

حجبه سرم آمدر احتمال منتهی  $\checkmark$  دکتر شریف زارچی - دانشگاه شریف

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$



مثال ثابت کنید

$$\begin{aligned} \Omega = A \cup A^c &\rightarrow P(\Omega) = P(A \cup A^c) = 1 \\ A \cap A^c = \emptyset &\Rightarrow P(A \cup A^c) = P(A) + P(A^c) \end{aligned} \quad \Rightarrow P(A^c) = 1 - P(A)$$

مثال ثابت کنید اگر دو رویداد متعلق به یک فضای نمونه باشند:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

صادق یا در اصل محمول و عدم محمول متضاد. قبلی صفا تعریف داشته باشیم برای همس شدن

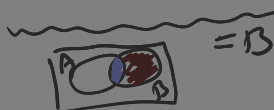
(اگر کسی اعضای  $\Omega$  یک احتمال داشته باشد آن  $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$  این فقط یک تعریف ساده انبساط برای داشتن یک مفهوم)

نکته نه صدی که یک رویداد اتفاق بیفتد! تمام sample space های که شامل این واقعیت بودند اتفاق افتادن. اگر  $n = |\Omega|$  آن  $2^{n-1}$  واقعیت اتفاق افتادن. پس وقتی میگویم یک واقعیت اتفاق افتاده منظور من اینست که یکی از اعضای این واقعیت رویت شده.

$$P(A \cup (B \cap A^c)) = P(A) + P(B \cap A^c) = P(A \cup B)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P(B \cap A^c) = P(B) - P(A \cap B) \\ (B \cap A) \cap (B \cap A^c) = \emptyset \end{cases} \quad \text{مسئله تبدیل می‌شود}$$

$$\Rightarrow P((B \cap A) \cup (B \cap A^c)) = P(B \cap A) + P(B \cap A^c) = P(B)$$



$$\Rightarrow P(B \cap A^c) = P(B) - P(B \cap A) \quad \checkmark$$

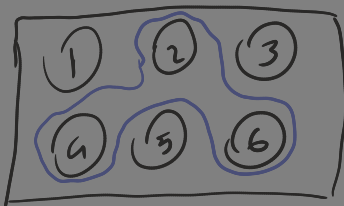
اثر یک مرد سرطان در تست ماسکیت کته، تست با احتمال 99 درصد سرطان اودا تشخیص می‌دهد. (sensitivity = 99%)  
 اثر یک مرد سالم در تست ماسکیت کته، تست با احتمال 98 درصد او را سالم تشخیص می‌دهد. (specificity = 98%)  
 در جامعه از سرها 1 نفر از هر 100 نفر سرطان دارد. شیمی تست ملا را در نتیجه تست مثبت نه 5.  
 با چه احتمالی واقعاً سرطان دارد؟

## احتمال شرطی Conditional Probability

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

احتمال A وقتی که ی را ب متناظر با اتفاق افتادن برابر است با:

مثال است کتری در صددی که ناسی انداخته لایحه و زوی آمده باشد. چند احتمال دارد که ناسی کا باشد؟



$$P(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

در حالتی که ی را ب متناظر با متناظر اول درستی

احتمال کا آصن برابر 1/3 بود.

اما حالا با فرض این که ناسی آمده است چگونه حالات کا به {2, 4, 6} کاهش یافته = احتمال کا بصلن 1/3 می شود.

A: کا بیاید

B: زوی بیاید

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1/6}{1/2} = \frac{1}{3}$$

$$A \cap B: \{6\} \cap \{2, 4, 6\} = \{6\}$$

جواب شوی و ریاضی یکسان کا

فقد

اثر P یک تابع احتمال (طبق تعریف) ثابت کته P(A|B) هم یک تابع احتمال است.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

کا ی را ب که همه رنج < 0.0 < P(A|B) < 1.0

$$P(B|B) = \frac{P(B \cap B)}{P(B)} = 1$$

$$\forall A_1, A_2: P(A_1 \cup A_2 | B) = P(A_1 | B) + P(A_2 | B) \text{ if } A_1 \cap A_2 = \emptyset$$

$$\frac{P(A_1 \cap B)}{P(B)} + \frac{P(A_2 \cap B)}{P(B)} \leq \frac{P(A_1 \cup A_2 \cap B)}{P(B)}$$

$$P((A_1 \cup A_2) \cap B) = P((A_1 \cap B) \cup (A_2 \cap B)) = P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) \quad \checkmark$$

تعریف ایمال شرطی با ایدل موضوعه اثبات می شود. پس نه مقدر آمارو ایدل می تخته.

نکته: زمانی که کاریم یک داده اتفاق افتاده دید که دیار و حد در می گیریم به طایقی که اون داده اتفاق افتاده این یعنی سالیار دنا با است تغییر احتمالات می شود.

پایه نیکوای

$$\text{sensitivity} = 0.99 \Rightarrow P(B|A) = 0.99$$

$$\text{specificity} = 0.98 \Rightarrow P(B|A^c) = 0.98$$

$$P(A) = \frac{1}{1000}$$

A: من بیمار باشم  
B: نتیجه تست مثبت باشم

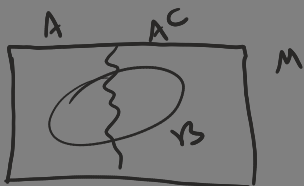
$$P(A|B) = ?$$

نه کار و در می سا  $P(\dots|A)$  و در ایم وسیع رابطی برای  $P(\dots|B)$  که با توجه مسئله است شاید می باید  $P(B|A)$  و  $P(B|A^c)$   $P(A|B)$  تبدیل کنیم.

$$\frac{P(B)}{P(A)} \times P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \times \frac{P(B)}{P(A)} = P(B|A)$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B) \times P(B)}{P(A)}$$

فاندل بین



$$P(B) = \underbrace{P(B \cap A)}_{P(B|A) \times P(A)} + \underbrace{P(B \cap A^c)}_{P(B|A^c) \times P(A^c)}$$

نه اساسی ص ۴۴  $P(B)$  هم نیاز داریم.

$$\Rightarrow P(A|B) = \frac{P(B|A) \times P(A)}{P(B)} = \frac{0.99 \times \frac{1}{1000}}{0.99 \times \frac{1}{1000} + (1-0.98) \times \frac{999}{1000}} = \boxed{0.0049} \quad \text{C}$$

بان کجاست؟

به ازای یک میلیون نفر سراجیه کشته

۱- ۹۹ + ۱۰۰ بیمار

- ۹۷۹۹۰۲ + ۱۹۹۹۶ = ۹۹۹۹۰۰ سالم

تست باید به این افزایش گفت سالمی نه تلفه :

و حتی مسئله با منته نابود شدن وقت تست همواره با افزایش که بیمار بودن (من هم معلوم نیست میم).