



UNIVERSIDAD
DE GRANADA

Escuela Técnica Superior de Ingenierías Informática y
Telecomunicación

MÁSTER UNIVERSITARIO EN CIENCIA DE DATOS E INGENIERÍA
DE COMPUTADORES

TRABAJO DE FIN DE MÁSTER

Estudio sobre la Efectividad del Positional Encoding en Transformers para Series Temporales y Diseño de Mecanismos Adaptados

Presentado por:
Cristhian Moya Mota

Curso académico 2024-2025



Estudio sobre la Efectividad del Positional Encoding en Transformers para Series Temporales y Diseño de Mecanismos Adaptados

Cristhian Moya Mota

Cristhian Moya Mota *Estudio sobre la Efectividad del Positional Encoding en Transformers para Series Temporales y Diseño de Mecanismos Adaptados.*
Trabajo de fin de Grado. Curso académico 2024-2025.

**Responsable de
tutorización**

Julian Luengo Martín
DECSAI
Diego Jesús García Gil
LSI

Máster Universitario en
Ciencia de Datos e
Ingeniería de
Computadores
Escuela Técnica Superior
de Ingenierías Informática
y Telecomunicación
Universidad de Granada

DECLARACIÓN DE ORIGINALIDAD

D./Dña. Cristhian Moya Mota

Declaro explícitamente que el trabajo presentado como Trabajo de Fin de Grado (TFG), correspondiente al curso académico 2024-2025, es original, entendido esto en el sentido de que no he utilizado para la elaboración del trabajo fuentes sin citarlas debidamente.

En Granada a 8 de julio de 2025

Fdo: Cristhian Moya Mota

Dedicatoria (opcional)

Ver archivo preliminares/dedicatoria.tex

Agradecimientos

Agradecimientos (opcional, ver archivo preliminares/agradecimiento.tex).

Summary

An english summary of the project (around 800 and 1500 words are recommended).

File: preliminares/summary.tex

Índice general

Agradecimientos	V
Summary	VII
Introducción	XI
I. Primera parte	1
1. Documentación	3
1.1. Introducción	3
1.2. Elementos del texto	4
1.2.1. Listas	4
1.2.2. Tablas y figuras	5
1.3. Entornos matemáticos	5
1.4. Listados de código	6
1.5. Referencias a elementos del texto	7
1.6. Bibliografía e índice	7
2. Consideraciones elaboración TFG	9
2.1. Normativa de la comisión del Grado en Matemáticas	9
2.2. Formato de la memoria	9
2.3. Recomendaciones	10
II. Segunda parte	13
3. Ejemplo de capítulo	15
3.1. Primera sección	15
A. Ejemplo de apéndice	17
Glosario	19
Bibliografía	21

Introducción

De acuerdo con la comisión de grado, el TFG debe incluir una introducción en la que se describan claramente los objetivos previstos inicialmente en la propuesta de TFG, indicando si han sido o no alcanzados, los antecedentes importantes para el desarrollo, los resultados obtenidos, en su caso y las principales fuentes consultadas.

Ver archivo preliminares/introduccion.tex

Parte I.

Primera parte

1. Documentación

1.1. Introducción

Este documento es una plantilla para la elaboración de un trabajo fin de Grado siguiendo los [requisitos](#) de la comisión de Grado en Matemáticas de la Universidad de Granada que, a fecha de junio de 2023, son las siguientes:

- La memoria debe realizarse con un procesador de texto científico, preferiblemente (La)TeX.
- La portada debe contener el logo de la UGR, incluir el título del TFG, el nombre del estudiante y especificar el grado, la facultad y el curso actual.
- La contraportada contendrá además el nombre del tutor o tutores.
- La memoria debe necesariamente incluir:
 - Declaración explícita firmada en la que se asume la originalidad del trabajo, entendida en el sentido de que no ha utilizado fuentes sin citarlas debidamente. Esta declaración se puede descargar en la web del Grado.
 - un índice detallado de capítulos y secciones,
 - un resumen amplio en inglés del trabajo realizado (se recomienda entre 800 y 1500 palabras),
 - una introducción en la que se describan claramente los objetivos previstos inicialmente en la propuesta de TFG, indicando si han sido o no alcanzados, los antecedentes importantes para el desarrollo, los resultados obtenidos, en su caso y las principales fuentes consultadas,
 - una bibliografía final que incluya todas las referencias utilizadas.
- Se recomienda que la extensión de la memoria sea de unas 50 páginas, sin incluir posibles apéndices.

Para generar el pdf a partir de la plantilla basta compilar el fichero `tfg.tex`. Es conveniente leer los comentarios contenidos en dicho fichero pues ayudarán a entender mejor como funciona la plantilla.

La estructura de la plantilla es la siguiente¹:

- Carpeta **preliminares**: contiene los siguientes archivos
 - dedicatoria.tex** Para la dedicatoria del trabajo (opcional)
 - agradecimientos.tex** Para los agradecimientos del trabajo (opcional)
 - introduccion.tex** Para la introducción (obligatorio)

¹Los nombres de las carpetas no se han acentuado para evitar problemas en sistemas con Windows

1. Documentación

summary.tex Para el resumen en inglés (obligatorio)

tablacontenidos.tex Genera de forma automática la tabla de contenidos, el índice de figuras y el índice de tablas. Si bien la tabla de contenidos es conveniente incluirla, el índice de figuras y tablas es opcional. Por defecto está desactivado. Para mostrar dichos índices hay que editar este fichero y quitar el comentario a `\listoffigures` o `\listoftables` según queramos uno de los índices o los dos. En este archivo también es posible habilitar la inclusión de un índice de listados de código (si estos han sido incluidos con el paquete `listings`)

El resto de archivos de dicha carpeta no es necesario editarlos pues su contenido se generará automáticamente a partir de los metadatos que agreguemos en `tfg.tex`

- Carpeta **capitulos**: contiene los archivos de los capítulos del TFG. Añadir tantos archivos como sean necesarios. Este capítulo es `capitulo01.tex`.
- Carpeta **apendices**: Para los apéndices (opcional)
- Carpeta **img**: Para incluir los ficheros de imagen que se usarán en el documento.
- Fichero `library.bib`: Para incluir las referencias bibliográficas en formato bibtex. Es útil la herramienta [doi2bib](#) para generar de forma automática el código bibtex de una referencia a partir de su DOI así como la base de datos bibliográfica [MathSciNet](#). Para que una referencia aparezca en el pdf no basta con incluirla en el fichero `library.bib`, es necesario además *citarla* en el documento usando el comando `\cite`. Si queremos mostrar todas las referencias incluidas en el fichero `library.bib` podemos usar `\cite{*}` aunque esta opción no es la más adecuada. Se aconseja que los elementos de la bibliografía estén citados al menos una vez en el documento (y de esa forma aparecerán de forma automática en la lista de referencias).
- Fichero `glosario.tex`: Para incluir un glosario en el trabajo (opcional). Si no queremos incluir un glosario deberemos borrar el comando `\input{glosario.tex}` del fichero `tfg.tex` y posteriormente borrar el fichero `glosario.tex`
- Fichero `tfg.tex`: El documento maestro del TFG que hay que compilar con \LaTeX para obtener el pdf. En dicho documento hay que cambiar la *información del título del TFG y el autor así como los tutores*.

1.2. Elementos del texto

En esta sección presentaremos diferentes ejemplos de los elementos de texto básico. Conviene consultar el contenido de `capitulos/capitulo01.tex` para ver cómo se han incluido.

1.2.1. Listas

En \LaTeX tenemos disponibles los siguientes tipos de listas:

Listas enumeradas:

1. item 1
2. item 2

3. ítem 3

Listas no enumeradas

- ítem 1
- ítem 2
- ítem 3

Listas descriptivas

termino1 descripción 1

termino2 descripción 2

1.2.2. Tablas y figuras

En la **Tabla 1.1** o la **Figura 1.1** podemos ver...

Agrupados		
cabecera	cabecera	cabecera
elemento	elemento	elemento
elemento	elemento	elemento
elemento	elemento	elemento

Tabla 1.1.: Ejemplo de tabla



Figura 1.1.: Logotipo de la Universidad de Granada

1.3. Entornos matemáticos

La plantilla tiene definidos varios entornos matemáticos cuyo nombre es el mismo omitiendo los acentos. Así, para incluir una *proposición* usaríamos:

```
\begin{proposicion}
texto de la proposición
\end{proposicion}
```

Ver el código fuente del archivo `documentacion.tex` en la carpeta `capitulos` para el resto de ejemplos.

