

حجلسه دوازدهم آمار و احتمال صمدی دکتر مرزبان زارچی - دانشکده مدیریت

Sampling theory برای بدین خودارها و توزیع های آماری

توزیع توأم (Joint Distribution)

دکتر داد افشاری و سرهای صمدی خانزاده

Y \ X	X		
	0	1	2
0	0.1	0.05	0.05
1	0.1	0.2	0.1
2	0.1	0.2	0.1

$$P_{XY}(x, y) = P(X=x, Y=y)$$

$$P_{XY}(0, 1) = 0.1$$

$$CDF_{XY} = F_{XY}(x, y) = P(X \leq x, Y \leq y) \quad F_{XY}(1, 1) = 0.6$$

سؤال آیا X, Y مستقل یا وابسته اند؟

$$P(Y=0 | X=2) = \frac{0.05}{0.05 + 0.1 + 0.1} = \frac{1}{5}$$

$$P(Y=0 | X=1) = \frac{0.05}{0.05 + 0.2 + 0.2} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{9} \neq \frac{1}{5} \quad \text{پس } X, Y \text{ مستقل نیستند}$$

$$\forall x, y: P(X=x | Y=y) = P(X=x) \quad \text{آنگاه می توان گفت مستقل}$$

اماره صمدی هم داریم این که Marginal Distribution وابسته به f .

$$P(A) = P(A, B_1) + P(A, B_2) + \dots$$

طبق قانون احتمال کل $\Omega \subseteq B_1, B_2, \dots$ دو به دو مجزا و انزوا کننده باشند

$$\forall x_i, y_j \quad P(X=x_i, Y=y_j) = P(X=x_i) \times P(Y=y_j)$$

$$\forall x_i, y_j \quad PMF_{XY}(x_i, y_j) = PMF_X(x_i) \times PMF_Y(y_j)$$

PMF توأم

می توانیم بگوییم وابسته آن های X, Y آن ریکه یکر مستقله.

همه این دالان ها برای متغیرهای پیوسته هم برقرارند

نکته

$$f_{x,y}(n,y) = \text{PDF}_{x,y} \quad \text{تابع توزیع زائاد متغیرهای مستقلی x,y}$$

$$P(x \leq n, y \leq y) = F_{x,y}(n,y) = \text{CDF}_{x,y} \quad \left\{ \begin{array}{l} F_{x,y}(-\infty, -\infty) = 0 \\ F_{x,y}(+\infty, +\infty) = 1 \end{array} \right.$$

$$f_{x(n)} = \frac{\partial F_{x(n)}}{\partial n} \quad \text{یاریادی}$$

$$F_{x(n)} = \int_{-\infty}^n f_{x(n)} dx$$

$$F_{x,y}(n,y) = \int_{-\infty}^n \int_{-\infty}^y f_{x,y}(n,y) dy dn$$

$$f_{x,y}(n,y) = \frac{\partial^2 F_{x,y}(n,y)}{\partial n \partial y}$$

کجای می بینیم $f_{x,y}(n,y)$ داریم. جوی استقلال x,y می بینیم؟

$$f_{x,y}(n,y)$$

$$f_x = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{x,y}(n,y) dy$$

$$f_y = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{x,y}(n,y) dn$$

Marginal Probability
Density function

نکته: این حرکت عادی معنی $f_{x,y}$ را باید چاره دیگری کنیم.

$$\forall n,y \in R_{x,y} \quad f_{x,y}(n,y) = f_x(n) \times f_y(y)$$

شرط استقلال دو توزیع زائاد: