UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ - DEPTO DE MATEMÁTICA
Disciplina MNUM7009 - Análise Numérica I - PPGMNE
Profs. Lucas G. Pedroso e Luiz C. Matioli
Conceitos Básicos sobre normas, erros numéricos e aproximações

1. Efetue a subtração $a - b$, com $a = 1.351$ e $b = 1.369$ em $F(10, 4, -10, +10)$.

2. Efetue a divisão $\dfrac{a}{b}$, com $a = 1332$ e $b = 0.9876$ em $F(10, 10, -99, +99)$.

3. Suponha que dois pontos (x_0, y_0) e (x_1, y_1) estejam em uma reta, com $y_1 \neq y_0$. Há duas formas disponíveis para determinar a interseção da reta com o eixo x:
$$x = \frac{x_0 y_1 - x_1 y_0}{y_1 - y_0} \quad \text{e} \quad x = x_0 - \frac{(x_1 - x_0) y_0}{y_1 - y_0}.$$
a) Mostre que ambas as fórmulas são algebricamente corretas.

   b) Use os dados $(x_0, y_0) = (1,31, 3,24)$ e $(x_1, y_1) = (1,93, 4,76)$ e aritmética de arredondamento, com três algarismos, para calcular a interseção com o eixo x das duas maneiras. Qual método é melhor e porque?

4. Para a função $f(x) = \dfrac{37500}{25 - x^2}$, obtenha os valores de $f(x)$ em $x = 4.999$ e em $x = 4.9990005$ em uma calculadora científica com representação de 10 dígitos significativos.

5. Fazer os exercícios 1 ao 4, da aba Exercite, do vídeo do Ricardo Biloti sobre polinômio de Taylor.

6. Os seguintes sistemas lineares $Ax = b$ têm x como a solução exata e $\tilde{x}$ como solução aproximada. Calcule $||x - \tilde{x}||_\infty$ e $||A\tilde{x} - b||_\infty$. Idem para a $||.||_1$ e $||.||_2$.

   a) $\begin{cases} \frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{3}x_2 = \frac{1}{63} \\ \frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{4}x_2 = \frac{1}{168} \end{cases}$ $\quad x = (\frac{1}{7}, -\frac{1}{6})^T \quad$ e $\quad \tilde{x} = (0,142, -0,166)^T$

   b) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -1 \\ 3x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 2 \end{cases}$ $\quad x = (0, -7, 5)^T$ e $\tilde{x} = (-0,2, -7,5, 5,4)^T$

7. Determine as normas $||A||_1$, $||A||_2$ e $||A||_F$ das matrizes A dadas pelos coeficientes dos sistemas lineares do exercício anterior.

   (NOTA: A norma de Frobenius de uma matriz A é definida por
$$||A||_F = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}^2})$$