



دانشکده فنی

آمار و احتمال

تمرین سری سوم

استاد: علی فہیم

دستیار آموزشی:
علیرضا صالحی حسین آبادی

مہلت تحویل: ۲۰ آذر ۱۴۰۳

نیمسال اول ۱۴۰۳-۱۴۰۴

۱. میزان نوعی ماده در خاک‌های منطقه‌ای از سربیشه (در خراسان جنوبی) دارای واریانس ۲ است. می‌خواهیم نمونه‌ای ۴۵ تایی از خاک‌ها را انتخاب و بررسی کنیم. $\bar{X} - \mu$ با احتمال ۰.۹۰ بین آن‌ها واقع می‌شود، را بیابید. از نامساوی چبیشف و قضیه حد مرکزی هر دو استفاده کنید و نتایج را مقایسه کنید.

۲. (آ) برپایه نمونه تصادفی X_1, X_2, \dots, X_n از جامعه‌ای با توزیع لگ نرمال، برآورد بیشینه درست‌نمایی پارامترهای توزیع را بیابید و تحقیق کنید اریب است یا ناریب و کارایی آن را نیز بیابید.

(ب) دبی میانگین اردیبهشت ماه سپیدود در ۱۵ سال گذشته به صورت زیر بوده است (اعداد بر حسب مترمکعب بر ثانیه)

6.34, 7.44, 5.5, 5.34, 4.69, 5.79, 5.07, 5.51, 4.53, 3.66, 4.47, 4.18, 5.12, 6.18, 7.12

می‌پذیریم که دبی میانگین لگ‌نرمال باشد. پارامترهای مدل را با بیشینه درست‌نمایی بیابید. براساس برآوردهای بیشینه درست‌نمایی پارامترهای مدل، این احتمال را برآورد کنید که در اردیبهشت آینده، دبی میانگین بیش از ۷ باشد.

۳. یک نمونه ۱۰۰ تایی X_1, X_2, \dots, X_{100} از جامعه‌ای با توزیعی که واریانس آن ۸۱ است، برداشته می‌شود. فرض کنید برای نمونه مشاهده شده میانگین نمونه: $\bar{X} = 50.1$ است. بازه اطمینان ۹۵ درصد برای $\theta = E[X_i]$ بیابید.

۴. یک نمونه ۱۰۰ تایی X_1, X_2, \dots, X_{100} از جامعه‌ای با توزیعی که واریانس نامعلوم است، برداشته می‌شود. فرض کنید برای نمونه مشاهده شده میانگین نمونه، $\bar{X} = 110.5$ و واریانس نمونه، $S^2 =$ است. بازه اطمینان ۹۵ درصد برای $\theta = E[X_i]$ بیابید.

۵. دوازده نمونه از نوعی آلیاژ را در یک محلول خورنده غوطه‌ور می‌کنیم و به دنبال آن مقاومت تنشی نمونه‌ها را اندازه می‌گیریم. نتایج به صورت زیر بوده‌اند:

6.5, 4.9, 5.6, 4.6, 6.4, 4.7, 5.2, 3.8, 6.2, 6.1, 5.5, 5.4

می‌توان توزیع مقاومت تنشی را نرمال فرض کرد.

(آ) بازه‌های اطمینان ۰.۹۰، ۰.۹۵ و ۰.۹۹ را برای میانگین مقاومت تنشی بیابید. طول این فاصله‌ها را با یکدیگر مقایسه کنید.

(ب) فرض کنیم بدانیم انحراف معیار مقاومت تنشی برابر یک است. بازه‌های اطمینان بند الف را دوباره بدست آورید و نتایج را با نتایج بند آ مقایسه کنید.

(ج) کران‌های بالایی و پایینی ۰.۹۰، ۰.۹۵ و ۰.۹۹ را برای میانگین مقاومت تنشی، با فرض $\sigma = 1$ بدست آورید.

(د) توضیح دهید که در این مسئله، از هر یک از سه نوع بازه اطمینان (بازه اطمینان دوطرفه و دو بازه اطمینان یکطرفه) در چه مواردی می‌توان استفاده کرد.

۶. در یک مسئله یادگیری ماشین، قرار است از نوعی تقسیم‌کننده دودویی استفاده شود. به منظور برآورد میزان/نسبت خطای این تقسیم‌کننده، یک بررسی مقدماتی انجام شده است. بازه‌های اطمینان تقریبی ۰.۹۰ و ۰.۹۹ برای میزان خطای تقسیم‌کننده بیابید و همچنین بازه‌های اطمینان تقریبی یکطرفه بالایی ۰.۹۰ و ۰.۹۹ برای میزان خطای این تقسیم‌کننده بدست آورید. تفسیر این بازه‌ها را بیان کنید.

۷. نمونه‌ای متشکل از ۲۲۰ پوشاک از یک خط تولید انتخاب و پس از بررسی مشخص شده که ۱۶ عدد از آن‌ها معیوب است.

(آ) بازه اطمینانی ۰.۹۰ برای نسبت پوشاک معیوب بیابید و آن را تفسیر کنید.

(ب) هرگاه بخواهیم، با اطمینان ۰.۹۰، نسبت پوشاک معیوب را با دقت ۰.۰۳ برآورد کنیم، چه تعداد پوشاک باید انتخاب و بررسی شوند؟