

PDF-PAPER2015004

我国股票挂钩结构性理财产品的 设计创新与推荐¹

摘 要

在我国经济迅速发展以及居民储蓄量快速增加的背景下，金融市场上对于理财产品的需求大大提高，同时从商业银行角度讲，不仅要面对同业之间的竞争，也要面对资本市场存贷款利差减小的问题，面对日益激烈的竞争环境，商业银行逐渐将重心从传统业务向中间业务过渡，理财产品自然成为了重点开发的渠道。为了满足金融市场对理财产品的需求，商业银行针对不同投资的特点开发了多种理财产品，而结构性理财产品因其自身结构具备的多样化特点逐渐被广泛关注。

我国商业银行开展结构性理财产品的时间较晚，但其发展非常快速，在短短几年时间内，其种类和发行规模都得到了非常迅猛的增长。结构性理财产品融合固定收益证券和金融衍生合约的特点，具有灵活多样性，与传统的理财产品相比较，在保证较低风险的前提下，能够提供一个较高的收益，因此迅速受到投资者的青睐。

本文主要针对股票挂钩结构性理财产品，研究其设计结构，对产品进行评估，创新性地提出符合投资者自身需求特点的产品价格以及结构设计方法，并构建出针对不同类型投资者的产品推荐方法。研究内容包括：第1章阐述研究背景以及研究的目的和意义，总结了近年来相关国内外文献的研究现状；第2章对股票挂钩结构性产品基本概念及相关理论进行了介绍，并以风险收益特征为出发点对我国市场上正在交易的结构性产品进行了分类；第3章总结了股票挂钩结构性理财产品设计的基本框架，以产品收益特征为划分标准，选取具有代表性的产品进行实证分析，结果表明我国股票挂钩结构性理财产品的设计多为低风险类型，在此基础上剖析了我国股票挂钩结构性理财产品在设计方面存在的问题；第4章从投

¹ 本论文由哈尔滨工业大学经济与管理学院的金维全撰写，指导老师为孙佰清。

投资者收入、储蓄以及对应理财产品的预期收益和风险入手,运用效用理论,提出了一种全新的可针对不同投资者特点的产品价格设计方式,最后结合投资者风险偏好特点,推导出产品设计模型,通过对投资者偏好进行模拟,给出了适合其偏好的产品结构;第5章从风险偏好入手,结合赌博当量法推导了投资者效用函数,进一步对其进行标准化,构建出一种新的可以对产品进行量化分析的推荐方法,并选取代表性数据对所提出的推荐方法进行了实证分析。

关键词: 股票; 结构性产品; 蒙特卡洛; VaR; 推荐方法

ABSTRACT

With the continuous development of China's economy and residents savings rapidly increase, the demands for the financial product is also increasing. While on the perspective of commercial banks, they not only have to face the competition among peers, but also have to face the problem of loan spreads in the capital market. On the face of increasingly fierce competitive environment, commercial banks will gradually focus to the middle of the transition from traditional business operations, financial products naturally become the focus of the development of channels. In order to meet the demand of financial products in financial markets, commercial banks developed a variety of financial products according to the different investment characteristics, while structured financial products have gradually been widely concerned for their diverse characteristics of its structure.

The structured financial products that commercial banks of China to carry out are later than foreign countries, but its development is very rapid, the type and issue size have been increased rapidly in just a few years. Structured financial products have flexible diversity through combing with the characteristics of fixed income securities and financial derivatives contracts. Compared with the traditional financial products, it can provide a higher return under the condition of low risk, so it quickly favored by investors.

This paper focuses on the equity-linked structured financial products, to study its design structure, evaluate the product, creatively put forward the price and structure design method which in line with the characteristics of its investor, and build the products recommended methods for different types of investors. The research contents include: The first chapter describes the research background, the purpose and significance of the study, summarizes the research status of the related literature at home and abroad in recent years; The second chapter introduces its basic concept and theory, and from the perspective of risk and return, we classify the structured financial products that are in circulation in the market; The third chapter summarizes the basic framework for equity-linked structured financial product design, then select representative products and make some empirical analysis, results proved that the equity-linked structured financial products of China are almost low risk types,

according to the above analysis result, this paper analyzes the design problems of equity-linked structured financial products in China; The fourth chapter starts from the investors' income, savings and the expected return and risk of the corresponding financial products, puts forward a new product design model according to different investor characteristics, deduces the product design model combining with the characteristics of the risk preferences of investors and gives the product structure suitable for the preference through the simulation of investor preference; The fifth chapter starts from the risk preference, to deduce the utility function of investors with gambling equivalent method, construct a new recommend method which can quantitative analysis for product through further standardize and carry out empirical analysis by the proposed design and recommend methods.

Keywords: Stock, Structured products, Monte Carlo, Value at Risk, Recommended method

目 录

第 1 章 绪论	1
第 2 章 股票挂钩结构性理财产品概述	9
第 3 章 股票挂钩结构性理财产品设计分析	18
第 4 章 股票挂钩结构性理财产品设计创新与实证	34
第 5 章 股票挂钩结构性理财产品的推荐	48
结 论	58
参考文献	59

第1章 绪论

1.1 研究背景

在我国经济迅速发展以及居民储蓄量快速增加的背景下，金融市场上对于理财产品的需求大大提高，对于商业银行来讲，不仅要面对同业之间的竞争，也要面对市场环境上存贷款利差减小，这要求银行将重心从传统业务过渡向中间业务。为了满足金融市场对理财产品的需求，即不同类型投资者对投资的不同偏好，商业银行针对不同的投资特点开发了多种理财产品，而结构性理财产品因其自身所具备的特点逐渐被广泛关注。

对于商业银行来讲，在这一环境下，逐渐将重心从传统业务过度向中间业务，而理财产品也成为了银行经营的重中之重，金融市场对理财产品的需求，以及自身可针对投资者设计的特点，成为了新的利润增长点。与此相对应，随着投资者对理财产品理解的不断加深，投资更趋向个性化，这要求对于市场的占有不再是简单的量上覆盖，而是需要具有针对性，这也为结构性理财产品的发展提供了广阔的空间。

作为新兴的金融衍生品，结构性产品同样具有衍生品所具有的结构复杂的特点，主要有：1、产品挂钩标的物具有多样化的特点；2、产品设计条款比较复杂，在其定价方面，由于标的物常涉及期权，所以其定价不仅包括固定收益债券同时也涵盖了相关期权的定价。因此，准确了解实际产品在其结构、风险及收益等特点对于投资者来讲具有一定难度。

根据我国当前的经济形势，一方面商业银行面临业务转型，另一方面投资者对于投资的多样化需求不断增加，在我国，结构性产品将会持续保持高速发展的趋势。首先，经营环境的改变要求银行在原来主要靠存贷款获得利润的方式外寻找新的获利模式。2008年以来央行的上调存款利率以及对三类保证金的新规定，使得商业银行的揽存能力面临巨大的挑战。而理财产品属于银行中间业务，属于表外业务，不受监管部门对商业银行存贷比的约束，因此，迅速发展成为商业银行争夺客户的重要手段。其次，根据前面的分析，我们也知道投资者已经逐渐转变为理性投资，表现为对于个性化的投资产品的需求的增加，而这样的环境也促

进了结构性产品的进一步发展。

现如今已成为商业银行新的获利手段的结构性产品，虽然可以预期其未来的巨大发展潜力，但是仍应该注意到其所具有的风险，2008 年的“零收益”风波正是一次经验教训。事件过程如下：2007 年 A 股市场的牛市，单边上扬，根据历史数据可知，国内各指数都有巨幅上涨，但是在理财产品上的投资却为零，因而不断投诉、抱怨。由于国内投资者对于新型结构性产品在不了解情况下的盲目跟进，更重要的是因为我国结构性产品市场存在缺陷，且并不完善，从商业银行角度来讲，多为单纯的复制，而不是根据实际情况出发，导致的结果就是有规模、数量多，但是类型单一，最终致使产品同质化问题过于严重。故本文以此为出发点，以我国已发行的几类著名股票结构性理财产品为案例进行分析，总结其存在的缺陷，为股票结构性理财产品的个性化设计提供解决方案，进一步研究投资者市场，对投资者市场进行细分，以达到将不同种类的产品推荐给合适并有意愿购买的投资者，使得发行者与投资者共同获益。

1.2 研究目的和意义

本文对结构性产品进行研究，总结其所属市场的特点以及设计现状，进行评价分析，提出针对性的产品设计、推荐方案。研究的目的是针对产品市场同质性严重的问题寻找结构性理财产品的一种针对性个性化设计方案，以及为满足投资者个性化投资需求提供推荐方法。该研究对我国结构性产品及其相关市场的建设发展具有重要的理论意义和应用前景。

（1）建设我国股票挂钩产品业务的需要

我国商业银行长期处于分业经营，导致我国银行普遍具有较好的渠道优势特征，但是正因如此，致使银行整体对结构性理财产品的创新动力匮乏，国内商业银行也普遍采取从国外引进，或者单纯的模仿其做法，而很少有结合自身特点，并针对投资客户群体进行设计，而 2008 年初发生的“零收益事件”即是投资者与银行互不了解的典型例子。另一方面，期权市场的限制也使得国内存在融资困难的问题，进而导致一些券商也具备了对于衍生产品的定价以及避险的能力。但是，股票挂钩结构性产品一直没有能够上市，这直接导致了投资工具的不足，对于券商来讲，也削弱了其利润增长潜力。

（2）商业银行提升自身竞争力的需要

金融机构之间的竞争使得其自身经营遇到的压力越来越多，自从中国加入 WTO 后，国内金融机构又需要面临新的来自国际同业的竞争压力。

这样的竞争环境要求国内一直以吸收存款为主要利润获取渠道的金融机构尤其是银行进行业务转型。一方面，要求商业银行进行业务转型，主动开展中间业务以获取资金，另一方面，要求银行加强对新市场的开拓，主要方式是开发新型产品以及开拓新客户，股票挂钩结构性产品所具有的自身特点使其越来越受期待。

结构性产品因其挂钩标的物的多样性，可以针对投资者进行设计，同时其多样性的特点也在一定程度上缓解过去金融市场产品种类有限的矛盾，在扩大金融产品提供范围的同时，也完善了市场细分，使得在整个经济周期内都有相对应的金融产品满足不同投资者的需要，这也提高了对投资者的吸引力。从金融机构的角度出发，金融机构根据投资者的需求以及对市场的预期设计出不同风险、不同收益的新产品，可以有效地使自己同其他金融机构相区别。对结构性产品设计的不断加深也是对投资者了解的不断加深的过程，反过来也会促进金融机构对产品设计的创新，形成一个良性循环，进一步可以提高对市场的占有率，成为有力的竞争者。

（3）满足投资者的理财需要

通过嵌入金融衍生品进而将得到可以进行信用评级的固定收益产品即为结构性金融产品开发过程，同时还可以将投资者的需要考虑其中，具体体现就是银行产品的形式以及上市交易证券的形式，还可以包括其他投资工具。结构性金融产品设计上的灵活性、多样性克服了较多的限制，在保证风险的同时获得较高的预期收益。此外，由于结构性金融产品可以嵌入金融衍生品，所以对此类产品的投资者也相当于部分进入衍生交易市场，这种形式规避了监督，并为投资者自身降低了投入成本。结构性产品由于其自身的灵活性扩展了投资市场，也为银行开阔新的局面，市场上提供了更全面的投资产品，进而可以更好地分散投资者面临的风险，通过构建投资组合可以降低不必要风险，在保证基本收益的前提具有更高的潜在收益。

1.3 研究现状综述

自上世纪 70 年代结构性金融产品问世以来，其自身所具有的特点吸引了金

融机构的极大重视，并得到了迅速的发展。随着产品的普及，数据的大量更新，结构性金融产品的理论研究也得到了较大的数据支撑而获得快速发展。

1.3.1 国外研究现状

对于结构性产品定价的理论研究，主要有国外的学者从投资的理论模型、量化的角度进行了研究，重要的文献也多由此发表。定价的基本方法主要是对产品进行分解，而由于结构性产品嵌入了金融衍生品，对其定价研究就成为了整体难点。

关于金融产品的定价研究主要起源于 Black 和 Scholes^[1]，之后又有学者研究了极值期权定价^[2]以及普通障碍期权^[3]；Satyajit Das 在前人研究基础上又对结构性产品的基本特征等问题进行了深入研究^[4]；Matthias 针对 Turbo 凭证和 OTC 市场结构性衍生产品进行了定价研究^[5]。

实证方面，S. Burih, T. Kraus, H. Wbhlwend 以及 R Baule, O Entrop, M Wilkens 等人分别就相关问题对瑞士金融市场和德国市场进行了研究^[6,7]；Boyle 以 B-S 模型为基础对美国的收益封顶型产品进行了详细地分析，证明了存在折价发行，结果表明计算出的理论价格要高于实际发行价格并高达 6.5% 左右^[8]；Carlin 构建了新的定价模型，用于分析定价与其他各种因素的关系，得出的结果表明针对市场上同质化的产品，仍然存在定价相互区别的现象，而且定价的程度与产品设计构架的复杂程度呈现一定的正方向关系^[9]。

1.3.2 国内研究现状

（1）产品设计方面

廖綺根据市场统计分析，认为结构性产品占据了大部分的低收益理财产品份额，而造成这一现象的主要原因则在于产品设计能力的低下，并做了实证分析^[10]；杜平针对“零收益”事件通过统计分析得出结论，认为与资本市场相关，产品结构设计不合理，并提出研发以及市场运作能力也能够提高设计水平^[11]；谭莹，李舒、李明以及张磊认为我国商业银行结构性理财产品的发展还远不成熟，具备很大的增长空间^[12,13,14]；崔海蓉等研究了通胀风险下的设计^[15]。

（2）产品定价与收益确定方面

李畅首先阐述分析了产品市场现状，最后利用蒙特卡罗模拟方法进行了定价

以及绩效等方面的研究^[16]。姜礼尚针对现货市场上存在的产品构建相应的数理模型,主要针对结构性产品在设计中的参数确定问题,探讨了其与模型求解的关系^[17,20];崔海蓉等则从行为特征入手,分析市场上博弈双方的特点,进而构建了符合双方期望的蕴含了一种类似障碍期权的产品^[18];徐承龙等人给出了多层波动区间触发型产品价格的封闭解^[19];任敏、陈金龙通过使用风险中性定价法,也得出了类似的封闭解^[21];吴强对交通银行推出的两款产品进行偏微分求解,给出了产品价格的封闭解^[22];钱文礼则针对产品的风险注重介绍,同时给出了 CPPI 和 TPPI 策略^[23];梁曦、黄思达、魏达以及吕志峰等均利用据蒙特卡洛模拟思想针对实际产品做了实证研究,发现国内与国外市场的区别是国内结构性产品市场多为溢价发行^[24,25,26,27];伍崑选取了多支产品,不仅是国内的也包括国外的产品从多个角度进行了比较研究,并指出结构性产品并不是越复杂对应的收益就更高,而是产品市场的吸引力更在于简单的结构,并且能够在市场上更容易流通^[28]。

(3) 理财产品创新方面

黄存明提出针对我国金融环境不支持创新、监管不完善的问题提出需要开展新的模式探讨,提出人才的培养才是创新的核心^[29];黄国平对银行模式进行评价^[30];袁增霆等人认为在进行产品的创新设计时内在结构的构建,如风险转移、流通货币的弹性等是促进设计开发的更重要因素^[31];李瑞红认为理财产品创新的风险表现有市场性、扩张性等风险^[32];谢海霞利用模糊评价方法检验了风险^[33]。

1.3.3 国内外研究现状评述

综合来看,国外关于相关产品的研究相对是非常深入的:研究发现产品普遍折价发行,并与产品结构相关。但是研究侧重理论,导致理论的研究与实践操作的脱节问题,实证研究的结论存在实用性问题。而在国内则因为发展时间的短暂,随之而来的对其进行的理论研究也相对较薄弱,总结国内研究文献,多研究在营销、推广等方面,这对本文研究的内容有一定挑战。国内的研究当中,对结构性产品的定价研究之前主要集中于股权挂钩类结构性理财产品上,结果也与国外相反,大多数表现为溢价发行。

设计方面,结构性产品的特点自身就决定了对其结构的设计更侧重于对期权的构建,而在目前的研究当中,多关注产品类型划分、产品期限结构以及对相关实际产品进行实证研究,缺少本尚未见到。产品的风险收益分析,而重新构建组

合以满足多种投资环境的研究更少。

本文将在此方面尝试创新,研究一种针对投资者风险偏好特点的产品个性化设计方案,同时研究如何市场上针对已有产品以及投资者自身特点提供符合其偏好的推荐方法,在银行获得收益的同时给予投资者最完美的体验感受,达到双赢。

