

母集団は正規分布 $N(\mu, 2)$ である。母平均 μ 、母分散 2
標本として 50 個取り出す。取り出した個体の平均は 10 である。
信頼係数 0.95 における μ の信頼区間を算出

- (1). 取り出した 50 個の標本 $X_i (i = 1, \dots, 50)$ に対し、次のように標本平均 \overline{X}_{50} を定め、分散 $V(\overline{X}_{50})$ を求める。

$$\overline{X}_{50} = \frac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} X_i$$

$X_i (i = 1, \dots, 50)$ が独立同分布 (平均 μ 、分散 2) であれば正規分布でなくても $V(\overline{X}_{50}) = \frac{2}{50}$ である。

$$V(\overline{X}_{50}) = V\left(\frac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} X_i\right) \quad (1)$$

$$= \frac{1}{50^2} \sum_{i=1}^{50} V(X_i) \quad (2)$$

$$= \frac{1}{50^2} \sum_{i=1}^{50} 2 \quad V(X_i) = 2 \quad i = 1, \dots, 50 \quad (3)$$

$$= \frac{2}{50} \quad (4)$$

- (2).

$$\int_{-1.96}^{1.96} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = 0.95$$

この式は正規分布 (平均 0、分散 1) の空間で -1.96 から 1.96 に含まれる部分が全体の 95% であることを意味している。