IF.1204 - Sciences du numérique
QCM du 7 juin 2021

Les questions nécessitant un calcul sont marquées avec le symbole .
On prendra comme valeur de la constante universelle *c* : 3 10^8 m.s^{-1}.
On prendra comme valeur de l'accélération de la gravité à la surface de la Terre g : 10 m.s^{-2}.

Pour chaque question de ce QCM, il y a une seule réponse correcte à identifier.

Physique galiléo-newtonienne

Question 1 L'accélération du wagon

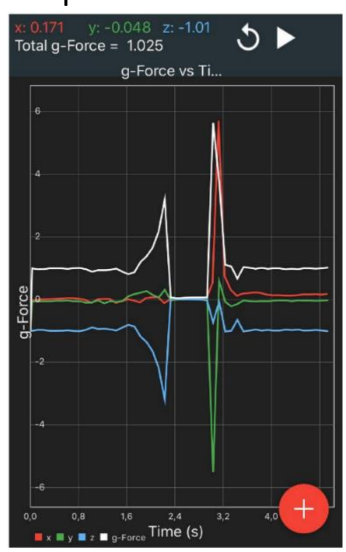
Un wagon dont la masse est de 10 tonnes est immobile sur la voie. Quelle force (en Newton) faut-il exercer sur le wagon pour qu'il atteigne la vitesse de 36 km/h au bout d'une minute (on néglige les forces de frottement) ?

A. 67 N
B. 667 N
C. 1667 N
D. 2667 N

L'accélération communiquée au wagon sera 10 m/s divisé par 60 seconds, soit 1/6 m/s^2.
La force est donnée par deuxième loi de Newton F = mγ = 10000 kg * 1/6 = 1667 N

Question 2 Petite expérience avec les accéléromètres du smartphone

Vous lancez verticalement votre smartphone et le réceptionnez sur un coussin suite à son aller-retour. Vous enregistrez les valeurs brutes en sortie des 3 accéléromètres à l'aide de l'application **Physics Toolbox Sensor Suite** (capteur « Mètre de Force g »). Voici les résultats obtenus :



La phase sur la courbe où les trois accéléromètres mesurent 0 g correspond à :

A. La stagnation du smartphone à l'altitude max qu'il atteint avant de redescendre.
B. La phase de descente du smartphone
C. L'arrivée du smartphone sur le coussin.
D. La phase de montée et de descente du smartphone.

La chute libre a lieu dès qu'un corps n'est soumis qu'à la seule gravitation et dans ce cas tout ce qui est à l'intérieur est en impesanteur. La phase durant laquelle le smartphone est en impesanteur (donc avec les trois accéléromètres mesurant 0 g) correspond à la montée et à la descente (courbe plate en blanc sur la courbe).

Peu de bonnes réponses à cette question 2 !

Question 3 Le lancer de smartphone depuis une trottinette

Vous filez à 2.5 m/s sur votre trottinette en ligne droite à vitesse constante sur un plan horizontal.

Vous lancez votre smartphone verticalement vers le haut avec une vitesse initiale v_0= 10 m/s.

On néglige les effets dus à la résistance de l'air.

Quelle distance votre trottinette parcourt-elle entre le lancer et la réception du smartphone ?

A. 3 mètres
B. 4 mètres
C. 5 mètres
D. La question n'a pas de sens puisque le smartphone ne reviendra pas dans vos mains (la trottinette s'étant déplacée depuis le lancer).

On se place dans le référentiel inertiel qui accompagne le mouvement de la trottinette. Dans ce référentiel, l'aller-retour du smartphone est vertical.

On écrit qu'il y a « chute libre » durant la montée, donc : $\gamma = -g$

Ensuite on intègre : $v = -gt + v_0$, où v_0 est la vitesse initiale du smartphone.

L'instant où le smartphone s'immobilise avant de redescendre est donné par $t = \frac{v_0}{g} = 1\ s$

D'où, en intégrant, $h = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t = \frac{{v_0}^2}{2g} = 5\ m$

Le temps pris pour la descente est $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 1\ s$

Donc il faut **deux secondes** pour l'aller-retour du smartphone.

Ce temps d'aller-retour reste valable quelle que soit la vitesse de la trottinette, en vertu du **principe de relativité** (que Galilée fut le premier à énoncer).

La distance parcourue par la trottinette entre le lancer et la réception du smartphone est donc de 2.5 × 2 = **5 mètres**.

Question 4 La balle de golf sur la Lune

Vous envoyez une balle de golf depuis le sol lunaire avec une vitesse de 20 m/s. Lorsqu'elle atteint son altitude max, sa vitesse est 15 m/s.

Que vaut l'altitude max, sachant que l'accélération de la gravité à la surface de la Lune est 1.62 m/s^2 ?

A. 44 mètres
B. 54 mètres
C. 64 mètres
D. 74 mètres

L'énergie de la balle au départ est ½ $m{v_0}^2$ (pas d'énergie potentielle) et vaut au point d'altitude max : mgh + ½ mv^2

Comme il y a conservation de l'énergie (premier principe de la thermodynamique), ces deux quantités sont égales et on en déduit :

$$h = \frac{{v_0}^2 - v^2}{2g} = \frac{175}{3.24} = 54\ mètres$$

Question 5 Le pendule de Foucault

La période de rotation du plan d'oscillation d'un pendule de Foucault qui serait placé à Pise (en l'honneur de Galilée qui y naquit) serait inférieure à celle d'un pendule de Foucault fonctionnant à Paris.

A. Vrai
B. Faux

La période de rotation du plan d'oscillation d'un pendule de Foucault coïncide avec la période de rotation de la Terre au pôle : 23h56mn. Elle augmente lorsqu'on se rapproche de l'équateur où la rotation du plan cesse. Pise étant plus basse en latitude que Paris, la période de rotation du plan d'oscillation y sera plus grande à Pise.

Question 6 La méthode de Bradley pour le temps de trajet de la lumière

La période de Jupiter autour du Soleil est de 12 ans environ. Sachant que la vitesse de propagation de la lumière dans le vide est 10200 fois plus grande que celle de la Terre autour du Soleil (rapport établi par Bradley en 1725 à partir du phénomène d'aberration annuelle des étoiles), quel est le temps mis par la lumière pour parcourir la distance entre le Soleil et Jupiter (pour une orbite supposée circulaire) ?

A. 8 minutes
B. 43 minutes
C. 98 minutes
D. 108 minutes

Il y avait une erreur dans les réponses proposées dans le QCM sous Moodle (la bonne réponse n'était pas dans la liste). Le raisonnement que Bradley a appliqué à la Terre consiste ici à remarquer que le temps que met Jupiter à parcourir sur son orbite la distance correspondant à sa distance au Soleil (qui est le rayon du cercle de Jupiter autour du Soleil pour une orbite supposée circulaire) est égal à 12 ans / 2π. La vitesse moyenne de Jupiter est 13 km/s dans le référentiel héliocentrique (celle de la Terre étant 30 km/s).

Donc la durée recherchée est $\frac{12 \times 365 \times 24 \times 3600 \times 13}{10200 \times 30 \times 2\pi} = 43\ mn$

<u>Ondes électromagnétiques</u>

Question 7 Originalité de l'onde électromagnétique

Selon la relativité restreinte, la vitesse de propagation de la lumière dans le vide doit être nécessairement égale à c (environ 300 000 km.s^{-1}).

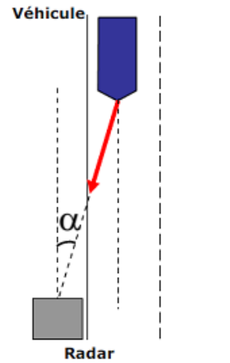
A. Vrai
B. Faux

Comme vu en cours, il n'y a rien dans la relativité restreinte, fondée sur une métrique d'espace-temps, qui oblige la lumière à se propager à la vitesse limite. La présentation à l'ancienne de la relativité restreinte est de nature à semer la confusion puisqu'on admet dès le départ (en tant qu'axiome) que la célérité de la lumière coïncide avec la vitesse limite. Si la lumière voyageait un tout petit peu moins vite, il faudrait modifier les équations de l'électromagnétisme mais cela ne changerait rien à la relativité restreinte (la constante c serait inchangée).

Peu de bonnes réponses à cette question 7 !

Question 8 Le contrôle radar

Un véhicule circulant en agglomération est contrôlé par un radar Doppler de la gendarmerie (fréquence d'émission = 24,125 GHz). Au passage du véhicule, la variation de fréquence enregistrée est Δf = 2 kHz. L'angle α entre l'axe du faisceau radar et l'axe de déplacement des véhicules mesurés est 45 degrés.



La vitesse du véhicule est environ :

A. 43 km/h
B. 53 km/h
C. 63 km/h
D. 73 km/h

La formule de l'effet Doppler classique (vue en cours) est :

$$\frac{\Delta f}{f_e} = \frac{2v\cos\theta}{c}$$

D'où $v = \frac{c\Delta f}{2 f_e \cos\theta} = \frac{3 10^8 \times 2 10^3 \times \sqrt{2}}{2 \times 24{,}125\ 10^9} \times 3{,}6 \approx 63\ km/h$

Attention, **<u>il faut le facteur 2</u>** car l'onde électromagnétique fait un aller-retour : il y a un effet Doppler pour chacun des trajets.

<u>Relativité</u>

Question 9 Composition des vitesses

On imagine une cabine se déplaçant le long de l'axe des x à la vitesse v par rapport au sol. A l'intérieur de la cabine, on expédie dans le même sens sur l'axe des x un projectile quelconque à la vitesse 3c/4 par rapport à la cabine. Si la vitesse v est égale à 4c/5, que vaut la vitesse du projectile par rapport au sol ?

A. 90% c
B. 95% c
C. 97% c
D. 99% c

La vitesse du projectile par rapport au sol est donnée par (loi de composition relativiste des vitesses, conséquence de la métrique d'espace-temps de Minkowski) :

$$\frac{u+v}{1+\frac{uv}{c^2}}\ avec\ u = \frac{3c}{4} et\ v = \frac{4c}{5}$$

On trouve la valeur 31/32 c ≈ **97% c**

Question 10 La chute libre

Quand vous lâchez votre stylo, il suit (abstraction faite de la résistance de l'air) la trajectoire dans l'espace-temps courbé par la masse de la Terre qui minimise son temps propre.

A. Vrai
B. Faux

Il faut remplacer « minimise » par « maximise ». Nous avons expliqué en cours comment on arrive à cette conclusion en combinant la relativité restreinte et le principe d'équivalence locale entre accélération et gravitation.

Question 11 L'expérience de Hafele et Keating (1971)

Quelle est la raison principale pour laquelle Hafele et Keating ont embarqué 4 horloges atomiques à bord des avions de ligne commerciaux ?

A. Pour assurer la redondance en cas de panne sur certaines horloges.
B. Pour détecter d'éventuels dérèglements d'horloges durant le voyage.
C. Parce qu'ils en avaient les moyens et que 4 horloges leur coûtaient pareil que 3.
D. Pour comparer les temps propres des horloges embarqués avec ceux des horloges au sol.

Il était crucial dans cette expérience de faire la distinction à l'arrivée entre des écarts d'horloges dus à un dérèglement (instabilité) et les décalages relativistes qui s'appliquent à des horloges parfaites.

Question 12 Collision-adhésion de deux particules

Deux particules, l'une de masse m, l'autre de masse 5m, subissent une collision frontale à la vitesse 4c/5 (dans le référentiel du laboratoire) et forment une particule composite de masse M (vitesse nulle). Que vaut le rapport M / m ?

A. 6
B. 8
C. 10
D. 12

La conservation de l'énergie nous permet d'écrire (avant choc vs. après choc) :

$6\,\gamma m c^2 = M c^2$, avec $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

Avec v/c = 4/5, cela donne $\gamma = 5/3$ et on en déduit **M = 10m**

Question 13 Le joggeur

Un joggeur emporte avec lui une horloge A supposée parfaite et parcourt à la vitesse de 4 m/s un aller-retour depuis le point O le long d'un méridien terrestre (donc à longitude constante). L'horloge B fixe au point O (supposée parfaite et initialement synchronisée avec l'horloge A) a enregistré pour le trajet du joggeur une durée de 2 heures.

A son retour au point O :

A. L'horloge A retarde de 3.2 10^{-13} seconde par rapport à l'horloge B.
B. L'horloge A retarde de 6.4 10^{-13} seconde par rapport à l'horloge B.
C. L'horloge A retarde de 12.8 10^{-13} seconde par rapport à l'horloge B.
D. L'horloge A est toujours synchronisée avec l'horloge B.

Nous avons vu en cours que (métrique de Minkowski), si l'on compte + le trajet vers l'est, - celui vers l'ouest et en tenant compte que v est petit devant c, les durées propres des horloges embarquées s'expriment en fonction des durées des horloges hypothétiques du référentiel géocentrique (inertiel) :

$$\Delta t_{\pm} = \int_0^{\Delta t_0} \sqrt{1 - \frac{(v \pm R\omega)^2}{c^2}} dt \approx (1 - \frac{(v \pm R\omega)^2}{2c^2}) \Delta t_0$$

$$\Delta t_{sol} = \int_0^{\Delta t_0} \sqrt{1 - \frac{R^2\omega^2}{c^2}} dt \approx (1 - \frac{R^2\omega^2}{2c^2}) \Delta t_0$$

Il suffit ensuite d'exprimer les durées propres des horloges embarquées en fonction des durées des horloges fixes au sol.

$$\Delta t_+ \approx \left(1 - \frac{v^2}{2c^2} - \frac{vR\omega}{c^2}\right) \Delta t_{sol} \;\; et \;\; \Delta t_- \approx \left(1 - \frac{v^2}{2c^2} + \frac{vR\omega}{c^2}\right) \Delta t_{sol}$$

Si le trajet suit un méridien terrestre, le terme en v (associé à l'effet Sagnac) est nul.

Donc la durée propre pour l'horloge A du jogger vaut en fonction de la durée propre de l'horloge B :

$$\Delta\tau = \left(1 - \frac{v^2}{2c^2}\right) \Delta\tau_0$$

L'horloge A retarde à l'arrivée par rapport à l'horloge B de :

$\frac{v^2}{2c^2} \Delta\tau_0 = \frac{16}{2 \times 9\ 10^{16}} 7200 = 6.2\ 10^{-13}$ seconde.

Peu de bonnes réponses à cette question 13 !

Question 14 L'effet Einstein pour l'étoile S2

On rappelle que la masse du trou noir supermassif au centre de notre galaxie vaut environ 4 millions de masses solaires (la masse du Soleil étant 2 10^{30} kg). A son plus proche passage vis-à-vis du trou noir, la distance entre l'étoile et le centre du trou noir est égale à 18 milliards de kilomètres (4 fois la distance entre Neptune et le Soleil). On prendra G = 6.67 10^{-11} S.I.

Que vaudrait en valeur absolue le redshift gravitationnel (exprimé en décalage relatif de fréquence) pour l'étoile S2 si sa distance au centre du trou noir lors de son plus proche passage était trois fois plus grande que l'actuelle ?

A. 10^{-2}
B. 10^{-3}
C. 10^{-4}
D. 10^{-5}

r_2 distance au centre du trou noir pour le point d'émission

r_1 distance au centre de la Terre pour le point de réception

$$\boxed{\frac{f_r - f_e}{f_e} = \frac{\sqrt{1 - \frac{2GM_{Trou\,noir}}{r_2 c^2}}}{\sqrt{1 - \frac{2GM_{Terre}}{r_1 c^2}}} - 1} \qquad \frac{f_r - f_e}{f_e} \approx -\frac{GM_{Trou\,noir}}{r_2 c^2}$$

$$\left|\frac{\Delta f}{f}\right| \approx \frac{6.67\ 10^{-11} \times 4\ 10^{6} \times 2\ 10^{30}}{18\ 10^{12} \times 9\ 10^{16}} \approx 3{,}2\ 10^{-4}$$

Les calculs ci-dessus ont été vus en cours. Pour une distance r_2 3 fois plus grande, le décalage relatif en fréquence sera **voisin de 10^{-4}**.

Peu de bonnes réponses à cette question 14 !

Effet Sagnac

Question 15 L'effet Sagnac acoustique

Le déphasage Sagnac avec la lumière est donné par (en première approximation) :

$$\Delta\varphi = \frac{8\pi\omega A}{c\,\lambda}$$

Où A est l'aire délimitée par les branches de l'interféromètre, ω la vitesse angulaire de rotation de l'interféromètre, λ la longueur d'onde pour la source de lumière utilisée, les deux ondes lumineuses se propageant à la même vitesse c dans les deux sens.

Si on utilise au lieu de la lumière des ondes sonores dont la vitesse de propagation v est égale à 343 m/s dans les deux sens par rapport à l'interféromètre, avec une longueur d'onde λ, le déphasage Sagnac mesuré (pour la même aire A et la même vitesse ω) sera donné par :

$$\Delta\varphi = \frac{8\pi\omega A}{v\,\lambda}$$

A. Vrai
B. Faux

On pourrait être tenté de simplement remplacer dans la formule pour la lumière c par v mais ce serait une grave erreur car c n'est pas simplement la célérité d'une onde spécifique mais est le facteur de conversion entre l'espace et le temps qui vient de la métrique de Minkowski (l'effet est purement relativiste).

Il faut repartir de l'expression pour le délai Sagnac (valable quelle que soit l'entité utilisée) :

$$\Delta t = \frac{4A\omega}{c^2}$$

Ensuite on écrit

$$\Delta\varphi = 2\pi f \Delta t = \frac{2\pi v}{\lambda} \times \frac{4A\omega}{c^2} = \boldsymbol{\frac{8\pi\omega A v}{\lambda\, c^2}}$$

La constante c subsiste dans la formule car elle n'est pas liée au signal utilisé mais est le facteur de conversion entre l'espace et le temps de la métrique de Minkowski (et aussi la vitesse limite).

Question 16 Les gyromètres atomiques

Dans un cours de 2004 sur les atomes ultra-froids pour un D.E.A. de Physique Quantique, on trouve la section suivante consacrée à l'effet Sagnac.

Effet Sagnac. La sensibilité à la rotation d'un interféromètre atomique est également très différente de celle d'un interféromètre lumineux. Considérons le dispositif formé par deux demi-cercles AB, de rayon R, représenté sur la figure 9. Un paquet d'onde incident, de vitesse v, arrive en A par la voie a. Il se sépare en deux parties de même intensité, qui se recombinent en B. Pour un choix correct des phases induites par les deux séparateurs A et B, et pour un interféromètre au repos, le paquet d'onde émergent est entièrement localisé dans la voie b.

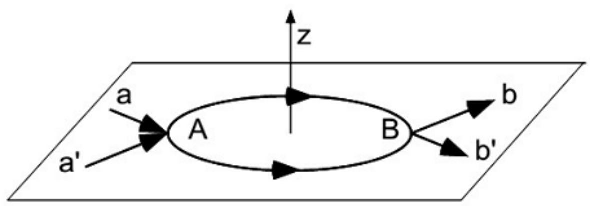


FIG. 9: Dispositif interférométrique pour étudier l'effet Sagnac.

Supposons maintenant que l'interféromètre tourne à la vitesse angulaire Ω autour de l'axe z. Au premier ordre en Ω, le trajet AB effectué dans le sens direct (resp. indirect) se trouve allongé (resp. raccourci) de $\delta l = \Omega RT$, où $T = \pi R/v$ est le temps nécessaire pour effectuer le trajet AB. Il s'en suit une différence de phase en B entre les deux voies de l'interféromètre :

$$\delta\phi = 2\,k\,\delta l = 2\,k\Omega RT = 2\,k\Omega\frac{\pi R^2}{v}$$

Cette variation de phase $\delta\phi$ se traduit par une intensité non nulle dans la voie b' (typiquement $I(b') = \sin^2\delta\phi$).

Pour des photons, $k = \omega/c$ et $v = c$, soit :

$$\delta\phi|_{\text{photons}} = 2\,\frac{\mathcal{A}\omega\Omega}{c^2}$$

où $\mathcal{A} = \pi R^2$ est l'aire de l'interféromètre. Pour des particules matérielles, $k = mv/\hbar$, soit :

$$\delta\phi|_{\text{matiere}} = 2\,\frac{\mathcal{A}m\Omega}{\hbar}$$

Le rapport entre ces deux quantités donne :

$$\frac{\delta\phi|_{\text{matiere}}}{\delta\phi|_{\text{photons}}} = \frac{mc^2}{\hbar\omega}$$

qui est de l'ordre de 10^{11} si l'on compare des atomes ($mc^2 \sim 100$ GeV) à des photons visibles ($\hbar\omega \sim 1$ eV).

Ce gain considérable peut présenter un grand intérêt pratique. Les interféromètres à effet Sagnac sont en effet très utilisés en navigation (gyrolasers). La possibilité de les améliorer par plusieurs ordres de grandeur en remplaçant les photons par des particules matérielles est donc très alléchante. Pour l'instant, on est encore loin de pouvoir utiliser les mêmes aires $\mathcal{A}$ pour des atomes que pour des photons, mais une recherche très active est en cours dans ce domaine[9].

La différence de phase en B calculée pour les paquets d'onde de vitesse v est un délai Sagnac, comme le texte l'affirme.

A. Vrai
B. Faux

Voilà un autre exemple d'erreur courante, ici dans un cours de physique quantique.
La vitesse des paquets d'onde est supposée être égale à v dans le référentiel du labo qui voit l'interféromètre tourner. Dans un tel cas, il est vrai qu'on prédit un déphasage (sans raisonner avec la relativité) puisque les vitesses sont différentes par rapport à l'interféromètre.
Le problème est qu'un tel déphasage n'a rien à voir avec l'effet Sagnac. Ce qui caractérise l'effet Sagnac, c'est qu'un décalage temporel subsiste **même si** les vitesses par rapport à l'interféromètre (et non par rapport au labo) sont identiques, ce qui est incompréhensible en dehors de la relativité.
En conclusion, le texte du cours en question **passe totalement à côté de l'effet Sagnac** et de l'effet qui est utilisé dans les gyromètres atomiques.

Question 17 L'effet Sagnac optique

Dans un cours d'optique quantique (2003), le délai Sagnac (donc l'intervalle de temps à l'arrivée entre les deux faisceaux lasers) est calculé pour la lumière en raisonnant d'abord dans le référentiel inertiel du laboratoire (dans lequel on voit le circuit tourner).
Ensuite, le texte du cours précise :
A l'approximation non relativiste, les intervalles de temps entre les deux faisceaux sont les mêmes pour le référentiel en rotation (où a lieu la mesure) et le référentiel du laboratoire. On obtient dans cette limite pour le délai Sagnac :

$$\Delta t = \frac{4A\omega}{c^2}$$

Il existe une approximation non relativiste pour le délai Sagnac, autrement dit l'intervalle de temps ci-dessus a une origine non relativiste, comme l'affirme le cours.

A. Vrai
B. Faux

Encore un autre exemple d'erreur courante, ici dans un cours d'optique quantique.
La formule rigoureuse (sans approximation) pour le délai Sagnac est :

$$\Delta t = \frac{4A\omega}{c^2\sqrt{1 - \frac{R^2\omega^2}{c^2}}}$$

Certains auteurs (dont ceux de ce cours) croient que la relativité restreinte n'apporte que le terme correctif avec la racine carrée et qu'à l'approximation des faibles vitesses de rotation (cas usuel), le terme correctif étant négligeable, il ne reste que la formule plus haut qui n'est pas relativiste.
Nous avons vu en cours que ceci est totalement faux : le délai Sagnac est purement relativiste (pour des vitesses identiques dans les deux sens, la physique non relativiste prédit un délai nul).

Question 18 L'expérience de Michelson, Gale et Pearson revisitée

Dans leur expérience de 1925 pour mesurer la vitesse de rotation de la Terre sur elle-même, Michelson et ses collègues ont utilisé un interféromètre de Sagnac d'aire 2.08 10^5 m^2 et une longueur d'onde pour la lumière de 570 nm. On rappelle que la vitesse angulaire de la Terre (par rapport aux étoiles fixes) est 7.29 10^{-5} rad.s^{-1}.
Si on plaçait un interféromètre identique au pôle nord, donnez la valeur la plus proche du déphasage attendu en sortie de l'interféromètre :

A. 0.2 radian
B. 1 radian
C. 2 radians
D. 3 radians

Le déphasage Sagnac est donné par :

$$\Delta\varphi = \frac{8\pi\omega A}{c\,\lambda}$$

Au pôle, la vitesse de rotation de l'interféromètre est égale à la vitesse angulaire de la Terre (de période 23h56mn). A une latitude quelconque, il faudrait multiplier par le sinus de la latitude (car c'est au pôle que la rotation de l'interféromètre est le plus rapide).
L'application numérique donne environ 2 radians. Pour info, lors de leur expérience, Michelson et ses collègues avaient mesuré environ 1.44 radian car leur interféromètre était à une latitude de 41 degrés environ.

Géolocalisation par satellites

Question 19 Le segment utilisateurs

Le smartphone ne fait que revoir les signaux en provenance des satellites de géolocalisation (il n'émet pas de signal vers ces satellites).

A. Vrai
B. Faux

Ce sont les stations au sol qui peuvent échanger des signaux avec les satellites. Les récepteurs GPS sont en nombre illimité, ils ne font que recevoir les signaux radio en provenance des satellites.

Question 20 La désynchronisation relativiste des horloges à bord de la Station spatiale internationale

Au bout d'une journée, une horloge supposée parfaite embarquée à bord de la Station spatiale internationale retarde par rapport aux horloges au sol d'environ :

A. 30 nanosecondes.
B. 30 microsecondes.
C. 30 millisecondes.
D. 0 seconde (elle reste synchronisée car ce n'est qu'un effet de perspective).

Le retard sera donné par : $\left\{\frac{GM}{c^2}\left(\frac{1}{r_{sol}}-\frac{1}{r_{sat}}\right)+\frac{V_{sol}^2-V_{sat}^2}{2c^2}\right\}\times \Delta t_{sol}$

On peut négliger le premier terme et même pour un calcul grossier dans le second terme négliger la vitesse des horloges au sol. On prend pour vitesse de la Station 28000 km/h, soit 7777 m/s.

Le retard sera en gros $\frac{v^2}{2c^2}\Delta\tau_{\text{sol}} = \frac{7777^2}{2\times 9\ 10^{16}}(24\times 3600) = 29\ 10^{-6}$seconde ≈ 30 microsecondes

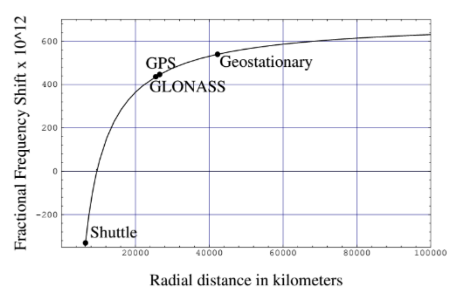
Peu de bonnes réponses à cette question 20 !

Question 21 La désynchronisation selon l'altitude d'un satellite

Il existe une altitude au-dessus de laquelle les horloges embarquées à bord d'un satellite avancent par rapport aux horloges au sol tandis qu'elles retardent en dessous de cette altitude. Que vaut cette altitude (environ) ?

A. 300 km
B. 3000 km
C. 30000 km
D. Cette question n'a pas de sens car les horloges ne se décalent pas (ce n'est qu'un effet de perspective).

Voir cours pour la courbe donnant la désynchronisation d'un satellite en fonction de sa distance au centre de la Terre. Nous la redonnons ici :



Les désynchronisations cinématique et gravitationnelle jouent en sens contraire. Elles s'annulent à une altitude d'environ 3000 km. En dessous de cette altitude, les horloges embarquées retardent par rapport aux horloges au sol, au-dessus de cette altitude elles avancent.

Peu de bonnes réponses à cette question 21 !

Ondes gravitationnelles

Question 22 La vitesse de propagation des ondes gravitationnelles

On suppose que comme pour GW170817, on a détecté sur Terre pour la même source (une binaire d'étoiles à neutrons) un sursaut gamma (onde électromagnétique) et une onde gravitationnelle. Le sursaut gamma a été reçu sur Terre 4 secondes plus tôt que le pic de l'onde gravitationnelle et la source se trouve à 200 millions d'années-lumière de la Terre. On rappelle qu'une année-lumière vaut environ 10 000 milliards de kilomètres. Si l'on suppose que le sursaut gamma a été émis depuis la source au même moment que le pic de l'onde gravitationnelle, que vaut l'écart relatif $\frac{\mathrm{v}_g - \mathrm{c}}{c}$ entre la vitesse de propagation de l'onde gravitationnelle et celle de l'onde électromagnétique ?

A. 10^{-15}
B. $6\ 10^{-16}$
C. -10^{-15}
D. $-6\ 10^{-16}$

L'écart de temps à l'arrivée pour les deux ondes est

$$\Delta t = \frac{\mathrm{d}}{c} - \frac{\mathrm{d}}{c+\Delta \mathrm{v}} = \frac{\mathrm{d}}{c}\left(1 - \frac{1}{1+\frac{\Delta \mathrm{v}}{c}}\right) \cong \frac{\mathrm{d}\Delta \mathrm{v}}{c^2}$$

$$\frac{\Delta \mathrm{v}}{c} \cong \frac{\mathrm{c}\ \Delta \mathrm{t}}{d} = \frac{-3\ 10^8 \times \mathbf{4}}{200\ 10^6 \times 10^4 \times 10^9 \times 10^3} \cong -6\ 10^{-16}$$

Si le sursaut gamma arrive 4 secondes **avant** l'onde gravitationnelle alors qu'il a été émis au niveau de la source au même instant, c'est que le voyage de la source jusqu'à la Terre lui a pris 4 secondes **de moins**. Cela veut dire que l'onde gravitationnelle a voyagé moins vite, donc le signe est **un -**.

Peu de bonnes réponses à cette question 22 !

