
定義

補有限位相

集合 X に対して部分集合族 \mathcal{O}_{cf} を定める。

$$\mathcal{O}_{cf} = \{\emptyset\} \cup \{O \subset X \mid X \setminus O \text{ は有限集合}\} \quad (1)$$

\mathcal{O}_{cf} を補有限位相といい、 (X, \mathcal{O}_{cf}) を補有限位相空間という。

距離関数

集合 X 上の実数値関数 d が次を満たすとする。

$$d : X \times X \rightarrow \mathbb{R} \quad (2)$$

$$d(a, b) \geq 0 \quad (3)$$

$$d(a, b) = 0 \Leftrightarrow a = b \quad (4)$$

$$d(a, b) = d(b, a) \quad (5)$$

$$d(a, b) + d(b, c) \geq d(a, c) \quad (6)$$

このとき、関数 d を距離関数という。

集合 X に距離関数 d が定義される場合、この2つの組合せ (X, d) を距離空間という。

ノルム

$$\|x\| \quad (7)$$

問題

1. [補有限位相空間]

集合 X 上の補有限位相空間 (X, \mathcal{O}_{cf}) が位相空間であることを確かめよ。

2. [補有限位相空間]

$(\mathbb{R}, \mathcal{O}_{cf})$ において $a < b$ なる任意の $a, b \in \mathbb{R}$ に対して开区間 (a, b) は開集合ではないことを示せ。

3. [\mathbb{R} 上の開集合]

$(\mathbb{R}, \mathcal{O}_{d_1})$ における \mathbb{R} において、 $[a, b)$ および $[a, b]$ は開集合でないことを示せ。