1. 3.8^0
2. $9^{0.5}$
3. 10^{-5} (小数表記)
4. $16^{\frac{3}{2}}$
5. $5^3 \times 5^{-2.8}$
6. $3^3 \div 3^{\frac{6}{5}}$
7. $\left(2^{-\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{9}{2}}$
8. $\dfrac{a^{\frac{1}{3}} \times a^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{9}{4}}}$
9. $\left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right)^2$

指数法則

a^b について

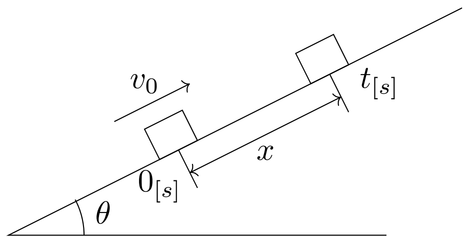
- $a = 0$ の時、$a^b = 0$
- $b = 0$ の時、$a^b = 1$
- $a = 0, b = 0$ の時、a^b は定義できない

$a \neq 0, n \neq 0, m \neq 0$ とする。

- $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$
- $a^n \times a^m = a^{n+m}$
- $(a^n)^m = a^{nm}$
- $a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n}$

1. $3.8^0 = 1$
2. $9^{0.5} = (3^2)^{0.5} = 3^{2\times 0.5} = 3$
3. $10^{-5} = \frac{1}{10^5} = 0.00001$
4. $16^{\frac{3}{2}} = (2^4)^{\frac{3}{2}} = 2^6 = 64$
5. $5^3 \times 5^{-2.8} = 5^{3-2.8} = 5^{0.2} = \sqrt[5]{5}$
6. $3^3 \div 3^{\frac{6}{5}} = 3^{3-\frac{6}{5}} = 3^{\frac{9}{5}} = \sqrt[5]{3^9}$
7. $\left(2^{-\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{9}{2}} = 2^{-\frac{2}{3}\times(-\frac{9}{2})} = 2^3 = 8$
8. $\dfrac{a^{\frac{1}{3}} \times a^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{9}{4}}} = a^{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}-\frac{9}{4}} = a^{-\frac{5}{4}} = \frac{1}{\sqrt[4]{a^5}}$
9. $\left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right)^2 = (a^{\frac{1}{2}})^2 - 2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} + (b^{\frac{1}{2}})^2 = a - 2\sqrt{ab} + b$

$\theta = 30^\circ$ の傾斜上で、物体が初速度 $v_0 = 15_{[\mathrm{m/s}]}$ で上方に発射された。物体と斜面間の摩擦係数は $\mu = 0.2$ とし、物体が到達する最高地点までの距離 $x_{[\mathrm{m}]}$ 及び要する時間 $t_{[\mathrm{s}]}$ を求めよ。



物体の質量を m、重力加速度を g とする。

物体に働く重力は mg である。これを斜面に対して平行と垂直な成分に分ける。

- 平行な向き $mg\sin 30^\circ = mg/2$
- 垂直な向き $mg\cos 30^\circ = \sqrt{3}mg/2$

摩擦力は垂直抗力を N とすると μN であるので、

$$\mu N = \mu mg\cos 30^\circ = \sqrt{3}mg/10 \tag{1}$$

である。

斜面方向の物体にかかる力は斜面方向の重力と摩擦力である。斜面を移動する物体の加速度を a とすると次の式が出来る。

$$ma = -mg\sin 30^\circ - \mu mg\cos 30^\circ \tag{2}$$

ここから物体の加速度 a が求まる。

$$a = -g\left(\sin 30^\circ + \mu\cos 30^\circ\right) \tag{3}$$

物体の速度 v を求める為、加速度 a を時間 t で積分する。

$$v = -g(\sin 30^\circ + \mu\cos 30^\circ)t + C \tag{4}$$

速度は初速が v_0 であるので、$(t, v) = (0, v_0)$ を代入すると $C = v_0$ となる。つまり、v の式は次のようになる。

$$v = -g(\sin 30^\circ + \mu\cos 30^\circ)t + v_0 \tag{5}$$

距離 x を求める為、速度 v を時間 t で積分する。

$$x = -\frac{1}{2}g(\sin 30^\circ + \mu\cos 30^\circ)t^2 + v_0 t + C \tag{6}$$

時間 $t = 0$ の時、距離 $x = 0$ であるのでこれを代入すると $C = 0$ である。これにより距離 x の式は次のようになる。

$$x = -\frac{1}{2}g(\sin 30^\circ + \mu\cos 30^\circ)t^2 + v_0 t \tag{7}$$

最高地点に到達する時間を t_1 とすると、その時の物体の速さは 0 である。この為、式 (5) に $(t, v) = (t_1, 0)$ を代入する。

$$0 = -g(\sin 30^\circ + \mu \cos 30^\circ)t_1 + v_0 \tag{8}$$

$$t_1 = \frac{v_0}{g(\sin 30^\circ + \mu \cos 30^\circ)} \tag{9}$$

この時間 $t = t_1$ を距離 x の式 (7) に代入する。

$$x = -\frac{1}{2}g(\sin 30^\circ + \mu \cos 30^\circ)\left(\frac{v_0}{g(\sin 30^\circ + \mu \cos 30^\circ)}\right)^2 + v_0\left(\frac{v_0}{g(\sin 30^\circ + \mu \cos 30^\circ)}\right) \tag{10}$$

$$= -\frac{v_0^2}{2g(\sin 30^\circ + \mu \cos 30^\circ)} + \frac{v_0^2}{g(\sin 30^\circ + \mu \cos 30^\circ)} \tag{11}$$

$$= \frac{v_0^2}{2g(\sin 30^\circ + \mu \cos 30^\circ)} \tag{12}$$

式 (9) と式 (12) に $(v_0, \mu) = (15, 0.2)$ を代入すると

$$t_1 = \frac{v_0}{g(\sin 30^\circ + \mu \cos 30^\circ)} = \frac{15}{g(\frac{1}{2} + 0.2 \times \frac{\sqrt{3}}{2})} \tag{13}$$

$$= \frac{150}{g(5 + \sqrt{3})} = \frac{75}{11g}(5 - \sqrt{3}) \tag{14}$$

$$x = \frac{v_0^2}{2g(\sin 30^\circ + \mu \cos 30^\circ)} = \frac{15^2}{2g(\frac{1}{2} + 0.2 \times \frac{\sqrt{3}}{2})} \tag{15}$$

$$= \frac{15^2 \times 5}{g(5 + \sqrt{3})} = \frac{1125}{22g}(5 - \sqrt{3}) \tag{16}$$

である。

よって、最高地点までの距離は

$$\frac{1125}{22g}(5 - \sqrt{3}) \tag{17}$$

要する時間は

$$\frac{75}{11g}(5 - \sqrt{3}) \tag{18}$$

である。