# فصل دوم: سیگنالها و کانالها

تئوری و الگوریتم‌های شبکه‌های بیسیم

سید وحید ازهری

دانشگاه علم و صنعت ایران

# انواع نمایش سیگنال و کانال

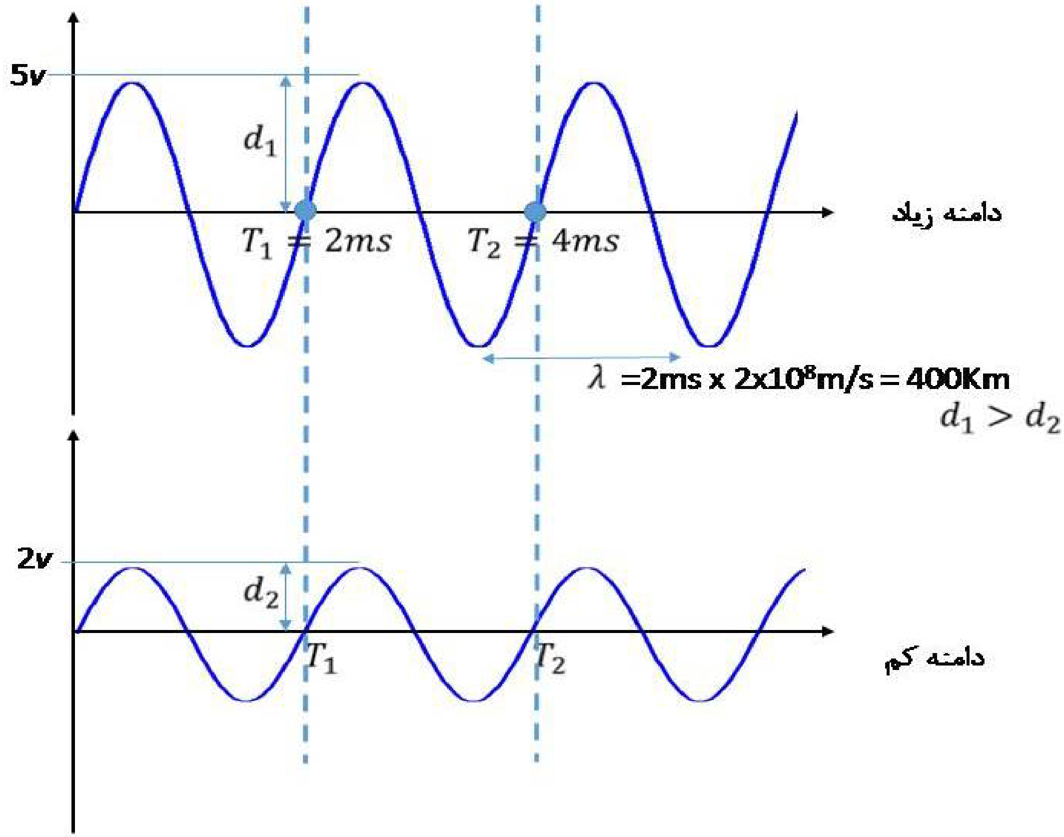
- یادآوری مفهوم سیگنال و کانال
- یادآوری مفاهیم حوزه زمان و فرکانس
- مفهوم پاسخ ضربه و تابع تبدیل کانال
- مفهوم خطی بودن و تغییرناپذیری با زمان

# حوزه زمان

- سیگنال چیست؟
  - یک کمیت فیزیکی تابعی از زمان
  - در علم مخابرات برابر با اندازه میدان الکترومغناطیسی منتشر شده در محیط

$$s(t) = a(t)\cos(2\pi f_c t + \theta(t))$$

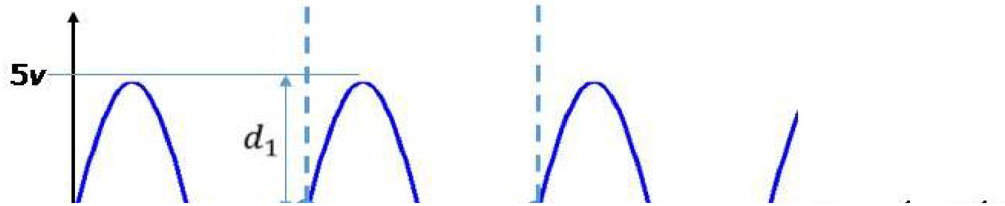
- $a(t)$: دامنه یا پوش سیگنال
- $f_c$: فرکانس (مرکزی) سیگنال
- $\theta(t)$: فاز سیگنال
- دوره تناوب سیگنال یا $T_c=1/f_c$ کاملا مرتبط با فرکانس تعریف میشود و برابر است با زمانیکه سیگنال یک نوسان کامل انجام میدهد
- اگر سرعت انتشار سیگنال برابر v باشد، آنگاه یک دوره تناوب طی مسافت $\lambda=vT_c=v/f_c$ اتفاق می افتد که به آن طول موج می گویند



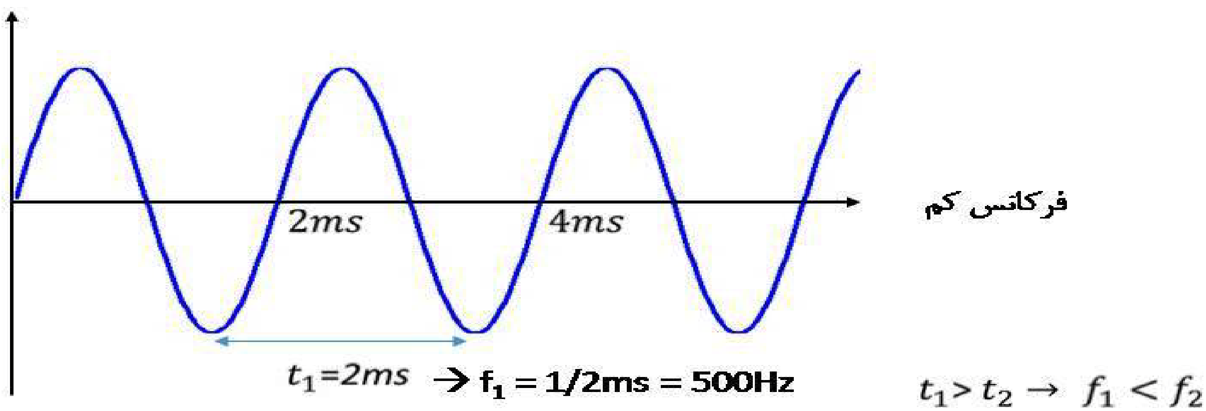

- سیگنال چیست؟
  - یک کمیت فیزیکی تابعی از زه
  - در علم مخابرات برابر با اندازه

$\theta(t))$

- $a(t)$: دامنه یا پوش سیگنال
- $f_c$: فرکانس (مرکزی) سیگنال
- $\theta(t)$: فاز سیگنال
- دوره تناوب سیگنال یا $T_c=1/f_c$ کاملا مرتبط با فرکانس تعریف میشود و برابر است با زمانیکه سیگنال یک نوسان کامل انجام میدهد
- اگر سرعت انتشار سیگنال برابر v باشد، آنگاه یک دوره تناوب طی مسافت $\lambda=vT_c=v/f_c$ اتفاق می افتد که به آن طول موج می گویند

