
命題 K : 王の状態が眠っている

命題 Q : 女王の状態が眠っている

K, Q はそれぞれ 0 なら起きている、1 なら寝ている

論理式 X : 王が信じていること

正しいければ 1、間違っていれば 0

.....

$X = (K = 0)$ は「王が (王が起きている) と信じている」のことであり、王が起きていても寝ていても真である。 $X = (K = 0) = 1$

$X = (K = 1)$ は「王が (王が寝ている) と信じている」のことであり、王が起きていても寝ていても偽である。 $X = (K = 1) = 0$

.....

王は王も女王も眠っていると信じている。

$$X = (K = 1 \wedge Q = 1) \tag{1}$$

この式が真であれば $X = (K = 1 \wedge Q = 1) = 1$ である。つまり、 $(K = 1) = 1$ かつ $(Q = 1) = 1$ であり、二人は寝ている事となる。

偽であれば $X = (K = 1 \wedge Q = 1) = 0$ である。つまり、否定された式 $\neg(K = 1 \wedge Q = 1)$ が真となる。

$$\neg(K = 1 \wedge Q = 1) = \neg(K = 1) \vee \neg(Q = 1) = (K = 0) \vee (Q = 0) \tag{2}$$

これは、「王が起きているまたは女王が起きている」ことを意味する。

王が起きている $K = 0$ なら $X = 1$ であるので $(K = 1) = 1$ かつ $(Q = 1) = 1$ である。つまり、 $K = 0$ ならば $K = 1$ となり矛盾する。

王が寝ている $K = 1$ なら $X = 0$ であるので $(K = 0) = 1$ または $(Q = 0) = 1$ である。

$K = 1$ ならば $(K = 0) = 1$ または $(Q = 0) = 1$ であるので、 $(K = 1) = 1$ かつ $(Q = 0) = 1$ の時において矛盾がない。

つまり、女王は起きている $Q = 0$ ことを意味する。
