

Julia (プログラミング言語)

$f(x) = \frac{1 - \cos(x)}{x^2}$ と定義する。以下の問について答えよ。ここでは浮動小数点数としてデフォルトの倍精度 (Float64) を用いるとする。

1. 関数 $f(x)$ を表記通りに Julia 言語で実装し、 $f(1.0e-3)$ 、 $f(1.0e-5)$ の値を出力せよ。この問に関してはコードに関する説明は記述しなくともよい。

Julia ソースコード

```
1 # f(x) の定義
2 f(x)=(1-cos(x))/(x^2)
3
4 # 計算
5 println("-- f(1.0e-3) の値 --")
6 println(f(1.0e-3))
7 println("-- f(1.0e-5) の値 --")
8 println(f(1.0e-5))
```

実行結果

```
1 -- f(1.0e-3) の値 --
2 0.49999995832550326
3 -- f(1.0e-5) の値 --
4 0.5000000413701854
```

2. 理論的には $f(x) \leq 0.5$ が成り立っているはずだが、 $f(1.0e-5)$ の出力する値はこの不等式を満たしていない。このようなことが起こる原因について簡単に述べよ。

丸め誤差や桁落ちが発生している。特に $\cos(0) = 1$ であるので、 $1 - \cos(x)$ の計算に問題が起きる。

式を分けてそれぞれ $\cos(x)$, $1 - \cos(x)$, x^2 , $f(x)$ を計算する。

```
1 # f(x) の定義
2 f(x)=(1-cos(x))/(x^2)
```

```
3
4 # 計算
5 println("-- cos(1.0e-3) の値 --")
6 println(cos(1.0e-3))
7 println("-- 1-cos(1.0e-3) の値 --")
8 println(1-cos(1.0e-3))
9 println("-- (1.0e-3)^2 の値 --")
10 println((1.0e-3)^2)
11 println("-- f(1.0e-3) の値 --")
12 println(f(1.0e-3))
13 println("-- cos(1.0e-5) の値 --")
14 println(cos(1.0e-5))
15 println("-- 1-cos(1.0e-5) の値 --")
16 println(1-cos(1.0e-5))
17 println("-- (1.0e-5)^2 の値 --")
18 println((1.0e-5)^2)
19 println("-- f(1.0e-5) の値 --")
20 println(f(1.0e-5))
```

実行結果

```
1 -- cos(1.0e-3) の値 --
2 0.99999950000000417
3 -- 1-cos(1.0e-3) の値 --
4 4.999999583255033e-7
5 -- (1.0e-3)^2 の値 --
6 1.0e-6
7 -- f(1.0e-3) の値 --
8 0.49999995832550326
9 -- cos(1.0e-5) の値 --
10 0.999999999995
11 -- 1-cos(1.0e-5) の値 --
12 5.000000413701855e-11
13 -- (1.0e-5)^2 の値 --
14 1.0000000000000002e-10
```

```
15  -- f(1.0e-5) の値 --
16  0.5000000413701854
```

関数電卓を用いた余弦 $\cos(x)$ の値

$$\cos(1.0e-3) = \cos(0.001) = 0.9999999984769129011051202417815 \quad (1)$$

$$\cos(1.0e-5) = \cos(0.00001) = 0.999999999999847691290106646087 \quad (2)$$

3. $f(x)$ を適切に「等式変形」することによって、問2のような不都合を回避する関数 $g(x)$ を導入せよ。

.....
近い値同士の引き算をなくすために $f(x)$ の分子分母に $1 + \cos(x)$ をかける。

$$g(x) = \frac{1 - \cos(x)}{x^2} \cdot \frac{1 + \cos(x)}{1 + \cos(x)} = \frac{\sin^2(x)}{x^2(1 + \cos(x))} \quad (3)$$

4. 問3で導入した $g(x)$ を Julia 言語で実装し、 $g(1.0e-3)$ 、 $g(1.0e-5)$ の値を出力せよ。結果に関する説明も記述すること。

.....

```
1  # g(x) の定義
2  g(x)=(sin(x))^2/(x^2*(1+cos(x)))
3  # 計算
4  println("-- g(1.0e-3) の値 --")
5  println(g(1.0e-3))
6  println("-- g(1.0e-5) の値 --")
7  println(g(1.0e-5))
```

実行結果

```
1  -- g(1.0e-3) の値 --
2  0.4999999583333347
3  -- g(1.0e-5) の値 --
4  0.4999999999958333
```