Metody Numeryczne – Laboratorum 4
Numeryczne rozwiązywanie równań nieliniowych

dr inż. Grzegorz Fotyga
KIMiA, WETI, PG

1 Wstęp

Celem laboratorium jest implementacja dwóch podstawowych metod rozwiązywania równań nieliniowych: metody bisekcji oraz siecznych, a następnie rozwiązanie trzech następujących problemów:

1. Czas wykonywania pewnego algorytmu ($t[s]$) zależy od liczby parametrów wejściowych (N) i jest dany wzorem:

$$t = \frac{(N^{1.43} + N^{1.14})}{1000}. \tag{1}$$

   Wyznacz maksymalną liczbę parametrów, dla której algorytm będzie wykonywał się nie dłużej, niż 5000 s. Przedział izolacji ogranicz do $N \in \langle 1, 60000 \rangle$. Dokładność obliczeń: $eps = 10^{-3}$.

2. Rys. 1 przedstawia obwód rezonansowy zawierający rezystor, cewkę i kondensator. Moduł impedancji $|Z|[\Omega]$ jest wyrażony jako:

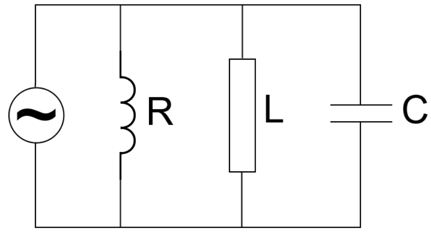
$$|Z| = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}} \tag{2}$$

   Znajdź częstotliwość kątową $\omega[rad/s]$ dla której moduł impedancji obwodu wynosi 75Ω. Przyjmij $R = 725\Omega$, $C = 8 \times 10^{-5}F$, $L = 2H$. Przedział izolacji ogranicz do $\omega \in \langle 0, 50 \rangle$. Dokładność obliczeń: $eps = 10^{-12}$.

3. Prędkość lotu rakiety zależy od jej masy początkowej (m_0), prędkości odrzutu silnika odrzutowego (u), tempa zużycia paliwa (q) i jest określona wzorem:

$$v = u\ln\left(\frac{m_0}{m_0 - qt}\right) - gt. \tag{3}$$

   gdzie t jest czasem, $g = 9.81m/s^2$ jest przyśpieszeniem grawitacyjnym. Po jakim czasie rakieta osiągnie prędkość $v = 750m/s$, jeżeli $m_0 = 150000kg$, $q = 2700kg/s$, $u = 2000m/s$. Przedział izolacji ogranicz do $t \in \langle 0, 50 \rangle$. Dokładność obliczeń: $eps = 10^{-12}$.



Rysunek 1: Obwód rezonansowy.

2 Zadania do wykonania

1. (3 pkt.) Zaimplementuj w Matlabie metody siecznych i bisekcji w postaci odpowiednich funkcji, przyjmujących argumenty:
   - przedział izolacji
   - dokładność (ϵ_f)
   - badaną funkcję (z wykorzystaniem uchwytu: @)
2. (2 pkt.) Dla problemów z pkt. 1 porównaj metodę siecznych i bisekcji pod względem liczby iteracji. W tym celu należy zaimplementować wzory na wielkości obliczane w tych problemach (czas, impedancja i prędkość) w postaci funkcji wyrażających różnicę obliczanych wielkości (wzory (1)-(3)) i ich zadanych wartości docelowych (5000s, 75 Ω, 750m/s). Wtedy nazwy tych funkcji będzie można podawać bezpośrednio w parametrach wywołania procedur bisekcji i siecznych, za pomocą uchwytu @. Stwórz wykresy (*.png):
   - wartość kolejnego przybliżenia x_i w zależności od numeru iteracji i,
   - różnicy pomiędzy wartościami x w kolejnych iteracjach. Jaki jest charakter krzywych zbieżności?
3. (1 pkt.) Zastosuj wbudowaną funkcję Matlaba *fzero* do wyznaczenia miejsc zerowych funkcji *tg(x)*, przyjmując przybliżenie początkowe pierwiastka równe 6.0 oraz 4.5. Ustaw odpowiednie opcje w strukturze *OPTIONS* aby otrzymać raport dla poszczególnych iteracji:

   ```
   » options = optimset('Display','iter')
   » fzero(@tan,6, options)
   ```

   Zinterpretuj wyniki i oceń otrzymane rozwiązanie. Opisz przyczyny ewentualnych nieprawidłowości w pliku *MNlab4_indeks_zad3.txt.*
4. Na koniec spakuj wszystkie pliki (kody, wykresy i plik txt) i prześlij na serwer e-nauczanie.