ТИТУЛЬНЫЙ

Оглавление

[1. Содержательная и формальная постановка задачи. 3](#_Toc105043933)

[2. Аналитический обзор существующих подходов к ее решению. 4](#_Toc105043934)

[2.1. Метод добавления пути. 4](#_Toc105043935)

[2.2. Метод сложения вершин. 4](#_Toc105043936)

[2.3. Метод сложения кромок. 4](#_Toc105043937)

[2.4. Метод последовательности строительства. 5](#_Toc105043938)

# 1. Содержательная и формальная постановка задачи.

Научно-исследовательская работа посвящена полиномиальному алгоритму тестирования графа на планарность (с программной реализацией и статистикой).

Планарный граф — граф, который можно изобразить на плоскости без пересечений рёбер не по вершинам. Какое-либо конкретное изображение планарного графа на плоскости без пересечения рёбер не по вершинам называется плоским графом. Иначе говоря, планарный граф изоморфен некоторому плоскому графу, изображённому на плоскости так, что его вершины — это точки плоскости, а рёбра — кривые на плоскости, которые если и пересекаются между собой, то только по вершинам. Области, на которые граф разбивает плоскость, называются его гранями. Неограниченная часть плоскости — тоже грань, называемая внешней гранью. Любой плоский граф может быть спрямлён, то есть перерисован на плоскости так, что все его рёбра будут отрезками прямых.

# 2. Аналитический обзор существующих подходов к ее решению.

## 2.1. Метод добавления пути.

Классическое дополнение пути метод Hopcroft и Tarjan был первым опубликован линейным алгоритм времени испытания плоскостности в 1974 г. Реализации Hopcroft и Тарьян алгоритма «ы предоставляется в библиотеке эффективных типов данных и алгоритмах с помощью Mehlhorn , Mutzel и Нэхер. В 2012 году Тейлор расширил этот алгоритм, чтобы сгенерировать все перестановки циклического порядка ребер для плоских вложений двусвязных компонентов.

## 2.2. Метод сложения вершин.

Методы сложения вершин работают, поддерживая структуру данных, представляющую возможные вложения индуцированного подграфа данного графа, и добавляя вершины по одной в эту структуру данных. Эти методы стали с неэффективным O(n2) методом задуманного Лемпеля, даже и Цедербаумом в 1967 году. Это было улучшен даже и Тарьян, которые нашли линейное время решения для *х*, *т* шаг -*numbering*, и Бутом и Люкером, которые разработали структуру данных дерева PQ. Благодаря этим улучшениям он является линейным по времени и на практике превосходит метод сложения путей. Этот метод был также расширен, чтобы позволить эффективно вычислять планарное вложение (рисование) для плоского графа. В 1999 году Ши и Хсу упростили эти методы, используя дерево ПК (неуправляемый вариант дерева PQ) и обход дерева поиска вершин в глубину после упорядочения.

## 2.3. Метод сложения кромок.

В 2004 году Джон Бойер и Венди Мирволд разработали упрощенный алгоритм O(n), первоначально вдохновленный методом дерева PQ, который избавляется от дерева PQ и использует добавление ребер для вычисления плоского вложения, если это возможно. В противном случае вычисляется подразделение Куратовского (либо K5, либо K3,3). Это один из двух современных алгоритмов на сегодняшний день (другой - алгоритм проверки планарности де Фрейссе, де Мендес и Розенштиль). Для экспериментального сравнения с предварительной версией теста планарности Бойера и Мирволда. Кроме того, тест Бойера-Мирвольда был расширен для извлечения нескольких подразделений Куратовски из неплоского входного графа за время выполнения, линейно зависящее от размера выходных данных. Исходный код для теста планарности и извлечения нескольких подразделений Куратовского является общедоступным. Алгоритмы, которые определяют местонахождение подграфа Куратовского в линейное время в вершинах, были разработаны Уильямсоном в 1980-х годах.

## 2.4. Метод последовательности строительства.

Другой метод использует индуктивную конструкцию 3-связных графов для постепенного построения плоских вложений каждой 3-связной компоненты G (и, следовательно, плоского вложения самой G). Конструкция начинается с K4 и определяется таким образом, что каждый промежуточный граф на пути к полной компоненте снова является 3-связным. Поскольку такие графы имеют уникальное вложение (вплоть до переворачивания и выбора внешней грани), следующий более крупный граф, если он все еще плоский, должен быть уточнением предыдущего графа. Это позволяет сократить тест на плоскостность до простого тестирования для каждого шага, имеет ли следующее добавленное ребро оба конца на внешней грани текущего внедрения. Хотя это концептуально очень просто (и дает линейное время работы), сам метод страдает от сложности нахождения последовательности построения.

Список используемой литературы.

1. <https://ru.wikipedia.org/wiki/Планарный_граф#Формула_Эйлера>
2. <https://portal.tpu.ru/SHARED/t/TRACEY/Courses/Graph_Theory/Tab1/graph_lec_09.pdf>
3. <https://siam.press/wiki/ru/Planarity_testing>