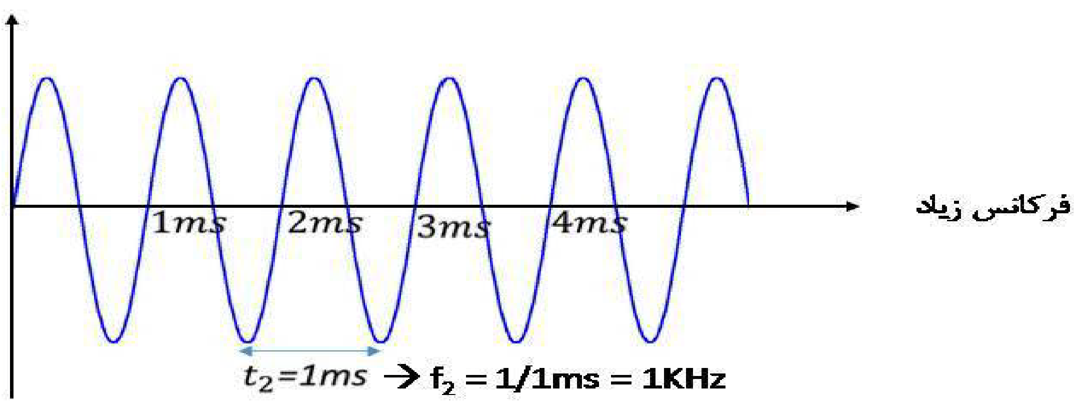



- سیگنال چیست؟
  – یک کمیت فیزیک
  – در علم مخابرات




2

- $a(t)$: دامنه یا
- $f_c$: فرکانس (مر
- $\theta(t)$: فاز سیگن

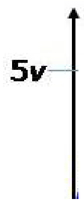


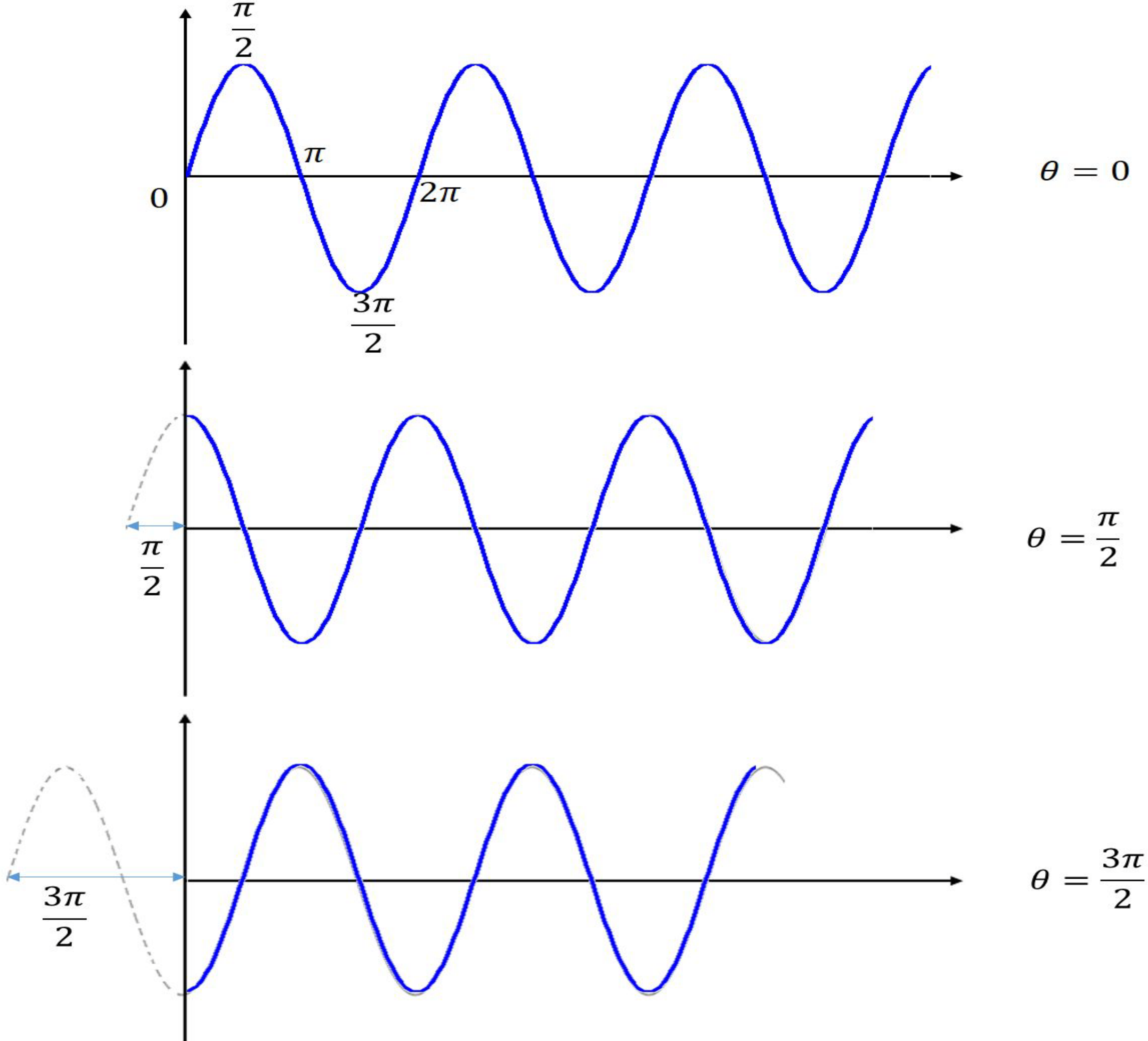

- دوره تناوب سی
  سیگنال یک نو

که

- اگر سرعت انتق
  اتفاق می افتد

λ=




- سیگنال چ
  - یک کمی
  - در علم م

2

- :a(t)
- $f_c$: فر
- :θ(t)
- دوره سیگن
- اگر س اتفاق

که

λ=

**خودآزمایی:** تکنولوژی IEEE802.11b/g که تحت نام صنعتی WiFi شناخته می شود در محدوده فرکانسی 2.4GHz کار میکند. طول موج سیگنال منتشر شده از لپ تاپ شما چند سانتی متر است؟

**خودآزمایی:** تکنولوژی IEEE802.11b/g که تحت نام صنعتی WiFi شناخته می شود در محدوده فرکانسی 2.4GHz کار میکند. طول موج سیگنال منتشر شده از لپ تاپ شما چند سانتی متر است؟

**پاسخ:**

$\lambda=c/f=3x10-^{8}/2.4x10^{9}$ m/sec.Hz = 3/24 m = 12.5cm

بنابراین اگر در فاصله دو متری Access Point خود در منزل یا محل کار نشسته اید، بین شما و APتنها تعداد شانزده عدد دوره تناوب کامل سیگنال WiFi وجود دارد!

# کانال

- کانال محیطی است که سیگنال درون آن حرکت می کند و منتشر می شود

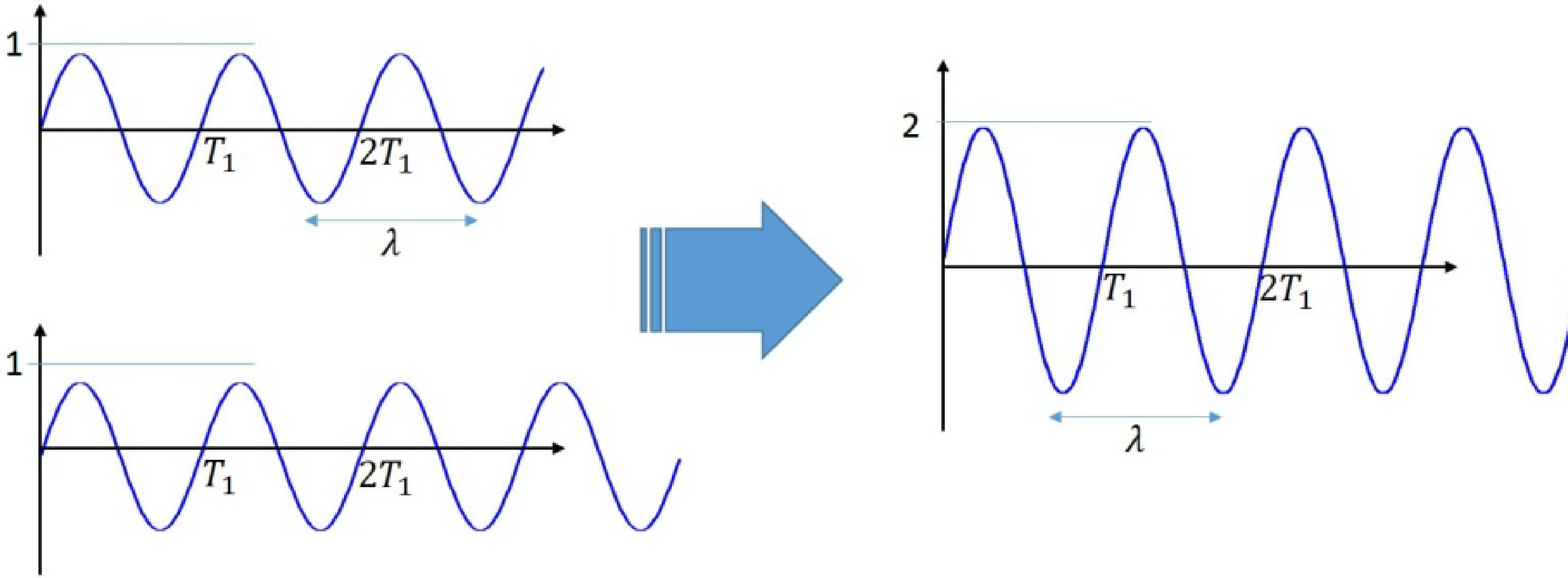
- کانال بر روی سیگنال در حال عبور تاثیر میگذارد
  - در ساده ترین حالت، دامنه سیگنال را تضعیف میکند
  - فاز سیگنال را هم تغییر می دهد
  - حتی ممکن است فرکانس آنرا نیز عوض نماید!

- انواع کانال
  - خطی / غیر خطی
  - تغییر ناپذیر با زمان / تغییر پذیر با زمان

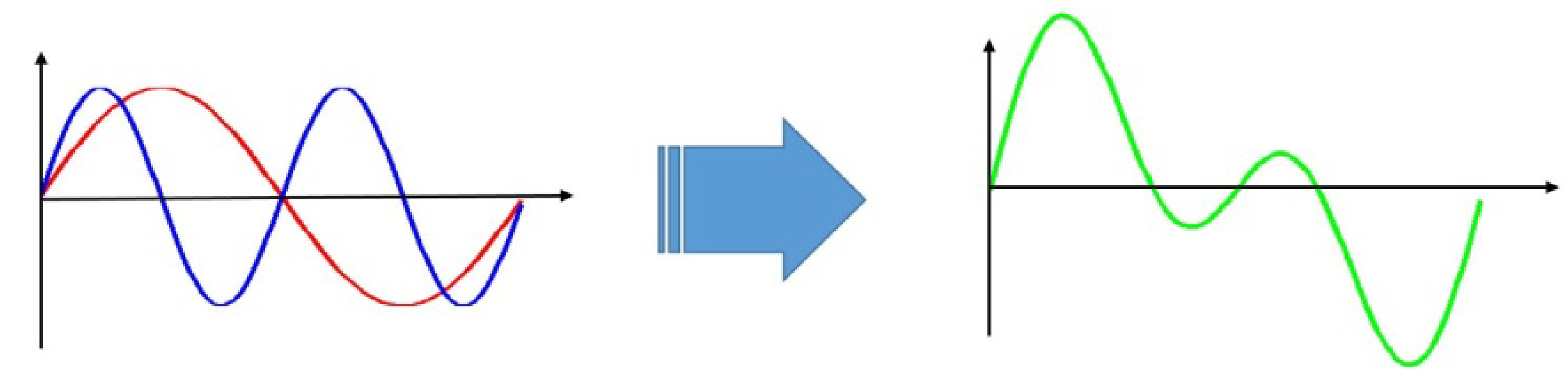
# کانال خطی و تغییر ناپذیر بازمان (LTI)

- کانال خطی
  - فرکانس را تغییر نمی دهد
  - اصل جمع پذیری
- کانال تغییر ناپذیر با زمان
  - رفتار کانال در تمام لحظات از زمان به یک گونه است:
    - سیگنال دریافتی را همیشه یک دهم تضعیف میکند
    - فاز را همیشه ۳۰ درجه جابجا میکند
- تذکر: تغییر ناپذیری با زمان ربطی به خطی بودن کانال ندارد