1.4 主要研究内容与方法结构

1.4.1 主要研究内容

首先,本文将研究我国结构性产品自设计的现状。从市场整体上来看,关于产品的设计等核心技术,仍然多数掌握在外资金融机构,核心技术的支持也使得其获得了大量的发行利润;而中资银行则是主要通过分销而主要获取代销费用,在设计方面缺乏竞争意识。这主要是因为在国内一直存在一定程度的存贷款利差,使得在参与产品设计上缺乏动力;其次,由于国内资本市场,尤其衍生品市场属于新兴发展起来,还并不发达,不能够有效反映设计产品的实际价值以风险。在这一点上,发达国家显然不具备这一隐患,衍生品市场的活跃与完善,确保了其开发机构能够准确地进行定价研究。以上因素同时导致了国内对产品多样化设计的不重视而盲目发行,而外国机构重在设计的局面。

其次,本文将从产品收益特征入手对产品进行分析,通过对市场上现有的结构性产品进行评估,总结出我国股票挂钩结构性理财产品设计存在的问题,进而针对这些缺陷推导出产品设计的改进方向并最终提出改进方案。国内商业银行对于结构性产品主要存在单纯模仿、仿制的问题,并没有针对市场环境进行有效改进,而这也造成了市场上流通的理财产品严重同质化的现象。针对这一现象,本文创新性地从效用函数入手,构建符合投资者个性化需求的产品结构,既符合投资者期望,也可以提高银行的利润收入点。

最后,对现货市场提出个性化的推荐方案。在理财产品现货市场上存在着产品种类繁多。但收益与风险却相似的多种产品,针对这一现象,本文从风险收益角度出发,利用效用函数构建股票挂钩结构性理财产品的个性化推荐方法,进而从投资者角度可以实现效用的最大化,从发行者角度实现资金回笼快、利润高的双赢局面。

1.4.2 研究方法与技术路线

(1) 理论研究。从结构性产品的风险收益入手,并结合投资者的偏好特征,对现货市场产品从收益性、风险性以及结构设计上进行评估;对产品价格以及结构的设计模型进行了创新,结合效用函数设计可以更让投资者接受的产品价格设计模型;在产品结构设计模型构建中结合投资者风险偏好特点,利用马克维茨均值方差模型以及效用函数推导出根据投资者自身投资偏好的有效投资组合,给出产品设计模型,实证结果表明设计方案可以反映出投资者的偏好并且能够针对性地设计出符合其预期的产品结构;结合赌博当量法对投资者效用函数进行推导,进一步对其进行标准化,最终构建出一种新的可以对产品进行量化分析的推荐方法,并给出具体的产品推荐流程。

(2) 蒙特卡洛模拟法。采用蒙特卡洛模拟法对股票价格运行趋势进行评价分析。对于股票挂钩结构性产品来讲,这一类产品的收益取决于在各观察日挂钩标的物的实际表现,运用蒙特卡洛模拟对其路径进行了仿真模拟。

(3) VaR 方法。从风险角度出发,利用 VaR 方法对模拟结果进行计算,结果显示目前我国银行推出的挂钩股票结构性理财产品的风险普遍比较低,基于 VaR 理论方法计算出的 95%置信度条件下产品的最大损失均比较低。

(4) 效用函数法。从风险偏好入手,结合赌博当量法对投资者效用函数进行推导,进一步对其进行标准化。指出当投资者作出最优的投资决策时,其投资组合一定是无差异曲线与有效投资组合曲线的切点。根据投资者构建的投资组合来计算出对于投资者的最优投资的期望收益与风险。在产品结构设计和推荐方法的公式理论推导方面均应用了效用函数法。

(5) 实证研究。通过分析我国市场上的股票挂钩结构性产品,进行定性及定量分析,结合案例分析,通过整理大量的股票挂钩结构性理财产品的相关数据,利用图表等形式对其挂钩股票特点,提出结构性理财产品的个性化设计方案,对产品结构设计模型和提出的产品推荐新方法进行系统地实证分析,验证了其有效性。

(3) 技术路线

本文的技术路线图如图 1-1 所示:

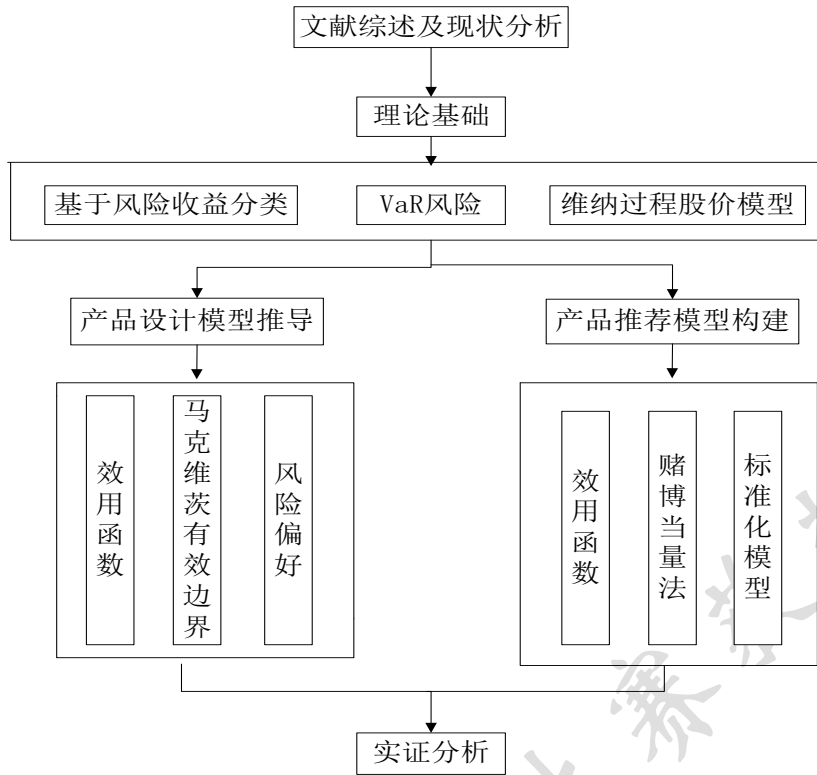


图 1-1 技术路线图

第2章 股票挂钩结构性理财产品概述

2.1 股票挂钩结构性产品的基本内容

2.1.1 产品定义

股票挂钩结构性产品是这样一类理财产品，产品以挂钩股票或其指数为参照，最终获得的收益也取决于挂钩标的物在持有期间的运行趋势，根据挂钩标的物的不同，可获得的收益分布也不同。通过对产品进行解析，从发行者角度，产品的结构需要由固定收益产品和期权产品两部分构成，其目的是为了保证产品的最低收益，提供一种规避风险的有效手段，而高收益部分则往往由挂钩标的物决定。

此类产品的结构不仅仅是对挂钩标的物的设定，同时还有几个重要的参数需要确定：保本率，即投资该产品可能获得的最低收益；参与率，决定了最高潜在收益，是与挂钩股票的比例；当然还有一些在合同中约定的条款，如有的产品可以在持有期间当产品达到某一条件时提前赎回。

2.1.2 产品分类

由于股票结构型产品的个性化特征，结合股票意味着产品的多可能性，因此根据该类产品不同的特征可以划分为多种情况，本文主要以产品收益特征为划分标准，以此为标准本文共划分一下几个类型：

1、区间触发产品往往挂钩一种或多种基础资产的价格，同时针对价格变动设立区间，根据不同的区间设置相应的收益。根据变动区间的设置不同，这类产品进一步分为金字塔区间型和上\下阶梯区间型两种。

金字塔区间型是指在产品发行时，挂钩标的即期价格处于小区间内，在小区间的范围外还设立了大区间，相应的收益公式表示为：

假设 $[L_1, H_1] \subseteq [L_2, H_2]$, $r_l < r_m < r_h$

(1) 如果 $L_1 \leq \underset{t \leq T}{\text{Min}} S_t \leq \underset{t \leq T}{\text{Max}} S_t \leq H_1$ ，则收益 $\text{payoff} = 1 + r_h$ ；

(2) 如果 $L_2 \leq \underset{t \leq T}{\text{Min}} S_t \leq L_1$ ，同时 $H_1 \leq \underset{t \leq T}{\text{Max}} S_t \leq H_2$ ，则收益 $\text{payoff} = 1 + r_m$ ；

(3) 如果 $\underset{t \leq i \leq T}{\text{Min}} S_i \leq L_2$, 或者 $\underset{t \leq i \leq T}{\text{Max}} S_i \geq H_2$, 则收益为 $\text{payoff} = 1 + r_l$;

其中 $[L_1, H_1]$ 和 $[L_2, H_2]$ 分别代表两个投资确定区间, $[L_1, H_1]$ 为小区间, 另一个为较大的区间, 另外 r_l 、 r_m 、 r_h 则意味着产品的投资可能收益; $[t, T]$ 为投资存续期间; 最后 S_i 为挂钩标的价格或变动率水平。

上\下阶梯产品则是设置多个障碍值, 根据产品达到不同障碍值而确定收益率, 这里以上阶梯型举例, 公式表示为:

假设 $H_1 < H_2, r_l < r_h$

(1) 如果 $\underset{t \leq i \leq T}{\text{Max}} S_i \leq H_1$, 则收益为 $\text{payoff} = 1 + r_h$;

(2) 如果 $H_1 < \underset{t \leq i \leq T}{\text{Max}} S_i \leq H_2$, 则收益为 $\text{payoff} = 1 + r_l$ 。

2、区间设计产品相对于上一类型产品的不同之处在于收益不只取决于某一天而是每一天的表现, 当当天挂钩标的的表现符合产品说明书上的要求时, 那么获得的收益将进行累计, 这样满足要求的天数越多则收益越高, 公式表示为:

$$\sum_{i=1}^z \frac{x_i}{N} Y_i$$

其中, z 为产品波动区间的数目, x_i 为对应 i 区间的收益率, Y 为天数, N 为产品总天数。

从上述分析, 可以看出区间触发产品时区间累计产品的一种特例。

3、收益极值型产品时这样一类产品, 收益不决定于所有挂钩标的物的平均表现, 而是其中某一只或几只的极值。根据极值分类, 共有三类极值产品: 收益极小值型产品, 收益极大值型产品和混合极值型产品。

(1) 收益极小值型产品的收益率计算公式:

假设 $r_{\min} = \underset{1 \leq i \leq n}{\text{Min}} \frac{S_{i,T} - S_{i,0}}{S_{i,0}}$, 则产品的收益直接取决于 r_{\min} 的大小, 即有

$$\text{payoff} = f(r_{\min});$$

(2) 收益极大值型产品的收益率计算公式:

假设 $r_{\max} = \underset{1 \leq i \leq n}{\text{Max}} \frac{S_{i,T} - S_{i,0}}{S_{i,0}}$, 则产品的收益直接取决于 r_{\max} 的大小, 即有

$$\text{payoff} = f(r_{\max});$$

(3) 混合极值型产品的收益率计算公式:

假设 $r_{\min} = \underset{1 \leq i \leq n}{\text{Min}} \frac{S_{i,T} - S_{i,0}}{S_{i,0}}$, $r_{\max} = \underset{1 \leq i \leq n}{\text{Max}} \frac{S_{i,T} - S_{i,0}}{S_{i,0}}$, 则产品的收益直接取决于

r_{\min} 、 r_{\max} 的大小, 即有 $\text{payoff} = f(r_{\min}, r_{\max})$;

上述假设中, n 为标的数量, $S_{i,0}$ 和 $S_{i,T}$ 则分别表示为在投资期间内挂钩标的的价格变动情况, 而 payoff 则是关于收益的函数。

4、多观察期收益阶梯型产品的收益受产品说明书中规定的观察日要求的挂钩标的的平均值, 平均值将决定产品收益。产品收益情况用公式表示为:

假设 $r_{\text{avg},j} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{S_{i,j} - S_{i,0}}{S_{i,0}}$, $r_{\text{avg}} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m r_{\text{avg},j}$, 则产品在整个持有期内的收益

为 $\text{payoff} = f(r_{\text{avg}})$ 。

上述假设中, n 为标的数量, $S_{i,0}$ 和 $S_{i,T}$ 则分别表示为在投资期间内挂钩标的的价格变动情况, $S_{i,0}$ 为期初价格, 那么有 $r_{\text{avg},j}$ 时某一观察期的投资组合的平均收益率, 而 payoff 则是关于收益的函数。

需要说明的是, 对产品的分类因依据的角度不同将有不同的种类, 而市场的产品也能够完全根据的本文的划分方式概括, 所以为了简化研究, 当遇到超出划分范围的产品将进行理论上的简化。

2.1.3 产品特点

由于挂钩资本市场上的股票或指数, 股票挂钩型结构性产品设计比较灵活, 也正由于这一因素, 该类产品提供了针对投资者进行设计的可能性。而股票挂钩型结构性产品可以设置保本收益, 也具备了一定的风险规避的特点。在我国, 投资者多属于风险规避型, 因此产品也多以保本型为主, 投资者对产品的风险规避能力有较高的要求。购买结构性产品相当于投资者进行了一份投资组合, 同时相对真正的投资组合又具有成本低的优势: (1) 组合投资对技术要求比较高, 平均人力成本相对要高于结构性产品; (2) 投资组合的构建需要更多的步骤才能够构建完成, 交易费用比较高; (3) 组合投资不确定性风险比较高。

股票挂钩结构性产品结构中的期权设计具有自身的特色。首先, 产品交易一般没有固定交易场所; 其次, 在场内进行期货、期权交易, 需要进行共商价格, 而股票挂钩结构性产品的价格则需要遵守发行约定, 事先对产品发行数量、价格

等都需要进行规定；再次，在发行量上的设定，产品并不是无限的，其在发行前已确定；最后，产品不可以进行做空交易。

2.2 股票挂钩结构性产品的风险分析

2.2.1 风险种类介绍

结构性理财产品具有其独特的优势，也有着相对应的风险模式，一般来讲，其风险介于银行存款以及股权类资产如股票、期货之间，存在着下述几类风险：

（1）收益不确定

由于结构性产品挂钩股权类资产，实际收益也将受到未来挂钩标的物的实际运行表现，而诸如股票或者其指数的走势并不是可以确定的，这也就导致了收益特点与股票相似并不是确定的。此外，购买产品确定的触发条件也是一种概率分布，这也使得收益率因条件而异。一般来讲，银行在推出一种结构性产品时，在其设计方面会对挂钩标的物进行大致的预测，以此来估计产品的预期收益。而相对地，在销售过程中，销售人员只会针对最高收益进行介绍，而回避预期收益，也使得收益具有不确定性。

（2）流动性风险

一般来讲，银行在设计新的产品时，一般会针对某一特征群体的，但这也意味着产品受众范围受到了限制，此外股票挂钩理财产品的产品信息相对上市公司股票更加闭塞，使得产品的发行与流通都受到一定程度的阻碍；而对于产品本身，现有的产品多为不可提前赎回型，或者有一定条件才可提前赎回且收益较低，也使得流动成本较高。

（3）利率风险

利率的变动将影响产品的实际收益。若在产品持有期间，实际利率发生较大变化，那么投资者将相对产生资本利得损失，在本文研究中，产品多半持有期间为一年甚至更短，所以受其影响相对较小。

（4）其他风险

其他风险主要是产品市场可能受到的其他事件的影响，如有一些事件的发生会影响到挂钩股票的价格，进而影响到产品的实际收益率。同时，对于挂钩股票来讲，在产品持有期间有可能发生股票的拆细、合并、分红等特殊情况，甚至被

收购，以上事件均会对结构性产品的定价以及预期收益产生影响。

2.2.2 VaR 理论

1、VaR 基本原理

(1) 一般分布中的 VaR

首先，我们给出如下定义：

W ：投资组合期末价值；

W_0 ：期初组合价值；

W^* ：相应置信度下最小组合价值；

R ：投资组合的收益率；

R^* ：最小组合价值对应的收益率。

那么有：

$$W = W_0(1 + R) \quad (2.1)$$

$$VaR(\text{平均}) = E(W) - W^* = -W_0(R^* - E(R)) \quad (2.2)$$

$$VaR(\text{零值}) = W_0 - W^* = -W_0 R^* \quad (2.3)$$

公式(2.2)和公式(2.3)分布给出了相对 VaR 和绝对 VaR 值的计算，即相对 VaR 相当于相对均值的最大损失，而绝对 VaR 意味着相对自身构建的这一投资组合在置信度内的实际最大损失。因此，求 VaR 就转变成了求 W^* 或者 R^* 。若投资组合的概率密度函数已知，记为 f ，则有：

$$\int_{W^*}^{\infty} f(w)dw = C \text{ 或者 } \int_{-\infty}^{W^*} f(w)dw = 1 - C$$

R 则表示为：

$$\int_{R^*}^{\infty} f(r)dr = C \text{ 或者 } \int_{-\infty}^{R^*} f(r)dr = 1 - C$$

根据上述公式，可以计算出产品的 W^* 值或者 R^* 值，进而，可以计算出 VaR 的数值。

(2) 参数分布中的 VaR

首先假设收益率 R 服从正态分布，记做 $R \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，接下来令 $A = \frac{R - \mu}{\sigma}$ ，

那么有 A 服从标准正态分布，令 $\varphi(a)$ 表示 A 的概率密度函数，则有下列式成立：

$$\int_{w^*}^{\infty} f(w)dw = \int_{R^*}^{\infty} f(r)dr = \int_{A^*}^{\infty} \varphi(a)da = C$$

其中 $A^* = \frac{R^* - \mu}{\sigma}$ 。这样当我们求出 A^* 就等于变相地求出了 VaR, A^* 等于标准正态分布表中左侧面积为 $1-C$ 的值, 然后利用公式 $R^* = A^* \sigma + \mu$, 可求出 R^* 值, 进一步有:

$$VaR(\text{平均}) = -W_0 A^* \sigma \quad (2.4)$$

$$VaR(\text{零值}) = -W_0 (A^* \sigma + \mu) \quad (2.5)$$

2、VaR 基本计算方法

(1) 历史模拟法

历史模拟法的观点是假设目标资产的回报概率分布属于独立且同分布, 即是说可以用历史波动来代替未来的市场因子波动。核心算法简单表示为根据过去一段时期历史数据计算所得的波动性结果作为模拟未来市场的波动率。具体计算过程为: 首先对挂钩标的物需要计算一段时期的历史收益率; 其次计算投资组合的历史期望收益率, 可以是简单的算术平均数或者加权平均数; 最后根据历史期望收益率, 并将第一步中计算出的收益排列, 根据置信度, 计算 VaR。

(2) 蒙特卡洛模拟法

蒙特卡罗模拟法的指导思想同历史模拟法相似, 一般过程为: 对投资组合进行评估, 根据模拟出的结果对估计出的损益值进行排列, 找到相对应的置信度分位点, 进而计算出 VaR; 二者相区别的是历史模拟法直接利用历史数据进行估算, 而利用蒙特卡洛模拟法则是根据估计参数进行价格运行趋势的模拟, 而随着模拟次数的增加, 一般认为越符合实际运行轨迹, 根据模拟出的运行趋势, 计算收益概率分布。计算过程表述为: 首先选择合适的随机过程, 本文选择几何布朗运动描述股价变动; 其次根据随机过程利用软件对标的物进行未来一段区间的模拟, 生成运行轨迹; 最后根据模拟出的结果, 计算 VaR。

2.3 股票挂钩结构性产品的发展态势

2.3.1 国际市场上发展情况

股票挂钩结构性产品开始出现于上世纪下半期, 主要是从上世纪 80 年代中期开始^[34], 由于在当时相对个体投资, 机构投资者逐渐增加, 随之而来的就是对

高收益产品的大量需求,股票挂钩结构性产品因其自身优势特点在这一时期得到了迅猛发展。例如,所罗门兄弟公司发行了在这一领域内最早的结构性产品,该公司于 1986 年发行 S&P500 指数连动债券^[35];而美林公司也在一年后发行了一种具有多选择权的结构性产品,挂钩股票是该产品的一大创新;同一年,美国大通发行了商业银行历史上第一个结构性产品。

上世纪 80 年代是股票挂钩结构性产品的起步发展阶段,在这一时期出现了多种新型产品,但是由于 1987 年美国股市的崩盘使得刚起步就陷入了危机,直到 90 年代股票挂钩结构性产品才摆脱了低迷,再次进入发展的全新时期。这是因为在上世纪 90 时代开始,出现了大量的产品创新,而产品也多以挂钩股票指数为主,这类产品相对之前风险偏小,收益稳定,更重要的一点原因是在 1991 年,世界上第一个股票挂钩票据挂牌交易。此后,交易方式获得了较程度的发展。

自上世纪 90 年代开始至今,多家国际金融机构对股票挂钩结构性产品进行了设计创新,例如 1991 年高盛设计、发行主体为奥地利国家政府的“股价指数成长票据”意味着股票挂钩结构性产品进入新阶段,这是一种保本产品,在持有期内不支付利息,只有在期末支付,利息记为在持有其内 S&P500 指数变动的 100%,该产品在纽约证交所挂牌交易。在这之后,各种结构的产品相继推出例如不同期限、不同参与率、挂钩指数类型、股权联动等,甚至为迎合投资者偏好开始挂钩自行编制的指数,这些产品的推出,也进一步开拓了股票挂钩结构性产品的市场,形成良性循环。

2.3.2 我国市场发展情况

股票挂钩结构性产品的发展要求所处环境具有较完善的金融市场,完善的监督机制等。而在我国,由于金融市场上无论是固定收益类产品市场还是股权类产品市场都相对国外发达国家规模较小,且在制度的建设上有不周全之处,以上都制约了股票挂钩结构性产品的推出及发展。2004 年,政府相关管理部门推出了《金融机构衍生产品交易业务管理暂行办法》,简称办法,作为第一部针对相关方面出台的管理办法对我国国内相关产品市场进行了指导,这也使得结构性产品开始迅猛发展,四大行也相应的推出了各自品牌的结构性理财产品,例如招商银行、交通银行等股份制银行也分别推出了相应品牌产品^[36]。

此后，股票挂钩产品在国内市场上得到了迅速发展，而此类产品的发展趋势同国外也基本相似，包括挂钩股票以及指数等结构。例如 2006 年中行首次推出的“新华富时中国 25”产品，同年中信银行推出了首只挂钩股票表现的产品等^[37]。

2.4 我国股票挂钩结构性产品发展的驱动因素

2.4.1 市场利率因素

股票挂钩结构性产品诞生于上世纪 70-80 年代，在当时市场处于比较低迷的状态，反映在经济指标就是利率走低，因为投资者面对市场利率的走低，要求投资产品既可以在投资环境变得不利的条件下获得保证收益，又可以获得预期的高收益，在这样的背景下，结构性产品进入投资视野。

在我国，结构性产品的诞生也是有着相似的环境背景，投资产品的匮乏使得投资者，特别是个人投资者不得不转向银行理财产品。购买结构性产品，一方面可以保证最低收益及潜在的高收益，另一方面也使得投资者在不产生较大成本条件下进入国际市场，做到分散风险的效果。而对于商业银行，我国结构性产品的主要发行者来讲，也是扩大营业范围，提高营业收入的有效途径。

2.4.2 金融管制因素

金融管制是金融机构进行创新的潜在驱动力，对管制的规避，对利润的追求，使得金融机构不断进行研发创新。股票挂钩结构性理财产品在结构上结合了固定收益产品与金融衍生品的特点，针对金融管制进行结合，成功地规避了管制要求，进而使其可以顺利地进行交易。

2.4.3 产品个性化设计

随着投资者财富的积累以及投资理念的加深，投资决策更加倾向于个性化，这也为股票挂钩结构性理财产品的进一步发展提供了市场基础^[38]。股票挂钩结构性理财产品因其自身结构的不同，收益风险的区别可以根据投资者的要求，或根据投资者偏好特性进行针对性的设计，同时满足投资者风险规避的要求，节约投资者的管理成本，对发行者来讲，也可以获得稳定的投资者需求。

2.5 本章小结

本章针对股票挂钩结构性产品，对其基本概念以及相关基础理论进行了介绍，并从本文角度出发以风险收益特征为出发点对我国市场上现存正在交易的结构性产品进行了分类，接下来对结构性产品所面临的风险进行概述，并介绍了 VaR 理论，最后分析了结构性产品在我国未来资本市场上的发展内在动力，即发展趋势，发展潜力很大，对其研究尤其是结构设计技术的研究具有重要的意义。

第3章 股票挂钩结构性理财产品设计分析

3.1 股票挂钩理财产品结构解析

当前在国内的股票理财产品市场上，产品类型多为保本型，而完全保本型则占据着相对的主要比重^[39]，本文接下来也主要针对完全保本型产品进行结构分析。

1、产品结构解析

根据上文分析，本文针对投资者的不同偏好而设计出多种种类，但我们对产品的结构进行解析。针对到期偿还利息，不可在持有期间提前赎回的产品，本文认为可提前偿还产品在结构设计原理上与到期支付型相同，将产品结构表示为下面公式：

$$1 + \max \left\{ \lambda, \min \left[\left(\frac{S_T}{S_t} - 1 \right) \theta, k \right] \right\} \quad (3-1)$$

在上式中，各变量的含义分别为：

k ：认为是股票挂钩结构性理财产品在持有期间可能获得的最高收益率；

λ ：是设计产品的保本率；

θ ：表示产品参与率，解释为产品随着挂钩标的物的收益所获得的收益比例。

挂钩标的物即股票在持有期间的收益表示为 $\frac{S_T}{S_t} - 1$ ，式中 S_t 为基准价格， S_T 为到期价格。

针对到期支付利息的相关产品的结构解析可以看出，产品可以分解为债权与期权的组合，而组合所选取的成分不同，各参数的不同决定了产品的结构多样化的特点，同时这种组合也可以根据投资者的偏好进行针对性设计。

2、产品参数设计分析

进行设计保本型股票挂钩理财产品时，涉及到债券及挂钩期权的设计，有关债券的设计主要考虑保本程度以及利息的支付方式：

首先，对于本金的保本程度表现为公式（3-1）中的 λ ，在设计过程中， λ 值并不一定为正值。当 $\lambda \geq 0$ 时，以为这该产品完全保本；如果 $\lambda < 0$ ，则意味着只是部分保本产品。同时，最低收益的设定与可能获得的最高收益是相关，一般为

负方向，即 λ 值设置越高，则潜在最高收益越低。

关于产品利息的支付方式与现有市场上的一般债券支付方式基本相同，在这里不做过多介绍。

挂钩期权方面的设计可以说是产品设计的核心技术，其设计涉及下面几个方面：

（1）挂钩对象

在股权的选择上，可以挂钩单一股票，多只股票或者是股票指数等，挂钩对象可以在进行市场调研后或者针对某一投资者进行个性化设计。一般来讲，由于市场上多为风险回避类型的投资者，所以金融机构特别是商业银行在进行结构设计时，选择的挂钩对象也多为指数或者构建投资组合。挂钩单一股票由于受到市场影响较大，所以具有较大的收益不确定性^[40]。

但是，也应该注意到，随着投资者尤其是个体投资者财富的积累，投资者们对产品的要求越来越趋于多样化，产品的挂钩对象也相应地呈现多样化，其中的设计受到市场的整体决定。

（2）收益率的确定

从上文分析已知，收益率的确定同挂钩股权有着隐含的关系。一般来讲，股票挂钩结构性理财产品都会挂钩较为复杂的股票期权，而这样的组合设计一方面可以有效降低期权的价值，更重要的是可以使投资者能够获得更高的来自挂钩股票的未来收益。此外，为了迎合投资者偏好，可以更好地设计出符合投资者对股市、市场的预期的产品。

（3）参与率 θ 的设定

参与率 θ 的设定和产品自身的定价有一定的关系，一般认为二者关系呈反向，即如果挂钩期权价值高，那么参与率 θ 必然受限，在实际产品上的表现就是挂钩优秀股票的产品其参与率相对较低，反之，则较高。

（4）潜在最高收益 k 的确定

这是对发行者的一种期权，从结构上来看相当于为保本型产品引入了牛市价差看涨期权，也就是说，从发行者角度来讲购入了一份执行价格较低的看涨期权同时在相反方向卖出具有更高执行价格的看涨期权，以此保证支付利息的上限。

前文也提出提前赎回或者回购的股票挂钩结构性理财产品，一般发行者会设置一定的条件，当实际情况达到条件时，发行者或者投资者就可以提前结束产品

周期，这种结构也可以看成是以一种期权的组合。

3.2 理财产品解析

本部分产品案例分析主要是基于产品的收益特点进行，根据结构性产品的收益特点本节将其划分为四种类型，分别为区间触发型、区间累计型、收益极值型以及多观察期收益阶梯型产品，并分别挑选具有代表性的理财产品从定价、收益和风险角度进行实证研究。

3.2.1 理论准备

1. 维纳过程与股价模型

(1) 维纳过程

维纳过程又称布朗运动，是一种随机过程，用公式表示为：

$$\Delta Z_t = \varepsilon \sqrt{\Delta t}$$

其中 $\varepsilon \sim N(0,1)$ 正态分布， ΔZ_t 是在 Δt 时间变化内 Z 的变化值，同时有 ΔZ_t 独立分布。

(2) 股价模型

根据维纳过程，来自日本的学者伊藤对其进行研究，并指出在一定条件下可进行换算，进而得到股价波动过程：

$$dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)dz$$

其中 dz 是维纳过程， μ 是股价对数收益率的均值， σ 为股价对数收益率的标准差， $S(t)$ 表示不同时点的股票价格；

根据伊藤定理有：

$$d \ln S(t) = (\mu - \frac{\sigma^2}{2})dt + \sigma dz$$

其离散形式为：

$$\ln S(t + \Delta t) - \ln S(t) = (\mu - \frac{\sigma^2}{2})\Delta t + \sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t}$$

最后有股价运行趋势模型：

$$S(t + \Delta t) = S(t) \exp((\mu - \frac{\sigma^2}{2})\Delta t + \sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t})$$

对股票进行运行路径模拟时，当确定相关参数以及股票的初始价格 S_0 ，首先生成随机数，该随机数符合正态分布，代入到上述公式后就可以获取股票变动路径。

2. Cholesky 分解

由于股票之间总是具有一定的相关性，而结构性产品多数并不只是挂钩单一的股票，所以在进行蒙特卡洛模拟时过去总会遇到一定的困难：生成随机数时总是独立分布的，而产品挂钩的标地的非单一性以及股票的相关性决定了再进行路径模拟时要求随机数之间要有一定的相关性，而过去的研究总是不能满足这一要求^[41]，进行 Cholesky 分解方法可以有效地解决这一问题，具体过程为：

$$\rho = AA^T$$

在上式中， ρ 为挂钩标的股票之间的相关系数矩阵， A 为下三角矩阵，也就是所求的 Cholesky 矩阵。

3.2.2 产品解析

1、区间触发型产品

(1) 参数确定

以招商银行焦点联动系列为例（产品代码：104338），该产品基本信息如表 3-1 所示：

表 3-1 招商银行 104338 产品基本信息

收益起算日	2014 年 4 月 24 日
到期日	2014 年 7 月 15 日
认购起始金额	50000 元
认购资金返还	到期时一次性支付本金及根据合约规定获得收益（如有）
投资收益计算	投资收益按单利形式计算
挂钩指标	沪深 300 指数
投资收益率 (年)	上限：期初价格的 110%；下限：期初价格的 90%。 期末股价指数超过上限或低下限则收益率为 5%；否则： (1) 高于期初，收益=4%+min(6%,max(标的表现-4%)) (2) 低于时，收益= (max(-6%,min(0,标的表现+4%))) 其中，标的表现=期末价格/期初价格-1
期初价格	登记日定盘价格
期末价格	结算日定盘价格
结算日	2014 年 7 月 11 日

收益期	共 82 天
收益计算基础	A/365

分析：该产品属于完全保本产品，且最低收益为 4%，投资者的收益收到期末股价指数的直接影响。因此，对于这项理财产品，我们将模拟股价指数路径，并根据模拟结果对将来的收益率进行分析，并在此基础上计算其 VaR 值。

本文选取收益起算日前一年的历史数据进行参数估值，得到的结果见表 3-2，此处收益率为收盘价计算，即 $R(t) = \ln \frac{S(t)}{S(t-1)}$ ：

表 3-2 沪深 300 期初基本数据

挂钩标的	期初价格	收益率	标准差
沪深 300 指数	2190.47	-0.00032	0.011638

其中期初价格为 2014 年 4 月 24 日的收盘价。

(2) 股价模拟

通过人民银行官网查询，2013 年 4 月一年定期存款利率为 3%，本文视为无风险利率。

确定参数之后，利用 Matlab 编程进行蒙特卡洛模拟，统计该产品持有期间股票市场交易日约为 60 天，接下来对沪深 300 指数进行未来 60 天的运行趋势模拟，本文重复模拟 10000 次，即共生成 10000 条路径，最终得到 2014 年 7 月 11 日，图 3-1 是该产品的模拟路径：

