

به نام خدا

تمرین جلسه اول و دوم الگوریتم‌های گراف و شبکه

حسام مومیوند فرد

۸۱۰۸۰۳۰۶۳

بهار ۱۴۰۴

تشخیص وجود دور فرد در ماتریس مجاورت

با توجه به اینکه در صورت دو بخشی بودن یک گراف، اون گراف فاقد دور فرد هست پس اول با استفاده از روش‌هایی مثل اول عمق و یا اول عرض بررسی میکنیم که اون گراف دوبخشی هست یا نه. در صورتی که دوبخشی باشه میتونیم با اطمینان بگیم که فاقد دور با طول فرد هست.

در صورتی که دو بخشی نباشه حالا باید توان های فرد ماتریس مجاورتش رو حساب کنیم و در صورتی که تمام مقادیر درایه های روی قطر اصلی صفر باشند، گراف ما دور فردی با طول توان ماتریس مجاورت نخواهد داشت.

آیا دایجکسترا الگوریتم خوبی است؟ پیچیدگی زمانی اش چیست؟

این الگوریتم برای یافتن کوتاه ترین مسیر در گراف های وزن دار بدون یال منفی کاربرد داره (یال با وزن صفر هم ممکنه الگوریتم رو دچار خطا کنه). با وجود این پیچیدگی محاسباتی این الگوریتم با ساختمان داده های مختلف متفاوت و برای انواع گراف ها بهتره که از ساختمان داده های متفاوتی استفاده بشه برای مثال:

I. برای گراف های کوچیک بهتره از لیست ارایه ای استفاده بشه و پیچیدگی اون از مرتبه $O(V^2)$ هست

II. برای گراف های بزرگ و کم یال بهتره از هیپ باینری استفاده بشه و پیچیدگیش $O(E \log V)$.

III. برای گراف های بسیار بزرگ و کم یال بهتره از هیپ فیبوناچی استفاده بشه با پیچیدگی $O(V \log V + E)$

اگر در الگوریتم دایجسترا از رئوس متفاوتی شروع کنیم درخت نهایی تولید شده یکسان است؟

در صورتی که یال ها متمایز باشن درخت کمینه یکسانی میده اما در حالتی که یال های یکسانی وجود داشته باشن ممکنه که درخت های متمایزی به ما برگردونه. به علت اینکه ما یال های گراف رو به ترتیب وزن مرتب میکنیم و از اون لیست یال ها رو انتخاب میکنیم.

گراف های چند بخشی

گراف های چند بخشی به این معنا هستند که هر رأس به هیچ یک از رئوس همان بخش متصل نیست و از طرفی میتوان یال ها را به مجموعه هایی افراز کرد که هر مجموعه مربوط به یک بخش است. به عبارت دیگر گراف k بخشی را میتوان با k رنگ، رنگ آمیزی کرد.

برای مثال شبکه‌های عصبی بدون بک پروپگیشن گراف‌های چند بخشی هستند زیرا هیچ یک از المان‌های آن‌ها به یکدیگر متصل نیستند و هر بخش به بخش بعدی متصل است.

تشخیص یال‌های برشی با استفاده از ماتریس مجاورت

برای اینکه بتوانیم چک کنیم یک یال برشی هست یا نه، آنو از ماتریس مجاورت حذف میکنیم و بعدش چک میکنیم که آیا بعد از حذف اون یال گراف ما همبند هست یا نه. چک کردن همبندی با استفاده از ماتریس مجاورت هم به این صورته که بین هر دو راس باید یک مسیر وجود داشته باشه.

این کار رو برای تک تک یال‌ها انجام میدیم و یال‌های برشی رو تشخیص میدیم.