

## 4.4 ラプラス近似

平成 28 年 9 月 11 日

### 概 要

PRML の「4.4 ラプラス近似」についての実装と考察

### 目 次

1	問題設定	2
2	アルゴリズム	2
3	コード	2
4	結果	3
5	課題	3
6	まとめ	3

## 1 問題設定

連続変数の集合上に定義される確率密度分布に対しガウス分布による近似を見つける.

## 2 アルゴリズム

近似したい分布を

$$p(z) = \frac{1}{Z} f(z) \quad (4.125)$$

とする. ここで,  $Z = \int f(z) dz$  より, この  $p(z)$  正規化が保証された分布である.

ラプラス近似は  $p(z)$  のモードを中心とするガウス分布で近似するので, まず  $q(z)$  のモードを見つける.

$$\left. \frac{df(z)}{dz} \right|_z = z_0 = 0 \quad (4.126)$$

を満たす  $z_0$  を見つければよい.

ここで,  $\ln f(z)$  の  $z - z_0$  を中心としたテイラー展開を考える.

$$\ln f(z) \simeq \ln f(z_0) - \frac{1}{2} A (z - z_0)^2 \quad (4.127)$$

ただし, 1 次の項は  $z_0$  がモードであることから消滅し,

$$A = -\frac{d^2}{dz^2} \ln f(z) |_{z=z_0} \quad (4.128)$$

である. 指数をとり, 正規化すると,

$$q(z) = \left( \frac{A}{2\pi} \right)^{1/2} \exp \left\{ -\frac{A}{2} (z - z_0)^2 \right\} \quad (4.130)$$

となる.

## 3 コード

アルゴリズムの部分だけを記す (test.py)

```
def sigmoid(x):
    return 1.0/(1.0+np.exp(-x))

def original_f(x):
    return np.exp(-(x**2)/2)*sigmoid(10*x+4)

NUM=10000
res=0.0
x=np.linspace(-10,10,NUM)
f=np.zeros(NUM)
for n in range(NUM):
    f[n]=original_f(x[n])
    res+=f[n]
res=res/NUM*20
print("Z=",res)

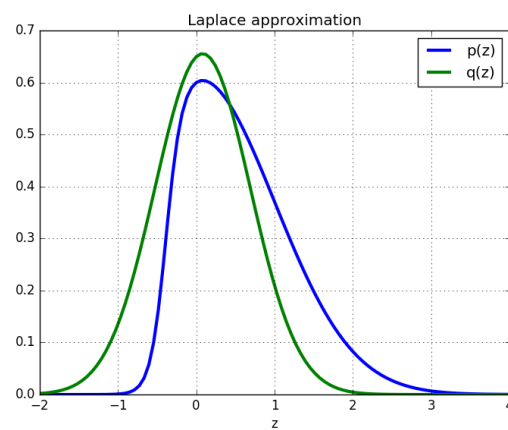
def p(z):
    return original_f(z)/res

z_0=x[np.argmax(f)]
print("z_0=",z_0)
```

```
A=2.7

def q(z):
    return (A/2.0/pi)**(1/2)*np.exp(-A/2*(z-z_0)**2)
```

## 4 結果



## 5 課題

ヘッセ行列の計算.

## 6 まとめ

分布をガウス分布で近似するラプラス近似であるが, 少々強引すぎるのではないかと考える.