



# Leader Election

Distributed Systems

---

**Ali Kamandi, PH.D.**

School of Engineering Science

College of Engineering

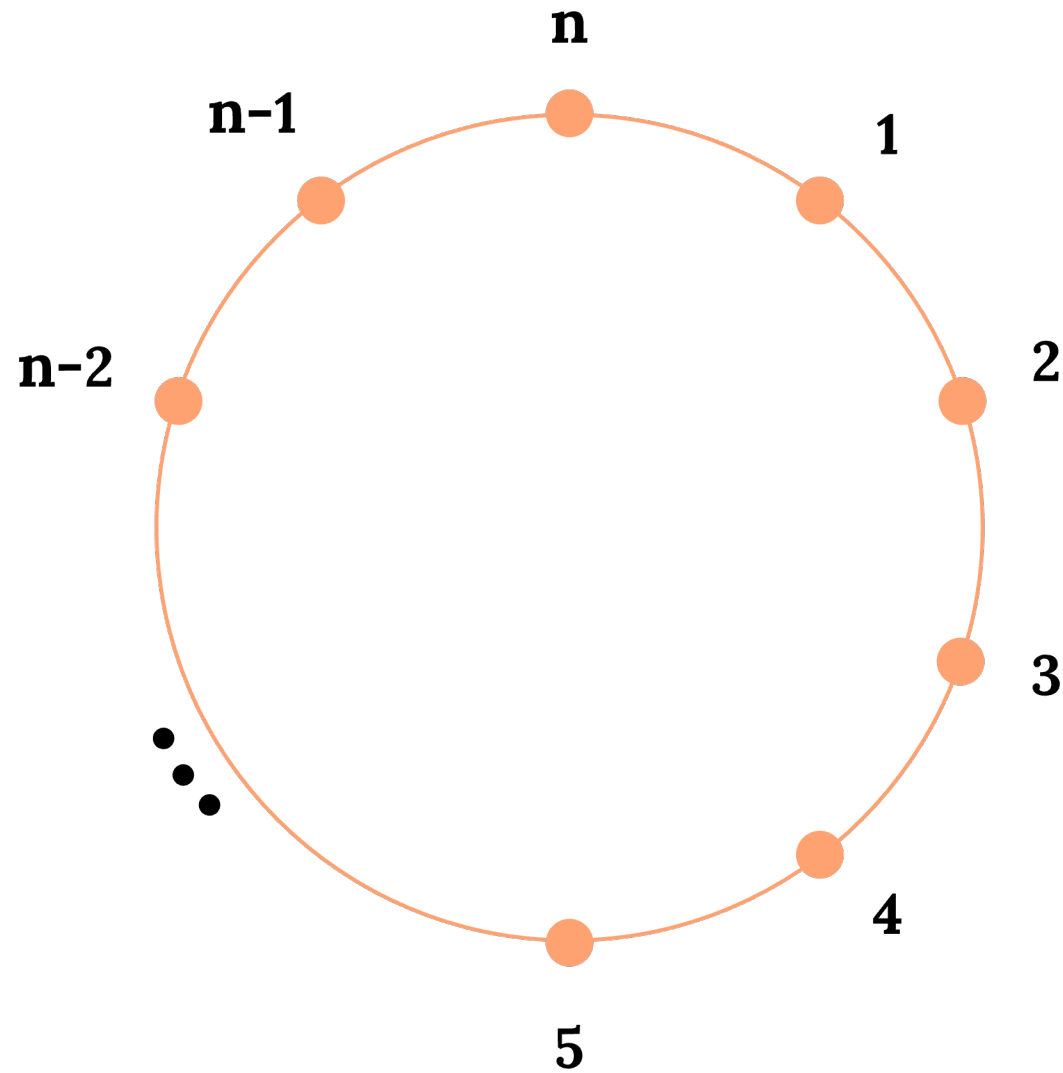
University of Tehran

**kamandi@ut.ac.ir**

**2024**



# Ring of processes



## شرایط مسئله

- تمامی نودهای غیر لیدر در نهایت به این تصمیم می رسند که لیدر نیستند و تنها یک نود به عنوان لیدر معرفی می شود.
- حلقه می تواند یک طرفه (unidirectional) یا دو طرفه (bidirectional) باشد.
- تعداد نودها ممکن است از قبل مشخص نباشد.
- هر نود یک شناسه منحصر به فرد (UID) دارد.

