IF.1106 - Sciences du numérique QCM du 25 janvier 2022

Les questions nécessitant un calcul sont marquées avec le symbole



On prendra comme valeur de la constante universelle $c: 3 \cdot 10^8 \, \text{m.s}^{-1}$.

On prendra comme valeur de l'accélération de la gravité à la surface de la Terre g : 10 m.s⁻².

On prendra comme valeur de la distance entre la Terre et le Soleil : 150 millions de kilomètres.

Pour chaque question de ce QCM, il y a une seule réponse correcte à identifier.

Physique galiléo-newtonienne

Question 1 L'altitude maximale de l'obus



Un obus sphérique de masse 1 kg est lancé dans l'air avec une vitesse v₀ égale à 30 m.s⁻¹ depuis le point O, à la surface de la Terre.

La direction de la vitesse fait un angle α égal à 45 degrés avec l'horizontale Ox dans le plan Oxz, z étant l'axe vertical.

Le champ de pesanteur est supposé uniforme. On néglige tout frottement.

Quelle est l'altitude maximale atteinte par le boulet (en arrondissant) ?

- A. 23 mètres
- B. 33 mètres
- C. 43 mètres
- D. 53 mètres

Tout d'abord choisir le référentiel le plus pratique : celui qui suit le mouvement inertiel de l'obus à la vitesse v₀. Dans ce référentiel, on ne voit qu'un mouvement de chute verticale et on peut appliquer les formules simples habituelles (qui traduisent le fait que l'accélération est constante dans le vide et ne dépend pas de la masse, ce qu'on sait depuis Galilée). On intègre et cela donne (en tenant compte de la direction de la vitesse) :

$$v_z = -g t + v_0 \sin \alpha$$

L'instant où l'altitude max est atteinte correspond à une vitesse nulle :

$$t_F = \frac{v_0 \sin \alpha}{q}$$

On intègre une seconde fois :

$$z(t) = -g\frac{t^2}{2} + v_0 \sin \alpha . t$$

L'altitude max est donnée par :

$$z_F = z(t_F) = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

Le carré de sin (45 degrés) est égal à ½. Donc la réponse est 23 mètres.

La valeur de la masse donnée dans l'énoncé ne joue aucun rôle car on suppose que le déplacement a lieu dans le vide (en pratique, à cause de la résistance de l'air, la masse est à prendre en compte pour plus de précision).

Question 2 Expérience avec les accéléromètres du smartphone

On suppose que sur Terre, quelqu'un a enregistré avec son smartphone les valeurs brutes indiquées ci-après en sortie des 3 accéléromètres à l'aide de l'application **Physics Toolbox**

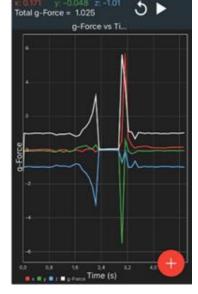
Sensor Suite (capteur « Mètre de Force g »).

La phase sur la courbe où les trois accéléromètres mesurent 0 g correspond nécessairement à un smartphone en chute libre dans le champ gravitationnel terrestre.

A. Vrai

B. Faux.

La chute libre a lieu dès qu'un corps n'est soumis qu'à la seule gravitation et dans ce cas tout ce qui est à l'intérieur est en impesanteur. La phase durant laquelle les trois accéléromètres mesurent 0 g correspond à une chute libre (qui peut être une montée ou une descente).



Question 3 Le lancer de smartphone depuis une trottinette

Vous filez à 3 m.s⁻¹ sur votre trottinette en ligne droite à vitesse constante sur un plan horizontal.

Vous lancez votre smartphone verticalement vers le haut avec une vitesse initiale v_0 = 20 m.s⁻¹. On néglige les effets dus à la résistance de l'air.

Quelle distance votre trottinette parcourt-elle entre le lancer et la réception du smartphone ?

A. 9 mètres

B. 12 mètres

- C. 15 mètres
- D. La question n'a pas de sens puisque le smartphone ne reviendra pas dans vos mains (la trottinette s'étant déplacée depuis le lancer).

On se place dans le référentiel inertiel qui accompagne le mouvement de la trottinette. Dans ce référentiel, l'aller-retour du smartphone est vertical.

On écrit qu'il y a « chute libre » durant la montée, donc : $\gamma = -g$

Ensuite on intègre : $v=-gt+v_0$, où \mathbf{v}_0 est la vitesse initiale du smartphone.

L'instant où le smartphone s'immobilise avant de redescendre est donné par $t=\frac{v_0}{g}=2$ s

D'où, en intégrant,
$$h=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t=\frac{{v_0}^2}{\frac{2g}{2g}}=20~m$$

Le temps pris pour la descente est
$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2 s$$

Donc il faut **quatre secondes** pour l'aller-retour du smartphone.

Ce temps d'aller-retour reste valable quelle que soit la vitesse de la trottinette, en vertu du **principe de relativité** (que Galilée fut le premier à énoncer).

La distance parcourue par la trottinette entre le lancer et la réception du smartphone est donc de $3 \times 4 = 12$ mètres.

Question 4 L'aller-retour d'une balle



Peu de réponses correctes!

Une balle dont la masse est 200 g est lancée verticalement vers le haut depuis le point A avec une vitesse initiale de 10 m.s⁻¹.

On rappelle que selon le théorème de l'énergie cinétique, la variation de l'énergie cinétique d'un point matériel lorsqu'il parcourt sa trajectoire d'un point M1 à un point M2 est égale au travail de la résultante des forces appliquées au point matériel de M1 à M2 le long de la trajectoire.

En supposant la force de frottement verticale, d'intensité constante f = 0.5 N, que vaut la vitesse de la balle quand elle repasse par le point de lancement ?

- A. 4.7 m.s^{-1}
- B. 5.7 m.s⁻¹
- C. 6.7 m.s⁻¹
- D. 7.7 m.s⁻¹

Le théorème de l'énergie cinétique permet d'écrire pour la montée et la descente :

$$\frac{1}{2}mv_A^2 = (mg + f) h$$

$$\frac{1}{2}mv'_A^2 = (mg - f) h$$

D'où

$$v_A' = v_A \sqrt{\frac{mg - f}{mg + f}} \approx 7,7 \ m.s^{-1}$$

Question 5 Le pendule de Foucault **Peu de réponses correctes!**

Le plan d'oscillation d'un pendule de Foucault à Paris reste fixe par rapport à un référentiel extérieur aligné sur des astres lointains.

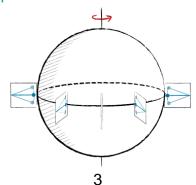
A. Vrai

B. Faux

Contrairement à ce que beaucoup d'ouvrages traitant du sujet affirment, le plan d'oscillation du pendule ne peut pas rester fixe par rapport à un référentiel extérieur aligné sur des astres lointains, sauf aux pôles.

Le plan d'oscillation du pendule doit toujours être localement vertical : il est donc impossible que ce plan reste parallèle à lui-même ailleurs qu'aux pôles! Le plan d'un pendule de Foucault n'est fixe par rapport aux étoiles qu'aux pôles.

En effet, ailleurs, à chaque instant, le pendule est soumis à deux contraintes importantes : d'une part, le point de fixation du pendule décrit un cercle autour de la Terre et d'autre part, le plan du pendule doit rester systématiquement vertical.



Question 6 Le point de Lagrange L2

Le télescope spatial James Webb sera placé d'ici fin janvier 2022 en orbite au point de Lagrange L2 (donc dans l'axe Soleil-Terre avec le Soleil et la Terre du même côté). On rappelle que le point L2 est situé à 1,5 millions de kilomètres de la Terre.

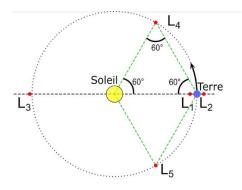
De combien la vitesse tangentielle du télescope (sur son orbite autour du Soleil) sera augmentée par rapport à celle de la Terre (en supposant qu'il reste exactement au point L2) ?

- A. 1%
- B. 5%
- C. 10%
- D. 20%

Au point L2, la vitesse angulaire ω du télescope est identique à celle de la Terre dans son mouvement autour du Soleil (c'est la définition d'un point de Lagrange).

Or la vitesse tangentielle du télescope est R ω, avec R distance au centre du Soleil.

La distance R est augmentée de 1,5 millions de kilomètres par rapport à la distance de la Terre au Soleil, qui est de 150 millions de kilomètres (valeur rappelée au début du QCM). Cela fait 1%.



Ondes électromagnétiques et ondes mécaniques

Question 7 Originalité de la lumière

Certaines propriétés de la lumière visible ne peuvent pas être comprises correctement en dehors de la relativité restreinte.

- A. Vrai
- B. Faux

Vu en cours. La lumière visible, comme toute onde électromagnétique, se propage dans le vide à la vitesse limite c, qui est le facteur de conversion entre l'espace et le temps dans la métrique d'espace-temps de Minkowski. Cela implique que sa vitesse de propagation est invariante dans tous les référentiels inertiels ainsi que localement pour tout observateur (accéléré ou non).

