IF.1106 - Sciences du numérique QCM du 25 janvier 2023

Les questions nécessitant un calcul sont marquées avec le symbole



On prendra comme valeur de la constante universelle $c: 3 \cdot 10^8 \, \text{m.s}^{-1}$.

On prendra comme valeur de l'accélération de la gravité à la surface de la Terre g : 10 m.s⁻².

On prendra comme valeur de la distance entre la Terre et le Soleil : 150 millions de kilomètres.

Pour chaque question de ce QCM, il y a une seule réponse correcte à identifier. Il n'y a pas de point négatif pour ce QCM, donc vous avez toujours intérêt à tenter une réponse.

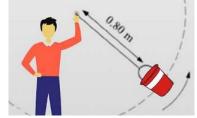
Physique galiléo-newtonienne

Question 1 Le seau d'eau Peu de réponses correctes à cette question!

Un seau contenant 6 kg d'eau est balancé en suivant un parcours circulaire de rayon 0,80 m dans le plan vertical.

A quelle vitesse environ (en km.h⁻¹) la personne doit-elle faire tourner le seau pour éviter d'être éclaboussée par l'eau?

- A. 8
- B. 10
- C. 12
- D. 16



Pour ne pas être éclaboussé, il faut qu'il y ait équilibre (dans le référentiel du seau qui tourne) entre la force centrifuge et la force de gravitation :

$$\frac{mv^2}{R} = m\varrho$$

$$\frac{mv^2}{R} = mg$$
 D'où $v = \sqrt{gR} \approx \sqrt{10 \times 0.8} = \sqrt{8} \approx 2.83 \ m. \ s^{-1} = 2.83 \times 3.6 \approx 10 \ km. \ h^{-1}$

La masse du seau fournie dans l'énoncé ne joue aucun rôle (si on néglige l'effet de la résistance de l'air).

Question 2 Expérience avec les accéléromètres du smartphone

Je tiens mon smartphone à plat sur une patinoire. Je le fais glisser sur la surface en lui donnant une impulsion (il glisse tout seul sur la patinoire).

On note x l'axe le long duquel mon smartphone glisse (sans tourner) et z l'axe perpendiculaire à la surface.

Quelles sont les valeurs brutes mesurées par chacun des trois accéléromètres x, y , z à l'aide de l'application Physics Toolbox Sensor Suite (capteur « Mètre de Force g »)?

A. La valeur pour x augmente à partir de 0 g, puis décélère jusqu'à 0 g. La valeur pour z reste égale à 1 g durant l'expérience.

- B. La valeur pour x augmente à partir de 0 g, puis décélère jusqu'à 0 g. La valeur pour z reste égale à 0 g durant l'expérience.
- C. La valeur pour x augmente à partir de 1 g, puis décélère jusqu'à 1 g. La valeur pour z reste égale à 0 g durant l'expérience.
- D. La valeur pour x augmente à partir de 1 g, puis décélère jusqu'à 1 g. La valeur pour z reste égale à 1 g durant l'expérience.

La chute libre a lieu dès qu'un corps n'est soumis qu'à la seule gravitation et dans ce cas tout ce qui est à l'intérieur est en impesanteur. La phase durant laquelle les trois accéléromètres mesurent 0 g correspond nécessairement à une chute libre (qui peut être une montée ou une descente). Une accélération propre non nulle (celle qui est mesurée dans le référentiel propre du smartphone) implique soit l'existence de forces d'inertie (rotation du smartphone), soit l'existence d'interactions non gravitationnelles (par exemple la force de réaction d'une table ou de votre main qui le tient) qui empêchent le smartphone de suivre sa géodésique.

Question 4 La période d'un pendule



On accroche une bille de masse m = 200 g au bout d'un fil de masse négligeable et long d'un mètre. On lâche la bille avec une vitesse nulle dans une position initiale faisant un angle de 15 degrés avec la verticale.

Quelle est la période de ce pendule en supposant que le mouvement vérifie l'hypothèse des petites oscillations?