# Unique identifier

## Theorem

Let **A** be a system of **n processes**,  $n > 1$ , arranged in a bidirectional ring. If all the processes in **A** are identical, then **A** does not solve the **leader election** problem.

## الگوریتم LCR (Le Lann, Chang and Roberts)

هر نود، **شناسه** خود را در حلقه ارسال می کند. وقتی یک نود شناسه‌ای را دریافت نمود، آن را با شناسه خودش مقایسه می کند.

● اگر شناسه دریافتی بزرگ‌تر باشد، همان شناسه را ارسال می کند.

● اگر کوچک‌تر باشد، از آن صرف نظر می کند.

● اگر مساوی شناسه خودش باشد، خود را به عنوان لیدر معرفی می کند.

لیدر، نود با **بزرگ ترین شناسه** خواهد بود.

# LCR Algorithm

```
1 initially do
2   leader  $\leftarrow 0$ 
3   maxld  $\leftarrow id_i$ 
4   send  $id_i$  to clockwise neighbor
5 upon receiving  $j$  do
6   if  $j = id_i$  then
7     leader  $\leftarrow 1$ 
8   if  $j > maxld$  then
9     maxld  $\leftarrow j$ 
10    send  $j$  to clockwise neighbor
```

# تحليل صحت عملکرد

**Lemma 1** Process  $i_{max}$  outputs leader by the end of round  $n$ .

**Assertion 2.1** After  $n$  rounds,  $status_{i_{max}} = Leader$ .

**Assertion 2.2** For  $0 \leq r \leq n - 1$ , after  $r$  rounds,  $send_{i_{max}+r} = u_{max}$ .

**Lemma 2** No process other than  $i_{max}$  ever outputs the value leader.

**Assertion 2.3** For any  $r$  and any  $i, j$ , the following holds. After  $r$  rounds, if  $i \neq i_{max}$  and  $j \in [i_{max}, i)$  then  $send_j \neq u_i$ .