# کانال خطی و تغییر ناپذیر بازمان (LTI)




- ک
  - 
  - 
- ک
  - 



- تذ

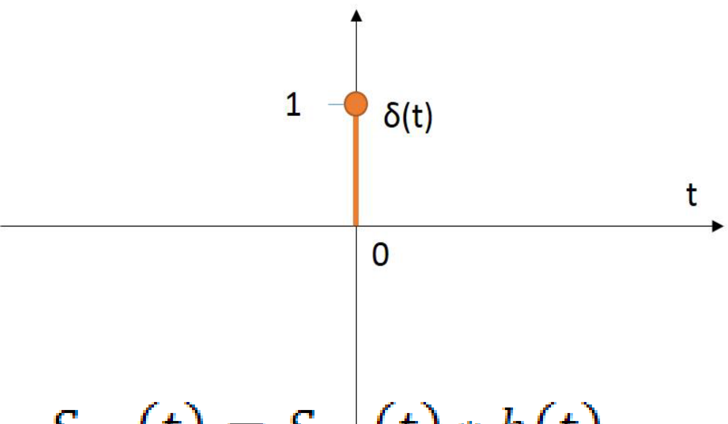
# پاسخ کانال LTI به سیگنال ورودی

- مفروض است سیگنال ارسالی، مطلوبست سیگنال دریافتی!
- تئوری سیگنالها و سیستم ها:
  - اگر کانال خطی و تغییر ناپذیر با زمان باشد در این صورت پاسخ کانال به یک سیگنال ورودی دلخواه برابر حاصل *کانولوشن* آن سیگنال با پاسخ ضربه کانال است.

# ... پاسخ کانال LTI به سیگنال ورودی

– پاسخ ضربه کانال: خروجی کانال است اگر سیگنال ورودی برابر تابع ضربه باشد و معمولا با h(t) نمایش داده میشود.

– تابع ضربه: سیگنالی به فرم زیر که با δ(t) نمایش داده می شود. تابع ضربه فقط در نقطه t=0 غیر صفر است و مقدار آن بینهایت میباشد اما انتگرال آن حول نقطه صفر برابر یک است (انرژی آن یک است).



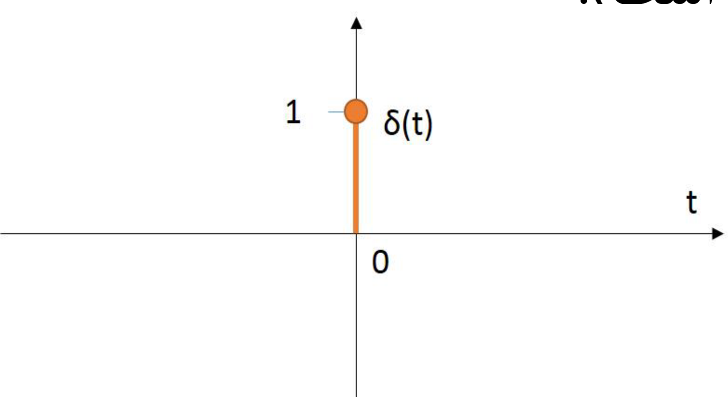

$$S_{RX}(t) = S_{TX}(t) * h(t)$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} S_{TX}(\tau) h(t-\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{TX}(t-\tau) h(\tau) d\tau$$

# ... پاسخ کانال LTI به سیگنال ورودی

– پاسخ ضربه کانال: خروجی کانال است اگر سیگنال ورودی برابر تابع ضربه باشد و معمولا با h(t) نمایش داده میشود.

– تابع ضربه: سیگنالی به فرم زیر که با δ(t) نمایش داده می شود. تابع ضربه فقط در نقطه t=0 غیر صفر است و مقدار آن بینهایت میباشد اما انتگرال آن حول نقطه صفر برابر یک است (انرژی آن یک است).




**تحلیل حوزه زمان: نمایش سیگنال در حوزه زمان و نحوه بدست آوردن پاسخ کانال هم یک انتگرال روی زمان**

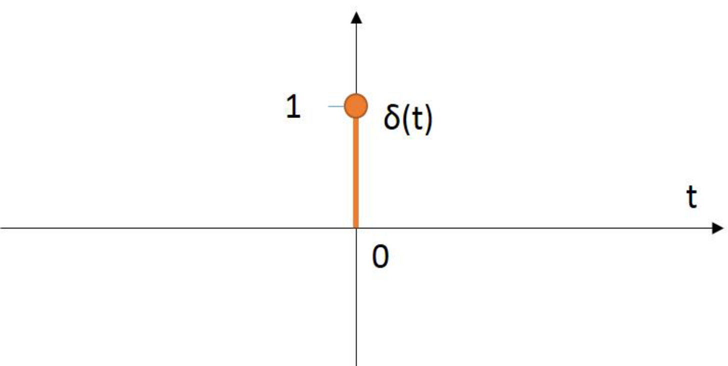
$$S_{RX}(t) = S_{TX}(t) * h(t)$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} S_{TX}(\tau)h(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{TX}(t-\tau)h(\tau)d\tau$$

# ... پاسخ کانال LTI به سیگنال ورودی

– پاسخ ضربه کانال: خروجی کانال است اگر سیگنال ورودی برابر تابع ضربه باشد و معمولا با h(t) نمایش داده میشود.

– تابع ضربه: سیگنالی به فرم زیر که با δ(t) نمایش داده می شود. تابع ضربه فقط در نقطه t=0 غیر صفر است و مقدار آن بینهایت میباشد اما انتگرال آن حول نقطه صفر برابر یک است (انرژی آن یک است).




**تحلیل حوزه زمان: نمایش سیگنال در حوزه زمان و نحوه بدست**

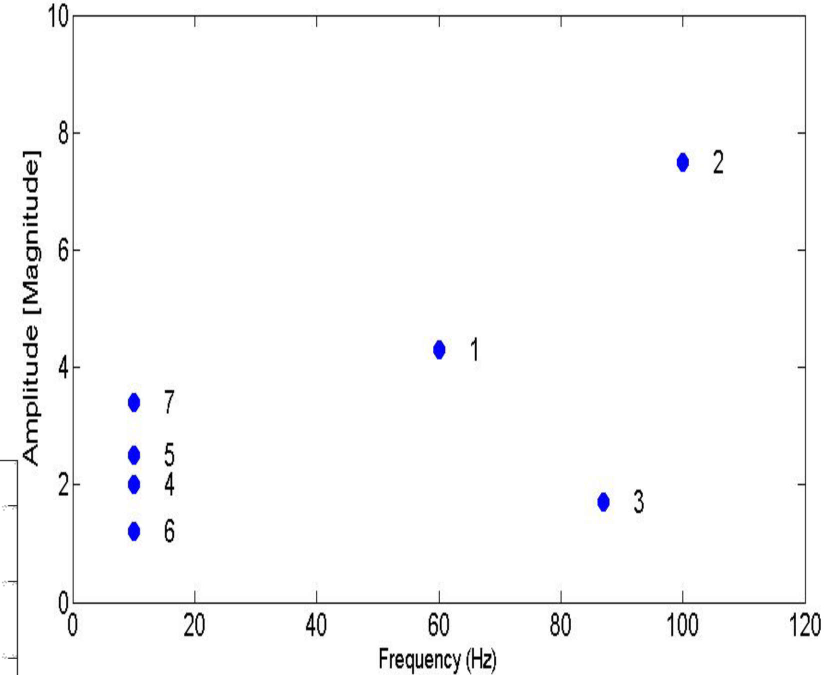
**کانولوشن پیچیده است. بعلاوه بسیاری از خواص سیگنالها و کانالها وقتی از دریچه زمان به آنها نگاه کنیم به سختی قابل دیدن هستند.**

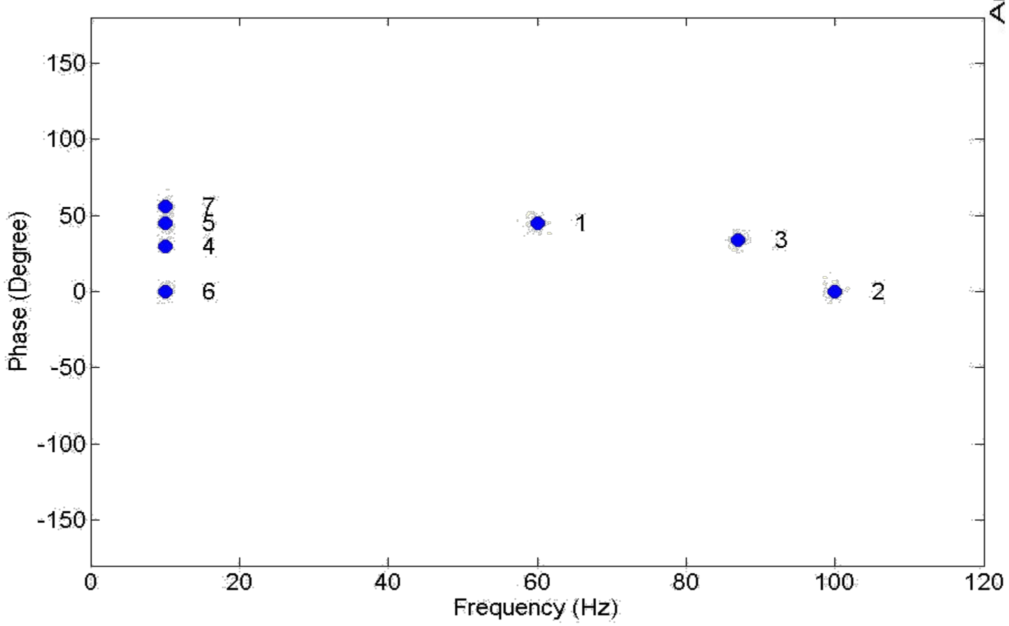
$$S_{RX}(t) = S_{TX}(t) * h(t)$$
$$= \int_{-\infty}^{+\infty} S_{TX}(\tau)h(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{TX}(t-\tau)h(\tau)d\tau$$