1. Documentación

Teorema 1.1. *Esto es un ejemplo de teorema.*

Proposición 1.2. *Ejemplo de proposición*

Lema 1.3. *Ejemplo de lema*

Corolario 1.4. *Ejemplo de corolario*

Definición 1.5. *Ejemplo de definición*

Observación 1.6. *Ejemplo de observación*

Adicionalmente está definido el entorno `teorema*` que permite incluir un teorema sin numeración:

Teorema (Fórmula de Gauß-Bonnet). *Sea S una superficie compacta y K su curvatura de Gauß. Entonces*

$$\int_S K = 2\pi\chi(S)$$

donde $\chi(S)$ es la característica de Euler de S .

Las fórmulas matemáticas se escriben entre símbolos de dólar $\$$ si van en línea con el texto o bien usando el entorno² `equation` cuando queremos que se impriman centradas en una línea propia, como el siguiente ejemplo

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1. \tag{1.1}$$

Gracias al paquete `mathtools`, las ecuaciones escritas dentro del entorno `equation` llevarán numeración de forma automática si son referenciadas en cualquier parte del documento (por ejemplo la identidad Pitagórica (1.1), ver el código de los dos anteriores ejemplos y la [Sección 1.5](#) para más información sobre referencias cruzadas en el documento).

1.4. Listados de código

Podemos incluir un archivo externo de código mediante el comando `lstinputlisting` especificando su nombre completo (incluyendo la extensión) y usando la opción `inputpath` para indicar la ruta hacia el fichero (siempre referida a la carpeta principal de la plantilla) así como la opción `language` para indicar el lenguaje de programación en que está escrito (esto permitirá a \LaTeX colorear adecuadamente el código). Además, si lo consideramos necesario, podemos indicar las líneas que queremos mostrar (ver el código fuente del [Código 1.1](#)). Consultar todas las opciones posibles en la [documentación del paquete listings](#).

```
11     for(i in 2:(num-1)) {
12         if ((num %% i) == 0) {
13             flag = 0
14             break
15         }
16     }
17 }
```

Código 1.1: Extracto código (líneas de 11 a 17) del fichero `prime.R`

²También es posible delimitar una ecuación mediante los comandos `\[` y `\]` pero éstas nunca llevarán numeración aunque añadamos una etiqueta y las referencemos (ver [Sección 1.5](#)).

Alternativamente, podemos incluir el código en un entorno `lstlisting` como el **Código 1.2**

```

18 def dot(v, w):
19     """Producto escalar de v y w,  $v_0 \cdot w_0 + \dots + v_n \cdot w_n$ """
20     return sum(v_i * w_i for v_i, w_i in zip(v, w))
21
22 def funcion_activacion(x):
23     """1 si la entrada es mayor o igual que 1, 0 en otro caso."""
24     return 1 if x >= 0 else 0
25
26 def perceptron(entrada, pesos):
27     """1 si el perceptron se activa, 0 en otro caso"""
28     return funcion_activacion(dot(entrada, pesos))

```

Código 1.2: Implementación de un perceptrón

La opción `float` al incluir un listado de código permitirá a dicho bloque “flotar” como si fuese un entorno `figure` y de esta manera evitaremos que se corte al final de una página.

1.5. Referencias a elementos del texto

Para las referencias a los elementos del texto (secciones, capítulos, teoremas,...) se procede de la siguiente manera:

- Se *marca* el elemento (justo después del mismo si se trata de un capítulo o sección o en el interior del *entorno* en otro caso), mediante el comando `\label{etiqueta}`, donde *etiqueta* debe ser un identificador único.
- Para crear una referencia al elemento en cualquier otra parte del texto se usa el comando `\ref{etiqueta}` (únicamente imprime la numeración asociada a dicho elemento, por ejemplo **1** o **1.1**) o bien `\autoref{etiqueta}` (imprime la numeración del elemento así como un texto previo indicando su tipo, por ejemplo **Capítulo 1** o **Teorema 1.1**, **Proposición 1.2**, **Lema 1.3**, **Corolario 1.4**, **Def. 1.5** u **Observación 1.6**).

1.6. Bibliografía e índice

Esto es un ejemplo de texto en un capítulo. Incluye varias citas tanto a libros [1], artículos de investigación [4], recursos online [7] (páginas web), tesis [5], trabajo fin de máster [6], trabajo fin de grado [3] así como artículos sin publicar (preprints) [2] (en estos últimos usar el campo `note` para añadir la información relevante).

