Metody Numeryczne

Laboratorium 5: Interpolacja

Autorzy: P. Kowalczyk, R. Lech

1 Zadania

Zadanie polegać będzie na stworzeniu mapy ukazującej poziom promieniowania jonizującego na obszarze 10000 m^2 w pobliżu byłej elektrowni jądrowej, wykorzystując dane zebrane za pomocą łazika. Łazik wyposażony jest w licznik Geigera-Mullera i może poruszać w wybranym obszarze po zadanym torze, dokonując pomiaru w dyskretnych chwilach czasu. Ze względu na szkodliwy wpływ promieniowania na przyrządy pomiarowe i nawigacyjne, pomiar musi być dokonany szybko i w niewielkiej liczbie punktów. Do stworzenia dokładnej mapy należy zatem użyć odpowiedniej metody interpolacyjnej.

W ogólności wyznaczenie błędu interpolacji nie jest możliwe, gdyż nieznane są wartości funkcji pomiędzy węzłami interpolacji. W niniejszym problemie badać będziemy zachowanie się funkcji interpolującej dla różnej liczby zebranych próbek. Teoretycznie powyżej pewnej liczby zebranych próbek, rozkład badanej funkcji powinien się stabilizować.

Zadanie 1.

Wykorzystując funkcję `[x,y,f]=lazik(K)` wygeneruj tor ruchu łazika (współrzędne x, y) oraz odpowiadający mu rozkład promieniowania jonizującego (wartość f). Jako argument funkcji generującej podaj liczbę punktów $K = 5, 15, 25, 35$ wzdłuż jednego z kierunków (zakładamy, że obszar, po którym porusza się łazik jest kwadratem 100×100 m, zatem łazik jest w stanie dokonać pomiaru w $K \times K$ równoddalonych punktach).

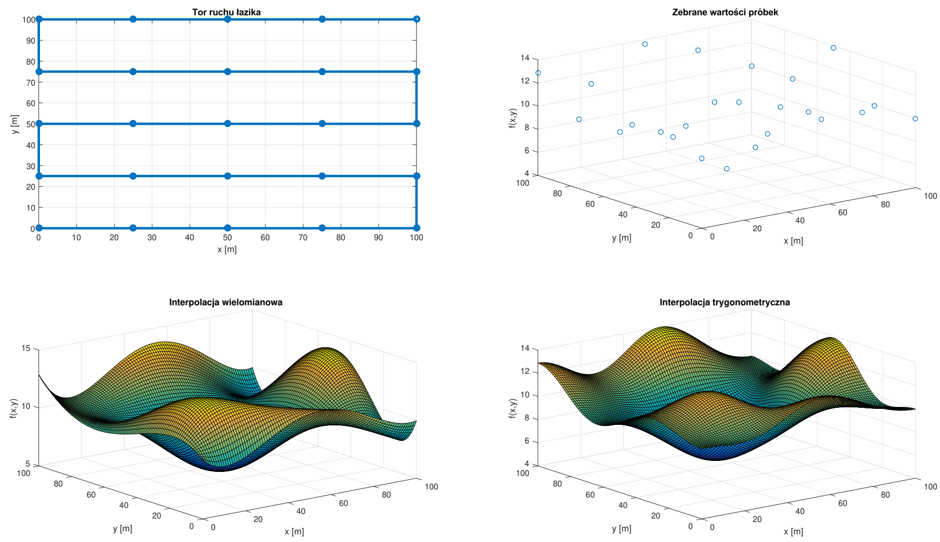
Dla każdego zestawu punktów wyznacz mapę rozkładu promieniowania w punktach rozłożonych co 1 m na całym obszarze, wykorzystując:

- interpolację wielomianową
  (funkcje `[p]=polyfit2d(x,y,f)` i `[FF]=polyval2d(XX,YY,p)`),
- interpolację trygonometryczną
  (funkcje `[p]=trygfit2d(x,y,f)` i `[FF]=trygval2d(XX,YY,p)`).

Wektor `p` zawiera współczynniki interpolacyjne a macierze `XX` oraz `YY` zawierają siatkę równoodległych punktów, w których wyznaczane są interpolowane wartości funkcji `FF`. Do wygenerowania siatki punktów `XX` oraz `YY`, należy użyć funkcji
`[XX,YY]=meshgrid(linspace(0,100,101),linspace(0,100,101))`.