# حوزه فرکانس

- هر سیگنال دارای دامنه، فاز و فرکانس است

| شماره | سیگنال | فرکانس (هرتز) | دامنه | فاز (رادیان) |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $4.3\cos(2\pi 60t+\pi/4)$ | 60 | 4.3 | $\pi/4$ |
| 2 | $7.5\cos(2\pi 100t)$ | 100 | 7.5 | 0 |
| 3 | $1.7\cos(2\pi 87t+3\pi/16)$ | 87 | 1.7 | $3\pi/16$ |
| 4 | $2\cos(2\pi 10t+\pi/6)$ | 10 | 2 | $\pi/6$ |
| 5 | $2.5\cos(2\pi 10t+\pi/4)$ | 10 | 2.5 | $\pi/4$ |
| 6 | $1.2\cos(2\pi 10t)$ | 10 | 1.2 | 0 |
| 7 | $3.4\cos(2\pi 10t+5\pi/16)$ | 10 | 3.4 | $5\pi/16$ |

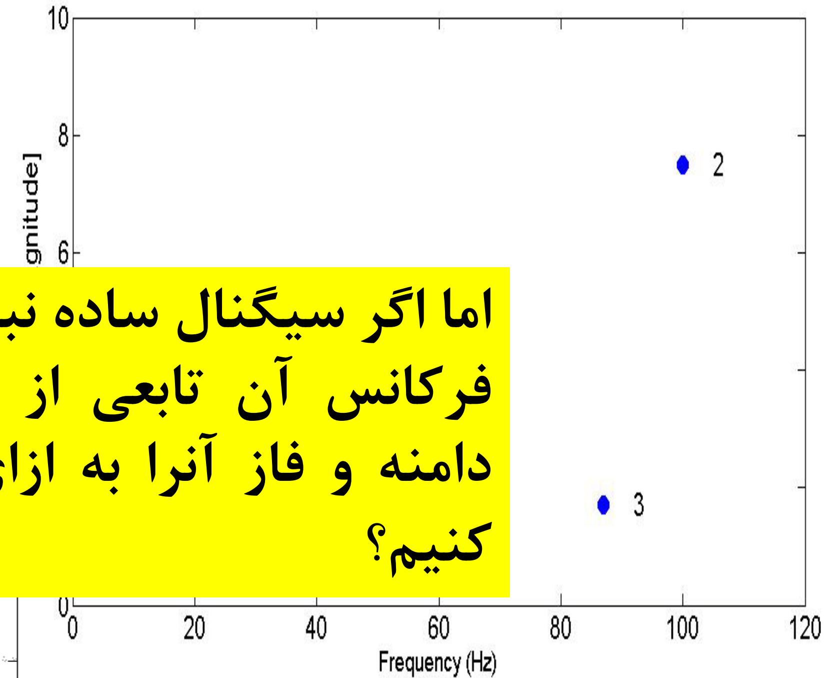


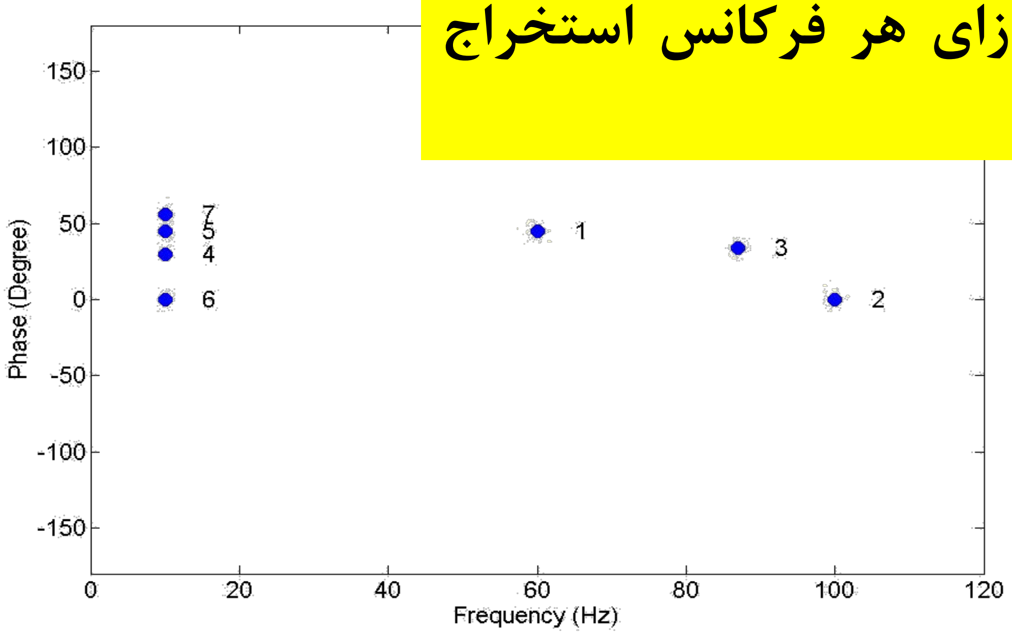
# حوزه فرکانس

- هر سیگنال دارای دامنه، فاز و فرکانس است

| شماره | سیگنال | فرکانس (هرتز) | دامنه | فاز (رادیان) |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 4.3cos(2π60t+π/4) | 60 | 4.3 | π/4 |
| 2 | 7.5cos(2π100t) | 100 | 7.5 | 0 |
| 3 | 1.7cos(2π87t+3π/16) | 87 | 1.7 | 3π/16 |
| 4 | 2cos(2π10t+π/6) | 10 | 2 | π/6 |
| | | 10 | 2.5 | π/4 |
| | | 10 | 1.2 | 0 |
| | | 10 | 3.4 | 5π/16 |




**اما اگر سیگنال ساده نبود چه؟ مثلا دامنه، فاز یا فرکانس آن تابعی از زمان بود. آنگاه چگونه دامنه و فاز آنرا به ازای هر فرکانس استخراج کنیم؟**



# تبدیل فوریه

- هر سیگنال حقیقی را میتوان به صورت حاصل جمع تعدادی سیگنال سینوسی و کسینوسی ساده نشان داد
- تبدیل فوریه یک سیگنال دلخواه را به حوزه فرکانس می برد و بصورت زیر تعریف می شود:

$$S(f) = \mathbb{F}\{s(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)e^{-j2\pi ft}dt$$

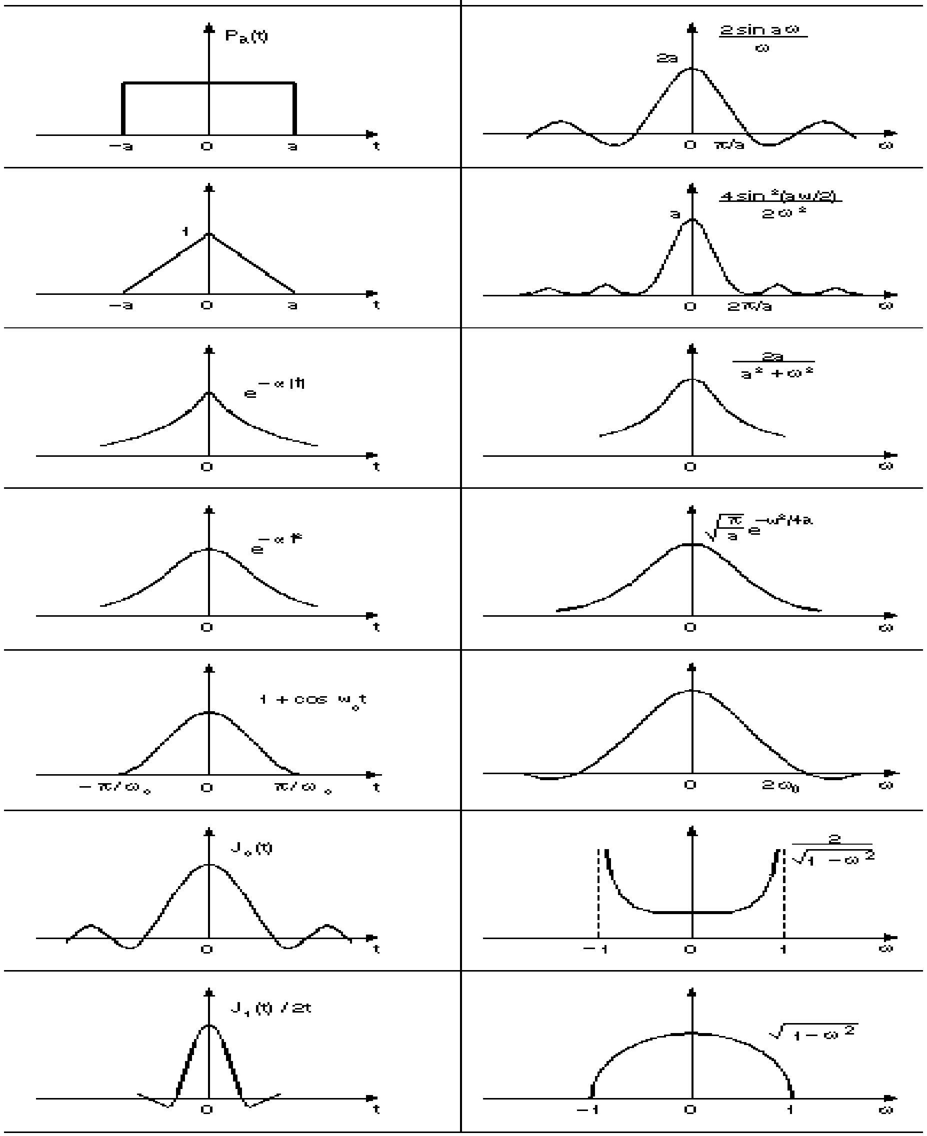
- تبدیل فوریه در حالت کلی مختلط است یعنی : S(f)=X(f)+jY(f)
- S(f)تابعی از زمان نیست و تنها تابع فرکانس می باشد
- با تبدیل معکوس فوریه میتوان سیگنال S(f) را از حوزه فرکانس به حوزه زمان s(t) برد:

$$s(t) = \mathbb{F}^{-1}\{S(f)\} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{j2\pi ft}df$$

