

Tombana hoan'ny isa fitomboana (reproduction number) ao Madagasikara

Ny tanjona eto dia hamantatra ny fivoaran'ny aretina amin'ny alalan'ny fanombanana ny isa fitomboana. Modely statistika mampitovy ny fifindran'ny aretina miainga amin'ny olona iray amin'ny tranga kisendrasendra antsoina hoe renewal process no ampiasana; ny fanombanana araky ny modely faharoa ao amin'ny fanadihahana [2] no arahina eto.

1/ Ny isa fitomboana R (reproduction number/transmissibility)

Raha antsoina hoe $I_{vao}(t-k)$ ny isan'ny olona voa vaovao amin'ny fotoana $t-k$, ($t - k < t$, t : andro, k : elanelan'andro) dia azo faritana ho ampahany miisa $I_{vao}(t-k) \times f(t,k)$, ($0 \leq f(t,k) \leq 1$) amin'izy ireo no namindra tamin'ireo olona sasany voa vaovao amin'ny fotoana t . Rehefa raisina avokoa ireo tranga voa teo aloha, izany hoe raisina avokoa ny elanelan'andro $k \geq 1$, dia $\sum_{k \geq 1} I_{vao}(t-k)f(t,k)$ no isan'ireo olona rehetra namindra tamin'ireo voa vaovao **rehetra** amin'ny fotoana t .

Avy amin'io no hamaritana ny isa fitomboana $R(t)$ amin'ny fotoana t [2]:

$$R(t) = \frac{I_{vao}(t)}{\sum_{k=1}^{t-1} I_{vao}(t-k)f(t,k)} \quad (1)$$

Izany hoe $R(t)$ dia **salan'isa** (average) an'ireo olona voa vaovao amin'ny fotoana t izay namindran'ny **olona iray** voa teo aloha.

Fanamarihana:

Raha $R(t) > 1$ dia midika fa mbola mihanaka ilay aretina.

Ny taha $f(t,k)$ dia antsoina hoe infectiousness profile; amin'ny fanadihadina sasany [2, 4, 5] dia raisina ho miankina fotsiny amin'ny elanelan'andro k io taha io fa tsy amin'ny fotoana t , izany hoe rehefa fantatra ny elanelana k misy eo @ fotoana roa dia fantatra ny tahan'ireo olona voa namindra.

Nohon'ny tsy fahafantarana amin'ny antsipiriny hoe iza no namindra tamin'iza dia ampiasana, raha ananana, ireo antontan'isa momba ireo elanelan'andro misy eo @ fisehoan'ny soritr'aretina (symptom onset) eo amin'ny marary 2 rehefa namindra ilay iray ny voalohany. Izay antontan'isa izay no 1) ikajiana ny herijika (probability) $w(k)$ (antsoina hoe serial interval distribution) ahitana fifindran'aretina manana elanelan'andro k [6, 5] ary 2) ifotoran'ireo modely manaraka ny antsoina hoe renewal process (RP).

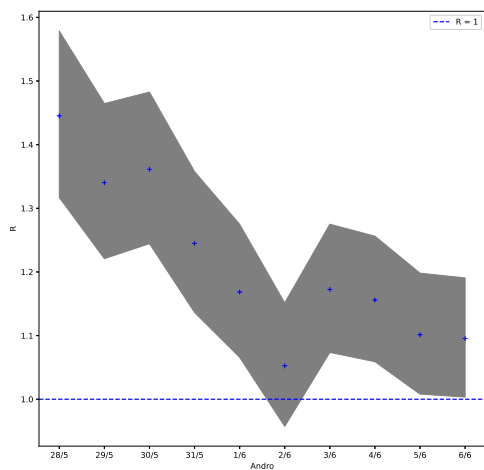
2/ Tombana hoan'ny 6/06/20: Jereo Sary 1, 2 ary 3.

