宝鸡文理学院学报(自然科学版),第35卷,第3期,第15-20页,2015年9月

Journal of Baoji University of Arts and Sciences (Natural Science), Vol. 35, No. 3, pp. 15-20, Sept. 2015 DOI:10.13467/j.cnki.jbuns.2015.03.010

http://www.cnki.net/kcms/doi/10.13467/j.cnki.jbuns.2015.03.010.html

Copula-GARCH 模型及其在金融市场风险分析上的应用*

刘红玉1,2

(1. 陇南师范高等专科学校,甘肃 成县 742500; 2. 兰州大学 数学与统计学院,甘肃 兰州 730000)

摘 要:目的 探讨 Copula-GARCH 模型及其在金融市场风险分析上的应用。方法 用 Copula 函数刻画上证综指和深成指之间的相关结构,建立了 GARCH(1,1)-t 模型,利用各项资产收盘价、成交量的历史数据,运用具有不同边缘分布的多元 Copula-GARCH 模型,对上证综指和深成指股市进行了研究。结果 利用 Eviews5.0 对资产收盘价、成交量的历史数据进行描述,接着用极大似然法和 Mathcad 软件对模型进行了参数估计。结论 证实了所提模型和方法的可行性和有效性,对探讨股票市场波动(风险)以及与预期收益之间的关系具有重要的理论意义和实用价值。

关键词:Copula-GARCH 模型;金融风险分析;投资组合 VaR; Monte Carlo

中图分类号:O211.9

文献标志码:A

文章编号:1007-1261(2015)03-0015-06

Multivariate Copula-GARCH model and its applications in financial risk analysis

LIU Hong-yu^{1,2}

(1. Longnan Teachers College, Chengxian 742500, Gansu, China;

2. School of Mathematics and Statistics, Lanzhou University, Lanzhou 730000, Gansu, China)

Abstract: Objective—To explore the applications of Copula-GARCH Mode in financial risk analysis with Shanghai Composite Index and Shenzhen component stock market as examples by introducing Copula-GARCH Mode. Methods—Copula function was used to describe the correlation structure between Shanghai stock index and Shenzhen stock index and to establish GARCH(1,1)-t model, then the historical data of the closing price and trading volume of all kinds of assets in Shanghai and Shenzhen Stock Market, plus the multi-Copula-GARCH model with different marginal distributions, were utilize to study Shanghai stock index and Shenzhen stock index. Results—GARCH model was estimated successively by using Eviews5. 0 to describe the historical data of asset's closing price and trading volume and the maximum likelihood method and software Mathcad. Conclusion—It is verified that The study on the feasibility and effectiveness of both the model and the methods mentioned above, has important theoretical significance and practical value to the relationship between stock market volatility (risk) and the expected return.

Key words: multivariate Copula-GARCH Model; risk analysis in finance; portfolio value-at-risk; Monte Carlo

MSC 2010: 60B15

随着我国经济的飞速发展,金融领域的风险度量成为人们关注的重要研究课题。目前投资组合风险度量的主流方法为 John Pierpont Morgan 提出的 VaR(Value at Risk) 方法,并在实践中获得了广泛的

^{*} 收稿日期:2014-11-13,修回日期:2015-04-08,网络出版时间:2015-09-11 14:52. 作者简介:刘红玉(1980-),女,甘肃清水人,讲师,硕士,研究方向:概率统计.Email: lhy_1281@163.com

应用。其主要优点是将不同的市场因子或风险表示为一个数,比较准确地度量了金融资产或投资组合在未来一个时期内的最大潜在损失,能够适应金融市场发展的动态性和复杂性。Jorion $P^{[1]}$ 作为最早研究的学者之一,详细地介绍了如何使用 VaR 进行风险预算和风险管理。研究表明 $^{[2]}$,单个资产具有尖峰、厚尾等非正态特征,而且组合的收益率联合分布不具有多元正态分布,传统的线性相关系数分析法不能很好地反映不同资产之间的非线性关系,因此,基于 Copula 函数对金融市场间的相关性度量成为国内外工商界、学术界研究的热点问题。

