

Lista de exercícios sobre sistemas lineares – métodos diretos.

RECOMENDAÇÃO: Procure fazer todos os exercícios da aba EXERCITE dos vídeos propostos para esta semana. E os que estão abaixo devem ser entregues na data estipulada.

NOTA: Você pode fazer os exercícios na linguagem de programação que estiver acostumado a trabalhar. Pode ser no Octave, como proposto nos vídeos, mas não é necessário. Por favor, não coloque só a resposta, seja convincente e explique ou mostre como chegou ao resultado. Para os exercícios referentes aos vídeos do Prof. Ricarco Biloti, 1 ao 8 a seguir, pode ser conveniente dar uma olhada na aba APROFUNDE – às vezes ele coloca nessa aba algum teorema, ou dica, que ajuda nos exercícios.

- 1) Exercício 1 do vídeo 1 (sistemas triangulares) da aba EXERCITE.
- 2) Exercício 1 do vídeo 2 (esforço computacional) da aba EXERCITE.
- 3) Exercício 2 do vídeo 3 (escalonamento) da aba EXERCITE.
- 4) Exercícios 1 e 2 do vídeo 4 (decomposição LU) da aba EXERCITE.
- 5) Exercícios 1 e 2 do vídeo 5 (algoritmo da decomposição LU) da aba EXERCITE.
- 6) Exercícios (a), (b) e (c) do vídeo 6 (exemplo da decomposição LU) da aba EXERCITE.
- 7) Exercício 1 do vídeo 7 (LU com pivotamento) da aba EXERCITE.
- 8) Exercício 1 do vídeo 8 (exemplo LU com pivotamento) da aba EXERCITE.
- 9) No exercício 33 a seguir, verifique se as matrizes dos coeficientes dos sistemas lineares são simétricas definidas positivas. Em caso afirmativo,

resolva-os pela decomposição de Cholesky. Nos itens (c) ao (k) tem algum que é possível aplicar Cholesky, por quê?

$$c) \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 4 \\ 6x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 6 \end{cases}$$

$$d) 6x + 4y - 3z + w = 10$$

$$e) \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 6 \\ 6x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 8 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} 3x - 2y + z = 8 \\ x - 3y + 4z = 6 \\ 9x + 4y - 5z = 11 \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} 2x - y + 3z = 8 \\ x - 5y + z = -1 \\ 4x - 11y + 5z = 6 \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} x - 3y + z = 1 \\ 6x - 18y + 4z = 2 \\ 7x - 21y + 5z = 3 \end{cases}$$

$$i) \begin{cases} x - 3y + z = 1 \\ 6x - 18y + 4z = 2 \\ -x + 3y - z = 4 \end{cases}$$

$$j) \begin{cases} 6u - 3v = 6 \\ 3u - 1.5v = 3 \\ 2u - v = 8 \\ 8u - 4v = 1.7 \end{cases}$$

$$k) \begin{cases} 4a + 5b + 7c = 1 \\ -a - b - c = 2 \\ 3a + 4b + 6c = 3 \\ -a + b + 7c = -11 \\ 2a + 5b + 13c = -8 \end{cases}$$

32. Invente um sistema linear com 6 equações e 4 variáveis sem solução, outro com solução única e outro com infinitas soluções. Justifique cada caso.

33. Resolva os sistemas lineares abaixo usando a fatoração de Cholesky:

$$a) \begin{cases} 16x_1 + 4x_2 + 8x_3 + 4x_4 = 32 \\ 4x_1 + 10x_2 + 8x_3 + 4x_4 = 26 \\ 8x_1 + 8x_2 + 12x_3 + 10x_4 = 38 \\ 4x_1 + 4x_2 + 10x_3 + 12x_4 = 30 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 20x_1 + 7x_2 + 9x_3 = 16 \\ 7x_1 + 30x_2 + 8x_3 = 38 \\ 9x_1 + 8x_2 + 30x_3 = 38 \end{cases}$$