A. 2 secondes

- B. 3 secondes
- C. 4 secondes
- D. 5 secondes

La période du pendule vaut (la masse du corps suspendu et l'angle avec la verticale ne jouent aucun rôle dans le cas des petites oscillations):

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Question 3 Le lancer de smartphone depuis une trottinette



Vous filez à 2,5 m.s⁻¹ sur votre trottinette en ligne droite à vitesse constante sur un plan horizontal. Vous lancez votre smartphone verticalement vers le haut avec une vitesse initiale v_0 = 20 m.s⁻¹. On néglige les effets dus à la résistance de l'air.

Quelle distance votre trottinette parcourt-elle entre le lancer et la réception du smartphone ?

- A. 6 mètres
- B. 8 mètres

C. 10 mètres

D. La question n'a pas de sens puisque le smartphone ne reviendra pas dans vos mains (la trottinette s'étant déplacée depuis le lancer).

On se place dans le référentiel inertiel qui accompagne le mouvement de la trottinette. Dans ce référentiel, l'aller-retour du smartphone est vertical.

La balle n'est soumise qu'à la seule force de gravitation, donc l'équation « accélération = g » s'applique (avec g voisin de 10 m/s²). C'est la loi universelle de la chute des corps de Galilée (valable pour n'importe quel corps dans le vide).

On raisonne sur l'axe vertical z orienté vers le haut, donc, pour la montée, $\gamma = -g$.

Ensuite on intègre : $v = -gt + v_0$, où v_0 est la vitesse initiale du smartphone.

L'instant où le smartphone s'immobilise avant de redescendre est donné par $t = \frac{v_0}{s} = 2 s$

D'où, en intégrant,
$$h=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t=\frac{{v_0}^2}{2g}=20~m$$

Le temps pris pour la descente est
$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2 s$$

Donc il faut **quatre secondes** pour l'aller-retour du smartphone.

Ce temps d'aller-retour reste valable quelle que soit la vitesse de la trottinette, en vertu du principe de relativité (que Galilée fut le premier à énoncer de façon claire et précise).

La distance parcourue par la trottinette entre le lancer et la réception du smartphone est donc de $2.5 \times 4 = 10$ mètres.

Question 5 Le pendule de Foucault

La période de rotation du plan d'oscillation d'un pendule de Foucault à San Francisco est plus grande qu'à Los Angeles.

A. Vrai

B. Faux

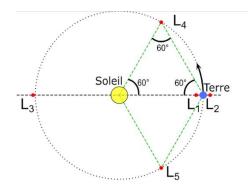
La période de rotation du plan d'oscillation d'un pendule de Foucault est maximale au pôle (23h56mn) et tend vers l'infini au fur et à mesure qu'on se rapproche de l'équateur. San Francisco étant plus proche en latitude du pôle Nord que Los Angeles, la période de rotation du plan d'oscillation d'un pendule de Foucault y serait plus faible qu'à Los Angeles.

Question 6 Le point de Lagrange L1

Quelle est (environ) la durée d'un aller-retour pour un signal radio entre la Terre et la sonde DSCOVR (en supposant qu'elle reste exactement au point L1) ?

- A. 2 secondes
- B. 5 secondes
- C. 10 secondes
- D. 20 secondes

Le point L1 est à environ 1,5 million de kilomètres de la Terre. La distance pour un aller-retour vaut 3 millions de kilomètres. Le signal radio est une onde électromagnétique qui se propage à la vitesse c (environ 300 000 km/s).



Ondes électromagnétiques et ondes mécaniques

Question 7 Temps de propagation de la lumière entre le Soleil et la Terre En étudiant le phénomène d'aberration des étoiles, James Bradley a estimé en 1725 le temps de propagation de la lumière entre le Soleil et la Terre sans avoir besoin de connaître la distance Terre-Soleil.

A. Vrai

B. Faux

Vu en cours. Bradley estime le rapport v/c, où v est la vitesse de la Terre autour du Soleil et c la vitesse de propagation de la lumière. Bradley trouve 1/10200. Le demi grand axe des ellipses d'aberration que trace chaque étoile dans le ciel (du fait du mouvement de la Terre autour du Soleil) ne dépend que du rapport v/c. La Terre met 1 an divisé par 2π pour parcourir l'équivalent de la trajectoire Terre-Soleil, donc la lumière met 10200 fois moins de temps, donc un peu plus de 8 minutes pour aller du Soleil à la Terre.

Question 8 La vitesse d'une étoile Peu de réponses correctes à cette question!



Sur le spectre d'une étoile, on observe la raie Hß de l'hydrogène, avec une longueur d'onde à 485,5 nm. La longueur d'onde mesurée en laboratoire est 486,1 nm.

Quelle est la bonne réponse parmi les suivantes ?

- A. L'étoile se rapproche de la Terre à la vitesse de 370 km.s⁻¹
- B. L'étoile s'éloigne de la Terre à la vitesse de 370 km.s⁻¹
- C. L'étoile se rapproche de la Terre à la vitesse de 37 km.s⁻¹
- D. L'étoile s'éloigne de la Terre à la vitesse de 37 km.s⁻¹

Nous sommes dans le cas de l'effet Doppler non relativiste avec des vitesses faibles devant c. $\Delta\lambda$ = 485,5 - 486,1 = -0,6 nm < 0, c'est donc un décalage vers le bleu (attention, la longueur d'onde λ est diminuée à la réception, donc la fréquence v est augmentée car $\lambda = -1$. Donc l'étoile se rapproche de la Terre.

La vitesse radiale vaut $V_R = c \mid \Delta \lambda \mid / \lambda_0 = 3 \cdot 10^8 \text{ x } 0.6 / 486.1 = 3.7 \cdot 10^5 \text{ m/s} = 370 \text{ km/s}$

Relativité

Question 9 Composition des vitesses



On imagine une cabine se déplaçant le long de l'axe des x à la vitesse v par rapport au sol. A l'intérieur de la cabine, on expédie dans le même sens sur l'axe des x un projectile quelconque à la vitesse c/3 par rapport à la cabine. Si la vitesse v est égale à c/2, que vaut la vitesse du projectile par rapport au sol?

- A. 61% c
- B. 71% c
- C. 83% c
- D. 93% c

La vitesse du projectile par rapport au sol est donnée par (loi de composition relativiste des vitesses, conséquence de la métrique d'espace-temps de Minkowski) :

$$\frac{u+v}{1+\frac{uv}{c^2}} avec \ u = \frac{c}{3}et \ v = \frac{c}{2}$$

On trouve la valeur $5/7 c \approx 0.71 c$

Question 10 Les trajectoires des planètes autour du Soleil

Selon la relativité générale, c'est la courbure spatiale causée par la masse du Soleil qui explique pour l'essentiel les trajectoires des planètes autour du Soleil.

- A. Vrai
- B. Faux

Vu en cours.

C'est en fait la « courbure temporelle » engendrée par la masse du Soleil, autrement dit la dépendance du temps propre vis-à-vis du potentiel gravitationnel pour le lieu considéré, qui explique pour l'essentiel le mouvement des planètes autour du Soleil.

Question 11 L'expérience de Hafele et Keating (1971)

Hafele et Keating ont mesuré à distance le décalage entre les temps indiqués par les horloges embarquées à bord des avions et les horloges au sol en utilisant un réflecteur laser.

- A. Vrai
- B. Faux

Vu en cours. Le transfert de temps par lien laser (T2L2) a été réalisé par Carroll Alley quelques années plus tard. Hafele et Keating ont simplement comparé les temps propres des horloges embarquées avec les horloges au sol au début et à la fin du voyage (à l'aide d'un compteur d'intervalle de temps).

Question 12 Collision-adhésion de deux particules



Deux particules, respectivement de masse m et de masse 2m, subissent une collision frontale avec des vitesses identiques égales à 4c/5 (dans le référentiel du laboratoire) et forment une particule composite de masse M (vitesse nulle). Le rapport M / m vaut

- B. 4
- D. 6

La conservation de l'énergie totale nous permet d'écrire (avant choc vs. après choc) :

$$\gamma mc^2 + 2\gamma mc^2 = Mc^2$$
, avec $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{5}{3}$, donc **M** = **5m**

Question 13 Le tour du monde avec un drone



Supposons qu'un drone très rapide fasse un tour du globe terrestre vers l'ouest depuis le point O avec une vitesse par rapport au sol égale à deux fois la vitesse tangentielle de rotation de la Terre sur elle-même (donc environ 3400 km/h). Ce drone embarque l'horloge parfaite A tandis qu'à son point de départ et d'arrivée se trouve une horloge parfaite B (initialement synchronisée avec A). On suppose que l'altitude du drone est proche de zéro durant la totalité du voyage.

A son retour au point O:

- A. L'horloge A retarde par rapport à l'horloge B.
- B. L'horloge A avance par rapport à l'horloge B.
- C. L'horloge A est toujours synchronisée avec l'horloge B.

Nous avons vu en cours que (métrique de Minkowski), si l'on compte + le trajet vers l'est, - celui vers l'ouest et en tenant compte que v est petit devant c, les durées propres des horloges embarquées s'expriment en fonction des durées des horloges hypothétiques du référentiel géocentrique (inertiel):

$$\Delta t_{\pm} = \int_{0}^{\Delta t_{0}} \sqrt{1 - \frac{(v \pm R\omega)^{2}}{c^{2}}} dt \approx (1 - \frac{(v \pm R\omega)^{2}}{2c^{2}}) \Delta t_{0}$$

$$\Delta t_{sol} = \int_{0}^{\Delta t_{0}} \sqrt{1 - \frac{R^{2}\omega^{2}}{c^{2}}} dt \approx (1 - \frac{R^{2}\omega^{2}}{2c^{2}}) \Delta t_{0}$$

Il suffit ensuite d'exprimer les durées propres des horloges embarquées en fonction des durées des horloges fixes au sol.

$$\Delta t_{+} \approx \left(1 - \frac{v^{2}}{2c^{2}} - \frac{vR\omega}{c^{2}}\right) \Delta t_{sol} \ et \ \Delta t_{-} \approx \left(1 - \frac{v^{2}}{2c^{2}} + \frac{vR\omega}{c^{2}}\right) \Delta t_{sol}$$

C'est la formule de droite qui s'applique avec $\mathbf{v} = 2\mathbf{R}\boldsymbol{\omega}$ (voyage vers l'ouest), les deux termes dans la parenthèse se compensent exactement, donc l'horloge A est toujours synchronisée à l'arrivée avec l'horloge B.

Question 14 L'effet Einstein

L'effet Einstein est un effet métrique qui ne dépend que des temps propres aux points de réception et d'émission et ne dépend pas de la propagation du signal entre les deux points (si le champ gravitationnel ne fluctue pas).

A. Vrai

B. Faux

Vu en cours. On le démontre en quelques lignes à partir de la métrique de Schwarzschild.

Effet Sagnac

Question 15 Effet Sagnac et effet Doppler

Comme on le voit très bien avec les gyrolasers, l'effet Sagnac est l'équivalent non galiléen de l'effet Doppler puisqu'il décrit le décalage fréquentiel d'une onde dans un référentiel en rotation.

A. Vrai

B. Faux

L'effet Sagnac est purement relativiste et entièrement prédit par la relativité restreinte (conséquence de la métrique d'espace-temps de Minkowski). Le délai Sagnac ne dépend pas de la vitesse spécifique du signal mais du facteur de conversion c entre l'espace et le temps (qui est aussi la vitesse limite).

Pour une aire quelconque de périmètre P englobée par le circuit (l'aire orientée A de la projection du trajet sur un plan perpendiculaire à son vecteur de rotation instantané), le décalage temporel à l'arrivée entre les deux entités voyageant à contresens est donné par :

$$\Delta \tau = P \left(\frac{1}{v_+} - \frac{1}{v_-} \right) + \frac{4A\omega}{c^2}$$

Le second terme est le délai Sagnac qui est toujours là, même lorsque les vitesses v_+ et v_- sont identiques dans les deux sens par rapport au circuit tournant (et où apparaît la vitesse limite c). Georges Sagnac, il y a 110 ans, a commis l'un des plus beaux contresens de l'histoire de la physique : croire que l'effet optique observé correspond au premier terme alors qu'il correspond au second.

L'effet Doppler n'a rien à voir avec l'effet Sagnac : il est vrai qu'un gyrolaser mesure une différence de fréquence mais c'est à cause du phénomène de résonance lié à la différence des chemins optiques. L'origine physique (purement relativiste) est toujours dans le second terme de l'équation ci-dessus.

Question 16 L'explication de l'effet Sagnac

L'effet Sagnac a été d'abord observé et expliqué en utilisant la mécanique classique, avant l'avènement de la théorie de la relativité restreinte.

Il peut donc être expliqué aussi bien par la physique relativiste que la physique non relativiste.

A. Vrai

B. Faux

Vu en cours. L'effet Sagnac est purement relativiste : même si la vitesse de rotation du circuit est minuscule, l'effet résiduel est dû à la métrique d'espace-temps de Minkowski et ne peut pas exister en physique non relativiste. Sagnac a prédit la valeur correcte par un raisonnement faux (car il supposait qu'une onde électromagnétique est similaire à une onde sonore et il utilisait la cinématique galiléenne).

Question 17 Le gyromètre à fibre optique

On souhaite mesurer la vitesse angulaire ω de rotation de la Terre sur elle-même. On dispose d'un gyromètre à fibre optique multitours, dont la fibre est enroulée 100 fois sur un cylindre de rayon R = 1 mètre.

L'expérience a lieu à Paris. On dispose le gyromètre de façon à ce que la surface plane de l'interféromètre soit rigoureusement perpendiculaire à l'axe de rotation de la Terre (axe des pôles).

Dans ces conditions, sachant que la Terre tourne sur elle-même en un jour sidéral de durée 86164 s, la valeur la plus proche pour le délai Sagnac attendu sera :

- A. 10⁻¹² s
- B. 10⁻¹⁴ s
- C. 10^{-16} s
- D. 10⁻¹⁸ s

$$\Delta t_{Sagnac} = \frac{4A\omega}{c^2} = \frac{4N\pi R^2 \omega}{c^2}$$

$$\Delta t_{Sagnac} = \frac{400 * 3.14 * 6.28}{86164 * 910^{16}} = 10^{-18} s$$

Question 18 L'expérience de Sagnac

Lors de son expérience de 1913, Georges Sagnac est persuadé avoir mis en évidence l'existence de l'éther.

A. Vrai

B. Faux

Vu en cours. Georges Sagnac fait l'erreur d'assimiler l'onde électromagnétique à une onde sonore dont le milieu supposé, l'éther, reste immobile lorsque le circuit tourne. Ce faisant, il s'attend à ce que les vitesses de l'onde mesurées localement en tout point du circuit tournant soient différentes, d'où un déphasage à l'arrivée. En réalité, l'onde électromagnétique a la propriété de se propager dans le vide à la vitesse limite, donc les vitesses mesurées localement en tout point du circuit tournant sont identiques et le déphasage observé est purement relativiste (même si les deux formules coïncident).

Géolocalisation par satellites

Question 19 L'orbite des satellites de géolocalisation

Les effets relativistes dus à l'excentricité des orbites des satellites de géolocalisation sont négligeables pour une précision dans l'estimation de la position du smartphone d'un mètre.

A. Vrai

B. Faux

Vu en cours. Ces effets peuvent atteindre quelques mètres, donc sont non négligeables pour une précision dans l'estimation de la position d'un mètre.

Question 20 La désynchronisation relativiste des horloges à bord d'un satellite Si les horloges à bord des satellites de géolocalisation étaient suffisamment précises, on pourrait ignorer les effets relativistes.

A. Vrai

B. Faux

Vu en cours. L'effet relativiste s'applique à des horloges parfaites car il est métrique (chaque horloge parfaite au rythme identique mesure fidèlement un temps propre différent).

Question 21 La position des satellites de géolocalisation

On connaît la position des satellites de géolocalisation à une précision meilleure qu'un mètre.

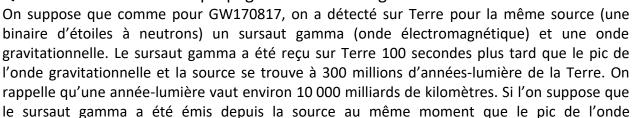


B. Faux

Vu en cours. Cette précision est nécessaire car elle se répercute sur l'estimation de la position du récepteur.

Ondes gravitationnelles

Question 22 La vitesse de propagation des ondes gravitationnelles



gravitationnelle, que vaut l'écart relatif $\frac{c-v_g}{c}$ (en valeur absolue) entre la vitesse de propagation de l'onde électromagnétique et celle de l'onde gravitationnelle ?



Le retard à l'arrivée pour l'onde électromagnétique sur l'onde gravitationnelle est

$$\Delta t = \frac{d}{c} - \frac{d}{c + \Delta v} = \frac{d}{c} \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{\Delta v}{c}} \right) \cong \frac{d\Delta v}{c^2}$$
$$\frac{\Delta v}{c} \cong \frac{c \, \Delta t}{d} = \frac{3 \, 10^8 \times 100}{3 \, 10^8 \times 10^4 \times 10^9 \times 10^3} \cong 10^{-14}$$

Question 23 Le bilan des détections par LIGO et Virgo à fin 2022

La grande majorité des sursauts d'ondes gravitationnelles détectés correspondent à des fusions de trous noirs stellaires.

A. Vrai

B. Faux

Vu en cours.

Question 24 La fréquence de l'onde gravitationnelle

La fréquence de l'onde gravitationnelle émise par une binaire spiralante va en diminuant.

A. Vrai

B. Faux

Vu en cours. Les deux composantes de la binaire vont en se rapprochant, la période de rotation diminue, donc la fréquence de l'onde gravitationnelle augmente.

Physique quantique

Question 25 Les inégalités de Heisenberg Peu de réponses correctes à cette question! Les inégalités de Heisenberg impliquent qu'une particule quantique possède une position et une vitesse définies qu'on ne peut connaître toutes les deux avec une précision arbitraire.

A. Vrai

B. Faux

En physique quantique, les grandeurs physiques ne sont pas en général fixées avant la mesure, elles sont indéterminées et ces possibilités diverses « interférent », conduisant à des prédictions différentes par rapport à la physique classique.

Question 26 L'intrication quantique

Voici un texte résumant l'apport de John Clauser (l'un des récipiendaires du prix Nobel de physique 2022).

« John Clauser a développé les idées de John Bell, menant à une expérience pratique. Lorsqu'il a effectué les mesures, elles ont confirmé la mécanique quantique en violant clairement une inégalité de Bell. Cela signifie que la mécanique quantique ne peut pas être remplacée par une théorie utilisant des variables cachées. »

La dernière phrase est correcte.

A. Vrai

B. Faux

La dernière phrase est fausse : la violation des inégalités de Bell **n'élimine pas** toutes les théories à variables cachées (locales ou non), seulement les plus triviales parmi elles. Texte extrait du communiqué officiel du prix Nobel de physique 2022.

Question 27 Le chat de Schrödinger Peu de réponses correctes à cette question!

Schrödinger a imaginé son chat pour mettre en lumière une prédiction plausible mais étonnante de la physique quantique dans le domaine macroscopique.

A. Vrai

B. Faux

Schrödinger cherche à mettre en relief le **problème de la mesure** en physique quantique : comment passe-t-on du monde microscopique (où il peut y avoir superposition des états) au monde macroscopique (tel qu'un chat) où une telle superposition ne peut pas raisonnablement avoir lieu.