3/ Modely RP hoan'ny aretina Covid-19

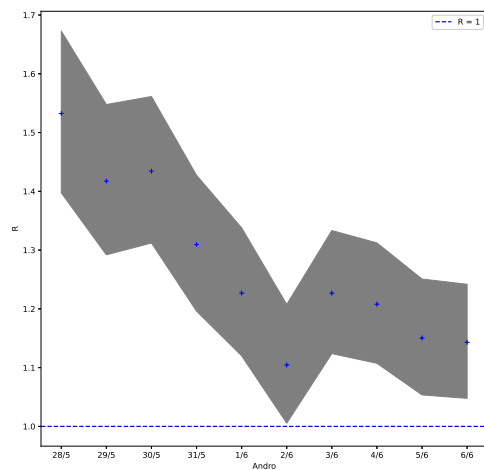
Ny modely RP hanombanana ny isa fitomboana $R(t)$ amin'ny fotoana iray t dia tsy mikajy mivantana ny fimiràna (equality) 1 fa miainga amin'ny fampitoviana ny 1) fifindran'ny aretina miainga amin'ny olona iray izay mamindra amin'ny olona maromaro amin'ny elanelan-potoana mifanarakaraka, amin'ny 2) tranga miseho mifanarakaraka, kisendrasendra sy tsy mifampiankina ary manaraka lalàna herijika (probability distribution) iray [8, 7, 5, 4, 2].

Araky ny fanazavana fameno etsy ambany dia:

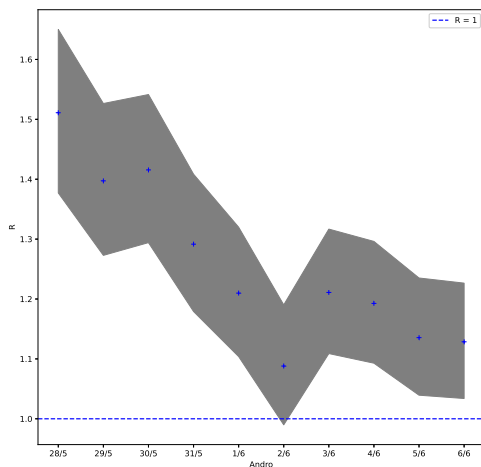
Fanombanana ny $I_{vao}(t)$: azo raisina ho manaraka lalàna herijika Poisson ny isa $I_{vao}(t)$ an'ireo olona voa vaovao amin'ny fotoana t , ary $R(t) \sum_{k=1}^{t-1} I_{vao}(t-k)w(k)$ no tahan'io lalàna Poisson io. Rehefa fantatra ny $R(t)$ sy ny $w(k)$ dia azo tombanana ny $I_{vao}(t)$ rehefa hanana ny antontan'isa $I_{vao}(s)$, $s < t$.



Sary 1: Antonan'isa noraisina nanomboka ny 3/05/20 hatramin'ny 7/06/20. Ny herijika afara no nikajiana ny faritra (miloko matromatroka amin'ny sary) ahi-tana ny taha amin'ny herijika 90%. $R(t=6/06) = 1,09537$.



Sary 2: Antonan'isa noraisina nanomboka ny 3/05/20 hatramin'ny 7/06/20. $R(t=6/06) = 1,14302$.



Sary 3: Antonan'isa noraisina nanomboka ny 3/05/20 hatramin'ny 7/06/20. $R(t=6/06) = 1,12847$.

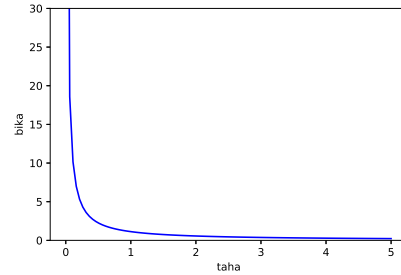
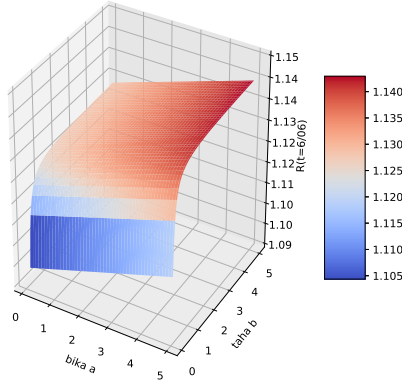
Fanomabanana ny isa fitomboana $R(t)$: Fomba Bayesianana (Bayesian inference) no ampiasana hanom-bana ny $R(t)$ izay manaraka lalàna herijika Gamma. Rehefa heverina ho tsy miova ny habe $R(t)$

mandritry ny vanim-potoana $[t, t-k^*+1]$ dia manome $(a + \sum_{k=1}^{t-1} Ivoa(t))$ ny bika ary taha $(1/b +$

$\sum_{s=t-k^*+1}^{t-1} \sum_{k=1}^{s-1} Ivoa(s-k)w(k))$ ny taha an'ily herijika Gamma arahan'ny $R(t)$. Ny habe a sy b dia ny bika sy tahan'ny herijika Gamma mialoha hoan'ny $R(t)$ (Jereo Fanazavana misimisy).