Question 8 La chauve-souris



La fréquence sonore supposée émise (en ultrasons) par une chauve-souris est 50 kHz. La vitesse de propagation dans l'air de l'onde sonore émise par la chauve-souris est 340 m.s⁻¹. On suppose que la fréquence mesurée par le récepteur ultrasons est 50.8 kHz.

Quelle est la vitesse radiale de la chauve-souris par rapport au récepteur (en arrondissant)?

- A. 9 km.h⁻¹
- B. 19 km.h⁻¹
- C. 29 km.h⁻¹
- D. 39 km.h⁻¹

La formule de l'effet Doppler est la suivante :

$$fr\'{e}quence\ re\~{c}ue = \frac{fr\'{e}quence\ \'{e}mise}{1\pm \frac{v}{v_{onde}}}$$

D'où

$$v = v_{onde} \frac{fr$$
équence reçue — fréquence émise fréquence reçue

 $v = 340 \times (50, .8 - 50) / 50.8 = 5.35 \text{ m. s}^{-1} = 5.35 \times 3.6 = 19.3 \text{ km. h}^{-1}$

Relativité

Question 9 Composition des vitesses



On imagine une cabine se déplaçant le long de l'axe des x à la vitesse v par rapport au sol. A l'intérieur de la cabine, on expédie dans le même sens sur l'axe des x un projectile quelconque à la vitesse c/2 par rapport à la cabine. Si la vitesse v est égale aussi à c/2, que vaut la vitesse du projectile par rapport au sol?

- A. 70% c
- B. 80% c
- C. 90% c
- D. 99% c

La vitesse du projectile par rapport au sol est donnée par (loi de composition relativiste des vitesses, conséquence de la métrique d'espace-temps de Minkowski) :

$$\frac{u+v}{1+\frac{uv}{c^2}} \ avec \ u = \frac{c}{2} et \ v = \frac{c}{2}$$

On trouve la valeur $4/5 c \approx 0.8 c$

Question 10 Le canapé et la relativité générale

Selon la relativité générale, quand je suis assis dans mon canapé, ce n'est pas moi qui accélère physiquement vers le bas sous l'effet de la gravitation mais mon canapé qui m'accélère vers le haut, car il m'empêche de suivre ma géodésique (qui correspond à un mouvement libre dans l'espace-temps courbé par la masse de la Terre).

A. Vrai

B. Faux

La notion de force de gravitation au sens newtonien disparaît en relativité générale. Un corps soumis à la seule gravitation est parfaitement libre : il a un mouvement inertiel dans un espacetemps courbe. Une accélération propre (celle qui est mesurée dans le référentiel propre) implique l'existence d'interactions non gravitationnelles qui empêchent le corps de suivre sa géodésique.

Question 11 L'expérience de Hafele et Keating (1971)

Quelle est l'originalité principale de l'expérience de Hafele et Keating par rapport aux expériences précédentes ?

- A. C'est la première à vérifier directement la désynchronisation cinématique et gravitationnelle des horloges parfaites.
- B. C'est la première à tester la relativité à l'aide d'avions de ligne commerciaux.
- C. C'est la première à tester la relativité par un transfert de temps.
- D. C'est la première à tester la relativité par un transfert de fréquence.

Il n'y a ni transfert de temps ni transfert de fréquence car la comparaison ne se fait pas à distance mais au même endroit. La réponse B n'est pas fausse mais ce n'est pas l'originalité principale de l'expérience.

Question 12 Collision-adhésion de deux particules



Deux particules, respectivement de masse m et de masse 3m, subissent une collision frontale avec les vitesses respectives 4c/5 et 3c/5 (dans le référentiel du laboratoire) et forment une particule composite de masse M (vitesse nulle). Que vaut le rapport M / m ?

- A. 3.4
- B. 4.4
- C. 5.4

La conservation de l'énergie nous permet d'écrire (avant choc vs. après choc) :

$$\gamma_1 mc^2 + \gamma_2 3mc^2 = Mc^2$$
, avec $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

Cela donne $\gamma_1 = 5/3$ et $\gamma_2 = 5/4$, on en déduit **M = 5.4 m**

Question 13 Le tour du monde avec un drone Peu de réponses correctes!



Supposons qu'un drone fasse un tour du globe terrestre vers l'ouest avec une vitesse par rapport au sol égale à 2 fois la vitesse tangentielle de rotation de la Terre sur elle-même (soit environ 3400 km/h). Ce drone embarque l'horloge parfaite A tandis qu'à son point de départ et d'arrivée se trouve une horloge parfaite B. On suppose que l'altitude du drone est proche de zéro durant la totalité du voyage.

A son retour au point O:

- A. L'horloge A retarde par rapport à l'horloge B.
- B. L'horloge A avance par rapport à l'horloge B.
- C. L'horloge A est toujours synchronisée avec l'horloge B.

