

Metody Numeryczne – Laboratorium 6

Aproksymacja

dr inż. Grzegorz Fotyga
KIMiA, WETI, PG

1. Uczestniczysz w projekcie, którego celem jest stworzenie systemu do pomiarów różnych wielkości fizycznych (temperatura, wilgotność, natężenie dźwięku itp.) oraz mocy sygnału sieci bezprzewodowych (Wi-Fi, Zig-Bee, GSM itp.) wewnątrz pomieszczeń. System składa się z:
 - drona wyposażonego w odpowiednie czujniki,
 - systemu lokalizacji drona (3 anteny, położenie drona jest wyznaczane poprzez pomiar mocy sygnału z każdej z anten),
 - serwera zbierającego dane pomiarowe. Na bazie wyznaczonej trajektorii drona tworzona jest mapa rozkładu danej wielkości (np. mocy sygnału Wi-Fi) wewnątrz badanego pomieszczenia.
2. Dron określa swoje położenie w równych odstępach czasu bazując na systemie lokalizacji, jednak proces ten jest obciążony błędem ok. 5%. Wczytaj plik *trajektoria1.mat* i wykreśl położenie drona za pomocą funkcji *plot3(x,y,z,'o')*, *grid on*, *axis equal*. Wektor n o długości M zawiera chwile czasu, w których była wyznaczana pozycja drona.
3. Twoje pierwsze zadanie polega na wyznaczeniu postaci funkcji przybliżającej położenie drona. Czy lepiej jest korzystać z interpolacji, czy aproksymacji? Odpowiedź uzasadnij i zapisz w pliku tekstowym o nazwie *indeks_nazwisko_zad3.txt*
4. Użyj funkcji $[wsp, xa] = aproksymacjaWiel(n,x,N)$ do aproksymacji położenia dronu za pomocą wielomianów dla $N = 50$ (rząd aproksymacji). Funkcja aproksymująca ma postać:

$$\Phi(n) = c_0 + c_1 \cdot n + c_2 \cdot n^2, \dots, c_N \cdot n^N. \quad (1)$$

Uwaga – trzeba aproksymować osobno współrzędne x, y, z . Wykreśl w jednym oknie trajektorię drona bazującą na lokalizacji (wykres: *'o'*) i aproksymowaną (wykres: *'lineWidth',4*). Zapisz wykres w pliku o nazwie *indeks_nazwisko_zad4.png*.

5. Osoba z zespołu odpowiedzialna za testy systemu zauważyła, że dla trajektorii o mniejszej liczbie węzłów pomiarowych (większych odstępach czasu) algorytm powoduje powstawanie dużych błędów. Twoje kolejne zadanie polega na znalezieniu błędu i poprawieniu algorytmu. Wykreśl położenie drona (lokalizacja i aproksymacja) dla danych z *trajektoria2.mat* i $N = 60$. Zauważ, że położenie drona jest wyznaczone w większych odstępach czasu. Zapisz wykres w pliku o nazwie *indeks_nazwisko_zad5.png*.

- Jak nazywa się efekt powodujący błąd?
- Stwórz wykres błędu (*err*) dla $N = 1 \dots 71$.

$$err = err_x + err_y + err_z, \quad (2)$$

gdzie:

$$err_\sigma = \frac{\sqrt{\sum_i^M (\sigma_i - \sigma_i^{apr})^2}}{M}. \quad (3)$$

Przy czym $\sigma \in \{x, y, z\}$. Zapisz wykres błędu w pliku o nazwie:
indeks_nazwisko_zad5_b.png

- Jak można zmienić procedurę aproksymacji, aby uniknąć zauważonych niekorzystnych efektów?

6. Zastosuj aproksymację za pomocą funkcji trygonometrycznych.

- Baza funkcji: $\phi_0(n) = 1, \phi_1(n) = \cos(n), \phi_2(n) = \cos(2n), \dots, \phi_N(n) = \cos(Nn)$:

$$\Phi(n) = c_0 + c_1 \cdot \cos(n) + c_2 \cdot \cos(2n), \dots c_N \cdot \cos(Nn). \quad (4)$$

- Współczynniki c wyznaczane są za pomocą układu równań:

$$\mathbf{S}\mathbf{c} = \mathbf{t} \quad (5)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} - t_k &= \sum_{i=1}^M \phi_k(n_i) \cdot x_i \\ - S_{kl} &= \sum_{i=1}^M \phi_k(n_i) \cdot \phi_l(n_i) \end{aligned}$$

- Postać wektora \mathbf{t} jest już wyznaczona w funkcji *aprox_tryg.m*
- Należy napisać algorytm generujący macierz \mathbf{S} , a następnie użyć odpowiedniej metody do rozwiązania (5) w celu wyznaczenia wektora \mathbf{c} .

7. Ostatnie zadanie polega na sprawdzeniu, czy w przypadku aproksymacji funkcjami trygonometrycznymi występuje efekt Rungego.

- Stwórz odpowiednie wykresy (analogiczne do wykresów z polecenia 5) i zapisz w odpowiednich plikach.
- Jak w praktyce można w sposób automatyczny określać *odpowiednią* wartość rzędu aproksymacji N (bazując na wykresie błędu)? Zaimplementuj odpowiednie rozwiązanie.

8. Na koniec spakuj wszystkie pliki (kody, wykresy i plik txt) i prześlij w odpowiednim miejscu na serwer e-nauczanie.