Fanomabanana ny $w(k)$ Ny herijika $w(k)$ (serial interval distribution) dia tsy kajiana eto fa nampitoviana avy hatrany amin'ireo efa fampiasa [3, 2]. Arak'izany dia manaraka herijika Gamma manana salan'isa (mean) 6.48 andro sy fihatahana lohany (standard deviation) 3.83 andro [2].

Fanamarihana: Ireo haben'ny $R(t)$ ireo dia tombana miankina amin'ny ireo habe a sy b an'ily herijika Gamma mialoha araky ny aseho amin'ny sary 4. Hoan'ny $b \leq 5$ eo, io habe b io no tena manova ny haben'ny $R(t)$. Ilay faritra mena dia ahitana habe $R(t)$ tsy miankina firy amin'ny haben'ny a sy ny b . Habe a sy b izay manome $R(t)$ hita ao amin'io faritra mena io no fidian'ireo modely RP sasany [5]. Amin'ily faritra manga kosa dia mihena ny $R(t)$ oharina amin'izy ao amin'ny faritra mena ary ny habe a sy b dia samy ≤ 1 .



Sary 4: Fiovan'ny $R(t=6/06/20)$ manaraka ny a sy b .

Sary 5: Habe a sy b mampitovy ireo herijika mialoha sy afara hoan'ny $R(t=6/06/20)$.

Mitombona kokoa ny mifidy a sy b izay manome:

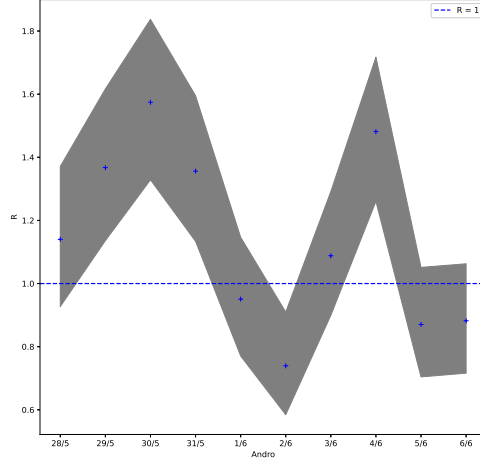
$$\text{Pr.pdf}(taha = R(t)) = \text{Pr.pdf}(taha = R(t) | \text{antontan'isa} = I)$$

satria ireo herijika fikitrohana roa ireo dia samy azo hanomabanana ny taha $= R(t)$. Manaraka mailoka iray ireo habe a sy b mampitovy ireo herijika roa ireo hoan'ny fotoana t iray araky ireo sary 5.

Ilay vanim-potoana $[t, t-k^*-1]$ hanomabanana ny $R(t)$ dia itadiavana k^* izay 1) mahatonga tsy fiovana firy ny $R(t)$ mandritry io vanim-potoana io ary 2) manome herijika fikitrohana $\text{Pr.pdf}(\text{antontan'isa} = Ivoa(t), \dots, Ivoa(t-k^*-1) | taha = R(t))$ [4, 2] lehibe indrindra mba hampanakaiky indrindra ny modely amin'ny zava-misy lazain'ny antontan'isa. Habe $k^* \leq 9$ no tadiavana tamin'ity fanadihadina ity.

Miankina amin'ny daty fanombohana sy daty fiakaran'ny antontan'isa ampiasana ny valin'ny fanom-banana azo hoan'ny $R(t)$. Ny anton'izay dia nohon'ny 1) fampitovizana ny $R(t)$ ao anatin'ily vanim-potoana $[t, t-k^*-1]$ isaky ny fotoana t ary koa 2) habe k^* iray no ampiasana hoan'ny fotoana t rehetra. Ny fiakaran

na fidinan'ny habe $R(t)$ mandritry ny andro farany mialohan'ny daty fiatarana anefa dia tsy miova firy na dia ovaina aza ny daty fanombohana rehefa mitovy ny k^* voakajy sy ampiasana.