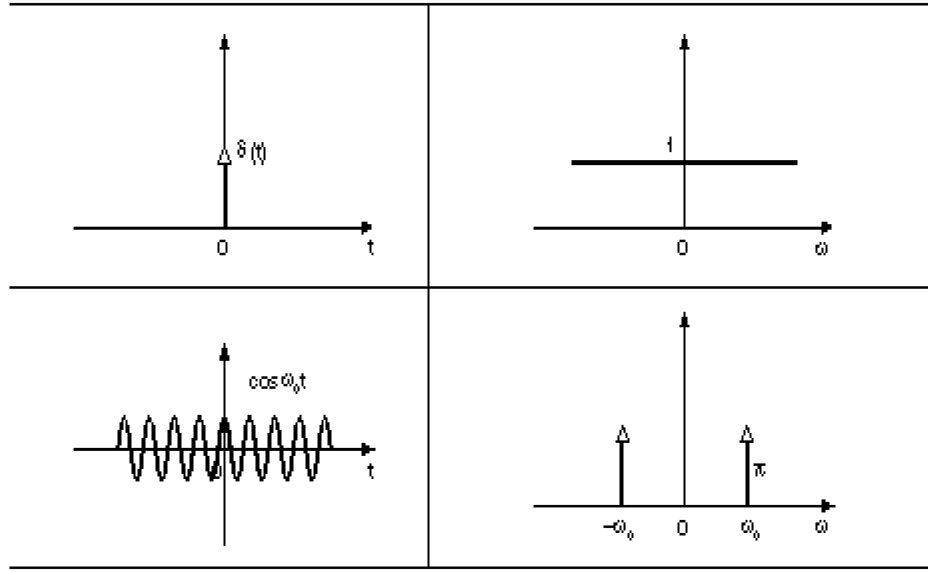
# چند نمونه تبدیل فوریه

Examples of Fourier transforms

| $f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega$ | $F(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$ |
|---|---|




$f(t) \longleftrightarrow F(\omega)$



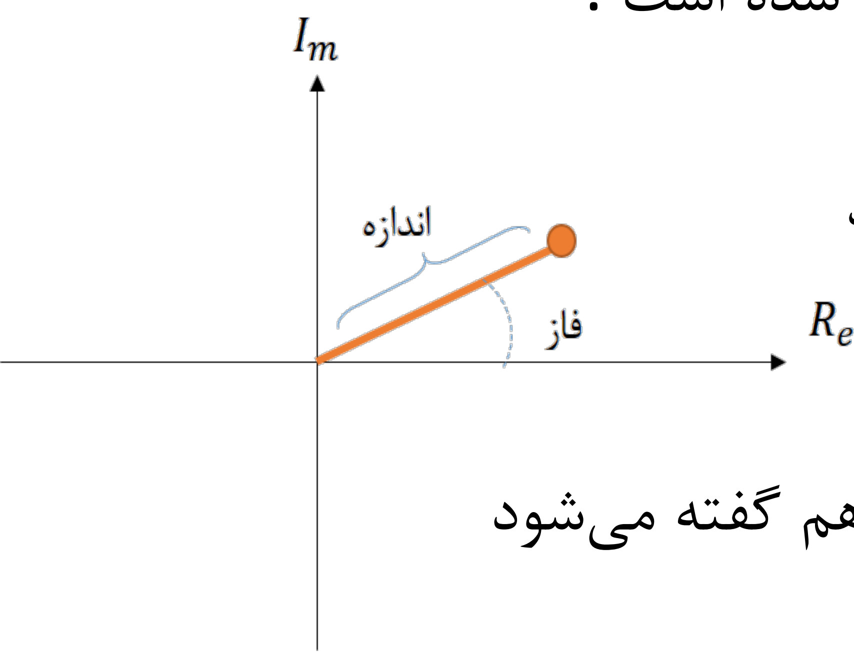
# خواص تبدیل فوریه

**Fourier Transform Operations**

| Operation | $f(t)$ | $F(\omega)$ |
|---|---|---|
| Addition | $f_1(t) + f_2(t)$ | $F_1(\omega) + F_2(\omega)$ |
| Scalar multiplication | $kf(t)$ | $kF(\omega)$ |
| Symmetry | $F(t)$ | $2\pi f(-\omega)$ |
| Scaling ($a$ real) | $f(at)$ | $\frac{1}{\lvert a\rvert} F\left(\frac{\omega}{a}\right)$ |
| Time shift | $f(t - t_0)$ | $F(\omega)e^{-j\omega t_0}$ |
| Frequency shift ($\omega_0$ real) | $f(t)e^{j\omega_0 t}$ | $F(\omega - \omega_0)$ |
| Time convolution | $f_1(t) * f_2(t)$ | $F_1(\omega)F_2(\omega)$ |
| Frequency convolution | $f_1(t)f_2(t)$ | $\frac{1}{2\pi} F_1(\omega) * F_2(\omega)$ |
| Time differentiation | $\frac{d^n f}{dt^n}$ | $(j\omega)^n F(\omega)$ |
| Time integration | $\int_{-\infty}^{t} f(x)\, dx$ | $\frac{F(\omega)}{j\omega} + \pi F(0)\delta(\omega)$ |

# نمایش مختلط سیگنال / کانال

- سیگنال در حوزه فرکانس دارای بخش حقیقی و بخش موهومی است
- $S(f) = X(f)+jY(f)$
- اندازه سیگنال برابر طول پاره‌خط نشان داده شده است :
- فاز سیگنال برابر زاویه با محور حقیقی است:
- دامنه و فاز سیگنال با فرکانس تغییر میکنند

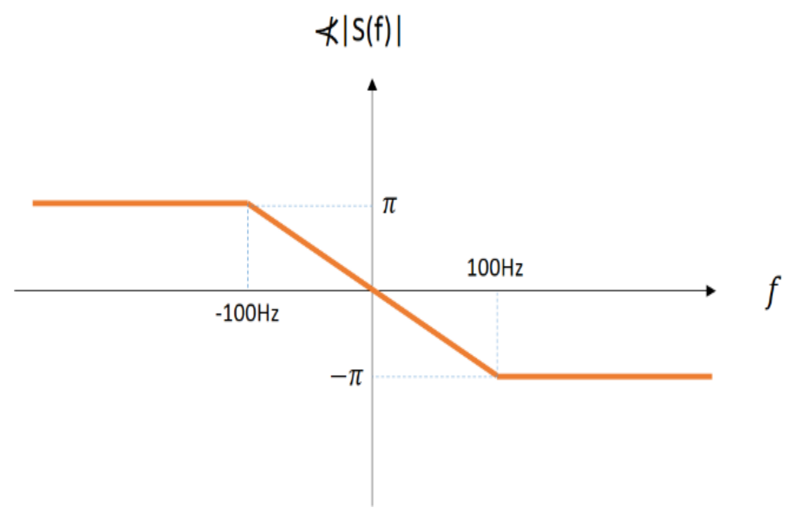


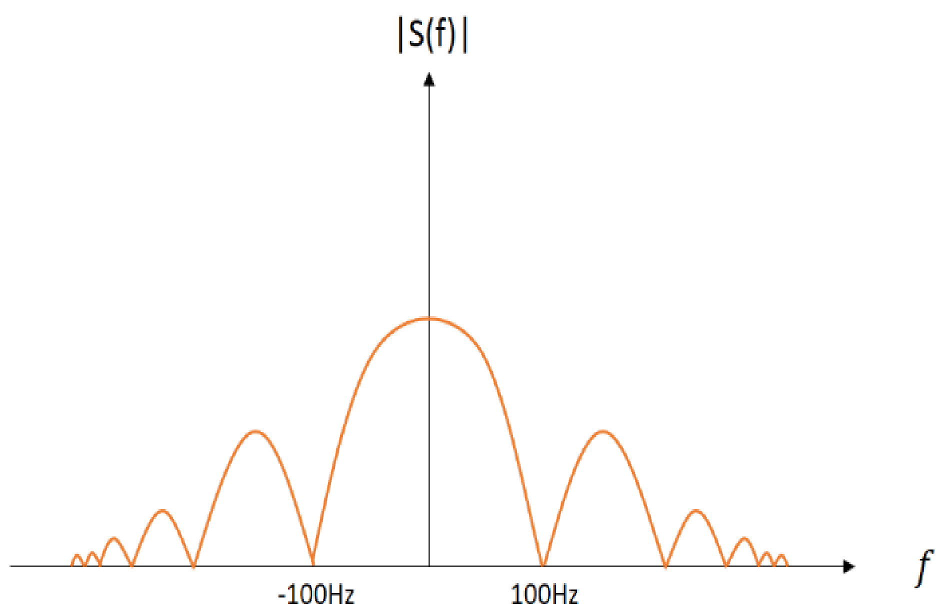

- به چنین نمایشی *منظومه سیگنال*
یا *Signal Constellation Diagram* هم گفته می‌شود

# نمایش دامنه فاز

- در نمایش مختلط نمی‌توان تغییرات دامنه و فاز سیگنال را برحسب فرکانس بدرستی نشان داد
- در نمایش دامنه-فاز، دامنه و فاز سیگنال برحسب فرکانس آن در قالب دو نمودار جداگانه نمایش داده می‌شوند

$$S(f) = |S(f)|e^{j\measuredangle S(f)}$$



# تابع تبدیل کانال

- کانولوشن دو تابع در حوزه زمان به حاصلضرب تبدیل فوریه آنها در حوزه فرکانس بدل میشود
- سیگنال دریافتی پس از عبور از کانال در حوزه فرکانس برابر است با

$$S_{RX}(f) = \mathbb{F}\{S_{RX(t)}\} = \mathbb{F}\{S_{TX}(t) * h(t)\}$$
$$= S_{TX}(f).H(f)$$

- H(f) تبدیل فوریه پاسخ ضربه کانال است و به آن اصطلاحا تابع تبدیل کانال گفته می‌شود

# تابع تبدیل کانال

- کانولوشن دو تابع در حوزه زمان به حاصلضرب تبدیل فوریه آنها در حوزه فرکانس بدل میشود

- **در حوزه فرکانس و برای یک کانال LTI، سیگنال دریافتی از طریق کانال برابر حاصلضرب سیگنال ارسالی در تابع تبدیل کانال است.**

- $H(f)$ تبدیل فوریه پاسخ ضربه کانال است و به آن اصطلاحا تابع تبدیل کانال گفته می‌شود

# تابع تبدیل کانال ...

$$\begin{aligned}S_{RX}(f) = |S_{RX}(f)|\measuredangle S_{RX}(f) &= S_{TX}(f).H(f)\\ &= |S_{TX}(f)|\measuredangle S_{TX}(f).|H(f)|\measuredangle H(f)\\ &= |S_{TX}(f)|.|H(f)|\measuredangle S_{TX}(f) + \measuredangle H(f)\end{aligned}$$

$$|S_{RX}(f)| = |S_{TX}(f)| \times |H(f)|$$

$$\measuredangle S_{RX}(f) = \measuredangle S_{TX}(f) + \measuredangle H(f)$$

بهره کانال $|H(f)|$ و فاز کانال $\measuredangle H(f)$

بهره و فاز کانال برای فرکانسهای مختلف فرق میکند

# ... تابع تبدیل کانال

**هنگام عبور سیگنال از کانال LTI، اندازه سیگنال در بهره کانال ضرب می‌شود و فاز سیگنال به اندازه فاز کانال تغییر می‌کند.**

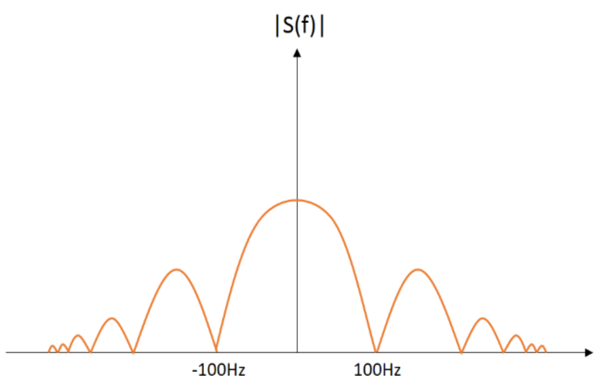
$$|S_{RX}(f)| = |S_{TX}(f)| \times |H(f)|$$

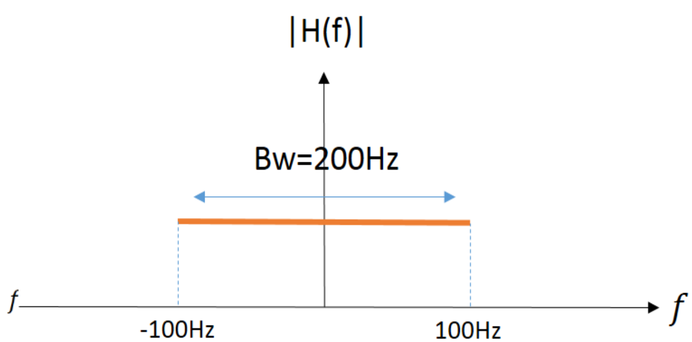
$$\measuredangle S_{RX}(f) = \measuredangle S_{TX}(f) + \measuredangle H(f)$$

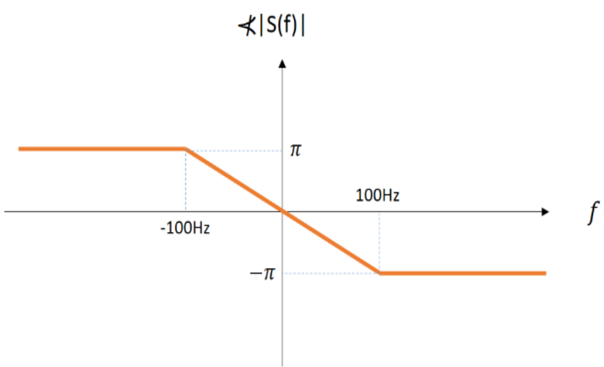
بهره کانال |H(f)| و فاز کانال $\measuredangle H(f)$

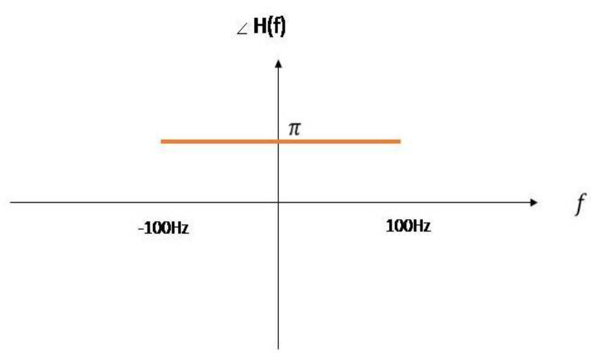
بهره و فاز کانال برای فرکانسهای مختلف فرق میکند

**خودآزمایی) فیلتر میان گذر  یا کانال bandpass:** تابع تبدیل کانالی مطابق شکل زیر است. اگر سیگنال S(f) مطابق آنچه نمایش داده شده به کانال داده شود، نمایش دامنه – فاز سیگنال دریافتی چیست؟

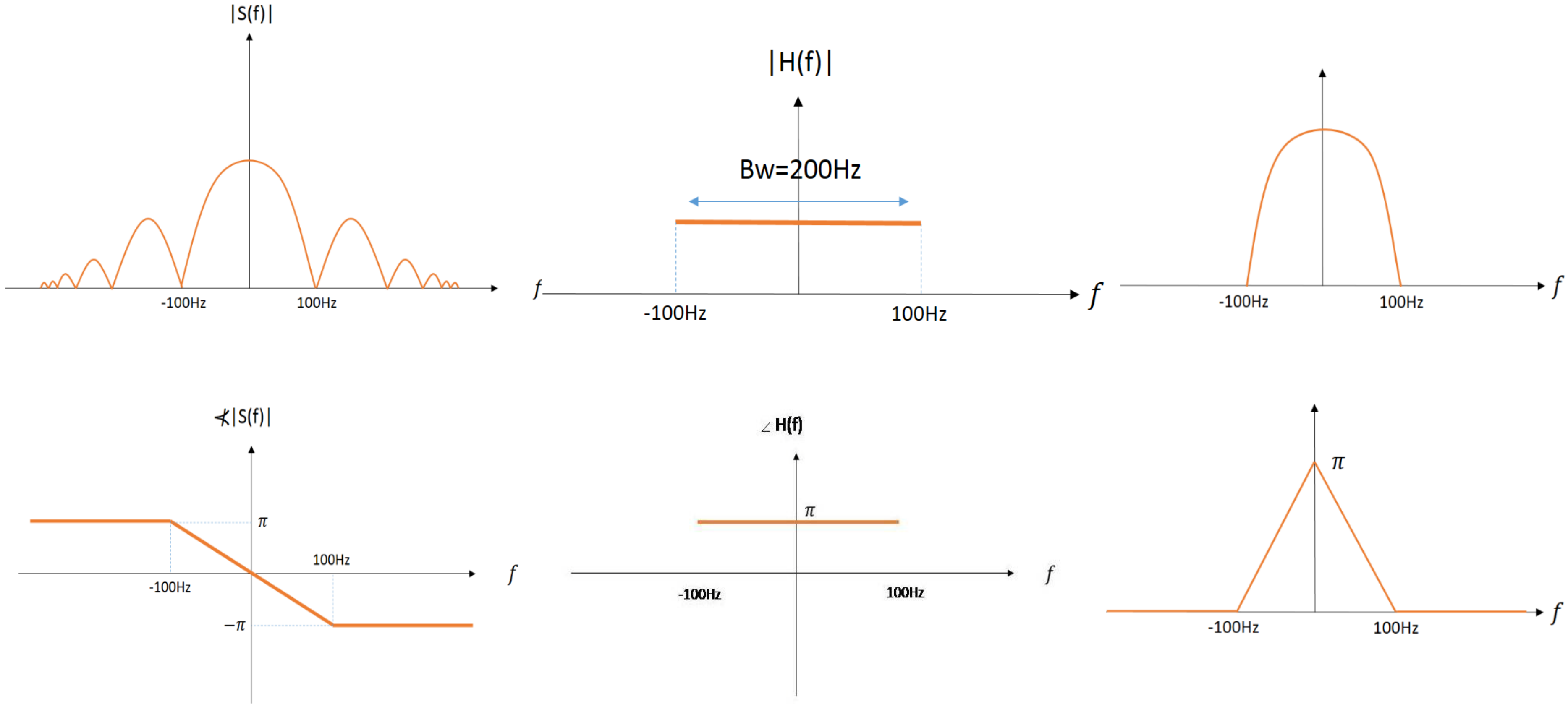


**خودآزمایی) فیلتر میان گذر یا کانال bandpass:** تابع تبدیل کانالی مطابق شکل زیر است. اگر سیگنال S(f) مطابق آنچه نمایش داده شده به کانال داده شود، نمایش دامنه – فاز سیگنال دریافتی چیست؟



# سیگنالها و کانالهای غیرتصادفی

- بجای اندازه سیگنال بطور معمول با توان و انرژی سیگنال سروکار داریم
- توان لحظه‌ای سیگنال s(t) برابر است با مربع آن $$p(t) = s^2(t)$$
- توان متوسط سیگنال روی بازه [0,T] که اصطلاحا توان سیگنال نامیده می‌شود برابر متوسط کمیت فوق است $$P = \frac{1}{T}\int_0^T s^2(t)dt$$
- انرژی سیگنال در بازه [0,T] برابر است با جمع توان آن در همان بازه $$\xi = \int_0^T s^2(t)dt$$
- T اغلب برابر یک دوره تناوب سیگنال درنظر گرفته می‌شود
- به یک دوره تناوب سیگنال اصطلاحا *سمبل (Symbol)* گفته می‌شود
- در این صورت انرژی/توان سمبل

**خودآزمایی)** برای سیگنال ساده سینوسی زیر مقدار انرژی و توان یک سمبل را محاسبه کنید.

$$s(t) = \ acos\ (2\pi f_c t + \theta)$$

پاسخ:

$$\xi = a^2 f_c \quad , \quad P = a^2/2$$

# autocorrelation یک سیگنال

- برای سیگنالهای متداول تابعی نزولی است

$$\phi_s(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)s(t+\tau)dt$$

- بطرز جالبی در τ=0 داریم: همان انرژی سیگنال

$$\phi_s(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} s^2(t)dt = \xi$$

- اگر تبدیل فوریه بگیریم:

$$\Phi_s(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_s(\tau)e^{-j2\pi f\tau}d\tau$$

- از طرفی تبدیل معکوس فوریه در τ=0

$$\phi_s(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_s(f)df$$

# autocorrelation یک سیگنال

- برای سیگنالهای متداول تابعی نزولی است

$$\phi_s(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)s(t+\tau)dt$$

- بطرز جالبی در انرژی سیگنال

$$\phi_s(0) = \int_{-\infty}^{+\infty}$$

**انرژی سیگنال برابر می‌شود با حاصل جمع $\Phi_s(f)$ برای تمامی فرکانسها**

- اگر تبدیل فوریه بگیریم:

$$\Phi_s(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_s(\tau)e^{-j2\pi f\tau}d\tau$$

- از طرفی تبدیل معکوس فوریه در τ=0

$$\phi_s(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_s(f)df$$

# autocorrelation یک سیگنال

- برای سیگنالهای متداول تابعی نزولی است

$$\phi_s(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)s(t+\tau)dt$$

- بطرز جالبی در انرژی سیگنال

$$\phi_s(0) = \int_{-\infty}$$

**مقدار $\Phi_s(f)$ در هر فرکانس برابر انرژی سیگنال در آن فرکانس است**

- اگر تبدیل فوریه بگیریم:

$$\Phi_s(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_s(\tau)e^{-j2\pi f\tau}d\tau$$

- از طرفی تبدیل معکوس فوریه در τ=0

$$\phi_s(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_s(f)df$$

# autocorrelation یک سیگنال

- برای سیگنالهای متداول تابعی نزولی است

$$\phi_s(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)s(t+\tau)dt$$

- بطرز جالبی در انرژی سیگنال

$$\phi_s(0) = \int_{-\infty}^{+\infty}$$

**مقدار $\Phi_s(f)$ در هر فرکانس برابر انرژی سیگنال در آن فرکانس است**

- اگر تبدیل فوریه بگیر

$$\Phi_s(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_s($$

$$\boxed{\Phi_s(f) = S^*(f)S(f) = |S(f)|^2}$$

- از طرفی تبدیل معکوس فوریه در τ=0

$$\phi_s(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_s(f)df$$

# **یک سیگنال** autocorrelation

$$\phi_s(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)s(t+\tau)dt$$

- برای سیگنالهای متداول تابعی نزولی است

$\phi_s$

- 

$\Phi_s$

- 

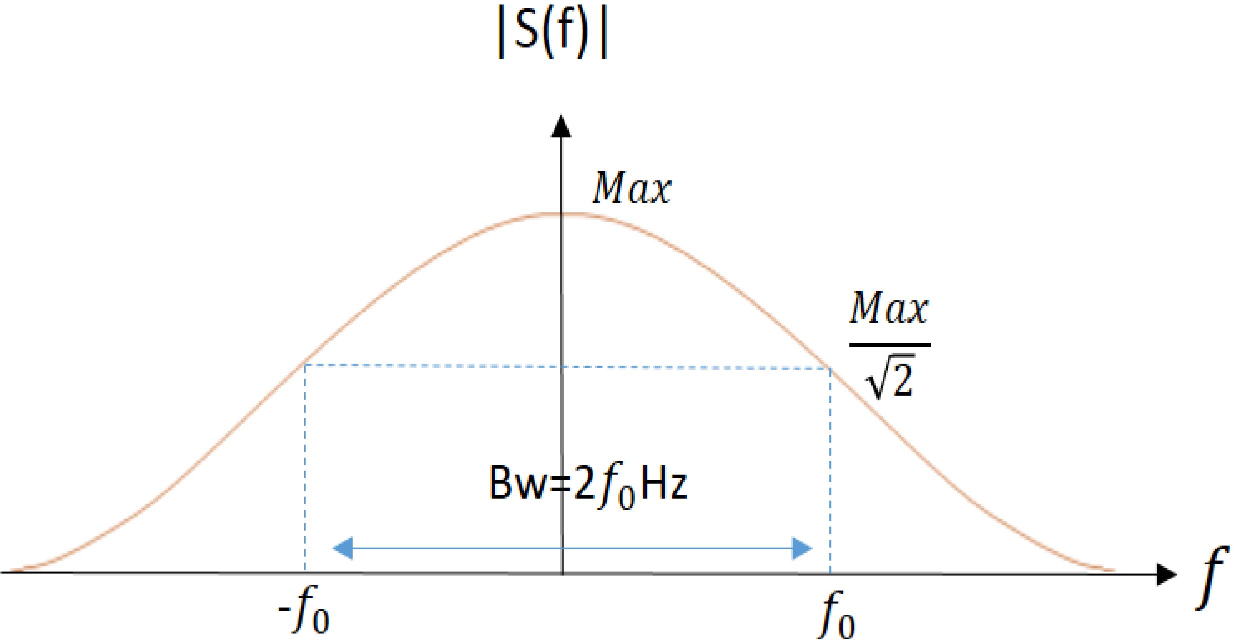
**چگالی انرژی طیف یک سیگنال برابر مقدار انرژی موجود در هر هرتز از سیگنال به ازای فرکانسهای مختلف است که واحد آن** Joule/Hz **می‌باشد و برابر است با مربع اندازه سیگنال در حوزه فرکانس.**

$$\phi_s(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_s(f)df$$

- از طرفی تبدیل معکوس فوریه در τ=0

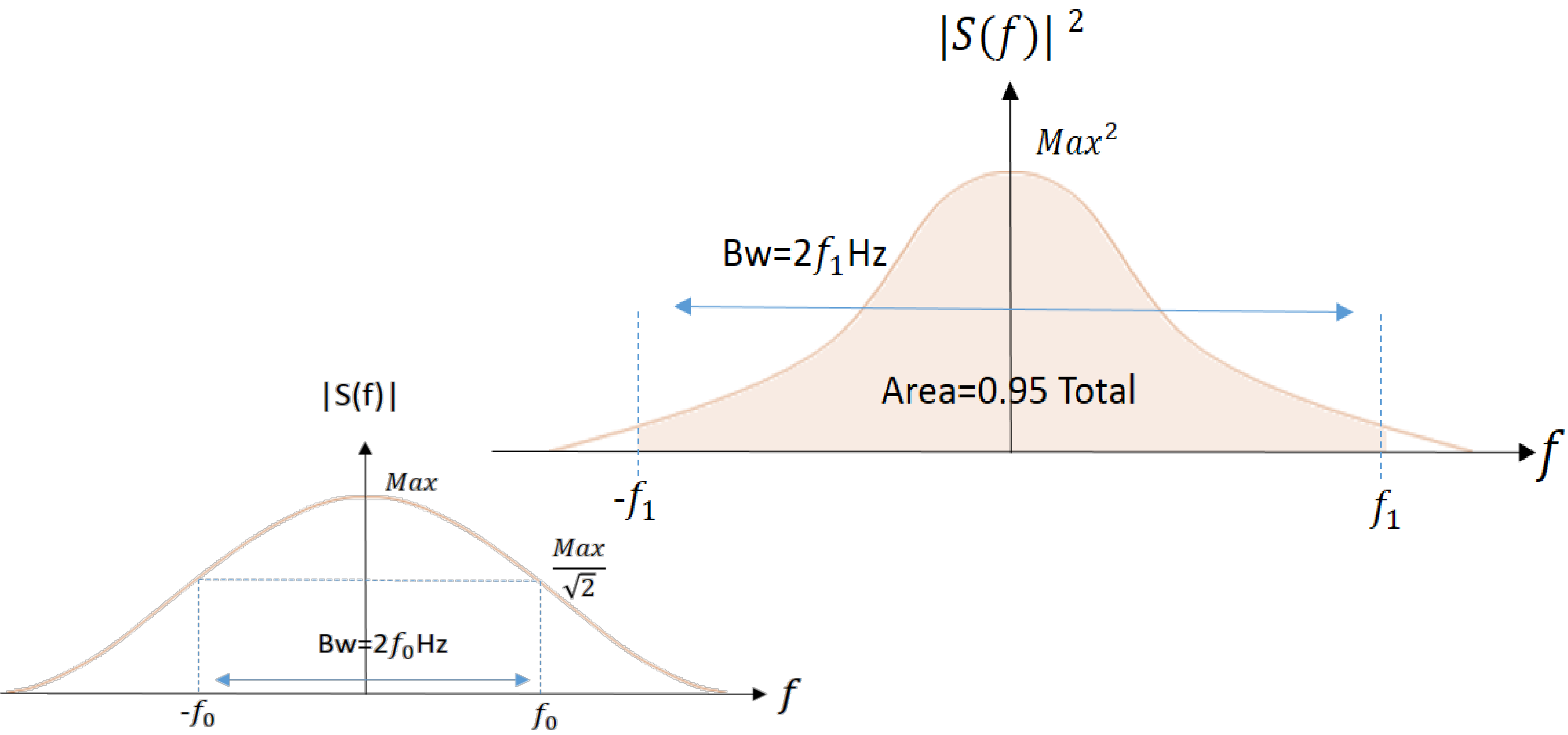
# مثال: پهنای باند سیگنال

- پهنای باند: فاصله دو فرکانس آستانه ای است که در آندو انرژی سیگنال به نصف مقدار حداکثر تقلیل می‌یابد
- اگر انرژی نصف شود اندازه سیگنال $\frac{1}{\sqrt{2}}$ برابر خواهد شد
- طول بازه بین نقاط نیم توان برابر پهنای باند برحسب هرتز است



# مثال: پهنای باند سیگنال

- پهنای باند: طول بازه فرکانسی‌ای است که حاوی ۹۵٪ انرژی سیگنال باشد



# سیگنالهای تصادفی

- سیگنالی که دامنه، فاز یا فرکانس آن یک متغیر (فرایند) تصادفی است
- نویز سفید: سیگنالی تصادفی که در تمام پهنه فرکانس وجود دارد و اندازه آن در هر لحظه از زمان تصادفی و مستقل از لحظات دیگر است.
- دنباله شکل موجها (سمبلها)ی تولید شده توسط یک فرستنده ترافیک
- سیگنال دریافتی در سمت گیرنده: بدلیل تحرک موجود در مسیر کانال و وجود مسیرهای متنوع که از طریق آن سیگنال به گیرنده می‌رسد

# توان سیگنال تصادفی

- برای سیگنالهای تصادفی غالبا توان محاسبه می‌شود
- توان متوسط سیگنال تصادفی $X_t=X(t)$ برابر است با متوسط توان لحظه ای $|X_t|^2$

$$P_X = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} |X_t|^2 dt$$

- متوسط زمانی فرایند تصادفی $|X_t|^2$ که برای غالب سیگنالها با همان امید ریاضی برابر است:

$$P_X = E[|X_t|^2]$$

# توان سیگنال تصادفی

- برای سیگنالهای تصادفی غالبا توان محاسبه می‌شود
- توان متوسط سیگنال تصادفی $X_t=X(t)$ برابر است با متوسط توان
لح

$P_X =$

**توان متوسط یک سیگنال تصادفی برابر امید ریاضی مربع اندازه آن است.**

- متوسط زمانی فرایند تصادفی $|X_t|^2$ که برای غالب سیگنالها با همان امید ریاضی برابر است:

$$P_X = E[|X_t|^2]$$

# توان سیگنال تصادفی ...

- واریانس سیگنال تصادفی $X_t$ برابر است با:

$$P_X^{ac} = Var(X_t) = E[|X_t|^2] - E^2[X_t]$$

- توان متوسط منهای توان سطح DC سیگنال ← توان AC نامیده می‌شود
- سطح DC سیگنال صفر باشد ← در این صورت واریانس همان توان متوسط
- غالب سیگنالها ارسالی بر روی آنتن دارای سطح DC صفر هستند

# ... توان سیگنال تصادفی

- واریانس سیگنال تصادفی X برابر است با:

$P_X^{ac} = Var(X_t$

- توان متو... AC نامیده می‌شود
- سطح ...DC ...س همان توان متوسط
- غالب سیگنالها ارسالی بر روی آنتن دارای سطح DC صفر هستند

**واریانس اندازه سیگنال**

**=**

**توان سیگنال**

# چگالی توان طیف

- مقدار autocorrelation سیگنال تصادفی از رابطه $\phi_{XX}(\tau)=E[X_t X^*_{t+\tau}]$
- $\phi_{XX}(0)=E[X_t X^*_t]=E[|X_t|^2]=P_X$ برابر توان متوسط سیگنال است
- رابطه تبدیل معکوس فوریه برای $\phi_{XX}(\tau)$ به ازای $\tau=0$ به فرم:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{XX}(f)df$$

# چگالی توان طیف

تبدیل فوریه تابع autocorrelation یک سیگنال تصادفی

=

مقدار توان سیگنال به ازای هر هرتز فرکانس

واحد آن وات بر هرتز است

و

اصطلاحا چگالی توان طیف نامیده می‌شود.

# مثال: نویز سفید گوسی

- یک سیگنال تصادفی $N_t$ است که تمامی طیف فرکانسی از $\infty$- تا $\infty$+ هرتز را اشغال می‌کند (سفید)
- مقدار دامنه آن از توزیع گوسی با میانگین صفر تبعیت می‌کند که در هر لحظه از زمان مقدار مستقلی دارد: $N_t \sim N(0,\sigma^2)$

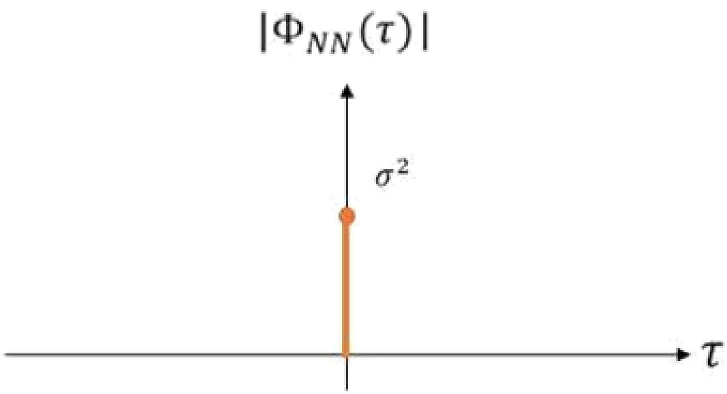
- نویز سفید گوسی را در کانالی به پهنای باند محدود BW در نظر بگیرید
  - میانگین دامنه نویز سفید صفر است
  - توان سیگنال نویز برابر واریانس آن یعنی همان $\sigma^2$
  - بدلیل مستقل بودن $N_t$ در زمانهای مختلف، مقدار تابع autocorrelation $\phi_{NN}(\tau)$ تنها در $\tau=0$ مقدار دارد
  - مقدار آن برابر توان سیگنال یعنی $P_N=\sigma^2$

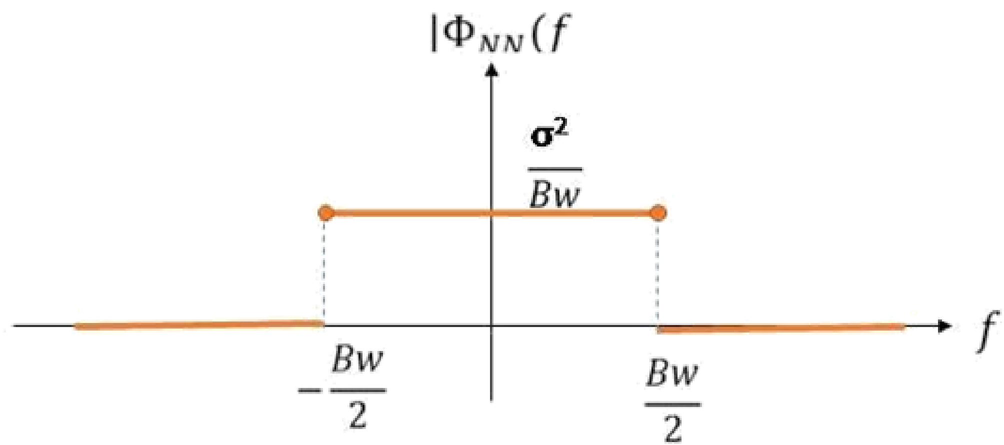
# ... مثال: نویز سفید گوسی

- اندازه $\Phi_{NN}(f)$ برابر $P_N/BW=\sigma^2/BW$ خواهد بود که اتفاقا همان چگالی توان نویز بر واحد هرتز است
- کمیت $P_N/BW$ را با $N_0$ نشان می‌دهند و چگالی توان نویز می‌خوانند $N_0 = \mathrm{k}T\,(\mathrm{W/Hz})$
  - T دما برحسب درجه کلوین و k ثابت بولتزمن و برابر است با:

$$K = 1.38\times10^{-23}\ {}^{J}\!/_{{}^\circ k}$$

- توان نویز موجود در هر کانالی به پهنای باند BW: $N=P_N=BW.N_0$



# خودآزمایی۲: توان نویز برای کارت IEEE802.11b/g

- تکنولوژی IEEE802.11b/g در باند 2.4GHz از مجموعه فرکانسهای ISM کارمیکند. این تکنولوژی از ۱۲ کانال هر کدام با پهنای باند ۲۰ مگاهرتز استفاده میکند. اگر دمای محیط را ۲۷ درجه سانتیگراد فرض کنیم، در این صورت مقدار توان نویز در یک کانال IEEE802.11b/g چه میزان است؟

**پاسخ**) دما بر حسب کلوین برابر است با $T=273+27 = 300^oK$،

بنابراین چگالی توان نویز در این دما برابر است با

$$N_0=1.38\times10^{-23}\ {}^{j}\!/_{^\circ k}\times 300^oK \times 20\times10^{6}\ Hz =$$

$$82.8\times10^{-15}\ Watt =$$

**82.8 fW**

# نمایش دسیبل

- هنگامیکه با مقادیر خیلی کوچک یا بزرگ روبه‌رو هستیم برای سهولت در نمایش و محاسبات، لگاریتم آنها استفاده می‌شود
- دسیبل: از یک متغیر لگاریتم در مبنای ۱۰ گرفته شود سپس در ۱۰ ضرب شود **10logX = X[dB]**
- دسیبل واحد نیست، مقیاس است!
- واحد همان که بود می‌ماند
- از پیشوند dB در کنار واحد مقادیر برحسب دسیبل استفاده می شود
  - 10dBW که به اختصار 10dB هم نوشته می شود
  - 60dBHz برای پهنای باند ۶۰ مگاهرتز

# خودآزمایی۳: توان نویز برای کارت IEEE802.11b/g

- در خودآزمایی قبل مقدار توان نویز را برحسب دسیبل بدست آورید

**پاسخ**) داریم:

$$N\ [dB] = 10\log(82.8\times10^{-15}) = -150 + 19.18 = -130.82\ dB$$

اغلب متداول است که مقدار توان برحسب میلی وات بیان شود :

$$N = -130.82+30 = -100.82\ dBm$$

dBm به معنای دسیبل–میلی وات است

**سطح نویزی که کارت بیسیم لپ تاپ شما با آن روبروست تقریبا برابر 100dBm- است**