Theorem 1.3.5 A set S is closed if and only if no point of S^c is a limit point of S.

....

定理 1.3.5 集合 S が閉であるとは S の極限点が補集合 S^c に存在しない場合に限る。

....

「if and only if」とは前後が必要十分である時に使う。この場合、閉集合であることと補集合に極限点がないことを指す。

極限点（きょくげんてん、英: limit point）とは集積点（しゅうせきてん、英: accumulation point）の事。

Proof Suppose that S is closed and $x_0 \in S^c$. Since S^c is open, there is a neighborhood of x_0 that is contained in S^c and therefore contains no points of S. Hence, x_0 connot be a limit point of S. For the converse, if no point of S^c is a limit point of S then every point in S^c must have a neighborhood contained in S^c. Therefore, S^c is open and S is closed. ■

....

S は閉であり、$x_0 \in S^c$ と仮定する。

S^c は開であることから、x_0 の近傍が S^c に含まれ、S には含まれない。したがって、x_0 は S の極限点ではない。

逆に、S^c の点が S の極限点ではないのであれば、S^c の全ての点において近傍が S^c に含まれていないといけない。したがって、S^c は開であり、S は閉である。

Theorem 1.3.5 is usually stated as follows.

....

定理 1.3.5 はよく次のように述べられる。

Corollary 1.3.6 A set is closed if and only if it contains all its limit points.

....

系 1.3.6 集合が閉であるということは全ての極限点を含んでいる場合に限る。

Theorem 1.3.5 and Corollary 1.3.6 are equivalent. However, we stated the theorem as we did because students sometimes incorrectly conclude from the corollary that a closed set must have limit points. The corollary does not say this. If S has no limit points, then the set of limit points is empty and therefore contained in S. Hence, a set with no limit points is closed according to the corollary, in agreement with Theorem 1.3.5. For example, any finite set is closed. More generally, S is closed if there is a $\delta > 0$ such $|x - y| \geq \delta$ for every pair $\{x, y\}$ of distinct points in S.

. . . .

定理 1.3.5 と 系 1.3.6 は同値である。ただ、学生が閉集合は極限点を持ってなければならないと誤った結論に時々至るため、先に定理を述べた。系はこれを示していない。もし S に極限点がないなら、極限点の集合は空であり、S はこれを含む。したがって、極限点のない集合は定理 1.3.5 により閉となる。例えば、有限集合は閉である。より一般的に、S の異なる 2 点のすべての組において $\delta > 0$ が存在し $|x - y| \geq 0$ であるなら S は閉である。