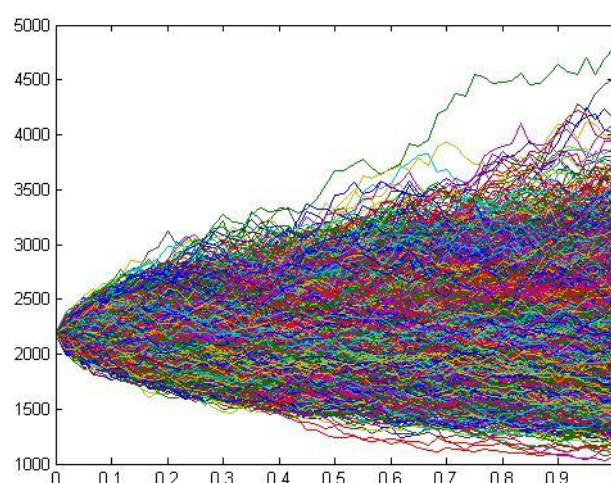


图 3-1 沪深 300 指数模拟图

对沪深 300 指数到期日模拟股价进行统计,得到到期价格情况,统计情况如表 3-3 所示。

表 3-3 观察日股票价格情况

挂钩标的	平均价格	95%置信度下股票到期价格
沪深 300 指数	2192.13	1595.00

股指到期平均价格高于初始价格,为 2192.13,根据该产品的收益说明,若期末达到这一指数值,那么购买该产品的投资者将获得 4%的年化收益率,实际收益为 1%;95%置信度下股票到期价格说明到期时指数值低于 1595.00 的概率不高于 5%。

(3) 风险评估——基于 VaR 计算

接下来将计算沪深 300 到期日各收盘价对应的收益率,进而计算该产品的预期收益率。通过蒙特卡洛模拟,本文获得了 10000 个到期日沪深 300 指数的到期指数值,根据产品收益说明,经计算除上述收益外可能获得的平均收益为 7.00% (年化),概率为 23.26%,产品的预期收益、最低收益及达到触发条件下收益率的概率,见表 3-6。

表 3-4 该理财产品收益率概率分布

收益率(年化)	4%	5%	大于 9%
概率	17.19%	59.55%	3.8%
期望收益率	E(r)=5.29%		

本文以 100000 元为投资者投资额度,那么根据前面理论分析,表 3-4 可以转化为表 3-5。

表 3-5 期末价值概率

期末价值	概率
$W_M = 10000 * (1 + 5\%) = 105000$	59.55%
$W_L = 100000 * (1 + 4\%) = 104000$	17.19%
期末期望价值为 $E(W) = 100000 * (1 + 5.26\%) = 105260$	

因同一时间银行存款利率也就是无风险利率为 3%，令 $W_0=100000*(1+3\%)=103000$ 为同期限档次的定期存款收益，以此为基础进行计算，结果见表 3-8。

表 3-6 VaR 计算值

置信度	95%
VaR	
$VaR(\text{零值}) = W_0 - W_L$	-1000
$VaR(\text{均值}) = E(W) - W_L$	1260

(4) 结果分析

根据上面的计算，由于计算的结果为年化后的收益，该产品周期为一季度，故实际收益分别为年化收益的四分之一，那么有 $VaR(\text{零值})=-250$ ， $VaR(\text{均值})=322.5$ 。

可以看出，本产品对于低风险爱好者应该说是很具有吸引力的，最低收益为 4%，但是产品周期过短，会致使投资者失去长期投资的收益，并且在到期时也会受到投资者的风险，而 $VaR(\text{零值})=-250$ ，这一数值说明该项投资将获得超过无风险存款 250 元的收益。但是，根据说明书可以知道，投资该产品还将付额外的 0.5% 的手续费，使得本投资将不具备优势，对风险中立以及风险厌恶投资者来讲，将不具有吸引力；对于高风险爱好者由于该产品获得高收益的概率比较低。所以，从风险爱好者的角度讲，并不建议购买该产品，对于想要购买该产品的风险爱好者建议对于这种理财产品进行较多的了解，而且对于市场有良好的预期。

2、区间累计型产品

(1) 参数确定

区间累计型理财产品以汇丰银行推出的 3 个月人民币结构性投资产品进行实证分析，产品主要信息主要概述如下表：

表 3-7 3 个月期标普/澳证 200 指数挂钩人民币结构性投资产品基本信息

认购金额	50000 元
收益起算日	2014 年 4 月 26 日，顺延
投资收益	累积回报区间介于 3.00%（含）至 7.00%（含），于 2014 年 4 月 9 日预定为 5.20%； 回报率=5.2%*（高于下限水平（55%）/总观察天数）/4
表现水平	（最终收市价格/初始价格-1）*100%

最终收市水平	定价日指数收盘价
定价日	2014 年 4 月 25 日
到期日	2014 年 7 月 25 日

分析：本产品属于收益区间确定，当时收益率的具体确定还要受到每一交易日挂钩指数的日常表现来决定，当挂钩指数达标的时间长时，那么购买该投资产品所获得的收益也相对更高。另一方面，本产品收益区间为 $[0, 5.2\%]$ ，产品的最高收益为 5.2%，对于高风险爱好者来讲，并不具有相对高的吸引力，而最低为本证本金，若产品在持有期间不够理想，那么将获得一个较低的收益，甚至有可能低于无风险利率。

本文选取标普/澳证 200 指数自 2014 年 1 月 28 日至 2014 年 4 月 24 日的历史数据进行计算，计算出标普/澳证 200 指数的预期收益率以及标准差，如表 3-10 所示。

表 3-8 标普/澳证 200 指数基本数据

挂钩标的	初始价格	预期收益率	标的标准差
标普/澳证 200 指数	5531	0.000898	0.00691

(2) 指数路径模拟

对标普/澳证 200 指数自 2014 年 4 月 26 日至 2014 年 7 月 25 日约 60 个交易日的指数进行蒙特卡洛模拟，并重复 10000 次，得到标普/澳证 200 指数路径模拟图 3-2。

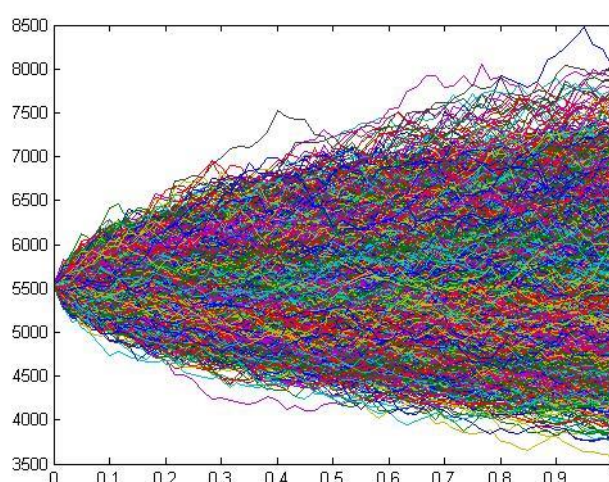


图 3-2 标普/澳证 200 指数模拟结果

由于该产品需要统计每一交易日的收盘价以确定当日是否获得收益，表 3-9 给出了每一交易日标普/澳证 200 指数的平均值、95%置信度下价格。

根据模拟结果，每一交易日该产品都将获得累计收益，究其原因，主要是因为该产品将下限水平设置过低，为原来的 55%，这在资本市场不出现异常状况的前提下是不会发生的，所以可以说是产品设计存在不合理性。

(3) VaR 计算分析

经过本文计算，投资该产品的收益恒为 5.2%，高于市场无风险利率 3%，且在不出现异常的前提下，该投资将不具有风险，这将存在无风险套利现象，这证明了此款产品的结构不合理，合理的结构应该设置更高的下限水平。

$$W_0 = 100000 * (1 + 3\%) = 103000$$

$$W_H = 100000 * (1 + 5.2\%) = 105200$$

$$W_L = 100000 * (1 + 5.2\%) = 105200$$

表 3-9 标普/澳证 200 指数交易日指数值

时间	均值	95%置信度	时间	均值	95%置信度
1	4818.067	5405.035	31	4962.053	4861.77
2	4700.967	5353.305	32	4836.193	4846.91
3	4440.836	5310.497	33	4708.154	4839.177
4	4868.896	5277.398	34	4925.554	4834.895
5	4788.395	5254.612	35	5090.134	4818.194
6	4525.116	5226.67	36	4804.911	4805
7	4813.142	5202.119	37	4798.02	4795.296
8	4737.881	5179.454	38	4611.549	4792.105
9	4927.225	5159.911	39	4940.8	4780.5
10	4546.557	5139.393	40	4757.53	4773.633
11	4753.842	5119.835	41	4787.79	4763.672
12	4916.705	5098.934	42	4865.06	4755.608
13	4702.154	5086.067	43	4561.577	4746.957
14	4776.214	5077.711	44	4571.96	4738.425
15	4623.33	5057.343	45	4789.842	4732.368
16	4614.721	5046.994	46	5057.482	4723.52
17	4794.044	5026.762	47	5038.851	4709.61
18	4521.915	5015.321	48	4841.15	4703.845
19	4744.718	5003.084	49	4922.293	4693.525
20	4684.31	4987.156	50	4794.368	4686.709
21	4769.455	4974.367	51	4916.936	4682.742
22	4570.962	4962.139	52	4676.983	4668.395
23	4685.279	4946.162	53	4716.408	4664.216
24	4553.267	4938.254	54	5084.416	4654.085
25	4760.438	4926.994	55	4720.046	4643.588
26	4624.664	4914.445	56	4719.436	4635.447

27	4478.9	4901.747	57	4780.242	4628.098
28	4527.03	4893.849	58	4908.599	4623.612
29	4765.875	4882.822	59	4706.277	4614.455
30	4911.349	4874.271	60	4869.697	4607.969

(4) 结果分析

从上述计算结果我们可以看出,这款产品存在着设计不合理的现象,进入市场中唯一的缺点在于投资周期短,投资者将会面对投资结束后的再投资风险。

3、多观察日到期年化收益阶梯型产品

目前我国市场上该种产品的发行量比较大,该类产品优势之一就是有多观察期并且在达到一定条件时可以提前赎回。本文以平安银行“聚财宝”2013年第37期人民币理财产品为例进行分析(产品代码:ALG130037),产品基本信息如表3-10所示。

表 3-10 “聚财宝”理财产品基本信息

认购金额	100000 元,超出以 10000 元为单位
挂钩股票	中国工商银行,中国建设银行,中国银行(均为香港上市股票)
收益起始日期	2013 年 7 月 25 日
收益结束日期	2014 年 7 月 25 日或银行根据合同约定的其他日期
起始价格	成立日对应股市收盘价格
收盘价格	香港交易所公布的交易收盘价
观察日	2014 年 5 月 11 日、2014 年 8 月 11 日、2014 年 11 月 11 日、2015 年 2 月 11 日
预期收益率范围	年化收益率 0.5%-7%
收益计算	计算方程: (1) 若发生触发事件, $\text{收益率} = 7.00\% * t / 365$, $i=1,2,3,4$, 其中 i 为观察日, t 为持有时间; (2) 否则, $\text{收益率} = 0.5\% * t / 365$ 。

产品触发条件为:如果在任意一个触发事件观察日,挂钩组合标的物的收盘价格都大于或等于(该股起始价格*触发水平),那么触发事件在触发事件观察日发生。

本期理财产品为每季度观察一次,观察日分布见表 3-11。

表 3-11 观察日及触发条件

i	观察日	触发条件	到期日
1	2013 年 10 月 25 日	100%	2013 年 10 月 29 日
2	2014 年 1 月 27 日	98%	2014 年 1 月 29 日
3	2014 年 4 月 25 日	96%	2014 年 4 月 29 日
4	2014 年 7 月 23 日	94%	2014 年 7 月 25 日

分析：这种产品与上述产品的最大的区别在于，挂钩购票在观察期间特别是观察日的股价表现将决定产品的不同收益率，与前面产品的不同之处是本产品有提前赎回的可能，同时其收益水平受到各只股票的同时影响，即与各只股票的价格走势相关。

(1) 参数确定

根据产品说明书，该产品共有四个观察日，由于期间不相同，需分别确定相应期限的参数值。

表 3-12 估计各期数据时间段

观察期	天数	参数估计时间
2013 年 7 月 25 日-2013 年 10 月 25 日	60	2013 年 4 月 25 日-2013 年 7 月 25 日
2013 年 7 月 25 日-2014 年 1 月 27 日	120	2013 年 1 月 25 日-2013 年 7 月 25 日
2013 年 7 月 25 日-2014 年 4 月 25 日	180	2012 年 10 月 25 日-2013 年 7 月 25 日
2013 年 7 月 25 日-2014 年 7 月 23 日	240	2012 年 7 月 25 日-2013 年 7 月 25 日

各股票的期初价格为 2013 年 7 月 25 日的收盘价，整理为表 3-13。

表 3-13 产品挂钩标的股票初始价格

股票	2013 年 7 月 25 日股票收盘价
工商银行	5.1
建设银行	5.76
中国银行	3.27

接下来计算相应参数值以及 Cholesky 矩阵，结果见表 3-14-1、表 3-14-2、表 3-14-3 和表 3-14-4。

表 3-14-1 计算期为 3 个月的参数值

股票	收益	标准差	相关性		
工商银行	-0.00056	0.01951	1	0.730441	0.663953
建设银行	-0.00137	0.021229	0.730441	1	0.722949
中国银行	-0.00114	0.018786	0.663953	0.722949	1

1	0	0
0.730441	0.682976	0
0.663953	0.348432	0.661636

表 3-14-2 计算期为 6 个月的参数值

股票	收益	标准差	相关矩阵		
工商银行	-0.00127	0.017231	1	0.799704	0.746378
建设银行	-0.00123	0.018438	0.799704	1	0.780361
中国银行	-0.00121	0.017269	0.746378	0.780361	1

Cholesky 矩阵为:

1	0	0
0.799704	0.600394	0
0.746378	0.305598	0.59121

表 3-14-3 计算期为 9 个月的参数值

股票	收益	标准差	相关矩阵		
工商银行	-0.00002	0.015758	1	0.823944	0.782634
建设银行	-0.00008	0.016892	0.823944	1	0.805753
中国银行	0.00026	0.015751	0.782634	0.805753	1

其 cholesky 矩阵为:

1	0	0
0.823944	0.566671	0
0.782634	0.28395	0.553946

表 3-14-4 计算期为一年的参数值

股票	收益	标准差	相关矩阵		
工商银行	0.000867	0.015902	1	0.837956	0.797862
建设银行	0.000733	0.016047	0.837956	1	0.807423
中国银行	0.000602	0.014778	0.797862	0.807423	1

3 只股票的 cholesky 矩阵为:

1	0	0
0.837956	0.545738	0
0.797862	0.254425	0.54652

(2) 股价模拟

下面对该产品进行模拟, 现计算出在置信度为 95% 时的价格及触发概率, 结果见表 3-15。

表 3-15 各观察日股票情况

观察日 t	工商银行	建设银行	中国银行
t=1	3.95 47.07%	4.37 46.73%	2.56 46.62%
t=2	3.67 50.10%	4.05 49.75%	2.35 49.37%
t=3	3.55 53.80%	3.91 53.33%	2.27 54.73%
t=4	3.31 54.79%	3.70 54.94%	2.19 55.79%

对模拟数据做路径图, 下面给出第四个观察日的路线图, 见图 3-3, 图 3-4, 图 3-5。

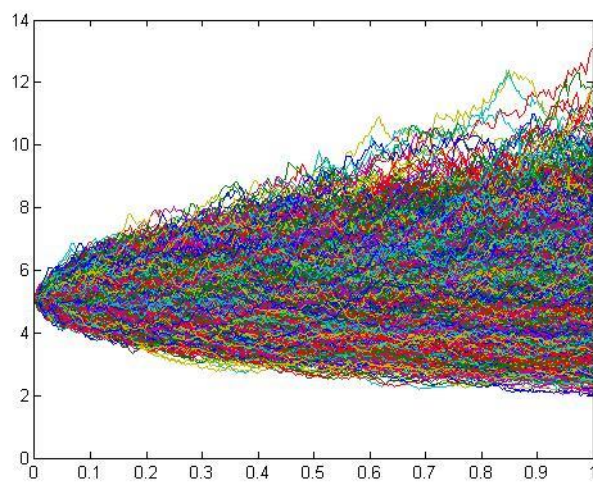


图 3-3 工商银行股价模拟结果

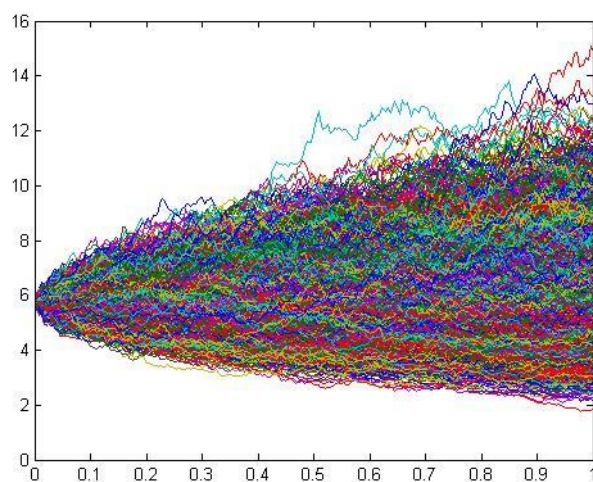


图 3-4 建设银行股价模拟结果

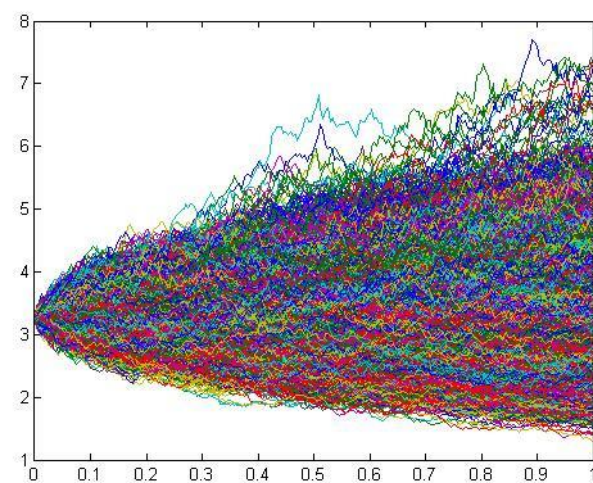


图 3-5 中国平安股价模拟结果

(3) VaR 计算

计算出各期 P_{it} 的值之后得到这种理财产品的各种收益概率的分布，结果见表 3-16。（当提前赎回时，其余期间收益率为无风险利率）：

表 3-16 该理财产品收益率

时间	12 个月	3 个月	6 个月	9 个月	12 个月
年化收益率	0.5%	4.00%	5.01%	5.95%	7.00%
概率	50.29%	10.25%	11.04%	13.97%	14.45%
期望收益	3.05%				

这里仍然假设投资额度为 100000 元，那么很显然该产品有 50% 的概率下只能取得最低收益即 $W_L=100500$ ，预期收益为 $E(W)=103050$ ，产品存续期间无风险利率为 3%，即可以看成是时间价值，则有 $W_0=103000$ 。我们将整理的 VaR 结果见表 3-17。

表 3-17 VaR 计算值

置信度	95%
VaR	
VaR(零值)= $W_0 - W_L$	2500
VaR(均值)= $E(W) - W_L$	2550
$E(W) = 100000 * (1 + 3.05\%) = 103050$	

(4) 结果分析

该产品的 VaR 值证明，1、因其概率较低，所谓的高收益具有欺骗性，计算结果表明获得保本收益的概率超过一半以上；2、根据计算结果，有 $E(R) = 3.05\%$ ，而当前的银行存款为 3%，那么如果了解到这一特征后，该产品将不再对非风险偏好者具有吸引力。对于风险爱好者来讲，该产品具有一定的吸引力，但是其获得高收益的概率比较低，仅为 14.45%。从整体来讲，由于该产品挂钩于金融类蓝筹股，股票运行趋势相对比较稳定，但是高收益的概率仍然很低，建议产品设计中，当挂钩该类股票时可以放宽触发条件，这样对于风险爱好者将更具有吸引力，也能得到更多的投资。

3.2.3 评价结果

对产品的评价，主要是从股票价格运行趋势、风险以及收益角度进行分析。

首先利用蒙特卡洛模拟法对股票价格运行趋势进行评价分析。本节从收益特点角度进行划分，将产品分为了区间触发型、区间累计型以及多观察期收益阶梯型理财产品。对于股票挂钩结构性产品来讲，这一类产品的收益取决于在各观察日挂钩标的物的实际表现，本文利用蒙特卡洛模拟对其路径进行了预期，模拟结果显示到期价格符合产品获利要求的概率比较低。

其次，从风险角度出发，本文利用 VaR 理论方法对模拟结果进行计算，结果显示目前我国银行推出的挂钩股票结构性理财产品的风险普遍比较低，基于 VaR 理论方法计算出的 95%置信度条件下产品的最大损失均比较低。

再次，从收益角度出发，计算结果表明由于存在比较高概率的低收益的现象，导致产品的预期收益相对比较低，而这对非风险偏好投资者来讲将是比较重要的影响其实际需求的主要因素。对发行者来讲，这固然是出于控制产品风险的出发点，但是也限制了自身的市场需求，进一步也将最终限制发行银行的产品竞争力。

最后，从产品结构上来讲，一些产品结构设计不够合理，甚至存在无风险套利的情况，这在资本市场上很明显是不合理的，需要改进。

3.3 本章小结

本章首先介绍了股票挂钩结构性理财产品设计的基本框架，接下来介绍了其在我国发展的现状，指出当前在国内的股票理财产品市场上，产品类型多为保本型，而完全保本型则占据着主要比重。其次，以产品收益特征为划分标准，选取比较代表性的产品进行了实证分析，实证结果再次证明了我国股票挂钩结构性理财产品的设计多为低风险类型。最后，根据上述分析结果剖析了我国股票挂钩型理财产品设计存在的问题。

第 4 章 股票挂钩结构性理财产品设计创新与实证

4.1 股票挂钩结构性理财产品价格设计

在构建模型之前，本章首先假设，对于一个投资者来讲其一生的效用函数是其一生各期所获得的现金流的折现值的函数，而其所有的收入均投资于消费或者进一步投资到理财产品当中。而投资者的收入分为多期，一般人收入周期均为一个月，故为方便计算，假设投资者只有两个时间点获得现金流，收入分别为 m_1 和 m_2 ，根据前面的假设知道，这两个时间点的收入均用于消费和投资，而投资的产品为挂钩一只股票或者挂钩一组股票组合的理财产品，而购买理财产品只能在第一个时间点发生，而在时刻 2 将获得一定的收益。这样假设当购买量为 y ，而其在时刻 2 的收益率将取决与挂钩股票的运行趋势，这里可以认为是一个随机数，它取决于股票的历史收益率以及波动率，记收益率为 x ，假设未来可能存在 n 种收益率，收益概率分布描述见表 4-1。

表 4-1 收益率分布表

概率	P_1	P_2	P_3	...	P_n
收益率	x_1	x_2	x_3	...	x_n

其中 P_i 表示时刻 2 第 i 种状态的概率，那么这种理财产品的预期收益为

$$E[x] = \sum_{i=1}^n P_i x_i$$

则在时刻 2 可能获得的预期收入为：

$$z = m_2 + y * (1 + E[x]) = m_2 + y * (1 + \sum_{i=1}^n P_i x_i)$$

本文认为投资者的效用函数不只是取决于现金流的现值，在投资者进行投资的过程中，当投资的产品超过自己的预期时，投资者得到超出无风险收益的效用。记 $u_1(*)$ 为消费效用函数， $u_2(*)$ 为投资者进行投资获得额外收益的效用函数，当额外收益为负时，相应的效用也为负，则在时刻 1 时，投资者用于消费的资金为 $m_1 - y$ ，那么效用函数可以表示为 $u_1(m_1 - y)$ ，在时刻 2 的消费效用函数表示为

$u_1(z)$ 。对于时刻 2，设其折现率为 c ，那么时刻 2 的效用函数的折现时刻 1 的效用函数为 $cu_1(z)$ ，假设效用函数为一次方程，则进一步推导为 $u_1(cz)$ ，那么总的消费效用函数为：

$$u_1 = u_1(m_1 - y) + u_1(cz)$$

另一方面，对于超额收益的效用可以表示为 $u_2(\Delta r)$ ， $\Delta r = r - E[x]$ ，式中 r 为产品到期时获得的实际收益。综合得到总体效用函数为：

$$\begin{aligned} u &= u_1 + u_2 \\ &= u_1(m_1 - y) + u_1(cz) + u_2(\Delta r) \\ &= u_1(m_1 - y) + u_1(c^*(m_2 + y^*(1 + \sum_{i=1}^n P_i x_i))) + u_2(r - E[x]) \end{aligned} \quad (4-1)$$

有效的投资必然意味着进行投资后获得的效用要高于非投资状态，即：

$$u_1(c^*(m_2 + y^*(1 + \sum_{i=1}^n P_i x_i))) + u_2(E[x] - r) \geq u_1(y)$$

这样就得到了一个线性规划：

$$\begin{aligned} \max u &= u_1(m_1 - y) + u_1(c^*(m_2 + y^*(1 + \sum_{i=1}^n P_i x_i))) + u_2(E[x] - r) \\ s.t. & y \leq m_1 \\ u_1(c^*(m_2 + y^*(1 + \sum_{i=1}^n P_i x_i))) + u_2(E[x] - r) &\geq u_1(y) \end{aligned} \quad (4-2)$$

进一步的在收入中加入投资者前期的储蓄 s ，则上面线性方程进一步转化为：

$$\begin{aligned} \max u &= u_1(s + m_1 - y) + u_1(c^*(m_2 + y^*(1 + \sum_{i=1}^n P_i x_i))) + u_2(E[x] - r) \\ s.t. & y \leq s + m_1 \\ u_1(c^*(m_2 + y^*(1 + \sum_{i=1}^n P_i x_i))) + u_2(E[x] - r) &\geq u_1(y) \end{aligned} \quad (4-3)$$

不同的投资者对于收益与风险的反应各不相同，不同的 u_1 和 u_2 决定了对于同一款理财产品，不同的投资者所期望的最优投资效用将不尽相同。

对于上述方程的讨论：

1、效用函数分为两个部分，即消费效用和超额收益效用。消费效用取决于消费金额折现值综合的大小，对于超额收益效用则取决于风险偏好程度，而风险偏好又是因人而异的，所以在获得不同超额收益的同时获得的满足程度不同，超

额收益效用受到投资产品的预期收益与波动率相关。

2、本文假设 $y \leq m_1$ 或 $y \leq c + m_1$ ，意味着市场上并不存在着买空卖空的现象，当存在买空卖空现象时，基期的投资将对之后各期投资额均造成影响，在这里不予讨论。

4.2 股票挂钩结构性理财产品结构设计

4.2.1 产品分类

(1) 挂钩标的单一的产品

挂钩标的单一是指最终收益仅受挂钩标的整体（不管是一只股票、指数或者多只股票）影响决定，表示为：

$$r \sim \frac{M_T - M_0}{M_0}$$

$$M_T = \sum_{i=1}^n w_i s_{i,T}$$

$$M_0 = \sum_{i=1}^n w_i s_{i,0}$$

公式中， r 和 w_i 分别表示受益与组合比重，而 $s_{i,0}$ 和 $s_{i,T}$ 则表示标的期初、期末价格，最后 M_0 和 M_T 为组合的平均期初、期末价格。

可以看出，挂钩一只股票、指数同挂钩一组股票组合的收益表示方程是类似的，所以本节将两种理财产品结合在一起进行讨论。

(2) 收益取决于多只股票表现的理财产品

由于这类理财产品挂钩多只股票，而多只股票之间并不是完全相关的，那么也就决定了各只股票的走势并不相同，此类产品多设置多个时间点作为观察合同约定事项时间，而在这些观察日的股票表现也将意味着收益水平。

令 $s_i, i=1,2,...,n$ 代表产品挂钩的第 i 只股票，其在第 j 个时间点的价格我们用 P_{ij} ，当所有股票符合产品第 j 个时间点要求时所获得的收益为 r_j ，概率为 $P(r_j)$ ，概率为所有挂钩股票共同作用的结果。

4.2.2 产品结构的设计

由于股票挂钩产品与实际股票市场存在着参与率，即两者存在着一定比例，故有产品市场的风险也应该小于股票期权市场，由此可知银行设计的股票理财产品将处于某一区间，

假设投资者的效用函数是预期收益率 r 以及标准差 σ 的函数，记 $u(r, \sigma)$ 。由上面分析，可知我国现发行的股票挂钩理财产品多为触发类产品，令产品有 n 个触发时间点，各个时间点触发概率为 $P(A_i)$ ，分别对应的收益率为 r_i ，则预期收益也可以表示为：

$$r = \sum_{i=1}^n P(A_i) r_i$$

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n (r_i - r)^2 P(A_i)$$

设 σ^2 为投资股票理财产品的风险，根据上文其存在一个区间，设为 $[a, b]$ ，那么意味着投资者能承受的最大风险为 b ，最小风险为 a ，一般来讲， a 应该高于银行存款风险，投资理财产品面临的风险在这一区间之内。这样也得到一个线性规划方程：

$$\begin{aligned} \max f(r_1, r_2, \dots, r_n) &= u(r, \sigma^2) \\ s.t. \sigma^2 &\subseteq [a, b] \\ r &= \sum_{i=1}^n P(A_i) r_i \\ r &> r_0 \end{aligned} \quad (4-4)$$

式中 r_0 为无风险利率。

在得到投资者的效用函数并通过调查问卷的方式得到 a, b 的大小之后，通过解此模型就可以计算出最优的收益率 r^* ，这与投资者认可的 $P(A_i)$ 有关。这也表明投资者在设计理财产品的触发事件收益率时，应考虑触发事件发生的概率。一般来说，收益率确定与触发事件发生概率有关，若投资者认为未来某类触发事件发生的可能性较大，则其对应的收益率一般为较小。

本文阐述的股票挂钩结构性理财产品具有这样一个特点，即在购买前就已经知道了可能获得的收益的确定数值，不能确定的只是各种收益率的概率，收益率与概率之间具体的关系表达式很难确定，但是大体上是符合概率越大相应的收益率越低这一规律的。所以对于上面的规划方程可以进行如下假设，投资者进行投资的目的是获得收益，那么对于投资者来讲效用最大也即意味着投资的预期收

益最大,或者可能获得高收益的概率最大,令投资者获得高于无风险收益率的概率为 $P(r > r_f)$,同时还要受到产品最高收益的影响,或者当产品预期收益相同时,不同风险偏好的投资者对最高可能获得收益的看重程度不同,高风险偏好的投资者将更倾向于更高的可能获得收益,设 β 为投资者对最高收益率的偏好系数,最高收益率为 r_{\max} ,其获得的概率为 $P(r_{\max})$,那么二者的乘积可以表示高收益为投资者带来的效用,上述规划方程可以变化为:

$$\begin{aligned} & \max(1-\beta)P(r_{\max} > r > r_f) + \beta P(r_{\max}) \\ & s.t. \sigma^2 \subseteq [a, b] = \sum_{i=1}^n (r_i - r)^2 P(A_i) \\ & r = \sum_{i=1}^n P(A_i) r_i \\ & r > r_0 \end{aligned} \quad (4-5)$$

其中 r_f 为无风险利率。

式(4-5)表示,当投资产品的预期收益相同时,对于不同类型的投资者,其受到不同收益的影响是不同的,高风险偏好投资者受到最高收益影响更大,相反,风险厌恶者对获得大于无风险收益的概率更加看重。

4.2.3 效用函数及指标确定

(1) 马克维茨投资组合

马克维茨均值-方差模型的理论基础之一是单一期间以及最终收益的最大化。单一期间要求模型不涉及复利,而最终利益的最大化则要求在考虑风险的前提下达到财富最大化,模型表示如下:

$$\begin{aligned} & \max f(x) = \sum_{i=1}^n E(r_i) x_i \\ & s.t. \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j \leq \omega \\ & \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ & 0 \leq x_i \leq \mu_i, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (4-6)$$

式(4-6)表示在控制投资组合风险在可接受范围内的情况下,获得最终收益的最大化;

$$\begin{aligned}
 \min f(x) &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j \\
 s.t. & \sum_{i=1}^n E(r_i) x_i = E(r) \\
 & \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\
 & 0 \leq x_i \leq \mu_i, i=1, 2, \dots, n, j=1, 2, \dots, n
 \end{aligned} \tag{4-7}$$

上式表示在收益达到预期水平情况下，使投资组合的风险达到最小化水平。

式中， $X=(x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ 组合中的投资分配； r_i 表示持有期内第 i 种证券的收益率 $R=(E(r_1), E(r_2), \dots, E(r_n))^T$ 为预期收益组合， $E(r_i)$ 是证券持有期内第 i 种证券的预期收益率；令 $\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j = X^T V X$ 为组合方差，也就是投资的风险；根据上述定义我们知道 σ_{ij} 表示第 i, j 种证券的协方差， r_0 表示投资收益的最低要求。

(2) 有效前沿的求解

本文假设构建的投资组合方差矩阵为非奇异矩阵且正定，那么利用拉格朗日算法对公式 (4-7) 进行求解，令 $e=[1, 1, \dots, 1]^T$ ，那么有：

$$f = X^T V X + \alpha (R^T X - E(r)) + \beta (e^T X - 1)$$

由拉格朗日定理，有方程对投资比例 X 偏导数等于零，即：

$$\frac{\partial f}{\partial X} = 2VX + \alpha P + \beta F = 0$$

最优解为：

$$X = \frac{(CE(r) - A)V^{-1}R - (B - AE(r))V^{-1}e}{D}$$

其中：

$$A = e^T V^{-1} R = R^T V^{-1} e > 0$$

$$B = R^T V^{-1} R > 0$$

$$C = e^T V^{-1} e > 0$$

$$D = BC - A^2 > 0$$

前沿边界为：

$$\frac{\sigma_p^2}{C^{-1}} - \frac{(E(r) - AC^{-1})^2}{DC^{-2}} = 1 \tag{4-8}$$

上式 (4-8) 可以表示为一条双曲线, 我们以标准差 σ_p 为横轴, 以期望收益 $E(r)$ 为纵轴, 则在 $\sigma_p - E(r)$ 平面上作图, 如图 4-1 所示。