Ver el fichero `library.bib` para las distintas plantillas. Cada nueva referencia debe añadirse en dicho fichero siguiendo el estilo del código `bibtex` según el tipo de referencia (página web, tesis, trabajo fin de grado o máster, artículo de investigación, libro,...). Alternativamente se puede usar la web <https://zbib.org> para generar automáticamente el código `bibtex`.

2. Consideraciones generales para la elaboración de un trabajo fin de grado

2.1. Normativa de la comisión del Grado en Matemáticas

El TFG lo rigen dos normativas:

- una a nivel general de la UGR ([Reglamento del Trabajo o Proyecto fin de Grado de la Universidad de Granada](#)¹) y
- otra complementaria a nivel de la Facultad de Ciencias ([Reglamento del trabajo fin de grado en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Granada](#)²).

Además, la comisión del Grado de Matemáticas impone unos [Requisitos de la memoria](#)³.

El TFG hay que elaborarlo preferiblemente en LaTeX y puede usar la plantilla disponible en [Plantilla TFG grado en matemáticas formato .tex](#)⁴.

Toda la información anterior puede encontrarse en la [web del Grado en Matemáticas](#)⁵.

Es conveniente tener presente la documentación anterior para la elaboración del TFG. En especial en lo relativo a las fechas de depósito del TFG para su defensa.

A continuación destaco algunos aspectos importantes de la misma:

- El plagio, entendido como la presentación de un trabajo u obra hecho por otra persona como propio o la copia de textos sin citar su procedencia y dándolos como de elaboración propia, conllevará automáticamente la calificación numérica de cero. Esta consecuencia debe entenderse sin perjuicio de las responsabilidades disciplinarias en las que pudieran incurrir los estudiantes que plagien.
- Las memorias entregadas por parte de los estudiantes tendrán que ir firmadas sobre una declaración explícita en la que se asume la originalidad del trabajo, entendida en el sentido de que no ha utilizado fuentes sin citarlas debidamente.

2.2. Formato de la memoria

La memoria se presentará usando un editor de textos científico, preferiblemente L^AT_EX, e incluir los siguientes apartados:

1. *Resumen en inglés*: Deberá estar escrito completamente en inglés y tener una longitud recomendada entre 800 y 1500 palabras.

¹<https://secretariageneral.ugr.es/sites/webugr/secretariageneral/public/inline-files/BOUGR/187/PLANTILLA%20CABECERASDoc2.pdf>

²<https://fciencias.ugr.es/images/stories/documentos/reglamentos/reglamentoTfgCiencias23.pdf>

³<https://grados.ugr.es/matematicas/pages/infoacademica/tfg/requisitosTFG>

⁴<https://github.com/latex-mat-ugr/Plantilla-TFG/archive/master.zip>

⁵<https://grados.ugr.es/matematicas/pages/infoacademica/trabajofingrado>

2. Consideraciones elaboración TFG

2. Introducción. Deberá:

- Indicar los *Objetivos del trabajo*: deberán aparecer con claridad los objetivos inicialmente previstos en la propuesta de TFG y los finalmente alcanzados con indicación de dificultades, cambios y mejoras respecto a la propuesta inicial. Si procede, es conveniente apuntar de manera precisa las interdependencias entre los distintos objetivos y conectarlos con los diferentes apartados de la memoria. Se pueden destacar aquí los aspectos formativos previos más utilizados.
 - Contextualizar el trabajo explicando antecedentes importantes para el desarrollo realizado y efectuando, en su caso, un estudio de los progresos recientes.
 - Describir el problema abordado, de forma que el lector tenga desde este momento una idea clara de la cuestión a resolver o del producto a desarrollar y una visión general de la solución alcanzada.
 - Indicar los resultados obtenidos.
 - Citar las principales fuentes consultadas.
3. *Desarrollo del trabajo*: El trabajo se estructurará en partes o capítulos según convengan, con la posibilidad de incluir apéndices. Se recomienda que la extensión de esta parte (sin incluir los apéndices) sea de unas 50 páginas.
4. *Conclusiones y vías futuras*: Las conclusiones deberán incluir todas aquellas de tipo profesional y académico. Si hubiese posibles vías claras de desarrollo posterior sería interesante destacarlas aquí, poniéndolas en valor en el contexto inicial del trabajo.
5. *Bibliografía final*: Se incluirán tanto las fuentes primarias como todas aquellas cuyo peso haya sido menor en la realización del trabajo. Se recomienda un breve comentario de las referencias, ya sea individualizado, por grupos de referencias o global. En caso de incluir URLs de páginas web deberán ir acompañadas de título, autor y fecha de último acceso, entre otros datos relevantes. Se recomienda no abusar de este tipo de fuentes.