Thermodynamique

Question 28 Les gifles d'Obélix

Imaginez qu'Obélix vous gifle. Vous ressentez une rougeur à la joue. La température de la région touchée a varié de 8 degrés Celsius. On suppose que la masse de la main qui vous atteint est de 0.95~kg et que la masse de la peau rougie est de 100~g. On prend comme valeur de la capacité thermique massique de la peau de la joue : $C_{joue} = 3.8~kJ.K^{-1}.kg^{-1}$.

La vitesse de la main juste avant l'impact vaut environ :

- A. 36 km.h⁻¹
- B. 72 km.h⁻¹
- C. 144 km.h⁻¹
- D. 288 km.h⁻¹

De façon analogue à l'expérience de Joule, le transfert entre énergie mécanique et énergie thermique s'écrit :

 $\gamma_2 m_{main} v_{main}^2 = m_{joue} C_{joue} \Delta T$ d'où $v_{main} = \sqrt{\frac{2m_{joue} C_{joue} \Delta T}{m_{main}}}$

L'application numérique donne 80 m.s⁻¹, soit 288 km.h⁻¹.

Question 29 La capacité thermique d'un humain

La capacité thermique d'un être humain moyen est 214 KJ.K⁻¹. Les apports journaliers recommandés sont de 8400 KJ.

Quelle est l'élévation de la température en degrés Celsius (en arrondissant) si l'on considère que l'énergie apportée sert uniquement à élever la température corporelle ?

- A. 9
- B. 19
- C. 29
- D. 39

On a $\Delta T = \frac{8400}{214} \approx 39 \ degrés$.

L'unité (Celsius ou Kelvin) n'importe pas car on calcule une différence de température.

Question 30 La température de Hawking d'un trou noir

Selon la formule de Hawking, les trous noirs supermassifs sont plus chauds que les trous noirs stellaires.

A. Vrai

B. Faux

Vu en conclusion du cours.

Plus un trou noir est massif, plus basse est sa température (car plus son évaporation de Hawking est faible).

Il faut se souvenir que, dans la formule de Hawking, la température du trou noir est inversement proportionnelle à sa masse :

$$T_{
m H}=rac{\hbar c^3}{8\pi k_{
m B}GM}$$

Technologies quantiques

Question 31 Cryptographie RSA

Dans le système de cryptographie RSA:

- A. Le message chiffré est obtenu par un « ou » exclusif entre le message à chiffrer et la clé
- B. On utilise une clé publique et une clé privée.
- C. On utilise la clé publique pour crypter et décrypter le message.
- D. La clé privée est l'inverse modulaire de la clé publique.

Le chiffrage RSA est un système asymétrique qui comprend une clé publique avec deux nombres, un produit de deux nombres premiers $p \times q = N$ et un nombre c choisi premier par rapport au produit (p-1)(q-1). La clé publique agit comme un cadenas que tout le monde peut verrouiller. Le système utilise également une clé privée constituée également de deux nombres N et d qui est l'inverse modulaire N de c que seul le correspondant autorisé peut calculer à partir des nombres premiers constituant le nombre N.

Dans ce qui suit, les notations sont celles du cours : N est le produit de deux nombres premiers p et q les clés sont N,c et N,d. Le terme mod désigne le modulo d'un nombre.

Question 32 Le chiffrage RSA Peu de réponses correctes à cette question!

On considère la clé publique d'un chiffrage RSA (N, c) et la clé privée (N, d). Trouver le chiffrement M d'un message m.

- A. $M = md \mod N$
- B. $M = mc \mod N$
- C. $M = m^d \mod N$
- D. $M = m^c \mod N$

Le message chiffré est obtenu par l'exponentiation du message m à la puissance c modulo N, c et N constituant la clé publique.

Question 33 Calcul d'un chiffrage RSA (suite) Peu de réponses correctes à cette question! Le message déchiffré m est donné par

- A. $m = Md \mod N$
- B. $m = M \mod (p-1)x(q-1)$
- C. $m = M^d \mod N$
- D. $m = M^d \mod (p-1)x(q-1)$

Le déchiffrement du message est obtenu par une exponentiation du chiffré M à la puissance d modulo N, d étant calculé par l'inversion c modulo (p-1)(q-1) constituant la clé privée.