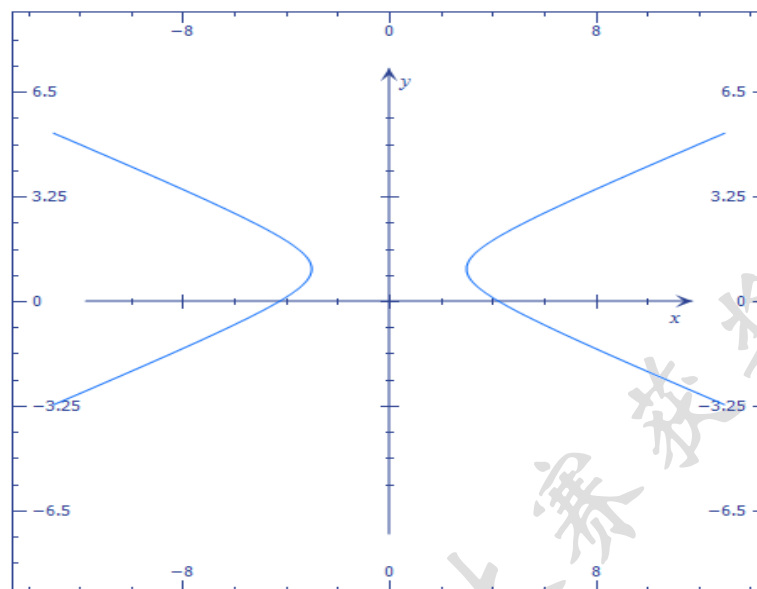


图 4-1 $\sigma_p - E(r)$ 平面图

(3) 效用函数的选择

对于不同的投资者来讲, 由于个人本身因素的不同, 如教育程度、收入、年龄等因素, 必然导致投资者在进行投资时对预期收入以及风险的判断不同, 并影响其满意程度, 即效用。

根据古典经济学, 对于任意一个投资者都存在着这样一条效用曲线, 在这条曲线上任意两点对于投资者来讲其效用相等, 即无差异曲线。投资者以此来表示对投资的偏好程度。

国内外学者对于效用函数的讨论有很多, 例如 Huang 和 Litzenberger^[42]和 Ross^[43]这两本著作, 在这两本书中比较详细地介绍了效用函数的基本理论; 除此之外, 也有很多学者在其研究中给出了相应的分析, 例如 Thorp^[44], Browne^[45], Fei^[46]以及 Buckley^[47]等人的研究等。

本文中认为投资者效用受到预期收益以及投资风险的影响, 即 $u = u(r, \sigma^2)$, 故选择 $u = E(r) - \frac{1}{2}k\sigma_p^2$ 作为分析投资者行为的效用函数表示形式, 其中 k 是投资者对风险的回避程度, 当投资者极度讨厌风险时, k 趋紧无穷大, 相反, 则趋近

于 0。通过分析上述效用函数的表达方式可知，投资者效用随着预期收益的增加而增大，随着风险的增大而减小，这一模型符合之前本文对投资者效用的论述。

对上面提出的效用函数进行修改，有 $E(r) = u + \frac{1}{2}k\sigma_p^2$ 。对于任意投资者来讲，当给出一个 k 值时，就能计算出相对投资者的效用函数以及无差异曲线，相应的无差异曲线表示为图 4-2，图中横坐标为组合的标准差，纵坐标为投资组合在风险条件下的预期收益。

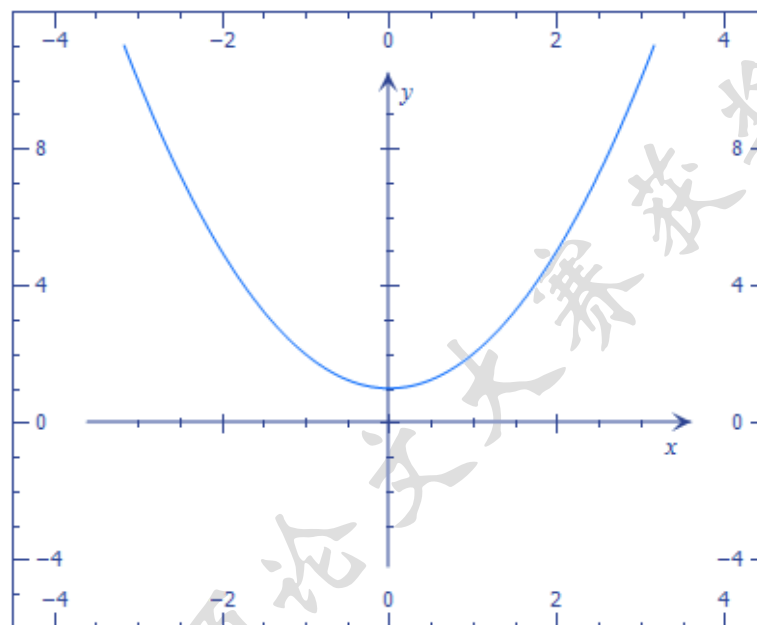


图 4-2 无差异曲线

(4) 投资结构的确定

对于理性的投资者来讲，在进行投资决策时，一定会购买这样的组合，即组合能够为投资者带来最大的效用。结合图 4-1 和图 4-2，两图分别为有效投资组合图形和投资者效用无差异曲线图形，那么可以知道当投资者作出最优的投资决策时，其投资组合一定是无差异曲线与有效投资组合曲线的切点。

对于切点坐标的求解，解得效用函数表示为：

$$u = \frac{D^2 + A^2k^2 + 2AkD - k^2D - k^3A^2}{2kCD} \quad (4-9)$$

可见，对于投资者来讲，其效用主要受到系数 k 的影响；

分别求得切点的横纵坐标为：

$$E(r) = \frac{CD + Ak}{2kC} \quad (4-10)$$

$$\sigma_p^2 = \frac{2(E(r)-u)}{k} \quad (4-11)$$

当知道投资者的 k 值，同时投资者进行过股票市场投资组合的投资，那么即可根据该投资者构造的投资组合来计算出对于投资者的最优投资的期望收益与风险，而此时的期望收益与风险的组合也可以认为是该投资者的有效组合，即无论购买什么投资产品，一旦构造出相应的收益风险组合都是有效的，这就为购买股票挂钩结构性理财产品提供了有效依据，即理财产品的预期收益和风险同上述投资组合相同，则对于投资者来讲是一个有效的理财产品。

4.3 产品设计实证分析

4.3.1 数据选择

首先假设投资者具有在股票市场上进行组合投资的经验，并且银行已经知道其投资内容，为不失一般性，本文根据分散化原则，挑选了 20 只分别处于不同类型、不同成长期、收益特点不同的股票。分散化的原则可以有效地降低投资组合的非系统风险，进而更加符合投资者理性的假设，进一步提高模型的实用价值。

本文数据来自于 2013 年 4 月 18 日到 2014 年 5 月 5 日上交所和深交所的 20 只股票的近 250 个交易日的开盘价和收盘价，数据使用国信证券软件下载。

4.3.2 数据处理

1、方法的选择

(1) 收益率的处理

关于股票收益率的计算方法，主要有股利贴现模型估计法、资本资产定价模型估计法以及历史平均数算法等几种方法来计算投资收益率。

股利贴现模型估计法等于第一年的股票收益率加上一个股利增长率，其中第一年的股票收益率等于第一年末支付的股利除以股票价格；资本资产定价模型估计法等于无风险利率再加上一个风险补偿，其中无风险利率一般由短期国债利率来表示，这样预期通货膨胀也将被考虑在收益率中；历史平均数算法要求投资者的预期收益是历史平均收益率的近似值，这样一来就可以通过计算股票收益率的历史平均数来计算、估计所要求的股票收益率。

现实生活中，理财师们多以历史平均数算法为依据来估计投资者的预期收益

率，所以，在本文中也使用这一算法对投资者的预期收益率进行估计，分别计算出各期各支股票的周收益率，然后根据这些数据进一步估计出预期收益率。

在本文中忽略股利，用股票当期价格变动除以股票期初的价格来表示股票的当期收益率，即股票的周收益率公式表示为：

$$r_{it} = \frac{p_{it} - p_{it-1}}{p_{it-1}}$$

在上式中， r_{it} 意味着在时期 t 时组合中股票 i 的收益率， $i = 1, 2, \dots, 20$ ， $t = 1, 2, \dots, 52$ ； p_{it-1} 表示第 i 种股票在第 t 期期初的价格，而 p_{it} 则表示第 i 支股票在第 t 期期末的价格。

(2) 方差与协方差的计算

本文对选取股票的方差及协方差的计算运用 excel 对数据进行处理，计算方法：首先计算股票的收益率，对收益率数列计算方差和协方差。

2、数据处理结果

利用历史数据法对所选取的 20 只股票进行计算，得到股票的收益率及方差结果，表示在下面各表：

表 4-2 20 只股票收益率

万科 A	深康佳 A	中冠 A	中国 宝安	北方 国际	中兴 通讯	中金 岭南	鑫茂 科技	哈飞 股份	金路 集团
-0.00445	0.005944	0.006075	-0.0003	0.009138	-0.00027	-0.00717	0.003486	-0.00076	0.001455
中原 环保	大通 燃气	安泰 科技	中信 银行	深圳 能源	爱尔 眼科	招商 银行	中航 动控	中国 平安	中国 石油
-0.00162	0.001065	0.00013	0.00448	-0.00057	0.016735	-0.0026	0.002409	5.36E-05	-0.00082

表 4-3 20 只股票方差

万科 A	深康佳 A	中冠 A	中国 宝安	北方 国际	中兴 通讯	中金 岭南	鑫茂 科技	哈飞 股份	金路 集团
0.00187	0.002161	0.001916	0.002483	0.006449	0.002097	0.001333	0.003364	0.00162	0.003342
中原 环保	大通 燃气	安泰 科技	中信 银行	深圳 能源	爱尔 眼科	招商 银行	中航 动控	中国 平安	中国 石油
0.001562	0.001315	0.002894	0.003548	0.000875	0.004122	0.000949	0.002984	0.000972	0.000476

表 4-4 20 只股票的协方差矩阵

万科 A	深康佳 A	中冠 A	中国 宝安	北方 国际	中兴 通讯	中金 岭南	鑫茂 科技	哈飞 股份	金路 集团
0.0019	0.0006	0.0001	0.0007	0.0006	0.0001	0.0008	0.0003	0.0004	0.0009
0.0006	0.0022	0.0001	0.0003	0.0007	-0.0003	0.0003	0.0005	0.0002	0.0011
0.0004	0.0017	0.0019	0.0008	0.0013	-0.0003	0.0004	0.0009	0.0007	0.0002
0.0008	0.0018	0.0018	0.0025	0.0015	0.0001	0.0010	0.0016	0.0007	0.0012
0.0008	0.0017	0.0021	0.0027	0.0064	0.0001	0.0010	0.0013	0.0018	0.0008
0.0010	0.0022	0.0026	0.0034	0.0034	0.0021	0.0002	0.0003	0.0000	0.0003
0.0012	0.0016	0.0014	0.0019	0.0019	0.0027	0.0013	0.0007	0.0007	0.0006
0.0009	0.0017	0.0021	0.0019	0.0018	0.0028	0.0018	0.0034	0.0007	0.0005
0.0009	0.0019	0.0020	0.0022	0.0019	0.0030	0.0020	0.0021	0.0016	0.0004
0.0005	0.0021	0.0029	0.0023	0.0023	0.0040	0.0023	0.0024	0.0024	0.0033
0.0010	0.0014	0.0012	0.0014	0.0011	0.0022	0.0014	0.0014	0.0022	0.0011
0.0008	0.0012	0.0014	0.0016	0.0016	0.0021	0.0017	0.0017	0.0012	0.0018
0.0006	0.0015	0.0015	0.0017	0.0013	0.0024	0.0016	0.0016	0.0020	0.0020
0.0008	0.0018	0.0019	0.0021	0.0019	0.0026	0.0014	0.0019	0.0022	0.0019
0.0006	0.0011	0.0011	0.0015	0.0018	0.0021	0.0018	0.0015	0.0010	0.0024
0.0006	0.0010	0.0010	0.0010	0.0010	0.0014	0.0010	0.0012	0.0012	0.0014
0.0006	0.0006	0.0002	0.0005	0.0006	0.0008	0.0008	0.0006	0.0006	0.0005
0.0010	0.0016	0.0014	0.0014	0.0015	0.0021	0.0017	0.0015	0.0018	0.0018
0.0009	0.0013	0.0008	0.0014	0.0015	0.0019	0.0017	0.0013	0.0013	0.0016
0.0003	0.0003	0.0001	0.0002	0.0001	0.0003	0.0004	0.0002	0.0003	0.0003
中原 环保	大通 燃气	安泰 科技	中信 银行	深圳 能源	爱尔 眼科	招商 银行	中航 动控	中国 平安	中国 石油
0.0010	0.0008	0.0006	0.0008	0.0006	0.0006	0.0006	0.0010	0.0009	0.0003
0.0014	0.0012	0.0015	0.0018	0.0011	0.0010	0.0006	0.0016	0.0013	0.0003
0.0012	0.0014	0.0015	0.0019	0.0011	0.0010	0.0002	0.0014	0.0008	0.0001
0.0014	0.0016	0.0017	0.0021	0.0015	0.0010	0.0005	0.0014	0.0014	0.0002
0.0011	0.0016	0.0013	0.0019	0.0018	0.0010	0.0006	0.0015	0.0015	0.0001
0.0022	0.0021	0.0024	0.0026	0.0021	0.0014	0.0008	0.0021	0.0019	0.0003

续表 4-4 20 只股票的协方差矩阵

万科 A	深康佳 A	中冠 A	中国 宝安	北方 国际	中兴 通讯	中金 岭南	鑫茂 科技	哈飞 股份	金路 集团
0.0014	0.0017	0.0016	0.0014	0.0018	0.0010	0.0008	0.0017	0.0017	0.0004
0.0014	0.0017	0.0016	0.0019	0.0015	0.0012	0.0006	0.0015	0.0013	0.0002
0.0022	0.0012	0.0020	0.0022	0.0010	0.0012	0.0006	0.0018	0.0013	0.0003
0.0011	0.0018	0.0020	0.0019	0.0024	0.0014	0.0005	0.0018	0.0016	0.0003
0.0026	0.0009	0.0015	0.0019	0.0008	0.0012	0.0006	0.0016	0.0010	0.0003
0.0009	0.0025	0.0013	0.0009	0.0008	0.0008	0.0006	0.0010	0.0011	0.0003
0.0015	0.0013	0.0033	0.0017	0.0017	0.0012	0.0004	0.0015	0.0010	0.0003
0.0019	0.0009	0.0017	0.0030	0.0014	0.0010	0.0003	0.0017	0.0009	0.0003
0.0008	0.0008	0.0017	0.0014	0.0074	0.0015	0.0004	0.0013	0.0010	0.0001

0.0012	0.0008	0.0012	0.0010	0.0015	0.0043	0.0003	0.0009	0.0007	0.0001
0.0006	0.0006	0.0004	0.0003	0.0004	0.0003	0.0011	0.0004	0.0007	0.0003
0.0016	0.0010	0.0015	0.0017	0.0013	0.0009	0.0004	0.0039	0.0010	0.0003
0.0010	0.0011	0.0010	0.0009	0.0010	0.0007	0.0007	0.0010	0.0015	0.0003
0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0003	0.0003	0.0003	0.0007

4.3.3 模型求解

对于组建的投资组合，对其协方差矩阵进行计算，求出其逆矩阵。接下来，将计算出的结果代入到公式（4-8），求出有效边界与效用函数的切点即可。计算结果分别如下：

$$A = e^T V^{-1} R = R^T V^{-1} e = 19.8298$$

$$B = R^T V^{-1} R = 4.0719$$

$$C = e^T V^{-1} e = 101.9112$$

$$D = BC - A^2 = 21.751247$$

当假设该投资者的 k 值为 1 时，由此，根据效用函数形式，以及投资者构造的投资组合，我们可以计算出投资者在此投资组合的基础上可以获得的最大效用为：

$$u = \frac{D^2 + A^2 k^2 + 2AkD - k^2 D - k^3 A^2}{2kCD} = 2.03$$

进一步计算出该投资者在该投资组合获得最大效用的预期收益及风险为：

$$E(r) = \frac{CD + Ak}{2kC} = 10.97\%$$

$$\sigma_p^2 = \frac{2(E(r) - u)}{k} = 17.88\%$$

故此，根据推导出的模型计算出对于当前投资者的有效理财产品的收益及风险。其中，预期收益为 10.97%，风险为 17.88%。

需要说明的是，本文计算出的收益及方差是根据构建出的投资组合以及其一年内的表现来计算投资者在股票挂钩产品市场的理想的预期收益与可接受的最大风险，而由于所选取的股票的近期表现具有较大幅度的变动，故计算出的结果有可能具有较大的值。

根据上面的计算可知，构建的理财产品需要具备预期收益大于等于 10.97%，而风险将小于等于 17.88%，只有具备这两个特点，该理财产品才能够符合投资

者的需求。根据之前对产品类型的分析，假设构建的产品存在多个提前赎回期，预期收益率为 10.97%，则实际收益率与赎回时间线性相关，根据公式（4-5）当存在多个收益率相同的理财产品时，投资者购买产品的依据与自身的风险偏好相关，也即对产品的实际收益率以及其概率分布相关；同时根据公式（4-5）还有投资者对产品的评估取决于三个状态：最高收益率及其概率大于无风险收益且小于最大收益率的概率，以及小于无风险收益的概率。在这里对数据进行处理，分别用各个区间的期望代替各区间的多个取值，举例分析：若实际存在一个产品并且其收益及概率分布如表 4-5 所示。

表 4-5 产品收益分布

0.5%	4%	5%	6%	10%
50%	15%	15%	15%	5%

那么该产品就可以看成是实际收益率分别为 0.5%、5% 和 10%，其概率分别为 50%、45% 以及 5% 的产品。利用公式（4-5），可以首先计算出三个收益期的产品结构，进而再分别计算根部分的多期结构，至此产品的设计完成。

令理财产品的预期收益为 10.97%，投资者的风险偏好为 0.6，即 $\beta = 0.6$ ，代入到公式（4-5）中，并利用 Matlab 软件进行计算得到产品的结构，其理想的收益率分布为：

表 4-6 新设计产品收益分布

0.5%	3%	54.94%
0%	84.66%	15.34%

说明：由于在上一部分构建投资组合时，是从股票市场随机选的股票，所以构建的投资组合可能存在不合理现象，即投资者要求的收益过高，而可容忍的风险有相对较小，并不能够体现出投资者的投资偏好，故在本部分进行结构设计时出现了高利率的现象。当将预期收益降低为 6%，可容忍风险提高到 20% 时，对于投资者理想中的产品结构为：

表 4-7 新设计产品收益分布

0.5%	3%	7.31%
19.27%	0%	80.73%

可以看出,现在投资者理想中的投资结构为单期型理财产品,即只有在产品周期终点时才能确定产品的收益,收益分布为表 4-7 所示。当设计出产品的结构之后,利用之前股价路径模拟方法,找到符合相应趋势的挂钩股票或者股票组合即可,这样就完成新产品的的设计。

4.4 本章小结

本章首先利用效用函数,从投资者的收入、储蓄出发,针对理财产品的预期收入以及风险,提出了产品的价格设计方式。其次对市场上的理财产品进行了概括性的分类。然后根据效用函数,对产品的结构进行了界定,并提出了产品设计模型。最后,选取了 20 只股票构建组合进行实证研究,求解出相对投资者效用最优的产品设计方案。

第 5 章 股票挂钩结构性理财产品的推荐

通过国内外文献检索可知,学者们对于股票挂钩结构性理财产品的研究主要侧重产品的定价及收益分析,但对于与投资者利益更相关的产品推荐方法的研究则仍处于一个相对初级的阶段,相关文献多为探讨性研究。尽管关于推荐方法的研究在电子商务领域已比较常见,但在理财产品推荐方面的研究则未见报道。本章将针对这一现象,从效用函数入手,结合投资者偏好,推导并构建出一种新的产品推荐方法,使其能够更好地符合投资者风险偏好以及预期收益的特点。

5.1 基于效用理论的推荐方法

前面第 4 章利用马克维茨投资组合模型以及效用函数实现了根据投资者的偏好进行计算,进而针对单独投资者完成有倾向性的理财产品结构设计,即设计针对性的产品结构,每一份产品都是针对投资者所量身定做的。但是这样的设计有时候对发行理财产品的机构来讲却并不是最有效率的,故本节利用效用理论,针对市场上已有的理财产品实现对产品的推荐,也让投资者在已有的产品中得到最大的投资效用。

5.1.1 风险偏好的分类

投资具有收益不确定性,即进行一项投资时极有可能获得收益也有可能损失,这种不确定性也被称为风险。对于投资风险,不同的投资者都有不同的反应,即风险偏好,是一种对风险的投资态度。对于风险偏好的鉴别,使用较为普遍的一种方法是赌博当量法^[48]。所谓赌博当量法是指,让投资者进行一项尝试性赌博,一般为好坏两种结果,并且知道其发生概率。通过让投资者对该项赌博进行评分,或者说投资者本身可以接受的结果值,使得投资者认为评价值与赌博价值相等。那么称投资者的评价结果为赌博的当量,这里记为 κ 。用 $[x, \alpha, y]$ 表示赌博,那么其中 α 为 y 发生的概率,且有 $x < y$, $\alpha \in [0, 1]$ 。那么对于投资者来讲,其风险偏好也可由其赌博当量来表示。赌博当量与赌博结合为:

$$[x, \alpha, y]: \kappa$$

很明显,有 $x < \kappa < y$ 。

对于 κ 需要投资者进行反复的权衡，而对于同一组赌博，显然风险偏好不同的投资者也将会得到不同的 κ 值，因此，本文认为可以使用 κ 值来区分投资者风险偏好。

对于风险偏好的划分：

- 1、当 $\kappa < E[x, \alpha, y]$ 时，为风险厌恶型；
- 2、当 $\kappa = E[x, \alpha, y]$ 时，为风险中立型；
- 3、当 $\kappa > E[x, \alpha, y]$ 时，为风险追求型。

上述公式中 $E[x, \alpha, y]$ 表示数学期望值。

5.1.2 推荐算法

(1) 效用函数的推导

对于效用函数表现形式的推导，姜青舫^[49]根据可测效用公理进行了推导。对于投资者存在着这样一个函数 u ，使得投资者者在所有的收益概率分布集上连续，同时有 u 为线性的，而在收益集合中的两个组合 P 和 Q 来讲，如果对于投资者来讲组合 P 不如组合 Q ，则有 $u(p) \leq u(q)$ 。

对于效用函数的推导，一般使用预设偏好性质方法对其进行推导。从静态模型对投资组合进行分析，同时假设对投资者来讲其风险偏好并不随着财富水平等因素的改变而发生变化，公式表示为：

$$[x, \alpha, y]: \kappa \Leftrightarrow [x, \alpha, y] + \omega: \kappa + \omega$$

对于这样的投资者称之为常风险偏好投资者。对于 $[x, \alpha, y] + \omega$ 也可以看成是 $[x + \omega, \alpha, y + \omega]$ 这样一个赌博测试。利用可测效用公式可以得到：

$$u([x, \alpha, y]) = u(\kappa) \Leftrightarrow u([x + \omega, \alpha, y + \omega]) = u(\kappa + \omega)$$

利用数学期望关系式，化简有：

$$\begin{aligned} (1 - \alpha)u(x) + \alpha u(y) &= u(\kappa) \\ \Leftrightarrow (1 - \alpha)u(x + \omega) + \alpha u(y + \omega) &= u(\kappa + \omega) \end{aligned}$$

接下来，利用反函数求解有：

$$\begin{aligned} (1 - \alpha)u(x + \omega) + \alpha u(y + \omega) \\ = u(u^{-1}((1 - \alpha)u(x) + \alpha u(y)) + \omega) \end{aligned}$$

在这里得到了表示效用函数的一种表示方式。将 $[x, \alpha, y]$ 测试进行，推广为一般的随机过程有：

$$\begin{aligned} E(u(X + \omega)) \\ = u(u^{-1}(E(u(X))) + \omega) \end{aligned}$$

根据姜青舫的推导可知，若效用函数在整个实数集不恒为 0，且连续可微，那么根据上述方程有：

$$u(x) = bx + d \quad (5-1)$$

或

$$u(x) = \frac{(e^{bcx} - 1)}{c} - d \quad (5-2)$$

(2) 效用函数的标准化

上面推导出的效用函数决定于投资者的偏好，并存在着对应结论：

- 1、风险中立者效用函数表现为线性；
- 2、非风险中立者其效用函数为指数形式；

证明：

根据风险中立者的定义 $\kappa = E[x, \alpha, y]$

以及根据上文可知 $(1 - \alpha)u(x) + \alpha u(y) = u(\kappa)$

那么很明显，此时效用函数表现为线性特征，即 $u(x) = bx + d$

而当 $\kappa \neq E[x, \alpha, y]$ 时，同时由于 $(1 - \alpha)u(x) + \alpha u(y) = u(\kappa)$

这已经说明了 $u(x) \neq bx + d$

所以根据上面得到的结论有 $u(x) = \frac{(e^{bcx} - 1)}{c} - d$ 。

由于常风险偏好投资者的风险偏好与收益的变化不相关，或者说弹性极小，本文假设 $\omega = 0$ 。对于某一个投资者，假设有一个已知的赌博 $[x_0, \alpha, y_0]$ ，并且投资者给出了赌博当量 κ_0 ，即：

$$[x_0, \alpha, y_0]: \kappa_0$$

根据上式就可以计算出投资者的效用函数；还可以通过下面的方法进行求解。

为解决上述问题，首先提出这样一个赌博 $[0, \alpha, 1]: \lambda$ 假设存在函数

$$f(x) = \frac{x - x_0}{y_0 - x_0}, \text{ 那么有 } f(x_0) = 0, f(y_0) = 1, \text{ 同时令 } f(\kappa_0) = \frac{\kappa_0 - x_0}{y_0 - x_0} = \lambda, \text{ 这样就}$$

有 $[x_0, \alpha, y_0]: \kappa_0 \Leftrightarrow [0, \alpha, 1]: \lambda$ ，称 λ 为 $[x_0, \alpha, y_0]: \kappa_0$ 的特征指数。

对效用函数进行标准化,可以和上面论述的进行映射,即令 $u(x_0)=0$, $u(y_0)=1$, 当投资者属于风险中立时, 那么有:

$$\begin{aligned} u(x_0) &= bx_0 + d = 0 \\ u(y_0) &= by_0 + d = 1 \end{aligned}$$

可以解出效用函数为:

$$u(x) = \frac{x - x_0}{y_0 - x_0} \quad (5-3)$$

对于非风险中立投资者利用上面的方法可以解得函数式为:

$$u(x) = \frac{v_0^x - v_0^{x_0}}{v_0^{y_0} - v_0^{x_0}} \quad (5-4)$$

其中 v_0 为函数 $\alpha v^{y_0} - v^{x_0} + (1-\alpha)v^{x_0} = 0$, 而 $v = e^{bc}$ 。

但是上述的分析对于解决实际问题还有一定的难度,接下来将对效用函数进行标准化以方便解决实际的问题。

当 $f(x) = \frac{x - x_0}{y_0 - x_0}$ 时, 对应变量 x 的效用函数 u 可以进一步表示为 $u(f)$ 。对于新的 $[0, \alpha, 1]: \lambda$, 有当投资者为风险中立时有 $\lambda = \alpha$, 那么效用函数就可以表示为:

$$u(f) = f \quad (5-5)$$

而对于非风险中立投资者, 即 $\lambda \neq \alpha$, 有效用函数表示为:

$$u(f) = \frac{1 - v_0^f}{1 - v_0} \quad (5-6)$$

其中 v_0 由方程 $v^\lambda - \alpha v - (1-\alpha) = 0$ 决定^[49]。

证明: 由于 $f(x) = \frac{x - x_0}{y_0 - x_0}$

$$\text{以及方程 } u(x) = \frac{v_0^x - v_0^{x_0}}{v_0^{y_0} - v_0^{x_0}}$$

$$u(x) = \frac{v_0^x - v_0^{x_0}}{v_0^{y_0} - v_0^{x_0}} = \frac{v_0^{\frac{x-x_0}{y_0-x_0}(y_0-x_0)+x_0} - v_0^{x_0}}{v_0^{y_0} - v_0^{x_0}}$$

$$\text{所以 } u(f) = \frac{v_0^{f(y_0-x_0)+x_0} - v_0^{x_0}}{v_0^{y_0} - v_0^{x_0}}, \text{ 对其进行化简即可。}$$

本节将根据这两个效用模型对投资者的决策进行评估,并计算出更优的决策方案。

(3) 产品推荐流程

在投资决策过程中,不同的投资者由于其风险偏好的不同,即使面对相同的环境仍然会产生投资结果的差异。考虑到市场中有 n 个投资者,并分别有自己的风险偏好。假设每个投资者的风险性质由赌博测试给出,在实际的交易中,根据投资者的交易习惯可以测试出投资者的风险习性^[49]。

由于本文设计到了标准化的问题,所以在进行下一步的计算时,首先要对数据进行标准化。采用的方法是对可能获得的最大收益赋值为 1,相应的对收益最小值赋值为 0,为简化计算,可将其他的收益值按照线性法计算出,利用计算出的标准化数值并带入到我们推导出的效用函数,就可以计算出各种投资方案的效用值,明显的较大的数值意味着越符合投资者意向,进而给出在现有投资选择当中的最优决策。

具体推荐过程表述为:

1、对投资者进行赌博测试,给出投资者的赌博当量,将测试出的投资者赌博当量代入当方程 $v^{\lambda} - \alpha v - (1-\alpha) = 0$ 当中,可以计算出具体效用函数表现公式:

$$u(f) = \frac{1-v_0^f}{1-v_0};$$

2、不考虑投资的交易费用,计算出各种投资产品的收益率以及相应的收益分布律;

3、分别选取其中最大的收益率和最小的收益率做为标准化数值,并分别赋值为 1 和 0,利用线性内插法分别计算出各种可能收益的标准化数值;

4、代入到计算出的投资者效用函数 $u(f) = \frac{1-v_0^f}{1-v_0}$ 中,分别计算出各种投资方案的效用值,进行比较得出最优的投资选择。

5.2 产品推荐实证分析

5.2.1 产品信息

为验证 5.1 节提出的推荐方法,本节选取星展银行“股得利”系列编号 1420

的股票挂钩结构性理财产品，并结合第 3 章中检验的第三个产品，对提出的模型进行验证，产品信息介绍如表 5-1 所示。

表 5-1 “股得利” 1420 期 1 年人民币结构性投资产品

起算日	2014 年 4 月 26 日
到期日	2015 年 4 月 25 日
认购起始金额	50000 元
认购资金返还	若发生敲出事件，则当季度末返还本金及利息；否则，期末返还本金及利息。
挂钩指标	保洁公司普通股，星巴克公司普通股
投资收益率 (年)	敲出条件：初始收入水平的 107%； 每季度设有一个定价日，季度观察是否发生赎回触发事件； 若发生，则可获得年化收益率为 10%；若未发生，则有： （1）表现最差股票收益为正，有：收益=参与率*表现率； （2）低于初始价格，则为 0.05%； 表现率=[(收市价格-初始价格)-1]*100%
参与率	50%
期初价格	基准日收市价
期末价格	期末观察日收市价
期末观察日	2015 年 4 月 26 日
收益计算基础	A/365

两只股票近一年股票走势为下图：

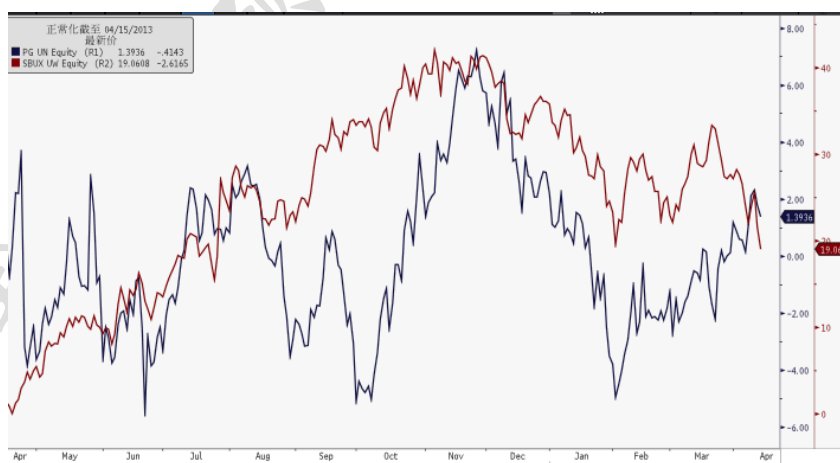


图 5-1 标的物近一年走势图

注：上述产品信息及挂钩股票走势图均取自于其产品说明书。

分析：本产品选自星展银行“股得利”系列，为完全保本产品，与第 3 章中的第三个产品（下面成为产品 1）具有相同的投资期限与时间，相区别的是：产品 1 为季度敲定，年度敲出；而产品 2 为每季度设置一个敲出日，达到条件立刻

敲出。这里产生的后果是产品 1 符合条件后不能够立刻获得投资的资金，所以相对有一段 0 收益的时期，相对的产品 1 的敲出条件更容易达成。这是上述两个产品的主要区别。本文假设当产品符合条件敲出之后，投资者的资金收益率为当时市场上的无风险利率，即一年定期存款利率 3%。

5.2.2 数据处理

(1) 产品 1 的收益率分布

此处收益率为第 3 章中计算出的结果，见表 3-16。

(2) 产品 2 的处理

表 5-2 股票基本数据

股票	期初价格	期望收益率	标准差
保洁	81.41	0.000214	0.009225178
星巴克	72	0.000741	0.013551

表 5-3 相关系数矩阵

相关系数	保洁	星巴克
保洁	1	0.14272
星巴克	0.14272	1

其中期初价格为 2014 年 4 月 25 日的收盘价。

对相关系数矩阵做 Cholesky 分解，得到如下矩阵：

表 5-4 股票 Cholesky 系数矩阵

相关系数	保洁	星巴克
保洁	1	0
星巴克	0.14272	0.989763

(2) 股价模拟

对上述两只股票进行路径模拟之后，得到路径图：

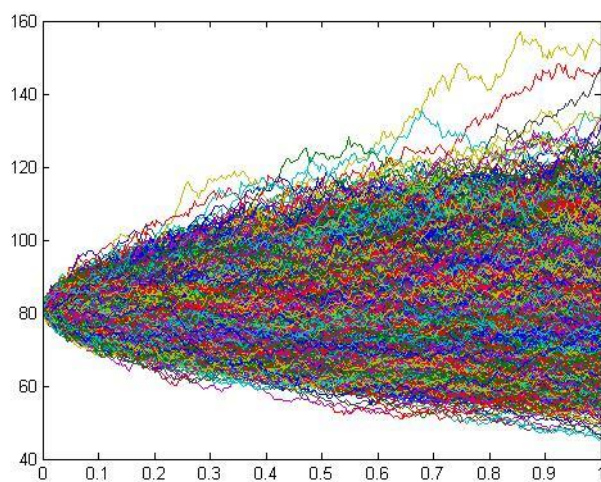


图 5-2 保洁股价模拟结果

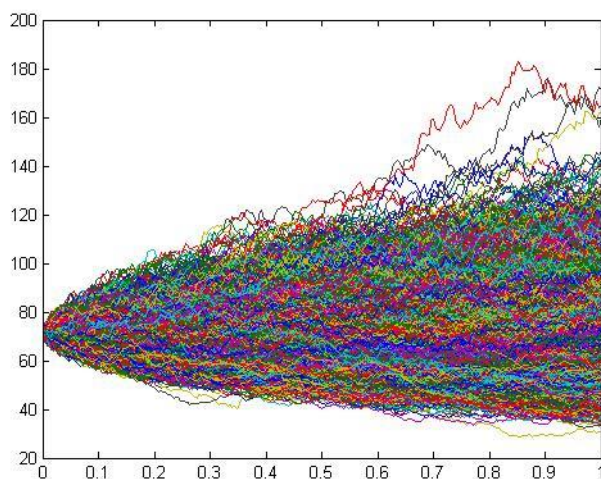


图 5-3 汇丰控股股价模拟结果

由于该产品初始日为 4 月 25 日，故本文选取的敲出日分别为 7 月 25 日、10 月 25 日、1 月 25 日以及到期日。

通过对模拟结果进行统计，得到该产品在每个月末可能触发的概率，以及相应的实际利率，表示为下表 5-5：

表 5-5 产品 2 在各敲出日达到触发条件的概率及实际利率

时间	股票	平均价格	触发概率	总触发概率	实际收益率
7 月 25 日	保洁	80.40	14.34%	3.55%	4.75%
	星巴克	72.02	24.75%		
10 月 25 日	保洁	79.29	16.97%	5.09%	6.50%
	星巴克	71.94	30.02%		

1 月 25 日	保洁	78.31	17.30%	5.63%	8.25%
	星巴克	71.97	32.56%		
4 月 26 日	保洁	77.16	11.09%	3.75%	10.00%
	星巴克	72.06	33.82%		

5.2.3 产品推荐

在做出推荐实证之前假设本文为等可能赌博，即 $[0, \alpha, 1]$ 中的 $\alpha = 0.5$ ，这样处理后变量将只有一个，即 λ ；那么，根据之前总结出的推荐方法可知对于不同的 λ 值将对应着公式 $v^\lambda - \alpha v - (1 - \alpha) = 0$ 的不同解，进而就能够针对不同的投资者构建符合其特点的效用函数。

接下来，对上面计算出的收益率进行标准化计算，其中最低收益率为 0.5%，最高收益率为 10%，标准化后分别为 0 和 1，将其他数据也分别进行标准化后，收益率分别对应的数值记录于表 5-6 和 5-7。

表 5-6 产品 1 标准化后数据

收益率	标准化结果	概率
0.5%	0	50.29%
4.00%	0.37	10.25%
5.01%	0.47	11.04%
5.95%	0.57	13.97%
7.00%	0.68	14.45%

表 5-7 产品 2 标准化后数据

收益率	标准化结果	概率
0.50%	0	81.98%
4.75%	0.45	3.55%
6.50%	0.63	5.09%
8.25%	0.82	5.63%
10.00%	1	3.75%

利用 Matlab 针对方程 $v^\lambda - \alpha v - (1 - \alpha) = 0$ 进行计算，首先给出不同的赌博当量 λ 值，本文选取 5 个赌博当量，分别为 $\lambda = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$ ，基于此，计算出的 v_0 值为 $[0.0010, 0.1651, 1.0, 6.0561, 1014.00]$ ，将此五个数值分别代入到效用函

数 $u(f) = \frac{1-v_0^f}{1-v_0}$ 当中，分别得到不同的效用函数表达式：

$$u(f) = 1.0010 * (1 - 0.0010^f)$$

$$u(f) = 1.1977 * (1 - 0.1651^f)$$

$$u(f) = f$$

$$u(f) = -0.1977 * (1 - 6.0561^f)$$

$$u(f) = -0.0010 * (1 - 1014^f)$$

并对上述数据进行统计，分别计算出投资于两种产品对于不同风险偏好投资者的效用，结果记录于表 5-8。

表 5-8 中分别给出了多种偏好类型的投资者在两种产品中的选择倾向，可以看出，只有当投资者喜好风险程度非常高时，即极强风险追求时产品 2 才更有优势，因此在两种产品的推荐中，只有针对极度风险爱好投资者推荐产品 2 更能最大化投资者的效用，在其他条件下，产品 1 更具有优势。

表 5-8 两种产品效用值比较

λ 值	产品 1 效用值	产品 2 效用值	比较
0.1	0.4813	0.1779	产品 1
0.3	0.3648	0.1545	产品 1
0.5	0.2677	0.1317	产品 1
0.7	0.1664	0.1051	产品 1
0.9	0.0269	0.0591	产品 2

根据上面的结果，从银行角度来讲也可以更有效的确定对于不同类型、不同收益结构的结构性产品的发行量，进而实现资源的有效配置。

5.3 本章小结

本章根据效用函数，首先对风险类型进行了界定；其次，针对现货市场，建立新的效用函数表示方式，提出一种新的产品推荐方法；再次，根据推导出的产品推荐方法，选取星展银行“股得利”系列编号 1420 的股票挂钩产品与第 3 章中的平安银行“聚财宝”2013 年第 37 期人民币理财产品进行了比较分析，并给出了在不同风险偏好程度、不同偏好类型下，投资者应该做出的投资选择。

结论

近年来,商业银行发行的结构性理财产品越来越多,这些理财产品因其具有的结构多样性、控制风险以及高收益性特征得到了投资者的青睐。但目前,我国结构性理财产品设计的核心技术仍比较落后,在市场上则表现为到处充斥着结构类似的产品,同质化现象严重。在已有的研究文献中,关于结构型理财产品设计方面的研究,大多集中在表面的描述、划分以及期限等方面,本文针对上述问题,通过对我国股票挂钩结构性理财产品的设计现状进行风险收益分析及评估,探讨产品在结构设计方面的缺陷,进一步提出针对不同投资者特点的产品结构设计方案,最后针对市场的已有产品提出推荐方法,以满足不同投资者的需求。主要研究成果及创新总结如下:

(1) 从结构性产品的风险收益入手,结合投资者的偏好特征,利用 Matlab 软件编程进行蒙特卡洛模拟,结合 VaR 方法对现货市场产品从收益性、风险性以及结构设计上进行评估,总结了产品市场针对性差,设计结构不合理,投资结构性产品获得理想收益的概率低等问题。

(2) 针对产品评估结果,本文进行合理假设,对产品价格以及结构的设计模型进行了创新:首先从效用函数入手,认为投资者的效用由消费效用和投资效用组成,设计出可以让投资者更容易接受的产品价格设计模型;在产品结构设计模型构建中结合投资者风险偏好特点,利用马克维茨均值方差模型以及效用函数推导出根据投资者自身投资偏好的有效投资组合,给出产品设计模型,并进行实证研究,结果表明设计方案可以反映出投资者的偏好,并能够针对性地设计出符合其预期的产品结构。

(3) 针对已有的结构性理财产品市场上还没有个性化的推荐方法这一现象,从风险偏好入手,结合赌博当量法对投资者效用函数进行推导,进一步对其进行标准化,构建出一种可以对产品进行量化分析的新推荐方法,并给出具体的产品推荐流程。该推荐方法可以为不同类型的投资群体推荐合适的产品,进而实现金融机构与投资者在投资市场上的高度匹配,实证结果验证了本文提出的推荐方法的有效性。

参考文献

- [1] Fischer Black, Myron Scholes, The pricing of options and corporate liabilities[J]. The Journal of Political Economy, 1973, 81(3): 637-654
- [2] Stultz. R, Options on the Minimum or the Maximum of Two Risky Assets: Analysis and Applications[J]. Journal of Financial Economics, 1982,10(2): 161-185.
- [3] M Rubinstein and E Reiner, Breaking Down the barriers[N]. NYPL express, 1998-9-22(3-7)
- [4] Satyajit Das:Structured products and hybrid securities[M]. John Wiley&Sons (Asia) Pte Ltd, 2001.
- [5] Matthias Muck. Where Should You Buy Your Options? The Pricing of Exchange Traded Certificates and OTC-Derivatives in Germany[J]. The Journal of Derivatives ,2006, 14(1): 82-96
- [6] S. Burth,T.Kraus, H.Wohlwend,The pricing of structured products in the Swiss market[J]. Journal of Derivatives,2001, 9:30-40.
- [7] R Baule, O Entrop, M Wilkens. Credit Risk and Bank Margins in Structured Financial Products: Evidence from the German Secondary Market for Discount Certificates[J]. Journal of Futures Markets, 2008, 28(4):376-397
- [8] Carole Bernard and Phelim Boyle. Locally-Capped Investment Products and the Retail Investor[R]. Working Paper, University of Waterloo, 2008(5): 32-37.
- [9] Bruce I.Carlin,Strategic Price Complexity in Retail Financial Markets[J].Journal of Financial Economics, 2009,3:278-287.
- [10]廖琦.略论结构性理财产品设计及定价[J].商业时代,2009,(26):102-103.
- [11]杜平.论银行理财产品合理品种结构的构建--从零收益,负收益现象谈起[J].理论月刊,2008,(11):160-162.
- [12]谭莹,李舒.我国商业银行结构性理财产品的现状,特点及发展[J].金融理论与实践,2009,(12):60-62.
- [13]李明.我国商业银行人民币理财产品的现状及发展[J].科学与财富,2010,(11).
- [14]张磊.我国结构性存款产品设计研究[J].商场现代化.2010,(6):150-150.
- [15]崔海蓉,何建敏,胡小平等.规避通胀风险的结构性理财产品设计与定价[J].管理科学,2012,25(2):105-111.

- [16]李畅.结构性金融衍生产品定价研究[M].北京:经济科学出版社,2008(7):32-34.
- [17]姜礼尚.期权定价的模型和方法[M].北京:高等教育出版社,2003(7):24-39.
- [18]崔海蓉.结构性金融产品的最优设计与定价—基于发行者与投资者的视角[J].中国管理科学,2010(8):35-37.
- [19]徐承龙,段为钊,周羽.一种触发式汇率期权定价的数学模型[J].同济大学学报(自然科学版),2007(8):56-57.
- [20]姜礼尚等.金融衍生产品定价的数学模型与案例分析[M].北京:高等教育出版社,2008.
- [21]任敏,陈金龙,保本型股票挂钩结构性外汇理财产品定价研究[J].国际金融研究,2008.(12):64-70.
- [22]吴强,银行得利宝欢橙系列理财产品的研究[J],同济大学学报,2008.(9):1295-1300.
- [23]钱文礼.我国结构金融产品设计-产品定价与风险对冲[D].成都:西南财经大学,2008.
- [24]梁曦.结构性理财产品预期收益率实证分析--以招商银行焦点联动系列之104248为例[J].洛阳师范学院学报,2014,(5):103-105,112.
- [25]黄思达.基于蒙特卡洛模拟法的股票挂钩结构性理财产品的收益探析[J].金融经济: 下半月,2012,(11):100-102.
- [26]魏可.结构性理财产品收益优势凸显[J].中国信用卡,2013,(11):79-81.
- [27]吕志峰,郭延武,吴晶晶等.期权在我国商业银行结构性理财产品中的运用[J].电子商务,2012,(9):50-52.
- [28]伍崑.我国外汇结构性存款研究[D].成都:西南财经大学硕士学位论文.2008:43-46.
- [29]黄存明:论我国银行业金融创新的制度约束—兼谈城市商业银行的金融创新,金融研究[J].2001,7:126-129.
- [30]黄国平:中国银行业理财业务发展模式和路径选择[J].财经问题研究.2009,9:51-56.
- [31]袁增霆,王伯硬,蔡真:银行理财产品的创新动机及影响因素[J].金融实务.2010,11:76-79.

- [32]李瑞红:商业银行个人理财:产品创新、风险表现及建议[J].华北金融,2011,2:7-79.
- [33]谢海霞.结构性理财产品的风险评估研究——基于模糊综合评价模型[D].浙江:浙江大学硕士学位论文, 2013:42-51.
- [34]陈金龙,任敏.多资产的股票挂钩保本型理财产品定价研究[J].管理科学学报,2011,14(11):63-70.
- [35]李畅,徐苏江.结构性产品在国际金融衍生品市场上的发展及其启示[J].新金融,2007,(3):56-59.
- [36]文玉春.结构性金融衍生产品之探讨[J].金融理论与实践,2010,(3):16-22.
- [37]刘楹,杜胜,谢丽娟等.国内银行理财产品市场的发展状况与趋势[J].西南金融,2007,(6):22-23.
- [38]李林玲.我国股票挂钩结构性产品的研究[D].四川:西南财经大学博士学位论文, 2010:62-70.
- [39]李鸿雁.单一股票挂钩非保底结构性理财产品设计研究[D].北京:对外经济贸易大学硕士学位论文,2012:21-29.
- [40]温凯迪.商业银行股票挂钩类理财产品的营销策略分析[J].商情,2012,(31):15-15,19.
- [41]瞿香,彭洁.用蒙特卡罗方法为欧式期权定价[J].商品与质量·科学理论,2011,(8):218,210.
- [42]Huang, C.F, Litzenberger. Foundations For Financial Economics[M]. North Holland, Amsterdam,1988:40-47
- [43]Ross,M.S. An Elementary Introduction To Mathematical Finance[M].Cambridge University Press, 2003:42-55
- [44]Thorp,E.O.Portfolio choice and the Kelly criterion. In: Ziemba, W.T.,Vickson, R.G.(Eds.), Stochastic Optimization Models in Finance[M].Academic Press,New York,1975:60-75
- [45]Browne,S,.Optimal investment policies for a firm with a random risk process: exponential utility and minimizing the probability of ruin[J]. Mathematics of Operations Research. 1995,20(4):937-958.
- [46]Fei,W.Optimal consumption and portfolio choice with ambiguity and anticipation[J]. Information Sciences, 2007,177(23):5178-5190.

- [47] Buckley, I., Saunders, D., Seco, L. Portfolio optimization when asset returns have the Gaussian mixture distribution[J]. European Journal of Operational Research, 2008, 185(3): 1434-1461.
- [48] 姜青舫, 陈方正. 风险度量原理[M]. 上海: 同济大学出版社, 2000.
- [49] 姜青舫. 含随机参数非线性方程组解的存在性、唯一性及算法与效用函数计算公式的导出[J]. 高等学校计算数学学报, 2002, 22(3): 273-282.