2.3. Recomendaciones

A la hora de abordar un trabajo como este, de cierta complejidad y extensión, es conveniente tener ciertas consideraciones desde un principio que ayuden a la organización y realización del mismo.

- La memoria deberá ceñirse a las directrices dadas en la sección precedente.
- Cualquier consulta externa (libro, artículo, página web, imagen,...) debe estar debidamente referenciada tanto en el texto como en la bibliografía al final del trabajo. La bibliografía debe de aparecer en orden alfabético (del primer autor) en el formato indicado en la plantilla.
- Se debe evitar copiar texto de forma literal, salvo citas literales, que se indicarán como tales y entrecomilladas. LaTeX proporciona el entorno quote para ello.
- Todas las imágenes y tablas incluidas en el documento deben figurar con su respectivos créditos (excepto que sean de elaboración propia). Por tanto, es recomendable guardar las referencias consultadas (direcciones web, libros) para la obtención de cualquier material gráfico o de datos.

- Si el trabajo contiene gran cantidad de vocabulario específico, conviene añadir un glosario de términos al final del mismo. Esto es mejor ir haciéndolo conforme se avanza en la redacción del trabajo.
- Es conveniente hacer un esquema inicial con la estructura general de la memoria: ¿de cuántas partes constará? ¿en qué orden? ¿qué incluirá cada una de ellas? En la plantilla proporcionada se recomienda una estructura general. Ello ayudará a organizar mejor el trabajo. No obstante, dicha estructura inicial puede ser modificada cuando el trabajo esté avanzado si el contenido lo requiere.

Parte II.

Segunda parte

3. Ejemplo de capítulo

3.1. Primera sección

Este fichero `capitulo-ejemplo.tex` es una plantilla para añadir capítulos al TFG. Para ello, es necesario:

- Crear una copia de este fichero `capitulo-ejemplo.tex` en la carpeta `capitulos` con un nombre apropiado (p.e. `capitulo01.tex`).
- Añadir el comando `\input{capitulos/capitulo01}` en el fichero principal `tfg.tex` donde queremos que aparezca dicho capítulo.

A. Ejemplo de apéndice

Los apéndices son opcionales.

Este fichero `apendice-ejemplo.tex` es una plantilla para añadir apéndices al TFG. Para ello, es necesario:

- Crear una copia de este fichero `apendice-ejemplo.tex` en la carpeta `apendices` con un nombre apropiado (p.e. `apendice01.tex`).
- Añadir el comando `\input{apendices/apendice01}` en el fichero principal `tfg.tex` donde queremos que aparezca dicho apéndice (debe de ser después del comando `\appendix`).

Glosario

La inclusión de un glosario es opcional.

Archivo: `glosario.tex`

\mathbb{R} Conjunto de números reales.

\mathbb{C} Conjunto de números complejos.

\mathbb{Z} Conjunto de números enteros.

Bibliografía

- [1] M. Aigner and G. M. Ziegler. *Proofs from The Book*. Springer-Verlag, Berlin, fifth edition, 2014. Including illustrations by Karl H. Hofmann.
- [2] J. Castro-Infantes, J. M. Manzano, and F. Torralbo. Conjugate plateau constructions in product spaces, 2022. Preprint. arXiv: 2203.13162 [math.DG].
- [3] J. Doe. Are we living in a simulation?, July 2003. Bachelor's Thesis, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA.
- [4] L. Euler. An essay on continued fractions. *Math. Systems Theory*, 18(4):295–328, 1985. Translated from the Latin by B. F. Wyman and M. F. Wyman.
- [5] R. C. Rempel. *Relaxation Effects for Coupled Nuclear Spins*. PhD thesis, Stanford University, Stanford, CA, June 1956.
- [6] J. Tang. Spin structure of the nucleon in the asymptotic limit. Master's thesis, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, Sept. 1996.
- [7] Wikipedia. Leonhard Euler — Wikipedia, the free encyclopedia. https://en.wikipedia.org/wiki/Leonhard_Euler, 2023. [Recurso online, accedido el 27 de julio de 2023].