Nous avons vu en cours que (métrique de Minkowski), si l'on compte + le trajet vers l'est, - celui vers l'ouest et en tenant compte que v est petit devant c, les durées propres des horloges embarquées s'expriment en fonction des durées des horloges hypothétiques du référentiel géocentrique (inertiel) :

$$\Delta t_{\pm} = \int_0^{\Delta t_0} \sqrt{1 - \frac{(v \pm R\omega)^2}{c^2}} dt \approx \left(1 - \frac{(v \pm R\omega)^2}{2c^2}\right) \Delta t_0$$

$$\Delta t_{sol} = \int_0^{\Delta t_0} \sqrt{1 - \frac{R^2 \omega^2}{c^2}} dt \approx \left(1 - \frac{R^2 \omega^2}{2c^2}\right) \Delta t_0$$

Il suffit ensuite d'exprimer les durées propres des horloges embarquées en fonction des durées des horloges fixes au sol.

$$\Delta t_{+} \approx \left(1 - \frac{v^{2}}{2c^{2}} - \frac{vR\omega}{c^{2}}\right) \Delta t_{sol} \ et \ \Delta t_{-} \approx \left(1 - \frac{v^{2}}{2c^{2}} + \frac{vR\omega}{c^{2}}\right) \Delta t_{sol}$$

Si $v = -2R\omega$, c'est la seconde formule qui s'applique avec $v = 2R\omega$ (voyage vers l'ouest). Les termes cinématiques s'annulent, donc l'horloge A est toujours synchronisée à l'arrivée par rapport à l'horloge B.

Question 14 L'effet Einstein pour l'étoile S62



On rappelle que la masse du trou noir supermassif au centre de notre galaxie vaut environ 4 millions de masses solaires (la masse du Soleil étant 2 10³⁰ kg). A son plus proche passage vis-àvis du trou noir, la distance entre l'étoile S62 et le centre du trou noir est égale à 2 milliards de kilomètres (un peu plus que la distance entre Saturne et le Soleil). On prendra $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \, \text{S.I.}$ Que vaut en valeur absolue le redshift gravitationnel (exprimé en décalage relatif de fréquence $\frac{f_r - f_e}{f_e}$) pour la lumière émise par l'étoile S62 ?

- A. 3 10⁻²
- B. **3 10**⁻³
- C. 3 10⁻⁴
- D. 3 10⁻⁵

r₂ distance au centre du trou noir pour le point d'émission

r₁ distance au centre de la Terre pour le point de réception

$$\frac{f_r - f_e}{f_e} = \frac{\sqrt{1 - \frac{2GM_{Trow noir}}{r_2 c^2}}}{\sqrt{1 - \frac{2GM_{Terre}}{r_1 c^2}}} - 1$$

$$\frac{f_r - f_e}{f_e} \approx -\frac{GM_{Trownoir}}{r_2 c^2}$$

$$\left| \frac{\Delta f}{f} \right| \approx \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \times 4 \cdot 10^{6} \times 2 \cdot 10^{30}}{2 \cdot 10^{12} \times 9 \cdot 10^{16}} \approx 2.9 \cdot 10^{-3}$$

Effet Sagnac

Question 15 La nature de l'effet Sagnac Peu de réponses correctes!

Durant un examen des olympiades internationales de physique (niveau Terminale S), l'énoncé débute de la façon suivante :

Étudier l'effet Sagnac nécessite de se placer dans le cadre de la relativité générale. Néanmoins, un raisonnement établi dans le cadre de la cinématique et de la mécanique classiques, pour des rotations induisant des vitesses très petites devant celle de la lumière dans le vide, permet d'obtenir au premier ordre des résultats corrects dans les cas simplifiés qu'aborde cet exercice.

Indiquer quelle est l'affirmation correcte.

- A. La relativité générale n'est pas nécessaire pour étudier rigoureusement l'effet Sagnac ; le raisonnement en cinématique/physique classique est correct en première approximation.
- B. Comme l'indique l'énoncé, la relativité générale est nécessaire pour étudier rigoureusement l'effet Sagnac mais le raisonnement en cinématique/physique classique est correct en première approximation.
- C. La relativité générale est nécessaire pour étudier rigoureusement l'effet Sagnac et on ne peut pas prédire cet effet dans le cadre de la cinématique/physique classique (même en première approximation).
- D. La relativité générale n'est pas nécessaire pour étudier rigoureusement l'effet Sagnac (la relativité restreinte suffit) et on ne peut pas prédire cet effet dans le cadre de la cinématique/physique classique (même en première approximation).

L'effet Sagnac est purement relativiste et entièrement prédit par la relativité restreinte (conséquence de la métrique d'espace-temps de Minkowski). L'énoncé ci-dessus de ces olympiades était donc totalement erroné.