我国股票市场的股票收益率呈现一些相似的描述性特征^[3]:序列的平稳性,高峰厚尾非正态性,波动聚类性效应;又由于外部冲击对我国股市的影响持续时间较长,总体程度风险较大,风险较高;边缘分布特征与资产之间的非线性相关结构的存在等问题。针对上述问题本文首先介绍了 Copula 函数的理论,应用概率论与数理统计理论对 Copula-GARCH 模型进行了参数估计,然后引入 Copula 函数来刻画投资组合中不同资产间的相关结构^[4],对上证综指(000001) 和深证成指(399001) 构成的投资组合(等权重)的风险进行精确地度量,使得投资组合的风险度量和最优投资策略得到定量的描述。最后通过实证分析,证实了所提模型和方法的可行性和有效性,对探讨股票市场波动(风险) 以及与预期收益之间的关系具有重要的理论意义和实用价值。

1 多元 Copula-GARCH 模型

1.1 单变量金融时间序列模型

Bollerslev 于 1986 年在 ARCH(p) 模型中增加了 q 个自回归项,推广成 ARCH(p,q) 模型 [5]。它的主要模型结构为

$$\begin{cases} r_{r} = \mu + \sum_{t=1}^{m} \phi_{i} r_{t-i} + \varepsilon_{t} + \sum_{j=1}^{n} \theta_{j} \varepsilon_{t-j} \\ \varepsilon_{t} = \sigma_{t} \cdot e_{t}, e_{t} - N(0, 1) \\ \sigma_{t}^{2} = \omega \sum_{i=1}^{q} \alpha_{i} \varepsilon_{t-i}^{2} + \sum_{j=1}^{p} \beta_{j} \varepsilon_{t-j}^{2} \end{cases}$$

$$(1)$$

 $\mathrm{ARCH}(p,q)$ 模型主要有两部分构成。第一部分是上面结构中的第一个式子 $r_r = \mu + \sum_{i=1}^m \phi_i r_{i-1} + \sum_{i=1}^m \phi_i r_{i-1}$

 $\epsilon_t + \sum_{j=1}^n \theta_j \epsilon_{t-j}$ 表示收益率数据生成过程(均值过程),其服从 $\operatorname{ARMA}(m,n)$ 过程。其中绝对残差序列 ϵ_t 不是单纯的白噪声过程,而是一个条件异方差过程。在已知信息的 $I_{t-1} = \{R_s, \epsilon_s; s \leqslant t-1\}$ 条件下,假设绝对残差的条件概率分布为正态分布,则具有时变的条件方差: $\epsilon_t \mid I_{t-1} \sim N(0,\sigma_t^2)$, $t=1,2,\cdots,T$;第二部

分是条件异方差生成过程(方差过程),为公式中第三个式子:
$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2$$
。

Engle 和 Ng 于 1993 年提出非对称 GARCH 模型(AGARCH),其条件方差方程为:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \left(\varepsilon_{t-1} - \xi \right)^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \left(\omega > 0, \alpha, \beta, \xi \geqslant 0 \right)$$

1.2 Copula 金融风险模型多元 Copula-GARCH 模型

1995年,Sklar将 Copula 引入统计学中[6],表示把多个变量的联合分布与它们的边缘分布连接在一起的函数。之后 Nelsen^[7](1998)比较全面地介绍了 Copula 的定义、分类、构建方法以及相依性等,并且他又和 Joe^[8](1998)将 Copula 函数推广到条件 Copula 函数,为分析实际经济金融时间序列间的相关性提供了理论基础,有如下定理:

Sklar 定理 若 $F(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 是一个 n 维联合分布函数,其边缘分布函数为 $F_1(x_1),F_2(x_2)$, $\cdots,F_n(x_n)$,则一定存在一个 Copula 函数 C,使得

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = C(F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_n(x_n))_{\circ}$$

如果边缘分布是定义在[0,1]上的均匀分布,是连续的,则Copula函数是唯一的,反之,如果C为相应的Copula函数, $F_1(x_1)$, $F_2(x_2)$,…, $F_n(x_n)$ 为一元分布函数,那么 $F(x_1,x_2,\dots,x_n)$ 是具有边缘分布函数为 $F_1(x_1)$, $F_2(x_2)$,…, $F_n(x_n)$ 的联合分布函数。

