Exercício 1

Considere um intervalo real $[a; b]$ contendo uma raiz de uma função f definada e contínua nesse intervalo.

Moste que o número de iterações, k pode ser estimado pela fórmula:

$k \geq \frac{ln(b-a)-ln\varepsilon}{ln2}$

Resposta:

Seja $f(x) = x^3 + 4x^2 - 10 = 0$ com uma precisão de 10^{-3}
, e $a_1 = 1$ e $b_1 = 2$

Será usado logaritimos para encontrar um inteiro k que satisfaça

$|p_k - p| \leq 2^{-k}(b - a) = 2^{-k} < 10^{-3}$

Bastariam logaritmos em qualquer base, mas será usado logaritmos na base 10
porque a tolerância é dada como uma potência de 10.
Já que $2^{-k} < 10^{-3}$ Implica que $log_{10} 2^{-k} < log_{10} 10^{-3} = -3$

In [1]:

```
import math
```

In [2]:

```
a=0
b=2
precisao = math.pow(10,-3)
k = (math.log(b-a,10) - math.log(precisao,10)) / math.log(2,10)
k
```

Out[2]: 10.965784284662087

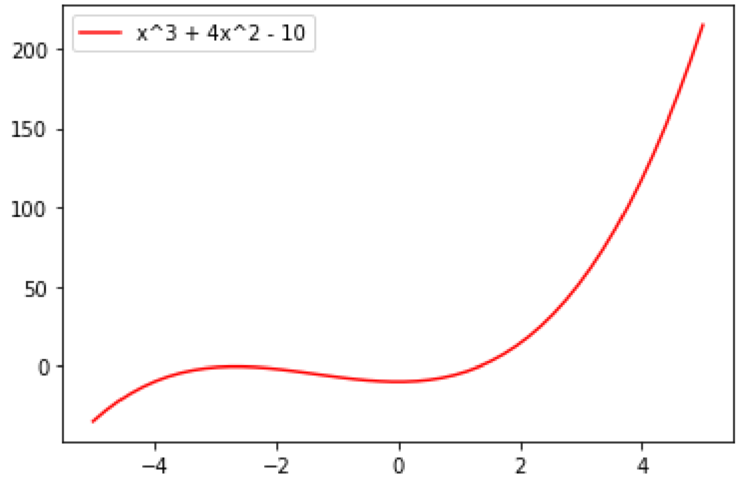
Sendo assim temos que dez iterações garantirão uma aproximação com precisão de 10^{-3}

In [3]:

```
%matplotlib inline
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

xx = np.linspace(-5,5,50)
plt.figure(1)
y= xx**3 + 4*xx**2 - 10
plt.plot(xx,y,'-r',label = 'x^3 + 4x^2 - 10')
plt.legend()
```

Out[3]: <matplotlib.legend.Legend at 0x127af0d4250>



In [4]:

```
def fx(x):
    return math.pow(x,3) + math.pow(4*x,2) - 10
```

In [5]:

```
print(fx(a)*fx(b))
```

```
-620.0
```

In [6]:

```
x = a
it = 0
while True:
    it +=1
    xOld = x
    x=a+((b-a)/2)

    if fx(a)*fx(x) < 0:
        b=x
    else:
        a=x

    Er = abs(x-xOld/x)
    if Er < precisao or it > 10:
        break

print("x= ", x,"iteracoes =", it,"f(x) = ",fx(x))
```

```
x=  0.7724609375 iteracoes = 11 f(x) =  0.008058673702180386
```

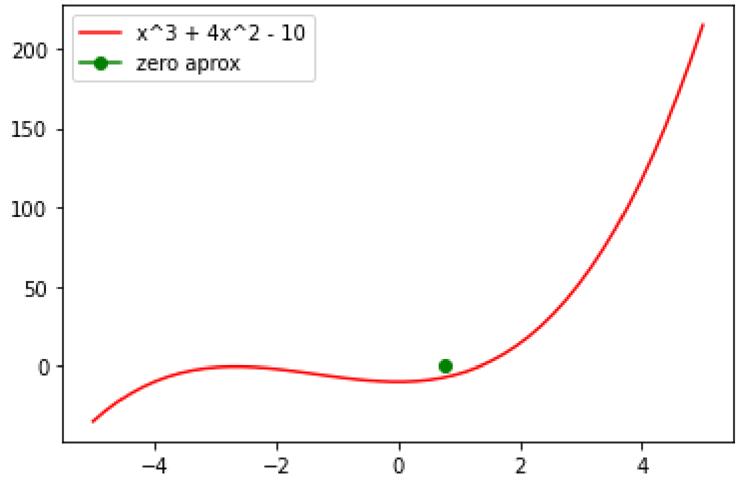
Conforme pudemos observar no algoritmo do calculo aproximado do zero da função aproximadamente 10 iterações foram realizadas para que o x chegasse em 0.772 com um valor de $f(x) = 0.008$

In [7]:

```
xx = np.linspace(-5,5,50)
plt.figure(1)
y= xx**3 + 4*xx**2 - 10
plt.plot(xx,y,'-r',label = 'x^3 + 4x^2 - 10')
plt.plot(0.772,0.008,'-g',label = 'zero aprox',marker = 'o')
plt.legend()
```

Out[7]:

```
<matplotlib.legend.Legend at 0x127b1a0fb20>
```



In [ ]:

In [ ]: