

ЗАКОН КУЛОНА. НАПРЯЖЕННОСТЬ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. Определить силу притяжения между ядром и электроном в атоме водорода. Диаметр атома водорода принять равным 10^{-8} см. Ответ дать в наноньютонах.

Дано:

$$q_1 = q_2 = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$r = d/2 = 5 \cdot 10^{-11} \text{ м}$$

Найти:

$$F = ? \text{ (нН)}$$

Решение:

Атом водорода представляет собой положительно заряженное ядро и вращающийся вокруг него по круговой орбите радиуса r электрон. И ядро и электрон являются точечными зарядами

противоположного знака (ядро имеет такой же по модулю заряд, что и у электрона).

Запишем закон Кулона:
$$F = kq_1q_2/r^2 = kq^2/r^2.$$

Подставим численные значения:

$$F = 9 \cdot 10^9 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^2 / (5 \cdot 10^{-11})^2 = 9,216 \cdot 10^{-8} \text{ Н} = 92,16 \text{ нН}.$$

$$\text{Ответ: } F = 92,16 \text{ нН}.$$

2. Два одинаковых шарика с зарядами 2 нКл и 8 нКл находились на расстоянии 2 м друг от друга в вакууме. После приведения шариков в соприкосновение их развели на расстояние, при котором сила взаимодействия зарядов осталась прежней. На какое расстояние развели заряды? Ответ дать в единицах СИ.

Дано:

$$q_A = 2 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$q_B = 8 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$r_1 = 2 \text{ м}$$

$$F_1 = F_2$$

Найти:

$$r_2 = ?$$

Решение:

Два заряженных шарика представляют собой электрически замкнутую систему, суммарный заряд которой сохраняется: $q_A + q_B = \text{const.}$ Поскольку шарики одинаковы, то после их соприкосновения заряды шариков станут одинаковыми. Из закона сохранения заряда $q_A + q_B = 2q$ следует, что заряд каждого шарика

будет равен: $q = (q_A + q_B)/2$.

Запишем закон Кулона для двух случаев:

1) до соприкосновения
$$F_1 = kq_Aq_B/r_1^2,$$

2) после соприкосновения
$$F_2 = kq^2/r_2^2.$$

Приравняв выражения для F_1 и F_2 , и выражая искомую величину r_2 , получим:

$$r_2 = r_1 \cdot (q_A + q_B) / 2(q_Aq_B)^{1/2} = 2 \cdot 10 \cdot 10^{-9} / (2 \cdot 4 \cdot 10^{-9}) = 2,5 \text{ м}.$$

$$\text{Ответ: } r_2 = 2,5 \text{ м}.$$

3. Два одинаковых шара имеют положительные заряды 33,35 пКл и 20 пКл и расположены в воздухе на расстоянии, значительно превышающем их радиусы. Определить массы шаров, если известно, что сила всемирного тяготения, действующая между шарами, уравновешивается кулоновской силой отталкивания. Гравитационная постоянная равна $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{кг}^{-2}$. Ответ дать в единицах СИ.

Дано:

$$q_1 = 3,335 \cdot 10^{-11} \text{ Кл}$$

$$q_2 = 2 \cdot 10^{-11} \text{ Кл}$$

$$F_k = F_{\text{гр}}$$

Найти:

$$m = ?$$

Решение:

Поскольку шарики одинаковы, то их массы равны. Запишем выражение для силы гравитационного взаимодействия: $F_{\text{гр}} = Gm^2/r^2$. Запишем закон Кулона: $F_k = kq_1q_2/r^2$, где в обоих случаях r – расстояние между шарами.

Приравняв выражения для $F_{\text{гр}}$ и F_k , и выражая искомую величину m , получим: $m = (kq_1q_2/G)^{1/2}$.

Подставляя численные значения, получим:

$$m = (9 \cdot 10^9 \cdot 6,67 \cdot 10^{-22} / 6,67 \cdot 10^{-11})^{1/2} = 0,3 \text{ кг}.$$

Ответ: $m = 0,3 \text{ кг}$.

4. Между горизонтальными пластинами плоского конденсатора неподвижно висит заряженная пылинка массой 10 мг. Чему равен заряд пылинки, если напряжённость электрического поля между пластинами конденсатора равна 2 кВ/м? Ответ дать в нанокулонах.

Дано:

$$m = 10^{-5} \text{ кг}$$

$$E = 2 \cdot 10^3 \text{ В/м}$$

Найти:

$$q = ? \text{ (нКл)}$$

Решение:

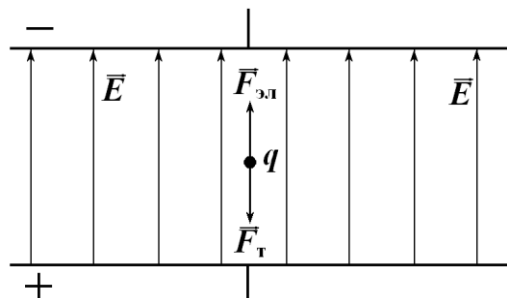


Рисунок – Пылинка в поле конденсатора

На заряженную пылинку действуют две силы – сила тяжести $F_{\text{т}}$ и сила со стороны электрического поля конденсатора $F_{\text{эл}}$. Так как пылинка висит неподвижно, то эти силы равны по величине и направлены в противоположные стороны (см. рисунок). Запишем выражение для силы тяжести: $F_{\text{т}} = mg$. Запишем выражение для

силы, действующей на точечный заряд со стороны электрического поля: $F_{\text{эл}} = qE$.

Приравнивая выражения для $F_{\text{т}}$ и $F_{\text{эл}}$, и выражая искомую величину q , получим: $q = mg/E$. Подставляя численные значения, получим:

$$q = 10^{-5} \cdot 9,8/2 \cdot 10^3 = 4,9 \cdot 10^{-8} \text{ Кл} = 49 \cdot 10^{-9} \text{ Кл} = 49 \text{ нКл.}$$

Ответ: $q = 49 \text{ нКл.}$

5. Определить силу, с которой одна пластина плоского воздушного конденсатора действует на другую. Конденсатор обладает зарядом 177 нКл, площадь пластины 100 см^2 . Ответ дать в миллиньютонах.

Дано:

$$q = 1,77 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$$

$$S = 0,01 \text{ м}^2$$

Найти:

$$F = ? \text{ (мН)}$$

Решение:

Силу F , действующую на заряд q , распределённый по одной пластине конденсатора, со стороны электрического поля напряжённостью E , создаваемого второй пластиной конденсатора, можно найти по

формуле $F = qE$.

Воспользуемся формулой (3.1.9) для напряженности электрического поля заряженной плоскости с поверхностной плотностью заряда σ , находящейся в воздухе (вакууме): $E = \sigma/2\epsilon_0$. По определению, поверхностная плотность заряда $\sigma = q/S$ (заряды на обеих пластинах конденсатора одинаковы по величине). Тогда, напряженность равна $E = q/2\epsilon_0 S$. В итоге, выражение для искомой силы можно записать в виде:

$$F = q^2/2\epsilon_0 S = (1,77 \cdot 10^{-7})^2/(2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,01) = 0,177 \text{ Н} = 177 \text{ мН.}$$

Ответ: $F = 177 \text{ мН.}$

6. Два одинаковых металлических шарика диаметрами 5 мм каждый находятся в масле на расстоянии 31,4 см между их центрами. Определить, с какой поверхностной плотностью заряжены шарики, если они взаимодействуют с силой 2,1 мН.

Диэлектрическая проницаемость масла равна 2,1.

Ответ дать в единицах СИ.

Дано:

$$d = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$R = 0,314 \text{ м}$$

$$F = 2,1 \cdot 10^{-3} \text{ Н}$$

$$\epsilon = 2,1$$

Найти:

$$\sigma = ?$$

Решение:

При данных условиях задачи ($d \ll R$, $q_1 = q_2 = q$), силу взаимодействия между

шариками можно найти по закону Кулона: $F = kq^2/\epsilon R^2$.

По определению, поверхностная плотность заряда $\sigma = q/S$, где S – площадь поверхности каждого шарика ($S = 4\pi r^2 = \pi d^2$).

Из закона Кулона выразим заряд шарика и подставим в формулу для поверхностной плотности заряда:
 $\sigma = R(\epsilon F)^{1/2}/(k^{1/2}\pi d^2)$.

Подставляя численные значения, получим:

$$\sigma = 0,314 \cdot (2,1 \cdot 2,1 \cdot 10^{-3})^{1/2} / [(9 \cdot 10^9)^{1/2} \cdot 3,14 \cdot 25 \cdot 10^{-6}] = 2,8 \cdot 10^{-3} \text{ Кл/м}^2.$$

$$\text{Ответ: } F = 2,8 \cdot 10^{-3} \text{ Кл/м}^2.$$

7. Два положительных заряда 0,4 нКл и 0,1 нКл закреплены на концах тонкого диэлектрического стержня длиной 9 см. По стержню может скользить без трения заряженный шарик. Найти положение равновесия подвижного шарика относительно большего заряда. Ответ дать в сантиметрах.

Дано:

$$q_1 = 4 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}$$

$$q_2 = 1 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}$$

$$l = 0,09 \text{ м}$$

Найти:

$$x = ? \text{ (см)}$$

Решение:

Силу F , действующая на заряд q со стороны электрического поля напряжённостью E , можно найти по формуле $F = qE$. Условие равновесия подвижного шарика – равенство нулю равнодействующей всех сил. Для этого достаточно, чтобы в положении равновесия напряжённость электрического поля создаваемого двумя зарядами была равна нулю ($E = 0$). Векторы напряженности полей \vec{E}_1 и \vec{E}_2 , создаваемых в точке равновесия зарядами q_1 и q_2 соответственно, направлены вдоль стержня в противоположные стороны и равны по модулю ($E_1 = E_2$). Запишем выражения для нахождения векторов напряженности полей, создаваемых q_1 и q_2 : $E_1 = kq_1/r_1^2$ и $E_2 = kq_2/r_2^2$. Учтём, что $r_1 = x$, а $r_2 = l - x$.

В результате, получим:

$$kq_1/x^2 = kq_2/(l-x)^2, \quad x(q_2^{1/2} + q_1^{1/2}) = q_1^{1/2}l.$$

Окончательно,

$$x = q_1^{1/2}l/(q_2^{1/2} + q_1^{1/2}) = 2 \cdot 10^{-5} \cdot 0,09 / (3 \cdot 10^{-5}) = 0,06 \text{ м} = 6 \text{ см}.$$

$$\text{Ответ: } x = 6 \text{ см}.$$

8. В двух вершинах прямоугольного треугольника находятся точечные заряды 8 нКл и 24 нКл. Найти напряжённость электрического поля в вершине прямого угла треугольника, если

меньший заряд находится от вершины на расстоянии 0,3 м, а больший – на расстоянии 0,6 м. Ответ дать в единицах СИ.

Дано:

$$q_1 = 8 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$q_2 = 24 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$r_1 = 0,3 \text{ м}$$

$$r_2 = 0,6 \text{ м}$$

Найти:

$$E = ?$$

Решение:

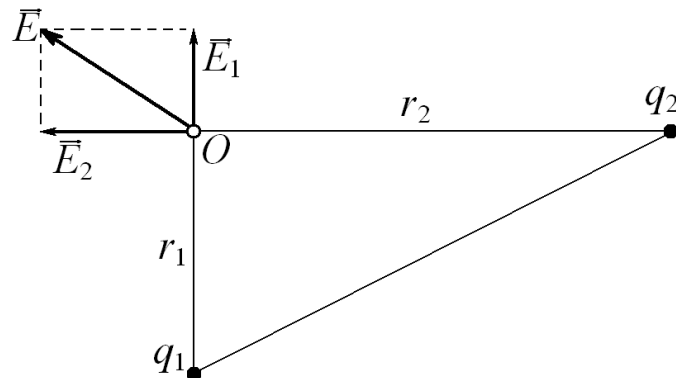


Рисунок – Сложение электрических полей

По принципу суперпозиции электрических полей для вектора напряжённости результирующего поля в точке O (см. рисунок) имеем: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, где \vec{E}_1 и \vec{E}_2 – векторы напряженности полей, создаваемых в т. O зарядами q_1 и q_2 соответственно. Из рисунка видно, что $\vec{E}_1 \perp \vec{E}_2$. Следовательно, используя теорему Пифагора, можно получить $E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$.

Запишем выражения для нахождения векторов напряженности полей, создаваемых в т. O зарядами q_1 и q_2 :

$$E_1 = kq_1/r_1^2 \quad \text{и} \quad E_2 = kq_2/r_2^2.$$

Окончательное выражение для нахождения искомой величины с учётом того, что $q_2 = 3q_1$, $r_2 = 2r_1$, будет иметь вид:

$$\begin{aligned} E &= k \sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4}} = k \frac{q_1}{r_1^2} \sqrt{1 + \frac{9}{16}} = \\ &= 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{8 \cdot 10^{-9}}{0,09} \sqrt{\frac{25}{16}} = 800 \cdot \frac{5}{4} = 1000 \text{ В/м.} \end{aligned}$$

Ответ: $E = 1000 \text{ В/м.}$

9. Два шарика весом по 11,25 мН каждый подвешены в воздухе на тонких непроводящих нитях длиной 2 м. Шарикам сообщаются одноимённые заряды равные 50 нКл. Определить расстояние между центрами шариков в положении равновесия. Ответ дать в единицах СИ.

Дано:

$$P = 1,125 \cdot 10^{-2} \text{ Н}$$

$$L = 2 \text{ м}$$

$$q = 5 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$$

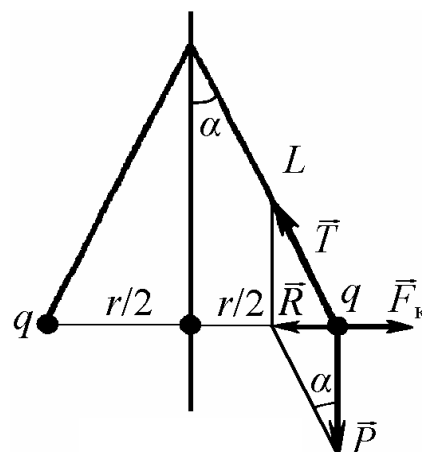
Найти:

$$r = ?$$

Решение:

Условие

равновесия шариков –
равенство нулю
равнодействующей
всех сил. На каждый из
шариков действуют



три силы – сила тяжести (вес шарика) P , сила натяжения нити T , кулоновская сила отталкивания F_k со стороны другого заряженного шарика (см. рисунок).

Из рисунка видно, что равнодействующая R веса P и натяжения нити T уравнивает силу F_k . Из геометрии рисунка найдём: $R = P \cdot \operatorname{tg} \alpha$. Запишем выражение для силы Кулона: $F_k = kq^2/r^2$, где r – искомое расстояние между зарядами. Найдём значение $\operatorname{tg} \alpha$, предполагая, что $r/2 \ll L$, и, следовательно, $(r/2)^2 \ll L^2$:

$$\operatorname{tg} \alpha = r/2 [L^2 - (r/2)^2]^{-1/2} \approx r/2L.$$

Приравняв силы R и F_k , и выражая r , получим:
$$r = (2Lkq^2/P)^{1/3}.$$

Подставим числовые значения:

$$r = (2 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 25 \cdot 10^{-16} / 1,125 \cdot 10^{-2})^{1/3} = (8 \cdot 10^{-3})^{1/3} = 0,2 \text{ м}.$$

Ответ: $r = 0,2 \text{ м}$.

10. В вершинах равностороннего треугольника со стороной 6 см расположены заряды $q_1 = 6 \text{ нКл}$, $q_2 = q_3 = -8 \text{ нКл}$. Определить величину силы, действующей на заряд $q = 4 \text{ нКл}$ находящийся в центре треугольника. Ответ дать в миллиньютонах.

Дано:

$$q_1 = 6 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$q_2 = -8 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$q_3 = -8 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$q = 4 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

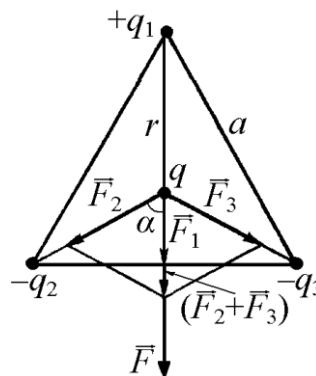
$$a = 0,06 \text{ м}$$

Найти:

$$F = ? \text{ (мН)}$$

Решение:

По принципу суперпозиции кулоновских сил F_1 , F_2 , F_3 , действующих на заряд q со стороны зарядов в вершинах треугольника (см. рисунок) имеем:
$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3.$$
 Из рисунка видно, что результирующая



сила будет направлена вертикально вниз. Найдём проекции всех сил на это направление: $F_1 = k|qq_1|/r^2$, $F_2 = k|qq_2|\cos \alpha / r^2$, $F_3 = k|qq_3|\cos \alpha / r^2$, где r – расстояние заряда q от вершин

треугольника. Центр равностороннего треугольника находится на пересечении его высот (биссектрис), следовательно $r = 2h/3$. Высота треугольника h находится по теореме Пифагора: $h = [a^2 - (a/2)^2]^{1/2} = 3^{1/2}a/2$. Тогда, $r^2 = a^2/3$. Нетрудно убедиться, что угол α на рисунке равен 60° . В итоге, подставляя все полученные величины в выражение для результирующей силы, будем иметь: $F = 3kq(q_1 + 2|q_2|\cos\alpha)/a^2$. Проведём вычисления:

$$F = 3 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-9} (6 + 2 \cdot 8 \cdot 0,5) \cdot 10^{-9} / (0,06)^2 = 4,2 \cdot 10^{-4} \text{ Н} = 0,42 \text{ мН.}$$

Ответ: $F = 0,42 \text{ мН.}$