# تحليل پیچیدگی

● پیچیدگی زمانی  $O(n)$

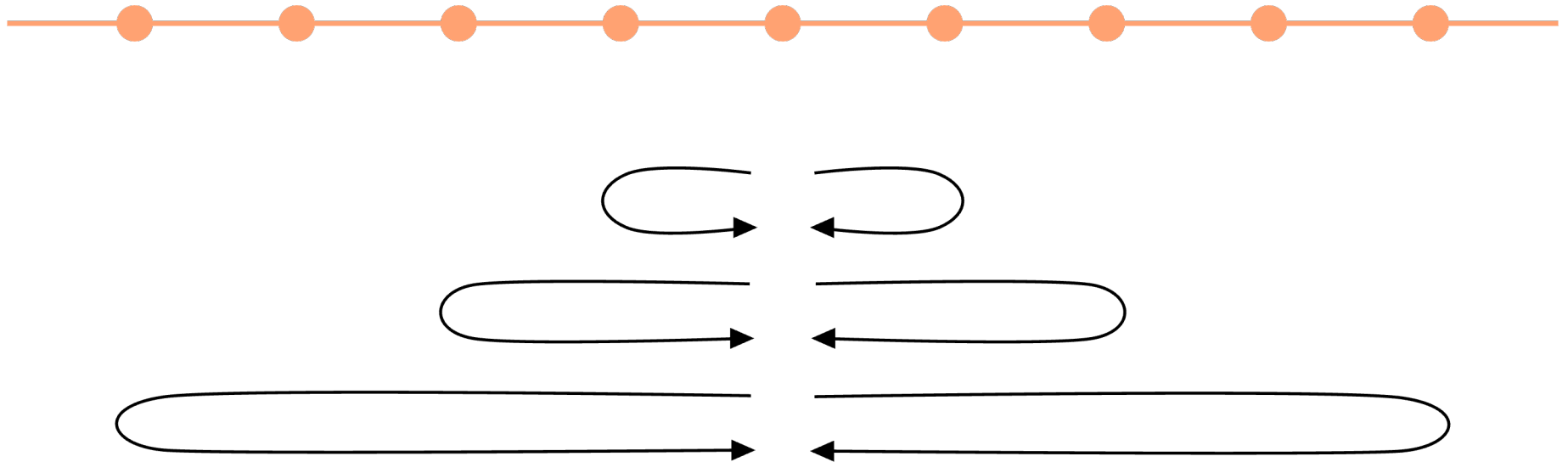
● پیچیدگی پيامی  $O(n^2)$



# تحلیل پیچیدگی

برای اینکه تکلیف همه نودها مشخص شود و همه نودها مطلع شوند که کدام نود به عنوان لیدر انتخاب شده است، لازم است طی  $n$  دور و با ارسال  $n$  پیام به همه اطلاع‌رسانی شود. این شیوه برای همه الگوریتم‌های انتخاب لیدر قابل اجرا است.

# HS Algorithm (Hirschberg & Sinclair)



# HS Algorithm (Hirschberg & Sinclair)

**Initially:**

- ✓ All processes are leaders

**Round 0:**

- ✓ 6, 7 and 8 are leaders

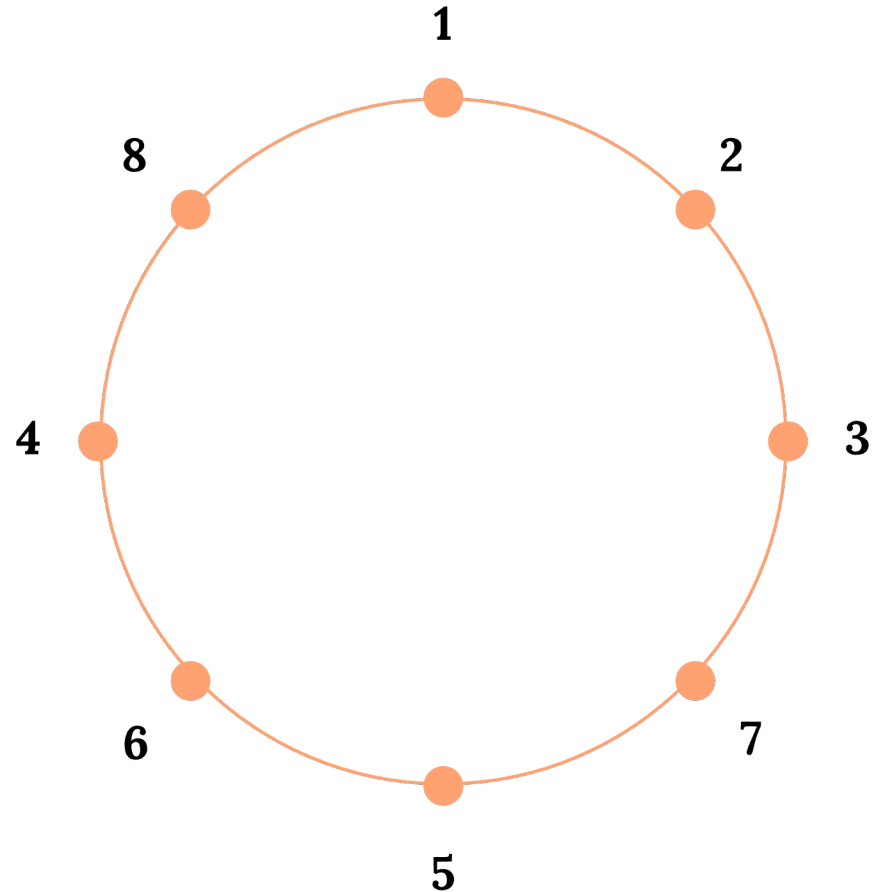
**Round 1:**

- ✓ 7, 8 are leaders

**Round 2:**

- ✓ 8 is the only leader

**At most  $\log(N)$  rounds**



# تحليل پیچیدگی

● پیچیدگی زمانی  $O(n)$

● پیچیدگی پیامی  $O(n \log(n))$

# References

- **Nancy Lynch, Chapter 3**
- **James Aspnes, Chapter 5**