Question 16 L'origine de l'effet Sagnac

L'effet Sagnac ne dépend pas de la vitesse de propagation par rapport au circuit tournant des ondes utilisées.

A. Vrai

B. Faux

C'est l'une des propriétés originales de l'effet Sagnac et qui traduit son caractère purement relativiste.

Question 17 Le gyromètre à fibre optique Peu de réponses correctes!



On souhaite mesurer la vitesse angulaire ω de rotation de la Terre sur elle-même. On dispose d'un gyromètre à fibre optique multitours, dont la fibre, de longueur L = 4 km, est enroulée sur un cylindre de rayon R = 6 cm. Ce gyromètre est équipé d'une source laser de longueur d'onde dans le vide λ = 850 nm.

L'expérience a lieu à Paris. On dispose le gyromètre de façon à ce que la surface plane de l'interféromètre soit rigoureusement perpendiculaire à l'axe de rotation de la Terre (axe des pôles).

Dans ces conditions, sachant que la Terre tourne sur elle-même en un jour sidéral de durée 86164 s, la valeur la plus proche pour le déphasage Sagnac attendu sera :

- A. Un radian
- B. Un dixième de radian
- C. Un centième de radian
- D. Un millième de radian

La fréquence de l'onde dans la fibre ne change pas (contrairement à la vitesse de propagation et à la longueur d'onde). L'indice de réfraction n'intervient donc pas. Le déphasage Sagnac vaut :

$$\Delta \varphi = 2\pi f \Delta t_{Sagnac} = \frac{2\pi c}{\lambda} \times \frac{4A\omega}{c^2} = \frac{8\pi \omega A}{\lambda c} = \frac{8\pi \omega}{\lambda c} \times N\pi R^2$$

$$\Delta \varphi = \frac{2\pi LD\omega}{\lambda c}$$

$$\Delta \varphi = \frac{6.28 * 4000 * 0,12 * 6.28}{86164 * 850 \; 10^{-9} * \; 3 \; 10^{8}} = \frac{6.28 * 4000 * 12 * 6.28}{86164 * 850 \; * \; 30} = 8.6 \; 10^{-4} \; rad$$

Question 18 Le délai Sagnac



On considère un interféromètre de Sagnac dont le circuit est un carré de 1,5 mètre de côté. Quel délai Sagnac obtiendrait-on pour une vitesse angulaire d'un radian par seconde (axe de rotation perpendiculaire au plan du circuit)?

- A. 10⁻¹⁴ s
- B. 10⁻¹⁵ s
- C. 10⁻¹⁶ s
- D. 10^{-17} s

Le délai Sagnac est donné par :

$$\Delta t = \frac{4A\omega}{c^2} = \frac{4 \cdot (\frac{9}{4}) \cdot 1}{9 \cdot 10^{16}} = 10^{-16} s$$

Géolocalisation par satellites

Question 19 Les horloges embarquées

Malgré leur extrême précision, il est nécessaire de recaler régulièrement les horloges atomiques embarquées à bord des satellites de géolocalisation.

A. Vrai

B. Faux

Vu en cours.

Question 20 La désynchronisation relativiste des horloges à bord d'un satellite Au bout d'une journée, une horloge supposée parfaite embarquée à bord d'un satellite dont la vitesse tangentielle serait de 10000 m.s⁻¹ retarderait par rapport aux horloges au sol d'environ :

- A. 38 microsecondes.
- B. 48 microsecondes.
- C. 58 microsecondes.
- D. O seconde (elle reste synchronisée car ce n'est qu'un effet de perspective).

Le retard sera donné par :

$$\left\{\frac{GM}{c^2}\left(\frac{1}{r_{sol}} - \frac{1}{r_{sat}}\right) + \frac{V_{sol}^2 - V_{sat}^2}{2c^2}\right\} \times \Delta t_{sol}$$

On peut négliger le premier terme et même pour un calcul grossier dans le second terme négliger la vitesse des horloges au sol.

Le retard sera en gros $\frac{v^2}{2c^2} \Delta \tau_{sol} = \frac{10000^2}{2 \times 9 \ 10^{16}} (24 \times 3600) = 4.8 \ 10^{-5} \text{seconde} \approx 48 \text{ microsecondes}$

Question 21 La précision de l'horloge embarquée



Quelle est l'erreur maximale admissible sur le temps indiqué par une horloge embarquée si l'on vise une précision de l'ordre du centimètre sur l'estimation de la position du récepteur (sans recourir à des signaux autres que ceux des satellites de géolocalisation).