由上述定理知,若联合分布已知,可求出其概率密度函数,推导如下[9];

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{\partial F(x_1, x_x, \dots, x_n)}{\partial x_1 \partial x_2 \dots \partial x_n} = \frac{\partial C(F_1(x_1) F_2(x_2) \dots F_n(x_n))}{\partial x_1 \partial x_2 \dots \partial x_n} = \frac{\partial C(u_1, u_2, \dots, u_n)}{\partial u_1 \dots \partial u_n} \times \prod_{i=1}^n \frac{\partial F_i(x_i)}{\partial x_i} = c(u_1, u_2, \dots, u_n) \times \prod_{i=1}^n f_i(x_i),$$
(2)

其中, $f(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 是 $F(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 的概率密度函数, $c(u_1,u_2,\cdots,u_n)$ 是 Copula 函数的密度函数, $u_i=F_I(x_i)$, $i=1,2,\cdots,n$,表示 X_1,X_2,\cdots,X_n 之间的相关结构,后一部分 $\prod f_i(x_i)$ 为边缘密度函数的乘积。Copula 函数的类型很多,本文主要涉及以下两类。

1.2.1 椭圆族 Copula 函数

椭圆族 Copula 函数分布性质比较容易掌握,而且也比较容易模拟,所以在实际应用中比较广泛。本文主要涉及有 Gaussian-Copula 模型和 t-Student-Copula 模型。

(1) Gaussian-Copula 模型

Gaussian-Copula 模型分布为: $C_R^N(u_1, \dots, u_n) = \Phi_R(\phi^{-1}(u_1), \dots, \phi^{-1}(u_n))$, 其中 Φ_R : 标准多元正态分布的分布函数, 其相关系数矩阵为 \mathbf{R} ; ϕ^{-1} : 单维标准正态分布函数的逆函数。分布函数和密度函数分别为(3),(4)。

$$C_{R}^{N}(u,v) = \int_{-\infty}^{\phi^{-1}(u)} \int_{-\infty}^{\phi^{-1}(v)} \frac{1}{2\pi \left(1 - R_{12}^{2}\right)^{\frac{1}{2}}} \exp\left\{-\frac{s^{2} - 2R_{12}st + t^{2}}{2(1 - R_{12}^{2})}\right\} dsdt$$
(3)

$$c(\phi(x_1), \cdots, \phi(x_n)) = \frac{\frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} |\mathbf{R}|^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2}\mathbf{x}^{\mathsf{T}}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{x}\right)}{\prod_{i=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}x_n^2\right)}$$
(4)

其中R是相关系数矩阵。

二元正态 Copula 函数具有对称性,可以描述经济金融变量间对称的静态相关关系。

(2) t-Student-Copula 模型

t-Student-Copula 模型的分布函数和密度函数分别为(5),(6)。

$$C_{t}(u,v) = \int_{-\infty}^{t^{-1}(u)} \int_{-\infty}^{t^{-1}(v)} \frac{1}{2\pi (1-R_{12})^{\frac{1}{2}}} \exp\left\{1 - \frac{s^{2} - 2R_{12}st + t^{2}}{v(1-R_{12}^{2})}\right\} dsdt$$
 (5)

$$c(u_1, u_2, \cdots, u_n; \rho, v) = T_{\rho, v}(T_v^{-1}(u_1), T_v^{-1}(u_2), \cdots, T_v^{-1}(u_n))$$
(6)

$$c(u_1, u_2, \dots, u_n; \rho, v) = \frac{\frac{1}{|\boldsymbol{\rho}|^{\frac{1}{2}}} \Gamma\left(\frac{v+n}{2}\right) \left[\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)\right]^{n-1}}{\left[\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)\right]^n} \frac{\left(1 + \frac{1}{v} \zeta' \boldsymbol{\rho} \zeta\right)^{-\frac{v+n}{2}}}{\prod_{i=1}^{n} \left(1 + \frac{\zeta_i^2}{v}\right)^{-\frac{v+1}{2}}}$$
(7)

其中 ρ 为对角上的元素为 1 的对称正定矩阵, $T_{\rho,v}(\bullet)$ 表示自由度为 v 相关系数为 ρ 的标准多元 t 分布, $T_v^{-1}(\bullet)$ 表示自由度为 v 的一元分布的逆函数。

1.2.2 Archimedean 族 Copula 函数

Genest 和 Mackay(1986) 给出了 Archimedean Copula 函数的定义如下:

定义 $\mathbf{1}^{[10]}$ 若函数 g(t) 满足 $(-1)^k \frac{\mathrm{d}^k}{\mathrm{d}t^k} g(t) \geqslant 0$, $t \in I$, $k = 0, 1, \cdots$, 则称 g(t) 在 I 上是完全单调的。

定义 $2^{[10]}$ 若函数 $\phi: [0,1] \rightarrow [0,\infty]$ 满足 (1) $\phi: [0,1] \rightarrow [0,\infty]$ 是连续严格递减的凸函数; $(2)\phi(0) = \infty, \phi(1) = 0; (3)$ $\phi^{-1}: [0,\infty] \rightarrow [0,1]$ 是完全单调函数,则称 $C(u_1, \dots, u_n) = \phi^{-1}(\varphi(u_1) + \dots + \varphi(u_n))$ 为 n 元 Archimedean Copula 函数。其中 $\phi: [0,1] \rightarrow [0,\infty]$ 称为 Archimedean Copula 函数的生成元。

令 $\{y_{1t}\}_{t}$, $t=1,\cdots,T,\{y_{Nt}\}_{t}$, $t=1,\cdots,T$ 表示 N 个资产的收益率序列,这里用 t-GARCH(p,q) 和 Copula 理论对它们建立主要模型如下:

$$y_{nt} = \mu_{n} + \varepsilon_{nt}$$

$$\varepsilon_{nt} = h_{n}^{\frac{1}{2}} \xi_{nt}$$

$$h_{nt} = \omega + \sum_{i=1}^{p} \alpha_{ni} \varepsilon_{n-i}^{2} + \sum_{j=1}^{q} \beta_{nj} h_{n-j}$$

$$\sqrt{\frac{v_{n}}{v_{n} - 2}} \cdot \xi_{nt} | I_{t-1} \sim t(v_{n})$$

$$(\xi_{1}, \xi_{2}, \dots, \xi_{N}) | I_{t-1} \sim C(T_{v1}(\xi_{1}), \dots, T_{v_{N}}(\xi_{N}) | I_{t-1})$$
(8)

其中 C 是 N 元 t-Copula 函数, $T_{v_N}(ullet)$ 表示均值为 0,方差为 1,自由度为 v_N 的标准 t 分布函数 $^{[11]}$ 。

2 我国股票市场的实证分析

2.1 样本数据的选取和处理

样本选取时间段为 2010 年 1 月 25 日至 2012 年 10 月 28 日的上证综指(000001) 和深证成指 (399001) 构成的投资组合(等权重) 的日收盘价的原始数据为研究对象,共 713 个收盘价数据。数据来源于大智慧软件,分析采用 Eviews5. 0 软件和 Mathcad 软件。设 p_t 为资产在 t 时刻的收盘价, $r_t = 100 \ln(p_t/p_{t-1})$ 表示该资产从时刻 t-1 到时刻 t 的收益率, $t=1,2,\cdots,n$ 。 μ 为日收益率的均值, σ 为日

收益率的标准差,资产在这
$$n$$
个单位时间里的波动率 $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(r_i-\bar{r})^2}$ 。

2.2 数据的统计特征分析

利用 Eviews5. 0 对数据进行描述,对原始数据价格指数做趋势图,见图 1 和图 2。

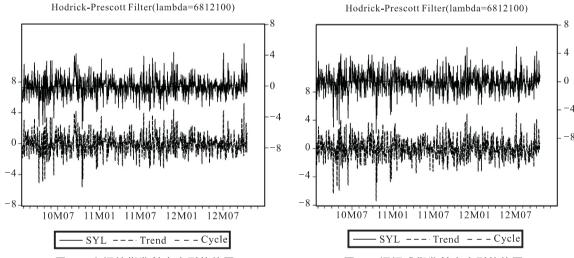


图 1 上证综指收益率序列趋势图

图 2 深证成指收益率序列趋势图

从上证综指和深证成指的收益率走势图看出,期望收益率为零,体现了一定的随机波动性,日收益率序列波动呈现出明显的时变性、突发性和群聚效应。

2.2.1 收益率序列的正态性检验

假设随机误差 u 服从正态分布。常用的正态性检验是 Jarque-Bera 检验,简称 JB 检验。

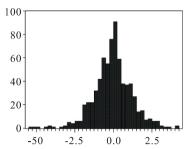
偏态系数
$$SK = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} \; (x_i - \overline{x})^3}{n\sigma^3}$$
,峰度系数 $KU = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} \; (x_i - \overline{x})^4}{n\sigma^4} - 3$, $JB = \frac{n}{6} [SK^2 + \frac{KU^2}{4}]$

在正态性假设下,JB 检验量渐进服从自由度 2 的 γ^2 分布。

样本的偏度和峰度的值分别是 $-0.243\ 014,4.698\ 256$ (正态分布偏度为 0,4 4) 0.300 0.31 0.31 0.31 0.32 0.33 0.34 0.35 0.34 0.35 0.35 0.35 0.36 0.36 0.36 0.37 0.38 0.39

样本的偏度和峰度的值分别是 $-0.193\ 157,4.612\ 367$ (正态分布偏度为 0,峰度为 3), $JB=81.552\ 62$,检验的概率为 0。

从图 3 和图 4 可以看出日收益率呈左偏、尖峰厚尾形态;其正态性检验也证实了收益率 r 偏离正态分布。





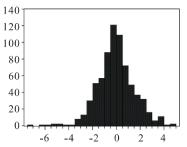




图 3 上证综指收益率数据正态统计分析图

图 4 深证成指收益率数据正态统计分析图

2.2.2 收益率序列的自相关性分析

自相关系数 AC 的计算式为 $r_{\tau} = \frac{\sum\limits_{t=1}^{T-\tau}(y_t-\bar{y})(y_{t+\tau}-\bar{y})}{\sum\limits_{t=1}^{T}(y_t-\bar{y})^2} r_{\tau}$ 表示 τ 阶自相关系数,若 r_{τ} 较大,则这个

序列存在自相关,滞后 τ 期的偏自相关系数 PACF 是 y_t 对 y_{t-1} ,…, y_{t-r} 回归时 y_{t-r} 的回归系数,滞后 P 期的 Ljung-Box-Q 统计量 $Q_{LB}=T(t+2)\sum_{j=1}^p\frac{r_j^2}{T-j}$, Q_{LB} 可以检验序列是为白噪声过程。它们各自的自相关分析图分别如图 5 ,图 6 。

Date: 01/22/13 Time: 15:42 Sample: 1/25/2010 12/28/2012 Included observations: 712						
Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
4	(6)	1	-0.017	-0.017	0.2055	0.650
4	(1	2	-0.021	-0.021	0.5208	0.771
	19	3	0.051	0.051	2.4225	0.489
6	6	4	-0.045	-0.044	3.8708	0.424
- 0	1 0	5	0.024	0.024	4.2710	0.511
10	1 ()	6	-0.006	-0.010	4.2951	0.637
- (8)	1 1	7	0.069	0.075	7.7660	0.354
di .	1 6	8	-0.034	-0.037	8.5835	0.379
di di	161	9	-0.023	-0.018	8.9706	0.440
- 0	1 0	10	0.046	0.035	10.494	0.398
10	1 10	11	-0.016	-0.005	10.679	0.470
ili i	i ili	12	0.011	0.008	10.765	0.549
- 0	1 0	13	0.021	0.017	11.083	0.604
- 0	100	14	0.025	0.027	11.537	0.643
- iii	1	15			11.689	
ili.	1 16		-0.007		11.720	
di .				-0.044	12.645	
ili.	1 1		0.005		12.661	0.811
	10	19			14.608	0.747
16	1 6			-0.014	14.754	0.790
- 1	1 1			-0.018	14.907	
1	1 2			-0.019	15.068	
mi.	, m			-0.088	21.411	0.556
2.	2		-0.087		27.009	0.304
7,	1 7	25			27.285	0.342
14		26	0.018		27.522	0.382
2	1 2		-0.049		29.334	0.345
T.	1 1	28		0.052	31.579	0.343
7	7.			-0.051	33.314	0.265
71	1 3	30			33.328	0.203
1	1 1			-0.008	33.336	0.354
1	1 1			-0.012	33.465	0.396
1	1 2			+0.012	33.604	0.396
1	1 1				34.138	0.438
1	1 1				34.148	0.509