Question 34 Suprématie quantique

La firme Google a annoncé qu'elle avait atteint la suprématie quantique car :

- A. Elle a mis au point un processeur quantique qui calcule une fonction spécifique plus rapidement qu'un ordinateur non quantique.
- B. Elle a mis au point un processeur quantique qui casse le chiffrage RSA avec l'algorithme de Shor.
- C. Elle a mis au point un processeur quantique qui casse les chiffrages symétriques avec l'algorithme de Grover.
- D. Elle a mis au point un processeur quantique à plus d'une centaine de qubits.

Avec le Sycomore, Google a développé un processeur quantique capable d'effectuer une équation plus rapidement qu'un ordinateur classique.

Question 35 Protocole BB84

Le protocole BB84 permet une sécurité parfaite d'une transmission entre Bob et Alice en :

- A. Permettant de créer la clé secrète du chiffrage RSA.
- B. Permettant la distribution sécurisée d'un système de chiffrage symétrique.
- C. Permettant de créer la clé publique du chiffrage RSA.
- D. Ne transmettant le message que lorsque les bases de mesure de Bob et Alice sont compatibles.

La cryptographie quantique permet de générer et donc de distribuer une clé symétrique en utilisant les propriétés de la physique quantique, ce qui assure la sécurité par la détection d'une interception. Cela n'a aucun rapport avec le chiffrage RSA. Le message est traité, lui, de la même manière que dans un système de chiffrage symétrique non quantique.

Question 36 La décohérence

Le phénomène de la décohérence est une interaction avec le milieu

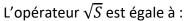
- A. Qui intervient lors de la mesure des qubits dans un algorithme quantique.
- B. Qui intervient après la mesure des qubits dans un algorithme quantique.
- C. Qui est sans effet sur les calculs.
- D. Qui peut perturber l'évolution des qubits dans des superpositions d'états.

La décohérence intervient très rapidement et perturbe l'évolution du vecteur d'état et par conséquent perturbe immédiatement les qubits dans des superpositions d'états.

On rappelle la définition matricielle des portes quantiques :

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}, \quad T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\pi}{4}} \end{pmatrix}$$

Question 37 Calcul de \sqrt{S}



A. X

B. H C. T D. Z

Le calcul du carré des réponses donne $T^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\pi}{4}} \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\pi}{4}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} = S.$ Donc $\sqrt{S} = T$.

Question 38 L'algorithme de Deutsch-Jozsa

- A. Permet de trouver la période d'une fonction.
- B. Permet de trouver en une question sur n qubits si une fonction est constante.
- C. Permet de trouver une valeur dans un tableau.
- D. Permet de factoriser un nombre très grand.

C'est un algorithme à oracle qui généralise l'algorithme de David Deutsch et permet de déterminer si une fonction est constante avec une seule interrogation.

Question 39 La transformée de Fourier quantique

La transformée de Fourier quantique dans l'algorithme de Shor sert à

- A. Mettre tous les qubits en entrée de l'algorithme dans une superposition d'états.
- B. Calculer une fonction d'exponentiation modulaire.
- C. Factoriser une fonction d'exponentiation modulaire.
- D. Trouver la période d'une fonction d'exponentiation modulaire.

L'algorithme de Shor, à partir d'un nombre premier avec N, construit une fonction dont il faut trouver la période. La transformée de Fourier quantique détermine la période de cette fonction dans un temps polynomial.

Question 40 L'algorithme de Shor

L'algorithme de Shor permet de :

- A. Trouver toutes les combinaisons d'un système de chiffrement symétrique.
- B. Casser le chiffrage RSA en trouvant les facteurs premiers de la clé publique.
- C. Casser les systèmes de cryptographie quantique.
- D. Trouver un nombre dans un tableau plus rapidement qu'un algorithme classique.

L'algorithme de Shor, à partir de la période d'une fonction modulaire, peut retrouver les facteurs premiers du nombre N utilisé dans le chiffrage RSA. Connaissant les nombres p et q, on peut déterminer d et retrouver le message chiffré.