

ПОТЕНЦИАЛ И ЭНЕРГИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ. ЭЛЕКТРОЕМКОСТЬ.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. Две заряженные капли ртути радиусом 1 мм и зарядом 10 нКл каждая сливаются в одну общую каплю. Найти потенциал получившейся капли. Ответ дать в киловольтах и округлить до целого числа.

Дано:

$$R_1 = 10^{-3} \text{ м}$$

$$q_1 = 10^{-8} \text{ Кл}$$

Найти:

$$\varphi_2 = ? \text{ (кВ)}$$

Решение:

Из закона сохранения электрического заряда заряд большой капли ртути равен сумме зарядов двух маленьких капель: $q_2 = q_1 + q_1 = 2q_1$. Из условия несжимаемости ртути объём большой капли ртути равен сумме объёмов двух маленьких капель $V_2 = 2V_1$. Считая капли шарами, получим $\frac{4\pi R_2^3}{3} = 2(\frac{4\pi R_1^3}{3})$, $R_2 = 2^{1/3}R_1$. Искомый потенциал большой капли

$$\varphi_2 = kq_2/R_2 = 2kq_1/(2^{1/3}R_1) = 2^{2/3}kq_1/R_1.$$

Проводя расчеты, получим:

$$\varphi_2 = 2^{2/3} \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-8} / 10^{-3} = 142866 \text{ В} = 143 \text{ кВ.}$$

Ответ: $\varphi_2 = 143 \text{ кВ.}$

2. Во сколько раз уменьшится потенциал заряженного металлического шара радиусом 0,1 м, если этот шар с помощью длинного проводника соединить с удалённым от него незаряженным металлическим шаром радиусом 0,3 м? Ёмкостью проводника пренебречь.

Дано:

$$R_1 = 0,1 \text{ м}$$

$$R_2 = 0,3 \text{ м}$$

Найти:

$$\eta = \varphi_1/\varphi_1' = ?$$

Решение:

Запишем выражения для потенциала первого шара до и после соединения: $\varphi_1 = kq_1/R_1$, $\varphi_1' = kq_1'/R_1$.

Т.к. отношение потенциалов для шара равно отношению зарядов на нём ($\eta = \varphi_1/\varphi_1' = q_1/q_1'$), то найдем отношение зарядов. Из закона сохранения электрического заряда $q_1 = q_1' + q_2'$, $q_1/q_1' = 1 + q_2'/q_1'$.

Учтём, что после соединения шаров их потенциалы выравниваются, т.е. $\varphi_1' = \varphi_2'$.

Следовательно, $kq_1'/R_1 = kq_2'/R_2$ и $q_2'/q_1' = R_2/R_1$.

В итоге, $\eta = \varphi_1/\varphi_1' = q_1/q_1' = 1 + R_2/R_1 = 1 + 0,3/0,1 = 4$.

Ответ: $\eta = 4$.

3. Два одинаковых шарика радиусом 1 см каждый находятся в керосине на расстоянии 10 см друг от друга и взаимодействуют с силой 2,1 мН. Определить в киловольтах потенциал шариков. Диэлектрическая проницаемость керосина ϵ равна 2,1.

Дано:

$$R = 0,01 \text{ м}$$

$$r = 0,1 \text{ м}$$

$$F = 2,1 \cdot 10^{-3} \text{ Н}$$

$$\epsilon = 2,1$$

Найти:

$$\varphi = ? \text{ (кВ)}$$

Решение:

Запишем выражение для потенциала шариков: $\varphi = kq/\epsilon R$. Заряд каждого из шариков можно найти из закона Кулона ($R \ll r$): $F_k = kq^2/\epsilon r^2$, $q = (F_k \epsilon r^2/k)^{1/2}$. Тогда потенциал будет равен:

$$\varphi = k(F_k \epsilon r^2/k)^{1/2}/\epsilon R = (F_k k)^{1/2} r/\epsilon^{1/2} R.$$

Подставляя численные значения, получим:

$$\varphi = (2,1 \cdot 10^{-3} \cdot 9 \cdot 10^9)^{1/2} \cdot 0,1/2,1^{1/2} \cdot 0,01 = 3 \cdot 10^4 \text{ В} = 30 \text{ кВ}.$$

$$\text{Ответ: } \varphi = 30 \text{ кВ}.$$

4. Какую скорость будет иметь электрон, пройдя в электрическом поле разность потенциалов 1,82 В? Начальная скорость электрона равна нулю. Ответ дать в километрах в секунду.

Дано:

$$\Delta\varphi = 1,82 \text{ В}$$

$$v_0 = 0$$

Найти:

$$v = ? \text{ (км/с)}$$

Решение:

При прохождении электроном e разности потенциалов $\Delta\varphi$ электрическое поле совершает работу: $A = e\Delta\varphi$. Эта работа идёт на увеличение кинетической энергии электрона

$$A = \Delta W_k = m_e v^2/2 - m_e v_0^2/2 = m_e v^2/2.$$

$$\text{Отсюда следует равенство} \quad e\Delta\varphi = m_e v^2/2.$$

Скорость электрона после прохождения ускоряющей разности потенциалов: $v = (2e\Delta\varphi/m_e)^{1/2}$.

$$\text{Расчёт даёт: } v = (2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,82/9,1 \cdot 10^{-31})^{1/2} = 8 \cdot 10^5 \text{ м/с}.$$

$$\text{Ответ: } v = 800 \text{ км/с}.$$

5. Определить работу, совершаемую при перемещении заряда 2 мкКл в вакууме из точки, находящейся на расстоянии 20 см от точечного заряда 3 мкКл, до точки, расположенной на расстоянии 50 см от него. Ответ дать в единицах СИ.

Дано:

$$q_1 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$$

$$r_1 = 0,2 \text{ м}$$

$$q_2 = 3 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$$

$$r_2 = 0,5 \text{ м}$$

Найти:

$$A = ?$$

Решение:

Работа, совершаемая при перемещении заряда q_1 в электрическом поле равна: $A = q_1 \Delta\varphi = q_1(\varphi_1 - \varphi_2)$, где $\Delta\varphi$ — разность потенциалов электрического поля точечного

заряда q_2 в начальной и конечной точках перемещения. Потенциалы в этих точках определяются выражениями $\varphi_1 = kq_2/r_1$, $\varphi_2 = kq_2/r_2$.

Подставляя их в выражение для работы, получим:

$$A = kq_1q_2(1/r_1 - 1/r_2) = kq_1q_2(r_2 - r_1)/r_1r_2.$$

Подставляя численные значения и вычисляя, найдём:

$$A = 9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^{-6} (0,5 - 0,2)/0,2 \cdot 0,5 = 0,162 \text{ Дж.}$$

Ответ: $A = 0,162 \text{ Дж.}$

6. Плоский конденсатор со слюдяной изоляцией заряжен до разности потенциалов 150 В и отключен от источника напряжения. Диэлектрическая проницаемость слюды 7. Чему будет равна разность потенциалов между обкладками конденсатора, если слюдяную пластинку удалить? Ответ дать в единицах СИ.

Дано:

$$U_1 = 150 \text{ В}$$

$$\varepsilon_1 = 7$$

$$\varepsilon_2 = 1$$

Найти:

$$U_2 = ?$$

Решение:

После подключения конденсатора к источнику напряжения, на его обкладках появляется заряд: $q_1 = C_1 U_1$. После отключения конденсатора от источника напряжения он становится изолированной системой, и заряд на его обкладках остаётся неизменным. После удаления слюдяной

пластинки из конденсатора заряд будет определяться выражением:

$$q_1 = C_2 U_2.$$

Отсюда следует, что $C_1 U_1 = C_2 U_2$, и $U_2 = U_1 C_1 / C_2$.

Емкости плоского конденсатора со слюдяной пластиной и без неё: $C_1 = \varepsilon_1 \varepsilon_0 S / d$, $C_2 = \varepsilon_2 \varepsilon_0 S / d$,

$$C_1 / C_2 = \varepsilon_1 / \varepsilon_2.$$

В итоге, получим $U_2 = U_1 \varepsilon_1 / \varepsilon_2 = 150 \cdot 7 / 1 = 1050 \text{ В.}$

Ответ: $U_2 = 1050 \text{ В.}$

7. Конденсатор ёмкостью 2 мкФ подсоединили к источнику постоянного напряжения 950 В, конденсатор ёмкостью 5 мкФ – к источнику 600 В. После отключения от источников конденсаторы соединили друг с другом параллельно одноимённо заряженными обкладками. Определить напряжение полученной батареи конденсаторов. Ответ дать в единицах СИ.

Дано:

$$C_1 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$U_1 = 950 \text{ В}$$

$$C_2 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$U_2 = 600 \text{ В}$$

Найти:

$$U = ?$$

Решение:

Когда конденсаторы подсоединяют к источникам напряжения, на их обкладках

появляются, соответственно, заряды: $q_1 = C_1 U_1$ и $q_2 = C_2 U_2$. После отключения конденсаторов от источников напряжения заряды на их обкладках остаются неизменными, поэтому, при соединении их одноимёнными обкладками, суммарный заряд батареи конденсаторов $q = q_1 + q_2$. При параллельном соединении конденсаторов напряжения на них выравниваются и становятся равными U , а ёмкость батареи определяется, как: $C = C_1 + C_2$. Отсюда следует, что:

$$U = q/C = (q_1 + q_2)/(C_1 + C_2) = (C_1 U_1 + C_2 U_2)/(C_1 + C_2).$$

Вычисляя, получим

$$U = (2 \cdot 10^{-6} \cdot 950 + 5 \cdot 10^{-6} \cdot 600)/(2 + 5) \cdot 10^{-6} = 700 \text{ В}.$$

Ответ: $U = 700 \text{ В}$.