Date: 01/23/13 Time: 11:17 Sample: 1/25/2010 12/28/2012 Included observations: 712						
Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
ılı.	1 (6	1	0.005	0.005	0.0211	0.884
(6)	d (2	-0.036	-0.036	0.9520	0.621
10	(8)	3	0.055	0.056	3.1394	0.371
d)	6	4	-0.048	-0.051	4.8247	0.306
- 0	0.0	5	0.027	0.032	5.3315	0.377
(d)	1 6	6	-0.019	-0.027	5.5926	0.470
1 18	(8	7	0.083	0.092	10.593	0.157
6	0	8	-0.049	-0.060	12.326	0.137
(1)	1 (6)	9	-0.011	0.004	12.421	0.191
10	1 ()	10	0.026	0.008	12.923	0.228
(0)	(0.	11	-0.004	0.013	12.935	0.298
(1)	(h	12	0.012	0.002	13.044	0.366
10	0	13	0.006	0.012	13.073	0.442
10	0	14	0.016	0.008		
(0)	1 (6)	15	-0.016	-0.009	13.457	
- 0	1 0			-0.006		
(0)	6	17	-0.035	-0.041		
(0)	0	18	-0.005	0.000		
- 1	(b)	19	0.067	0.063	17.653	0.546
(6)	4	20		-0.025	18.152	
(1)	(0)	21		0.010	18.213	
(6)	4	22	-0.022	-0.028	18.571	0.672
(4)	E .			-0.081		
B)	B	24	-0.075	-0.080	28.550	0.238
100	(0)	25	0.005	0.006	28.568	
1)	0	26	0.031	0.019		0.299
(4)	4	27	-0.048	-0.034	30.949	0.273
19	()	28		0.051		
(0)	(1)			-0.030		
10	0			0.021		
(1)	1 0	31	0.028		34.127	
10	1 ()	32	0.004	0.007	34.138	0.365
10	1 (1)	33	0.012		34.239	
6	4			-0.029		
40	1 1			-0.016		0.430
4	I di	36	-0.028	-0.017	36.380	0.451

图 5 上证综指收益率序列的自相关分析图

图 6 深证成指收益率序列的自相关分析图

2.3 GARCH 的参数估计

通过以上分析研究,选择 GARCH(1,1),对金融收益率波动特征的刻画能较好地完成,选用误差项服从 t- Student 分布或者广义误差分布(Generalized Error Distribution,QED) 代替正态分布更好地刻画资产收益率分布的尖峰厚尾等特征。通过得到的 ARCH 效应检验结果,构造最适宜的 GARCH(1,1) t 模型[12]

$$\begin{cases} r_{t} = \mu + \varepsilon_{t} \\ \varepsilon_{t} = h_{t}^{\frac{1}{2}} \xi_{t} \\ h_{t} = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^{2} + \beta h_{t-1} \\ \sqrt{\frac{v}{h_{t}(v-2)}} \cdot \xi_{t} | I_{t-1} \sim t(v) \end{cases}$$

$$(9)$$

对模型用极大似然法进行参数估计,似然函数为样本 $(x_{1t},x_{2t},\cdots,x_{Nt})$, $t=1,2,\cdots,T$ 的对数似然函数为:

$$\ln(\theta) = \sum_{t=1}^{T} \ln(c(F_1(x_{1t}; \theta_1), F_2(x_{2t}; \theta_2), \dots, F_N(x_{Nt}; \theta_N); \theta_c) + \sum_{t=1}^{T} \sum_{i=1}^{N} \ln f_i(x_{it}; \theta_i) . \tag{10}$$

利用 Mathcad 软件,根据对数似然的模拟程序:

Step1,用极大似然方法估计边缘分布函数的参数: $\theta_n = \operatorname{argmax} \sum_{t=1}^T \ln f_i(x_u, \theta_i)$;