- A. 30 picosecondes.
- B. 3 nanosecondes
- C. 30 nanosecondes
- D. 3 microsecondes

L'erreur commise sur la position est c \Delta t et ne doit pas dépasser 1 cm. Cela donne

$$\Delta t < \frac{10^{-2}}{3.10^8} = 30 \ 10^{-12} \ s$$

Ondes gravitationnelles

Question 22 La vitesse de propagation des ondes gravitationnelles

Peu de réponses correctes!

On suppose que comme pour GW170817, on a détecté sur Terre pour la même source (une binaire d'étoiles à neutrons) un sursaut gamma (onde électromagnétique) et une onde gravitationnelle. Le sursaut gamma a été reçu sur Terre 10 secondes plus tard que le pic de l'onde gravitationnelle et la source se trouve à 300 millions d'années-lumière de la Terre. On rappelle qu'une année-lumière vaut environ 10 000 milliards de kilomètres. Si l'on suppose que le sursaut gamma a été émis depuis la source au même moment que le pic de l'onde

gravitationnelle, que vaut l'écart relatif $\frac{c-v_g}{c}$ entre la vitesse de propagation de l'onde électromagnétique et celle de l'onde gravitationnelle?

- A. 10⁻¹⁵
- B. 10⁻¹⁶
- C. -10⁻¹⁵ D. -10⁻¹⁶

Si le sursaut gamma arrive 10 secondes après l'onde gravitationnelle alors qu'il a été émis au niveau de la source au même instant, c'est que le voyage de la source jusqu'à la Terre lui a pris 10 secondes de plus. Cela veut dire que l'onde gravitationnelle a voyagé plus vite, donc le signe est un -.

On note $\Delta v = v_g - c$ (valeur positive).

Le retard à l'arrivée pour l'onde électromagnétique sur l'onde gravitationnelle est

$$\Delta t = \frac{d}{c} - \frac{d}{c + \Delta v} = \frac{d}{c} \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{\Delta v}{c}} \right) \cong \frac{d\Delta v}{c^2}$$

$$\frac{c - v_g}{c} = -\frac{\Delta v}{c} \cong -\frac{c \Delta t}{d} = \frac{-3 \cdot 10^8 \times 10}{300 \cdot 10^6 \times 10^4 \times 10^9 \times 10^3} \cong -10^{-15}$$

Question 23 La direction de propagation de l'onde gravitationnelle

Le cas le plus favorable pour la détection par les interféromètres LIGO ou Virgo est lorsque la direction de propagation de l'onde gravitationnelle est perpendiculaire au plan du L.

A. Vrai

B. Faux

Vu en cours. Le déphasage est maximal pour une direction de propagation perpendiculaire au plan du L.

Question 24 Onde gravitationnelle et redshift cosmologique

La fréquence de l'onde gravitationnelle reçue sur Terre est décalée à cause du redshift cosmologique dès que la source est suffisamment éloignée.

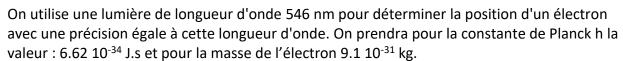
A. Vrai

B. Faux

Vu en cours : l'onde gravitationnelle est une oscillation de la courbure de fond. Elle est donc sujette aux effets de lentille gravitationnelle, à l'effet Shapiro et au redshift cosmologique (ce dernier étant dû à l'expansion de l'Univers).

Physique quantique

Question 25 Les inégalités de Heisenberg



La meilleure précision atteignable pour la mesure de la vitesse de l'électron sera environ :

A. 212 m.s⁻¹

B. 112 m.s⁻¹

C. 12 m.s⁻¹

D. Il n'y a pas de limite théorique

$$\Delta x \Delta p > \frac{\hbar}{2} = \frac{h}{4\pi}$$

$$\Delta p > \frac{\hbar}{2\Delta x} = \frac{h}{4\pi \Delta x}$$

$$m\Delta v > \frac{\hbar}{2\Delta x} = \frac{h}{4\pi \Delta x}$$

$$\Delta v > \frac{\hbar}{2m\Delta x} = \frac{h}{4\pi m\Delta x}$$

Question 26 L'intrication quantique

L'intrication quantique implique l'existence de corrélations entre tous les points d'un système, même s'ils sont séparés par un intervalle d'espace-temps du genre espace.

A. Vrai

B. Faux

Vu en cours.

Question 27 L'équation de Schrödinger

L'évolution dans le temps d'un système quantique non relativiste (en l'absence de mesure) est déterminée par l'équation de Schrödinger.

A. Vrai

B. Faux

Vu en cours.

