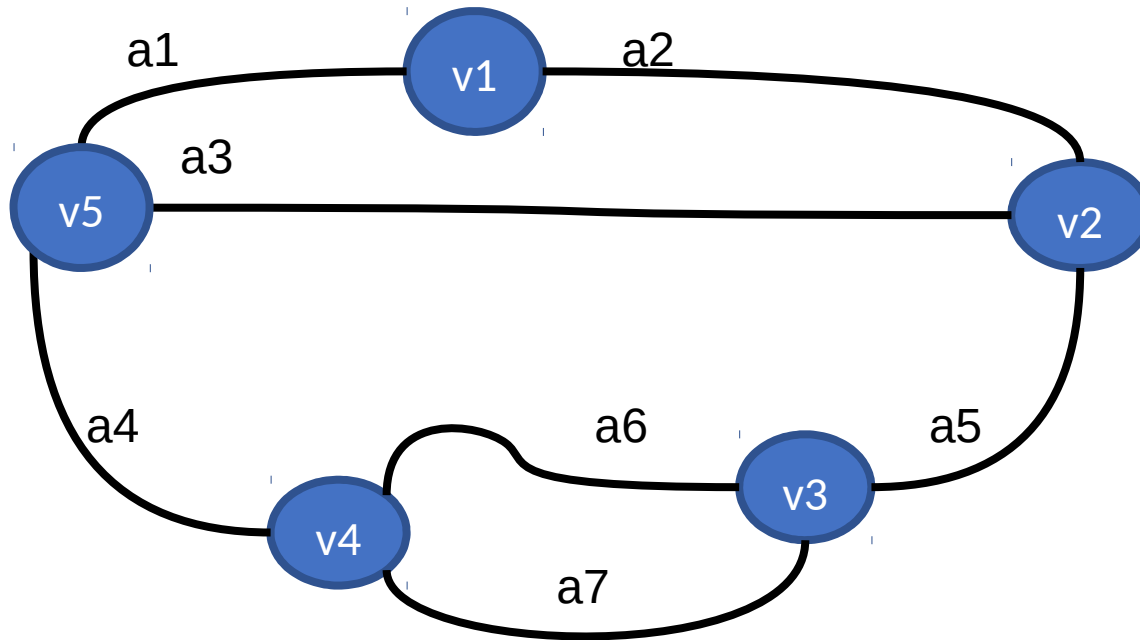
$$\sum_{v \in V} grau(v) = 2|E|$$

ii) Se o número total de vértices com grau ímpar é sempre par



Exercícios:

2)



Escreva a matriz de adjacência de incidência e a lista de adjacências para o grafo acima.

Exercícios:

3) Desenhe o grafo representado pela a matriz de adjacência abaixo:

0	1	1	2	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
0	1	1	0	0

Exercícios:

4) Desenhe o grafo representado pela a matriz de incidência abaixo:

0	1	1	1	1	1	1	0
0	1	0	1	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	0	1	0	0

As estruturas vistas aqui podem ser adaptadas à representação de digrafos (grafos direcionados);

Será tratado oportunamente...