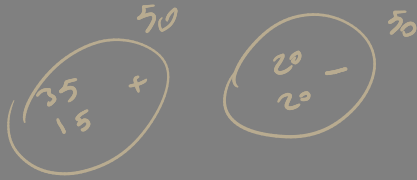


جلسه بیست و دوم آمار و احتمال مسه سی دکتر سرنی زارعی - دانشکده سرنی

آزمون فرض. آیا داروی جدیدی که برای سرطان تولید شده واقعاً موثر است؟

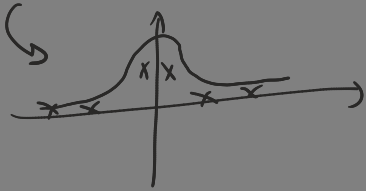
برای تست این دارو دو جامعه از افراد بیمار تشکیل می‌دهیم. یکی دارای املی و دیگری یک درمانی دیگر می‌دهیم. چهار یک ماه وضعیت را بررسی می‌کنیم.



تست خطی با آنکه باید اجزای مختلفی دارد و بدین.

به طور کلی، کجا تفاوت را واقعاً مشاهده می‌کنیم.

درسته که اعداد نشان دهنده بهبود هستند اما ما نمی‌توانیم از جایی که تفاوت توزیع‌های این دو گروه باشد. این موقع داده ما این بسیار پیچیده. باید حواسمون به توزیع داده‌ها باشد.



آزمون فرض (Hypothesis testing)

- 1- فرض H_0 فرض می‌کنیم: هیچ تفاوتی میان دو جمعیت وجود ندارد. به توزیع‌های دو جمعیت نگاه می‌کنیم.
- 2- فرض H_1 فرض می‌کنیم: تفاوت واقعاً وجود دارد.

زمانی که در مورد آزمون فرض صحبت می‌کنیم. در مسئله فرآیند به شکل زیر صحبت می‌کنیم.

1. آماره Test Statistics: یک تابع که بهی می‌پردازیم

2. حد آستانه Threshold: براساس یک حد اطمینان (Confidence). مثلاً اگر آماره از Threshold بالاتر رفت آن موقع ما (باید) 95٪ اطمینان می‌سوزیم که فرض H_0 درست است.

آماره خطی باشد؟ حد آستانه خطی مشخص نیست.

یک سکه داریم که ادعای اینکه احتمال شیر و صفت یکسان دارد. و کسی ادعا میکند که سکه بالکل یکسان شیر و صفت نیست.

$$H_0 = P = \frac{1}{2}$$

$$H_1 = P \neq \frac{1}{2}$$

۱۰۰: احتمال شیر آمدن

آماره: صد بار پرتاب می‌کنیم. آنرا دقیقاً ۵۰ بار شیر آمدن پس اولیه. اصحاب با چه احتمالی می‌توانیم رد می‌کنیم؟ ۴۹!!
ان آماره، رد داریم و به دنبال Threshold هستیم.

Z-test

فرض را برای می‌گذاریم که H_0 درست است. آیا ۵۰؟
۱۰۰ بار سکه را پرتاب می‌کنیم
 $Y_i = \begin{cases} 1 & \text{شیر} \\ 0 & \text{صفت} \end{cases}$
 $X = \sum_{i=1}^{100} Y_i$ آماره

$$Y_i \sim \text{Bernoulli}(P = \frac{1}{2}), \quad E(Y_i) = \frac{1}{2}, \quad \text{Var}(Y_i) = pq = \frac{1}{4}$$

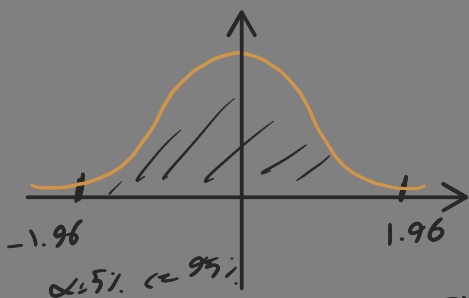
$$\Rightarrow E(X) = np = 50, \quad \text{Var}(X) = npq = 25$$

قنیه صد می‌کنی: ۱۰۰ بار پرتاب سکه با توزیع نرمال $X \sim \text{Normal}(\mu=50, \sigma=5)$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{X - 50}{5}$$

حالا می‌رویم سراغ استناد کردن X

با فرض H_0 است



$$\Phi^{-1}(1 - \frac{\alpha}{2}) = \Phi^{-1}(1 - 0.025) = 1.96$$

$$\Rightarrow -1.96 \leq Z \leq 1.96$$

$$P(-1.96 \leq Z \leq 1.96) = P\left(-1.96 \leq \frac{X - 25}{5} \leq 1.96\right) = 40.2 \leq X \leq 49.8$$

می‌آورده ۱۰۰ بار پرتاب سکه، ۴۹ یا ۴۸ بار شیر آمده ما ۹۵ درصد اطمینان می‌گذاریم که H_0 درست است و صفتی داریم.
در غیر این صورت، حتی برای ۴۵ یا ۵۵ می‌توان با اطمینان ۹۵ درصد H_0 را پذیرفت.

احتمال خطا در آزمایش فرزند

طبیقات خطا داریم چون المپیان ما 95 درصد در انتخابی ما 5 احتمال دارد که فرزند صغیر رو رد کنیم وی فرزند صغیر برقرار باشد

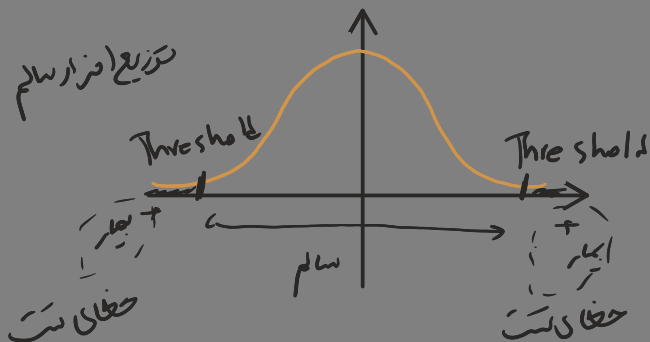
دو مدل خطا داریم:

واقعیت	H_0 ✓	H_0 ✗
نتیجه تست	TN ✓ FP I ✗	FN II ✗ TP ✓

نوع اول: دو واقعیت H_0 برقرار بود اما ما متراشیم آن را
 False Positive
 نسبت می‌آوریم. $1 - \alpha = 1 - 0.95 = 0.05$
 احتمال وقوع این خطا داریم.

نوع دوم: H_1 صحتی که H_0 برقرار نبوده است. اما ما به اشتباه کنار می‌کشیم. H_0 برقرار است
 False Negative
 β

خطای سطح بالا به یادگیری ماشین



حساسیت Sensitivity: دستانه ارزیابی بیماران سرطانی.

$$= \frac{TP}{TP + FN}$$

نسبت بیماران که تست تشخیص داده ایم به کل بیماران.

Specificity

$$= \frac{TN}{TN + FP}$$

نسبت افرادی که سالم گزارش می‌دهیم به تعداد کل افراد سالم.

↑ specificity
↓ ~

↓ sensitivity
↑ ~

هر چه برای Threshold رو بیشتر کنیم
~ کمتر ~