Sary 6: Antonan'isa noraisina nanomboka ny 1/04/20 hatramin'ny 7/06/20. $k^* = 2$. Taorian'ny 11/06/20 dia niavana ary niakatra be kokoa ny Ivao(t); nohon'ny antontan'isa noraisina nanomboka ny 1/04/20 dia andro 2 mifanarakaraka ($k^* = 2$) no afaka mitovitovy ny $R(t)$, ary izay no mahatonga ny tombana azo hiaka-midina eto. Mitombona kokoa ny fanombanana raha antontan'isa mitovitovy toetra (homogeneous) mandritry ny vanim-potoana no raisina.

Fetran'ny modely:

1/ Mba ahazoana tombana manakaiky ny zava-misy dia mila mifandanja ny vanim-potoana andraisana ireo antontan'isa sy ny vanim-potoana $[t, t-k^*-1]$ ampiasana. Ny elanelan'ny daty fiatarana sy fanombohana andraisana ny antontan'isa dia mila lehibe lavitra noho ny habe k^* raha tsy izay dia mitombona ny tombana azo.

2/ Miankina amin'ny k^* voakajy sy ampiasana ny tombana azo. Azo atao anefa ny mampitaha ny $R(t)$ voatombana amin'ilay $R(t)$ omen'ny kajy mivantana mampiasa ilay fimiràna (equality) (1).

2/ Ny habe a sy b dia mbola afaka faritana misimisy kokoa ankoatr'ilay fepetra mampitovy ny herijika mialoha sy afara.

3/ Nohon'ny $w(k)$ nomena salan'isa 6.5 andro, izany hoe nalaina ho 6.5 andro eo no elanelana eo amin'ny fisehoan'ny soritr'aretina hoan'ilay namindra sy nifindrany, dia tsy mitombona ireo tombana omen'ny modely hoan'ny 7 andro voalohany aorian'ny daty fanombohan'ny antontan'isa. Miankina betsaka amin'ny fanamboarana ny $w(k)$ koa ny modely.

Fanamarihana momba ny tombana azo:

1/ Ny tombana omen'ny sary 1 dia azo tamin'ny habe $a = b = 0,1$ izany hoe ao amin'ny faritra maha-ambony ny $R(t)$. Ny sary 2 dia azo tamin'ny habe $a = b = 5$, faritra maha-ambany. Ary ny sary 3 dia azo rehefa nofidiana ny a sy b mba hampitovy ny tombana omen'ny herijika mialoha sy afara.

2/ Mitombona ny tombana azo amin'ny sary 3 satria ny antontan'isa noraisina dia mitovitovy toetra ary ny tombana azo ($R(t=6/06/20) = 1,12847$) dia tsy mifanalavitra loatra amin'ny valin'ny kajy mivantana $R(t=6/06/20) = 1,30019$.

4/ Fanazavana fameno

Ny antsoina hoe **renewal process** dia ireo tranga miseho amin'ny fotoana mifanarakaraka, kisendrasendra sy tsy mifampiankina (sequence of independant random variables) ary mifanelanelana amin'ny halavam-potoana k_1, k_2, \dots izay samy manaraka lalàna herijika (probability distribution) iray [9].

Raha manaraka lalàna herijika ainga (exponential distribution) manana taha r ilay tranga kisendrasendra mihavao K_1, K_2, \dots dia azo porofoina fa:

1) ny tranga kisendrasendra (random variable) $TK_i = \sum_{j=1}^i K_j$, ($i = 1, 2, \dots$), izay mandrefy ny halavam-potoana hatreo amin'ny nisehoan'ny tranga K_i , dia manaraka lalàna herijika Gamma (Gamma distribution) manana bika (shape) i sy taha (rate) r ;

2) ny tranga kisendrasendra $IK(k)$ izay mandrefy ny isan'ireo tranga rehetra K_1, K_2, \dots niseho tao anatin'ny halavam-potoana k dia manaraka lalàna herijika Poisson manana salan'isa (mean) $r \times k$.

