

Subject: _____

Year: _____

Month: _____

Date: _____

()

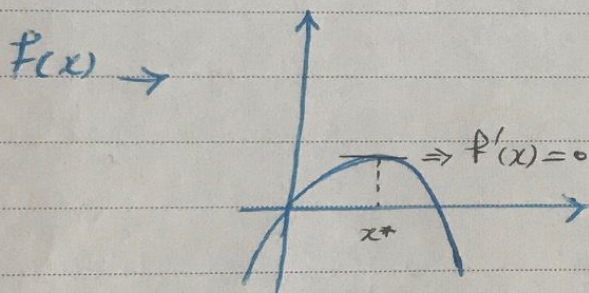
کلاس TA درس PGM :

کینه سازی :

در کینه سازی هدف این است که تابعی را که از تدری متغیر تشکیل شده است مانند x و y را \min یا $\min \text{ or } \max F(x, y)$

max کنیم :

اگر این تابع یک مقعر باشد مانند شکل زیر و هدف max باشد باید نقطه ای را پیدا کنیم که در

حساسی آن نقطه مقادیر کمتر از مقدار x^* باشد :جایی که $f'(x)$ برابر صفر است نقاط بهینه را مشخص می کنند

$$\nabla F = 0 \Rightarrow \frac{\partial F}{\partial x} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial F}{\partial y} = 0$$

روش لایانژ برای حل این معادله پیشنهاد داده اند (منظور معادله زیر است)

$$\max \quad -x^2 - y^2 + 4$$

$$\text{s.t.} \quad \underbrace{x + y = 1}_{g(x, y)}$$

اگرچه ما در اینجا بهینه ی مسئله ی ما را پیدا می کنیم

بدین شرط ما به max خود را در $x=0, y=0, z=4$

انتخاب می کنند

Subject: _____

Year: _____

Month: _____

Date: _____

()

حال با توجه به شرط داده شده لایزنر معادله را می نویسیم :

یعنی ثابت است

$$L(x, y, \lambda) = -x^2 - y^2 + 4 + \lambda(x + y - 1)$$

$$\nabla L = 0 \Rightarrow \frac{\partial L}{\partial x} = 0 ; \frac{\partial L}{\partial y} = 0 ; \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow g(x, y) = 0$$

مثال :

$$\max \quad x + y$$

$$\text{s.t.} \quad x^2 + y^2 = 1$$

$$\Rightarrow L(x, y, \lambda) = x + y + \lambda(x^2 + y^2 - 1)$$

$$\Rightarrow \nabla L = 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x} = 0 \Rightarrow 1 + 2\lambda x = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial y} = 0 \Rightarrow 1 + 2\lambda y = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow x = y = -\frac{1}{2\lambda} (*)$$

$$\xrightarrow{\text{جایگزینی * در **}} \left(-\frac{1}{2\lambda}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2\lambda}\right)^2 - 1 = 0 \Rightarrow \lambda = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

چون نقاط بحرانی معادله دو صورت زیر است که باید در معادله اصلی جایگزینی کنیم و بسنجیم

کمترین نقطه ماکسیم است :

$$(x_1, y_1) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) ; (x_2, y_2) = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$x_1 + y_1 = \frac{2}{\sqrt{2}} ; x_2 + y_2 = -\frac{2}{\sqrt{2}} \Rightarrow \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \Rightarrow \text{نقطه بحرانی}$$

Subject: _____

Year: _____ Month: _____ Date: _____ ()

$$\nabla^r L_{\text{min}} > 0 \rightarrow \min$$

$$\nabla^r L = 0 \Rightarrow \text{check req}$$

$$\nabla^r L < 0 \rightarrow \max$$

$$H(x) = - \sum_{i=1}^n p_i \log_2 p_i$$

$$\sum p_i = 1$$

Shanon Entropy : اشتراک

ایجاد رتبه هر پیام از شانون

$$\max - \sum_{i=1}^n p_i \log_2 p_i$$

$$\rightarrow L = - \sum_{i=1}^n p_i \log_2 p_i + \lambda (\sum p_i - 1)$$

$$\text{s.t } \sum p_i = 1$$

$$\frac{\partial L}{\partial p_i} = 0$$

$$\rightarrow p_k^* = \frac{1}{n} \quad k=1, \dots, n$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$$