Question 23 La vitesse de propagation de l'onde gravitationnelle

Selon la relativité générale, la vitesse de propagation de l'onde gravitationnelle doit être nécessairement égale à c (environ 300 000 km.s^{-1}).

A. Vrai
B. Faux

Vu en cours : l'onde gravitationnelle est une onde d'espace-temps, sa vitesse de propagation doit être absolue (ne pas dépendre du système de coordonnées), donc doit être égale à la vitesse limite (facteur de conversion entre l'espace et le temps). On n'a pas cette contrainte pour l'onde électromagnétique qui n'est pas une onde d'espace-temps.

Question 24 Démultiplication d'une onde gravitationnelle

Une onde gravitationnelle peut être démultipliée par effet de lentille gravitationnelle (à cause d'une masse qui serait interposée entre la source et la Terre) et se traduire en conséquence par plusieurs répliques de la même onde reçues sur Terre décalées dans le temps.

A. Vrai
B. Faux

Vu en cours : l'onde gravitationnelle est une oscillation de la courbure de fond. Elle est donc sujette aux effets de lentille, à l'effet Shapiro et au redshift cosmologique.

Physique quantique

Question 25 Les inégalités de Heisenberg

Compte tenu de son mouvement aléatoire autour du noyau, l'incertitude sur la position de l'électron est de l'ordre du rayon atomique, soit de l'ordre d'un Angström (10^{-10} m). On prendra pour la masse de l'électron 9.1 10^{-31} kg et pour la constante de Planck 6.62 10^{-34} .

Quelle est la meilleure précision en m/s que l'on puisse atteindre sur l'estimation de la vitesse de l'électron ?

A. De l'ordre de 100
B. De l'ordre de 1000
C. De l'ordre de 10000
D. De l'ordre d'un million

$$\Delta x \Delta p > \frac{\hbar}{2} = \frac{h}{4\pi}$$
$$\Delta p > \frac{\hbar}{2\Delta x} = \frac{h}{4\pi\Delta x}$$
$$m\Delta v > \frac{\hbar}{2\Delta x} = \frac{h}{4\pi\Delta x}$$
$$\Delta v > \frac{\hbar}{2m\Delta x} = \frac{h}{4\pi m\Delta x}$$

Avec les valeurs numériques, cela donne limite inférieure de l'ordre du million (en m/s).

Question 26 L'intrication quantique

L'intrication quantique implique qu'il est possible de transmettre de l'information entre deux points à une vitesse supérieure à la vitesse limite c.

A. Vrai
B. Faux

Avec l'intrication quantique, il existe des corrélations entre événements séparés par un intervalle d'espace-temps du genre espace (donc à une distance telle qu'il ne peut y avoir d'influence) mais cela n'implique pas qu'on puisse transmettre de l'information à une vitesse supérieure à la vitesse limite c.

Question 27 La théorie quantique des champs

La meilleure théorie actuelle pour décrire l'ensemble des interactions connues à l'exception de la gravitation est la théorie quantique des champs.

A. Vrai
B. Faux

Thermodynamique

Question 28 Les gifles d'Obélix

Imaginez qu'Obélix vous gifle. Vous ressentez une rougeur à la joue. La température de la région touchée a varié d'un degré Celsius. On suppose que la masse de la main qui vous atteint est de 2 kg et que la masse de la peau rougie est de 100 g. On prend comme valeur de la capacité thermique massique de la peau de la joue : $\mathbf{C}_{joue}$ = 3,8 kJ.K^{-1}.kg^{-1}.

La vitesse de la main juste avant l'impact vaut environ :

A. 50 km/h
B. 60 km/h
C. 70 km/h
D. 80 km/h

De façon analogue à l'expérience de Joule, le transfert entre énergie mécanique et énergie thermique s'écrit :

$\frac{1}{2}\, m_{main} v_{main}^2 = m_{joue}\, C_{joue}\, \Delta T$ d'où $v_{main} = \sqrt{\frac{2 m_{joue} C_{joue} \Delta T}{m_{main}}}$

L'application numérique donne environ 70 km/h.

Question 29 Le transport d'eau en altitude

On transporte une tonne d'eau d'une altitude de 1000 m à une altitude de 2500 m. On rappelle que la quantité d'énergie nécessaire pour élever d'un degré la température d'un kilogramme d'eau liquide est 4.18 kJ.

Si on utilisait l'énergie nécessaire au transport de cette eau pour la chauffer, de quelle quantité élèverait-on la température de l'eau ?

A. 1.6 °C
B. 2.6 °C
C. 3.6 °C
D. 4.6 °C

L'énergie potentielle de la pesanteur est mgh = 1000 * 10 * 1500 = 15 MJ.

On a $Q = m\, C_{eau}\, \Delta T$ = 15 MJ

$$\Delta T = \frac{Q}{m\, C_{eau}} = \frac{15\ 10^6}{1000 \times 4180} \approx 3.6\ °C$$

Question 30 Le rayonnement de Hawking

Le rayonnement de Hawking prédit pour les trous noirs connus dans l'Univers est extrêmement faible.