Uzyskane wyniki, dla każdego zestawu punktów, przedstaw na wykresach ilustrując:

- drogę ruchu łazika (użyj funkcji `plot(x,y,'-o','linewidth',3)`),
- wartości zebranych próbek (użyj funkcji `plot3(x,y,f,'o')`),



Rysunek 1: Przykładowe zobrazowania rozwiązania zadania 1 dla $K = 5$

- mapy uzyskane z interpolacji wielomianowej i trygonometrycznej (użyj funkcji `surf(XX,YY,FF)`).

W celu zwartego sposobu zobrazowania wyników użyj funkcji `subplot` do umieszczenia czterech wykresów w jednym oknie, oraz odpowiednich funkcji do opisu osi i tytułów poszczególnych wykresów (label, title, grid), jak na rys. 1.

Zapisz otrzymane wykresy w formacie *∗.png* dla czterech zestawów punktów $K = 5, 15, 25, 33$. Porównaj otrzymane wykresy dla interpolacji wielomianowej i trygonometrycznej oraz skomentuj uzyskane wyniki. Komentarz umieść w pliku *komentarz-zad1.txt*.

Zadanie 2.

Wykorzystując generator toru łazika, oraz funkcje do interpolacji wielomianowej i trygonometrycznej określ optymalny rozkład punktów pomiarowych (liczbę punktów K) do stworzenia dokładnej mapy. W tym celu stwórz dwa wykresy zbieżności $Div(K)$ dla obu metod interpolacyjnych w funkcji liczby punktów pomiarowych K, gdzie $Div(K)$ reprezentuje maksymalną wartości różnicy interpolowanych funkcji

$$Div(K) = max|FF(K) - FF(K-1)|$$

w badanym obszarze dla kolejnych zestawów próbek (przyjmij K z zakresu od 5 do 45)[1].

Zapisz oba otrzymane wykresy w formacie *∗.png*. Skomentuj uzyskane wyniki. Komentarz umieść w pliku *komentarz-zad2.txt*

Otrzymane wykresy i pliki z komentarzami z zadania 1 i 2, spakuj i prześlij na platformę e-nauczanie.

2 Opis funkcji

`[x,y,f]=lazik(K)` - generator toru ruchu łazika oraz wartości pobranych próbek

- `K` - liczba punktów pomiarowych wzdłuż jednego z kierunków,

[1] **UWAGA!** Czas trwania obliczeń interpolowanych wartości funkcji rośnie z liczbą punktów pomiarowych (K), zatem całkowity czas obliczeń wartości funkcji dla K od 5 do 45 może trwać kilka minut

- `x,y` - wektory jednokolumnowe reprezentujące współrzędne położenia łazika w kolejnych chwilach pobierania próbek,
- `f` - wektor jednokolumnowy zawierający wartości pobranych próbek.

`[ p ] = polyfit2d( x,y,f )` - funkcja wyznaczająca wartości współczynników $p_{m,n}$ interpolacji wielomianowej:

$$f(x,y) = \sum_{m=0}^{M} \sum_{n=0}^{N} p_{m,n} x^m y^n \tag{1}$$

Liczba współczynników $p_{m,n}$ jest równa liczbie węzłów interpolacji, czyli liczbie pobranych próbek (K^2).

- `p` - wektor jednokolumnowy zawierający wartości współczynników interpolacji wielomianowej.

`[ p ] = trygfit2d( x,y,f )` - funkcja wyznaczająca wartości współczynników $p_{m,n}$ interpolacji trygonometrycznej:

$$f(x,y) = \sum_{m=0}^{M} \sum_{n=0}^{N} p_{m,n} \cos(m\pi x/a) \cos(n\pi y/b) \tag{2}$$

gdzie a i b są wymiarami dziedziny obliczeniowej odpowiednio w kierunku x i y. Liczba współczynników $p_{m,n}$ jest równa liczbie węzłów interpolacji, czyli liczbie pobranych próbek (K^2).

- `p` - wektor jednokolumnowy zawierający wartości współczynników interpolacji trygonometrycznej.

`[FF] = polyval2d(XX,YY,p)` - funkcja wyznaczająca interpolowane wartości funkcji (interpolacja wielomianowa) w dowolnych punktach badanego obszaru.

- `XX,YY` - macierze zawierające współrzędne punktów, w których wyznaczane będą interpolowane wartości funkcji,
- `FF` - macierz zawierająca interpolowane wartości funkcji.

`[FF] = trygval2d(XX,YY,p)` - funkcja wyznaczająca interpolowane wartości funkcji (interpolacja trygonometryczna) w dowolnych punktach badanego obszaru.

- `XX,YY` - macierze zawierające współrzędne punktów, w których wyznaczane będą interpolowane wartości funkcji,
- `FF` - macierz zawierająca interpolowane wartości funkcji.