Step2,代入似然函数估计 Copula 函数的参数向量 θ_c ;

$$\hat{\theta}_c = \operatorname{argmax} \sum_{i=1}^{T} \ln(c(F_1(x_{1t}; \hat{\theta}_1, \dots, F_n(x_{nt}; \hat{\theta}_n); \theta_c)))$$

再通过 2010 年 1 月 25 日至 2012 年 10 月 28 日的上证综指和深证成指构成的投资组合(等权重)的 713 个收盘价数据来估计模型的参数。计算过程利用 Mathcad 软件进行,结果如下:

表 1 边缘分布模型 GARCH(1,1) 的参数估计及检验结果

样本	μ	ω	α	β	自由度	似然对 数值	K-S 统 计量
上证综指	- 0 . 144 3	0.161 0	0.091 3	0.883 1	1.1000	-1 568.02	0.023 5
工业标组	(0.0910)	(0.060 4)	(0.1090)	(0.100 6)	(0.0787)		
次江 出北	- 0.084 3	0.094 6	0.031 3	0.083 1	1.139 0	— 1 370 . 05	0 022 7
深证成指	(0.0910)	(0.060 4)	(0.1090)	(0.100 6)	(0.0787)		0.023 7

注:括号中的值为相应的标准差。

表 2 多元正态 Copula 函数相关参数矩阵的估计结果

样本	上证综指	深证成指
上证综指	0.520 4	0.4617
深证成指	0.531 3	0.5108

从以上分析,本文基于 Copula-GARCH 模型,充分结合残差项服从正态分布、t-Student 分布两种假设,分析我国上证综指和深成指的风险价值 VaR,从表 1 的标准差以及对数似然值,收益率序列自身的波动对收益有较大的影响,可知该模型能够有效描述各经济金融变量的波动性,从表 2 可以看出边缘分布特征与资产之间的非线性相关结构的存在。

3 总结

系统介绍了 Copula 函数的理论,深入研究风险价值 VaR,应用基础的概率统计理论知识给出了求解资产组合风险度量的具体步骤。通过以上分析可以发现,我国股票市场的股票收益率呈现一些相似的描述性特征:序列的平稳性,高峰厚尾非正态性,波动聚类性和 ARCH 效应。外部冲击对中国股市的影响持续时间较长,总体风险较大,风险较高。边缘分布特征与资产之间的非线性相关结构的存在,借助Copula 函数计算投资组合 VaR 较传统方法更有效,使得投资组合的风险度量和最优投资策略得到更定量的描述。

参考文献:

- [1] Philippe Jorion. Risk²: Measuring the risk in value at risk[J]. Financial Analysts Journal, 1996, 52(6): 47-56.
- [2] Paul H Kupiec. Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models[J]. The Journal of Deivatives, 1995, 3(2): 73-84.
- [3] 王春峰. 金融市场风险测量模型-VaR[J]. 系统工程学报,2000,15(1):67-75.
- [4] 张妮,杨一文.基于 Copula 理论的宏观经济与股票市场相关性研究[J].价值工程,2014(33): 3-6.
- [5] BOLLERSLEV T. Generalised autoregressive conditional eteroskedasticy[J]. Journal of Econometrics, 1986, 31(3): 307-327.
- [6] SKLAR A. Fonctions de répartition àn dimensions et leurs marges[J]. Publications de I Institutde Statisique de 1 Université de Paris (in French), 1959, 8; 229-231.
- [7] NELSEN R B. An Introduction to Copulas[M]. New York: Springer, 1998: 88-89.
- [8] Satishs Iyengar. Multivariate models and dependence concepts[J]. Technometrics, 1998, 40(4): 348-349.
- [9] 张尧庭. 连接函数 Copula 技术与金融风险分析[J]. 统计研究,2002(4): 48-51.
- [10] 李述山. 阿基米德 Copula 函数的拟合检验[J]. 统计与决策,2012(12): 76-78.
- [11] 韦艳华,张世英. 金融市场的相关性分析—Copula-GARCH 模型及其应用[J]. 系统工程,2004,22(4): 7-12.
- [12] 陈守东,俞世典.基于 GARCH 模型的 VaR 方法对中国股市的分析[J]. 吉林大学社会科学学报,2002(4): 11-17.

(编校:李哲峰)