Thermodynamique

Question 28 Les gifles d'Obélix



Imaginez qu'Obélix vous gifle. Vous ressentez une rougeur à la joue. La température de la région touchée a varié de 4 degrés Celsius. On suppose que la masse de la main qui vous atteint est de 1.9 kg et que la masse de la peau rougie est de 100 g. On prend comme valeur de la capacité thermique massique de la peau de la joue : C_{ioue} = 3.8 kJ.K⁻¹.kg⁻¹.

La vitesse de la main juste avant l'impact vaut environ :

- A. 18 km.h⁻¹
- B. 36 km.h⁻¹
- C. 72 km.h⁻¹
- D. 144 km.h⁻¹

De façon analogue à l'expérience de Joule, le transfert entre énergie mécanique et énergie thermique s'écrit :

 $\frac{1}{2} \text{ m}_{\text{main}} \text{v}_{\text{main}}^2 = \text{m}_{\text{joue}} \text{ C}_{\text{joue}} \Delta \text{T} \quad \text{d'où } v_{main} = \sqrt{\frac{2m_{joue}C_{joue}\Delta \text{T}}{m_{main}}}$ L'application numérique donne 40 m.s⁻¹, soit 144 km.h⁻¹

Question 29 Le transport d'eau en altitude



On transporte une tonne d'eau d'une altitude de 1000 m à une altitude de 3500 m. On rappelle que la quantité d'énergie nécessaire pour élever d'un degré la température d'un kilogramme d'eau liquide est 4.18 kJ.

Si on utilisait l'énergie nécessaire au transport de cette eau pour la chauffer, de quelle quantité élèverait-on la température de l'eau?

- A. 3 °C
- B. 4 °C
- C. 5 °C
- D. 6 °C

L'énergie potentielle de la pesanteur est mgh = 1000 * 10 * 2500 = 25 MJ.

On a Q = $m C_{eau} \Delta T = 25 MJ$

$$\Delta T = \frac{Q}{m \, C_{eau}} = \frac{25 \, 10^6}{1000 \times 4180} \approx 6 \, ^{\circ}\text{C}$$

Question 30 La température d'un trou noir



La température d'un trou noir de masse M est donnée par la formule de Hawking :

$$T_{
m H}=rac{\hbar c^3}{8\pi k_{
m B}GM}$$

On prendra pour les constantes les valeurs approchées suivantes :

$$\hbar = h/2\pi \simeq 10^{-34} (SI)$$

$$k_B \simeq 1.38 \ 10^{-23} \ J/K$$

$$k_B \simeq 1.38 \ 10^{-23} \ J/K$$
 $G \simeq 6.67 \times 10^{-11} \ (SI)$

Quelle masse doit posséder un trou noir pour que sa température de Hawking soit égale à 300 K ?

- A. 4 10¹⁰ kg
- B. 4 10²⁰ kg
- C. $4 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
- D. $4 \cdot 10^{40} \text{ kg}$

Il suffit d'appliquer la formule, toutes les valeurs sont données (la valeur de c est rappelée en début de QCM).

Technologies quantiques

Question 31 Cryptographie symétrique

Dans un système de cryptographie symétrique, quelle est l'opération utilisée pour le chiffrage d'un message?

- A. Une exponentiation modulaire.
- B. Un ou exclusif.
- C. Un inverse modulaire.
- D. Une multiplication modulaire.

La cryptographie symétrique utilise la même clé pour chiffrer et déchiffrer, c'est donc bien un « ou exclusif », opération inversible qui remplit cette condition.

Question 32 Calcul d'un chiffrage RSA

Déterminer la clé publique (c, N) et la clé privée (d, N) pour p = 449 et q= 523, en prenant c =451 premier avec (p-1) x (q-1). La réponse peut être trouvée sans calcul.

- A. Clé publique : (451, 233856) clé privée : (18667, 233856)
- B. Clé publique : (449, 234827) clé privée : (39140, 233856)
- C. Clé publique : (451, 234827) clé privée : (18667, 233856)
- D. Clé publique : (451, 234827) clé privée : (18667, 234827)

En reprenant les notations utilisées dans le cours pour la clé publique c, N et la clé privée d, N, on calcule le d de la clé privée par une inversion modulaire soit $d = c^{-1} \mod (p-1)(q-1) = 18667$. Une analyse rapide des réponses pouvait éviter de faire des calculs puisque la seule réponse possible était la D car le N des clés privées ou publiques n'était pas le bon et dans le cas extrême où (p x q) n'était pas calculé, il suffisait de savoir que N ne pouvait pas être pair.

Question 33 Cryptographie quantique

La cryptographie quantique est parfaitement sûre car :

- A. Il est impossible d'intercepter la clé.
- B. L'élaboration de la clé utilise un produit de deux nombres premiers très grands.
- C. Le message est codé par des photons intriqués.
- D. L'interception de la clé par un tiers est détectée statistiquement.