8. Во сколько раз возрастёт энергия воздушного конденсатора, подключенного к источнику тока, если расстояние между его пластинами увеличить вдвое и поместить между ними диэлектрик с диэлектрической проницаемостью равной 6?

Дано:

$$d_2/d_1 = 2$$

$$\varepsilon_2/\varepsilon_1 = 6$$

Найти:

$$W_2/W_1 = ?$$

Решение:

Поскольку конденсатор остаётся подключенным к источнику тока, напряжение на нём не изменяется: $U = \text{const}$. С учётом этого, запишем выражения для энергии заряженного конденсатора до и после преобразований:

$$W_1 = C_1 U^2/2, \quad W_2 = C_2 U^2/2.$$

Тогда искомое отношение энергий: $W_2/W_1 = C_2/C_1$.

Выражения для ёмкости плоского конденсатора имеют вид:

$$C_1 = \varepsilon_1 \varepsilon_0 S/d_1, \quad C_2 = \varepsilon_2 \varepsilon_0 S/d_2.$$

В итоге, окончательно получим $W_2/W_1 = \varepsilon_2 d_1/\varepsilon_1 d_2$.

Вычислим $W_2/W_1 = 6/2 = 3$.

Ответ: $W_2/W_1 = 3$.

9. Воздушный конденсатор зарядили и отключили от источника тока. Во сколько раз уменьшится энергия конденсатора, если расстояние между пластинами уменьшить вдвое и зазор заполнить диэлектриком с диэлектрической проницаемостью равной 6?

Дано:

$$d_1/d_2 = 2$$

$$\varepsilon_2/\varepsilon_1 = 6$$

Найти:

$$W_1/W_2 = ?$$

Решение:

В отличие от предыдущей задачи, конденсатор отключен от источника тока и является электрически замкнутой системой ($q = \text{const}$). Поэтому для энергии

конденсатора до и после преобразований запишем выражения через заряд на его обкладках:

$$W_1 = q^2/2C_1, \quad W_2 = q^2/2C_2.$$

Тогда искомое отношение энергий: $W_1/W_2 = C_2/C_1$.

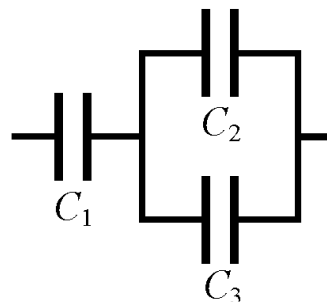
Подставляя сюда выражения для ёмкости плоского конденсатора:

$$C_1 = \varepsilon_1 \varepsilon_0 S/d_1, \quad C_2 = \varepsilon_2 \varepsilon_0 S/d_2, \quad \text{получим } W_1/W_2 = \varepsilon_2 d_1/\varepsilon_1 d_2.$$

Вычисляя, находим $W_1/W_2 = 6 \cdot 2 = 12$.

Ответ: $W_1/W_2 = 12$.

10. Определить ёмкость батареи конденсаторов на рисунке, если ёмкость конденсатора C_1 равна 2 мкФ, конденсатора C_2 – 3 мкФ, а конденсатора C_3 – 5 мкФ. Ответ дать в микрофарадах.



Дано:

$$C_1 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$C_2 = 3 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$C_3 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

Найти:

$$C = ? \text{ (мкФ)}$$

Решение:

Конденсаторы C_2 и C_3 соединены параллельно и их общее сопротивление $C' = C_2 + C_3$.

Конденсаторы C_1 и C' соединены последовательно и тогда искомая ёмкость батареи конденсаторов может быть найдена из выражения:
 $1/C = 1/C_1 + 1/C' = (C' + C_1)/C_1 C'$.

Подставляя сюда выражение для C' , получим

$$C = C_1 C' / (C' + C_1) = C_1 (C_2 + C_3) / (C_1 + C_2 + C_3).$$

Вычисляя, находим

$$C = 2 \cdot 10^{-6} \cdot (3 + 5) \cdot 10^{-6} / (2 + 3 + 5) \cdot 10^{-6} = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} = 1,6 \text{ мкФ}.$$

Ответ: $C = 1,6 \text{ мкФ}$.