Ny fitsipika fanombanana Bayesianana dia mikendry ny hanombana taha iray miainga amin'ny antontan'isa ananana. Izany fanombanana izany dia mifototra amin'ny famaritana ny herijika manaraka fepetra (conditional probability):

$$\begin{aligned} Pr.pdf((antontan'isa = I) \cap (taha = r)) &= Pr.pdf(antontan'isa = I | taha = r) Pr.pdf(taha = r), \\ &= Pr.pdf(taha = r | antontan'isa = I) Pr.pdf(antontan'isa = I). \end{aligned}$$

$Pr.pdf(antontan'isa = I | taha = r)$ eto dia herijika fikitrohana (probability density) ahazoana antontan'isa = I raha toa ka manana taha = r .

$Pr.pdf(taha = r | antontan'isa = I)$ dia herijika fikitrohana ahazoana taha = r raha toa ka manana antontan'isa = I . Io herijika fikitrohana io no ikajiana ny tombana hoan'ilay taha miainga amin'ny antontan'isa ananana. Amin'ny modely RP [5, 4, 2], $Pr.pdf(taha = R(t))$ no raisina ho herijika fikitrohana mialoha (prior probability density) hoan'ny taha $R(t)$ ary $Pr.pdf(taha = R(t) | antontan'isa = I)$ no herijika fikitrohana afara (posterior).

Rehefa mitetika (discrete) ilay refy dia misolo ho herijika (Pr) ilay Pr.pdf.

Rehefa $Pr.pdf(antontan'isa = Ivao | taha = r \times w) = Poisson(antontan'isa = Ivao, taha = r \times w)$ ary $Pr.pdf(taha = r) = Gamma.pdf(r, a, b)$ dia [5, 4]:

$$Pr.pdf(taha = r | antontan'isa = Ivao) = Gamma.pdf(r, a + I, 1/(1/b + w)).$$

Mahasedra, naoty t@ 9/06/2020.

Lahatsoratra fameno

- [1] Ivotoera-pibaikoana malagasy momba ny ady amin'ny Covid-19 (CCO). *Data ilaina*. Mey 2020.
- [2] Imperial College COVID-19 response team. *Short-term forecasts of Covid-19 deaths in multiple countries*. COVID-19 planning tools. May 2020. <https://mrc-ide.github.io/covid19-short-term-forecasts/index.html>.
- [3] Imperial College COVID-19 response team. *Report 9: Impact of non-pharmaceutical interventions (NPIs) to reduce COVID-19 mortality and healthcare demand*. <https://www.imperial.ac.uk/media/imperial-college/medicine/mrc-gida/2020-03-16-COVID19-Report-9.pdf>.
- [4] Kris V. Parag sy Chirstl A. Donnelly. *Optimising Renewal Models for Real-Time Epidemic Prediction and Estimation*. Novambra 2019. Tranokala bioRxiv. <https://www.biorxiv.org/content/10.1101/835181v1.full.pdf>.
- [5] Anne Cori, Neil M. Ferguson, Christophe Fraser, ary Simon Cauchemez. *A New Framework and Software to Estimate Time-Varying Reproduction Numbers During Epidemics: Supplementary Data*. American Journal of Epidemiology, Septambra 2013. <https://academic.oup.com/aje/article/178/9/1505/89262>.

- [6] S. Cauchemez et al. *Real-time Estimates in Early Detection of SARS*. Emerging Infectious Diseases Journal, Janoary 2006. https://wwwnc.cdc.gov/eid/article/12/1/05-0593_article.
- [7] Christophe Fraser. *Estimating Individual and Household Reproduction Numbers in an Emerging Epidemic*. PLoS One Journal, August 2007. <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC1950082/>.
- [8] J Wallinga sy M. Lipsitch. *How Generation Intervals Shape the Relationship Between Growth Rates and Reproductive Numbers*. Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences, Novambra 2006. <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC1766383/>.
- [9] Kyle Siegrist et al. *Renewal process*. Tranokala Random: Probability, Mathematical statistics, Stochastic processes. <https://www.randomservices.org/random/renewal/index.html>. Jolay 2007. <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC1950082/>.
- [10] H. Mahasedra Ratsimbarison. *Tombana momba ny taha-pifindran'ny Covid-19 ao Madagasikara*. Naoty manokana. Aprily 2020.
- [11] Ireo voambolana matematika malagasy. Rakibolana matematika Malagasy-Frantsay. Blaogy teny malagasy. Aprily 2011. <http://kajy.blogspot.com/2011/04/ireo-voambolana-matematika-malagasy.html>.