La cryptographie quantique est basée sur une génération de clé effectuée par mise en conformité de bases de mesure de part et d'autre entre Alice et Bob. Les choix binaires de ces bases s'effectuent par les protagonistes de manière aléatoire. Ce dispositif entraine donc un taux d'erreur systématique de 50%. Si une interception est réalisée par un tiers, elle affecte donc les 50% des transmissions sur une base identique et est donc identifiée si le taux d'erreur dépasse 25%. C'est donc bien par une méthode statistique qu'une interception est détectée.

Question 34 La suprématie quantique

La suprématie quantique d'un processeur intervient quand :

- A. Il peut utiliser l'algorithme de Shor de factorisation.
- B. Il utilise des qubits supraconducteurs.
- C. Le processeur utilise au moins 50 qubits.
- D. Il calcule plus vite une fonction donnée qu'un ordinateur classique.

C'est un concept récent qui montre une plus grande rapidité de calcul d'un processeur quantique sur un problème spécifique par rapport à ce que fait un ordinateur « classique » sur un calcul identique. C'est une notion fluctuante qui peut être vue comme une étape mais qui recèle également un aspect de communication et de marketing.

Question 35 La décohérence

La décohérence est un phénomène qui intervient

- A. Au moment de la mesure des qubits.
- B. A condition que deux qubits soient intriqués.
- C. Au bout d'un temps assez long.
- D. Lors de l'interaction non programmée d'un qubit avec un phénomène extérieur à l'algorithme.

La décohérence est un phénomène d'interaction systématique et très rapide qui intervient sur un qubit et qui modifie de manière aléatoire sa phase, ce qui a pour conséquence de provoquer des erreurs dans les algorithmes quantiques avant le processus de mesure.

Informatique quantique

On rappelle les définitions matricielles des portes :

$$\mathsf{X} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathsf{Z} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathsf{Y} = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \mathsf{H} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \mathsf{S} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}, \quad \mathsf{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\pi}{4}} \end{pmatrix}$$

Question 36 La porte de Hadamard

La porte de Hadamard notée H réalise :

- A. L'intrication des qubits des états de la base.
- B. La superposition de deux qubits.
- C. La superposition pour un qubit des états de la base.
- D. L'intrication pour un qubit des états de la base.

La porte de Hadamard réalise une superposition des états de la base sur un qubit. C'est la porte fondamentale de tout algorithme quantique qui permet à l'algorithme d'utiliser la superposition des états sur un qubit.

Question 37 Une composition de portes



La composition T² est égale à

- A. ZY
- B. \sqrt{X}



D. XZ

T² se calcul par une multiplication de matrice, soit T² = $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\pi}{4}} \end{pmatrix}$ x $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\pi}{4}} \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\pi}{2}} \end{pmatrix}$ = S

Question 38 L'intrication des gubits

L'intrication de deux qubits peut être obtenue par :

- A. Une porte cNot suivie par une porte H
- B. Une porte X suivie par une porte cNot
- C. Une porte S suivie par une porte cNot
- D. Une porte H suivie par une porte cNot

L'intrication de deux gubits fait nécessairement intervenir deux gubits et c'est bien la porte CNot à deux qubits dont le qubit de contrôle est dans un état superposé qui réalise une intrication.

Question 39 L'algorithme de David Deutsch

L'algorithme de Deustch permet de

- A. Déterminer la période d'une fonction plus rapidement qu'un algorithme classique.
- B. Trouver en une seule itération si une fonction est constante ou non, plus rapidement qu'un algorithme classique.
- C. Déterminer en une seule itération la valeur d'une fonction plus rapidement qu'un algorithme classique.
- D. Trouver un nombre dans une base de données non structurée plus rapidement qu'un algorithme classique.

L'algorithme de David Deutsch est historiquement le premier algorithme qui montrait une supériorité du quantique sur le classique. Il permet de trouver si et seulement si une fonction appelée aussi oracle est constante ou balancée (non constante) en une seule itération mais sans la calculer alors qu'il faut au minimum deux itérations à un algorithme classique pour le déterminer.

Question 40 La transformation de Fourier quantique

La transformation de Fourier quantique de L'algorithme de Shor permet de :

- A. Factoriser un nombre entier très grand dans un temps polynomial.
- B. Calculer une fonction modulaire dans un temps polynomial.
- C. Trouver la période d'une fonction modulaire.
- D. Trouver l'inverse modulaire d'un nombre entier.

La transformée de Fourier quantique est le deuxième étage de l'algorithme de Shor et détermine en un temps polynomial la période d'une fonction modulaire calculée dans le premier étage de l'algorithme.