A. Vrai
B. Faux

Le rayonnement prédit par Hawking avec un raisonnement combinant relativité générale et théorie quantique des champs est extrêmement faible pour les trous noirs connus. Ce ne serait pas le cas pour des trous noirs microscopiques hypothétiques.

Technologies quantiques

Question 31 Cryptographie

Dans un système de cryptographie à clé secrète :

A. Le message chiffré est obtenu par un « ou » exclusif entre le message à chiffrer et la clé.
B. On utilise une clé publique et une clé privée.
C. La clé est obtenue par un calcul en algèbre modulaire.

Les systèmes à clé secrète nécessitent une opération très simple et très rapide du point de vue informatique qui est un ou exclusif qui a en outre l'avantage d'être réversible, c'est donc un système symétrique utilisant une seule clé.

Question 32 Calcul d'un chiffrage RSA

On considère la clé publique d'un chiffrage RSA (e, N) = (11, 319)
Trouver le chiffrement pour un message M = 100.

A. 157 B. 198 C. 1 D. 265

Par définition du chiffrage RSA, le chiffré est égal à Me mod N = 10011 mod 319 = 265. Le calcul pouvait se faire avec un terminal python.

Question 33 Calcul d'un chiffrage RSA (suite)

Dans les mêmes conditions trouvez la clé privée d correspondant à la clé publique e = 11.

A. 51
B. 29
C. 280
D. 294

On sait par définition que ed = 1 mod (p-1)(q-1) avec p et q facteurs de N.
Il fallait donc trouver les facteurs premiers de 319 par algorithme d'Euclide ou dans le site utilisé en cours, dcod.fr soit ici 11 et 29 . Ensuite avec les facteurs, il était possible de trouver d par une inversion modulaire calculée dans le même site ou par un algorithme d'inversion d = inv (11mod (10 x 28)) = 51. On pouvait éliminer la réponse B et C avec le calcul des facteurs de N.

Question 34 La cryptographie quantique

La cryptographie quantique est un système de chiffrage à clé symétrique.

A. Vrai
B. Faux

En cryptographie quantique seule la clé est obtenue par des propriétés quantiques et une mise en conformité de bases de mesure par Alice et Bob. Le message n'interagit jamais avec l'élaboration de la clé. Cette dernière, une fois déterminée, est utilisée de manière classique comme une clé symétrique. Il n'y a qu'une clé et il n'y a pas d'algorithme quantique.

Question 35 Le protocole BB84 de cryptographie quantique

Le protocole BB84 permet une sécurité parfaite pour une transmission entre Bob et Alice en détectant statistiquement une interception de la clé.

A. Vrai

B. Faux

Le message n'intervient pas dans l'élaboration de la clé. Si la clé est interceptée cela augmente le taux d'erreur après mise en conformité des bases.

Informatique quantique

On rappelle les définitions matricielles des portes :

X = $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. Z = $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. Y = $\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ H = $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ S = $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$. T = $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\pi}{4}} \end{pmatrix}$

Question 36 Représentation mathématique matricielle des portes quantiques

Les portes à deux qubits peuvent se représenter par des matrices :

A. 1 Ligne B. 1 colonne C. 2 X 2 D. 4 X 4

Les opérateurs à un qubit portent sur un vecteur à deux dimensions et sont donc des matrices 2x2, pour un opérateur à deux qubits, c'est donc une matrice 4x4.

Question 37 Calcul de T^2

L'opérateur T^2 est égal à :

A. X B. Z C. Y D. S

$T^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\pi}{4}} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\pi}{4}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} = S$

Question 38 Composition des portes

Il existe un opérateur purement quantique $\sqrt{X}$, qui s'écrit sous forme matricielle :

$$\frac{1}{1+i}\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$$

A. Vrai

B. Faux

Pour vérifier, il suffit de prendre le carré de la matrice proposée.

Le carré permet de retrouver la matrice de l'opérateur X = $\frac{1}{1+i}\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix} \times \frac{1}{1+i}\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

Peu de bonnes réponses à cette question 38 !

Question 39 L'algorithme de Shor

La transformée de Fourier quantique dans l'algorithme de Shor sert à passer d'une complexité exponentielle à une complexité polynomiale.

A. Vrai
B. Faux

L'algorithme de Shor arrive à factoriser en trouvant la période d'une fonction de type F(r) = ar mod N. Un premier étage de l'algorithme calcule plein de valeurs de cette fonction puis ces valeurs sont envoyées dans une transformée de Fourier pour trouver une période. Avec une transformée de Fourier classique (DFT) ou FFT le calcul reste d'une complexité exponentielle. C'est pourquoi Shor a mis au point une transformée de Fourier purement quantique dont la complexité est polynomiale en 2N.

Question 40 L'algorithme de Shor (suite)

L'algorithme de Shor permet de :

A. Trouver toutes les combinaisons d'une clé de chiffrement
B. Trouver un nombre dans un tableau en un temps polynomial
C. Factoriser un nombre très grand en déterminant la période d'une fonction modulaire.

Les réponses A et B sont relatives à l'algorithme de Grover, l'algorithme de Shor utilise le nombre N de la clé publique. Il permet de factoriser en trouvant la période r d'une fonction F(r) = ar mod N avec a premier à N qui est la clé publique.