# جلسه‌ی یازدهم آمار و احتمال مهندسی "دکتر شریفی زارچی - دانشگاه شریف"

توزیع برنولی
↓
n بار
↓
توزیع دوجمله‌ای $\xleftarrow{n\to\infty}$ توزیع پواسون

(توزیع گسسته - شمارش تعداد پیشامدها برحسب مسئله)

$\lambda$ = به طور متوسط n بار

میره تا ب. سکه چند بار شیر آید.

$\underbrace{\quad\quad\quad\quad\quad\quad}_{n}$

$$p = \frac{\lambda}{n}$$

توزیع هندسی $\xrightarrow{n\to\infty}$ توزیع نمایی ← با یک زمان‌سنج پای کنار خیابون زمان عبور اولین ماشین از جلوی خودمون رو اندازه بگیریم و این کار رو بارها و بارها انجام می‌دیم. درصورتی که عبور ماشین‌ها از هم مستقل باشه و با هم هماهنگ نکرده باشن، اعداد به دست آمده از زمان عبور اولین ماشین از توزیع نمایی پیروی خواهند کرد.

(توزیع پیوسته - چقدر زمان طول میکشه تا اولین پیشامد بیاد.)

## توزیع نمایی

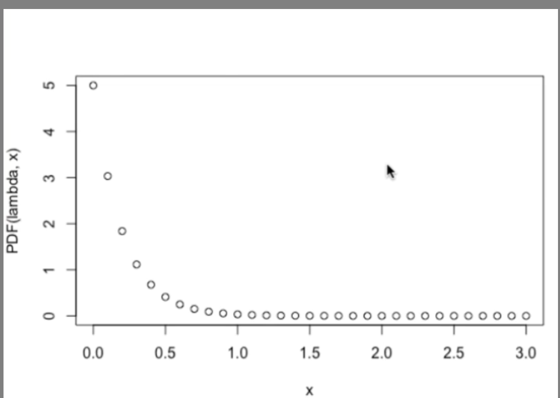
همون توزیع هندسی با این تفاوت که بازه‌های زمانی انجام آزمایش به سمت صفر میل میکنه. $n\to\infty$ . ما به دنبال زمانی هستیم که اولین واقعه مورد نظر اتفاق میوفته. و x برابر با زمان اندازه‌گیری شده.

$$X \sim \text{exponential}(\lambda)$$

$$CDF_{X}(x) = F_{X}(x) = 1 - e^{-\lambda x}$$

$$PDF_{X}(x) = f_{X}(x) = \lambda e^{-\lambda x}$$

هر دو برای x های بزرگتر مساوی صفر معنا دارند. چون ما زمان منفی نداریم و به ازای $x<0$ هر دو $f$ و $F$ برابر صفر هستند.




نمایش $X \sim exp(\lambda)$ , $PDF_{X}(x)$ .

$$E_{(X)} = \int_0^{+\infty} x f_{X(x)}\, dx = \int_0^{+\infty} x \lambda e^{-\lambda x}\, dx = \frac{1}{\lambda}$$

$$Var_{(X)} = E_{(X^2)} - E^2_{(X)} = \frac{1}{\lambda^2}$$

سوال مفهومی: دو نفر رو تصور کنید که منتظر عبور ماشین هستند. یکی که همان لحظه می‌آید و دیگری یک ساعت است که منتظر نشسته و ماشینی نیامده. آیا تابع احتمال این دو شخص با هم برابر است یا متفاوت؟

a واحد زمانی گذشته

$$\mathbb{P}(X > x+a \mid X > a) = \frac{\mathbb{P}(X > x+a \cap X > a)}{\mathbb{P}(X > a)} = \frac{\mathbb{P}(X > x+a)}{\mathbb{P}(X > a)}$$

$$\mathbb{P}(X > a) = 1 - \mathbb{P}(X < a) = e^{-\lambda a}$$

$$\Rightarrow \frac{e^{-\lambda(x+a)}}{e^{-\lambda a}} = e^{-\lambda x} = \mathbb{P}(X > x)$$

در واقع هیچ احتیاجی ندارد که بهت بگن یک ساعته ماشین نیومده ...

توزیع احتمال نمایی به گذشت زمان حساس نیست و حافظه ندارد. memory less است.