## АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА
## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. Электрон в атоме находится в возбужденном состоянии с энергией, равной –2,35 эВ. Чему станет равной энергия электрона, если атом испустит фотон частотой 400 ТГц? Ответ дать в электронвольтах.

Дано:
$E_n$ = –2,35 эВ
$\nu = 4\cdot10^{14}$ Гц
Найти:
$E_m$ = ? (эВ)

Решение:

В соответствии с правилом Бора энергия испущенного фотона $\varepsilon$ определяется разностью энергий атомных уровней $E_n$ и $E_m$ между которыми происходит переход: $\varepsilon = E_n - E_m$.

Подставляя сюда выражение для энергии кванта света $\varepsilon = h\nu$, находим энергию электрона $E_m = E_n - h\nu$ после перехода. Удобнее сначала вычислить энергию фотона в электронвольтах:

$$h\nu = 6{,}6\cdot10^{-34}\cdot4\cdot10^{14}/1{,}6\cdot10^{-19} = 1{,}65 \text{ эВ}.$$

Окончательно получим: $E_m = -2{,}35 - 1{,}65 = -4$ эВ.

Ответ: $E_m = -4$ эВ.

2. Электрон находится на третьей боровской орбите в атоме водорода. Выведите выражение и определите радиус орбиты, на которой находится электрон.

Дано:
$n = 3$
$Z = 1$
Найти:
$r_3$ = ?

Решение:

На электрон, движущийся по $n$-той орбите, со стороны ядра действует сила Кулона:

$$F_{\text{кл}} = \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2},$$

где $Z$ – порядковый номер элемента (зарядовое число).

Эта сила сообщает электрону нормальное (центростремительное) ускорение:

$$a_{\text{н}} = \frac{v_n^2}{r_n},$$

где $v_n$ – скорость электрона на $n$-той орбите.

По второму закону Ньютона:

$$\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2} = m_e\frac{v_n^2}{r_n}. \quad (1)$$

Согласно правилу квантования момента импульса электронов:

$$m_e v_n \cdot r_n = n\hbar, \quad (n = 1, 2, 3, \ldots). \qquad (2)$$

Выражая, $v_n$ из (2) и подставляя в (1) получим

$$v_n = \frac{n\hbar}{m_e r_n}, \qquad \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n} = m_e v_n^2 = \frac{n^2\hbar^2}{m_e r_n^2},$$

$$r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{m_e Ze^2} n^2.$$

Что совпадает с выражением (2.4) в теории. Проведём расчёты, и получим

$$r_n = \frac{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot \left(1{,}05 \cdot 10^{-34}\right)^2}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 1 \cdot \left(1{,}6 \cdot 10^{-19}\right)^2} \cdot 3^2 \approx 0{,}4736 \cdot 10^{-9} \text{ м.}$$

Ответ: $r_n = 0{,}4736 \cdot 10^{-9}$ м.

3. Электрон находится на второй орбите в водородоподобном атоме гелия ($He^+$). Выведите выражение и определите скорость электрона на этой орбите и частоту его вращения.

| |
|---|
| <u>Дано:</u><br>$n = 2$<br>$Z = 2$<br><u>Найти:</u><br>$v_3 = ?$<br>$v_3 = ?$ |

Решение:

На электрон, движущийся по $n$-той орбите, со стороны ядра действует сила Кулона:

$$F_{кл} = \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2},$$

где $Z$ – порядковый номер элемента (зарядовое число).

Эта сила сообщает электрону нормальное (центростремительное) ускорение:

$$a_н = \frac{v_n^2}{r_n},$$

где $v_n$ – скорость электрона на $n$-той орбите.

По второму закону Ньютона:

$$\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2} = m_e \frac{v_n^2}{r_n}. \qquad (1)$$

Согласно правилу квантования момента импульса электронов:

$$m_e v_n \cdot r_n = n\hbar. \qquad (2)$$

Выражая, $r_n$ из (2) и подставляя в (1) получим

$$r_n = \frac{n\hbar}{m_e v_n}, \qquad \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n} = m_e v_n^2,$$

$$\frac{Ze^2 m_e v_n}{4\pi\varepsilon_0 \hbar n} = m_e v_n^2, \qquad v_n = \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar} \cdot \frac{1}{n}.$$

Произведём расчёты,

$$v_n = \frac{2 \cdot \left(1{,}6 \cdot 10^{-19}\right)^2}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 1{,}05 \cdot 10^{-34}} \cdot \frac{1}{2} \approx 2{,}194 \cdot 10^6 \text{ м/с}$$

Частоту вращения электрона по $n$-той орбите выразим через период:

$$\nu_n = \frac{1}{T} = \frac{v_n}{2\pi r_n} = \frac{m_e v_n^2}{2\pi\hbar} \cdot \frac{1}{n} = \frac{m_e}{2\pi\hbar} \cdot \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar} \cdot \frac{1}{n}\right)^2 =$$

$$= \frac{m_e Z^2 e^4}{32\varepsilon_0^2 \pi^3 \hbar^3} \cdot \frac{1}{n^3} = \frac{m_e Z^2 e^4}{4\varepsilon_0^2 h^3} \cdot \frac{1}{n^3}$$

Произведём расчёты,

$$\nu_n = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 2^2 \cdot \left(1{,}6 \cdot 10^{-19}\right)^4}{4 \cdot \left(8{,}85 \cdot 10^{-12}\right)^2 \cdot \left(6{,}63 \cdot 10^{-34}\right)^3} \cdot \frac{1}{2^3} \approx 3{,}266 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$$

Ответ: $v_n \approx 2{,}194 \cdot 10^6$ м/с; $\nu_n \approx 3{,}266 \cdot 10^{15}$ с$^{-1}$.

4. Электрон находится на четвёртой орбите в водородоподобном атоме лития ($Li^{++}$). Выведите выражение и определите (в эВ) потенциальную, кинетическую и полную энергии электрона на этой орбите.

Дано:
$n = 4$
$Z = 3$
Найти:
$U_4$ = ? (эВ)
$E_{к4}$ = ? (эВ)
$E_4$ = ? (эВ)

Решение:

Воспользуемся результатами предыдущей задачи (используем формулу для скорости электрона на $n$-той орбите).

$$v_n = \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar} \cdot \frac{1}{n}$$

Кинетическая энергия электрона:

$$E_{\text{к}n} = \frac{m_e v_n^2}{2} = \frac{m_e}{2} \cdot \frac{Z^2 e^4}{16\pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} = \frac{m_e Z^2 e^4}{32\pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}. \text{ (в Дж)} \quad (1)$$

$$E_{\text{к}n} = \frac{m_e Z^2 e^3}{32\pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}. \text{ (в эВ)}$$

Проведём вычисления:

$$E_{\text{к}4} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 3^2 \cdot \left(1{,}6 \cdot 10^{-19}\right)^3}{32 \cdot 3{,}14^2 \cdot \left(8{,}85 \cdot 10^{-12}\right)^2 \cdot \left(1{,}05 \cdot 10^{-34}\right)^2} \cdot \frac{1}{4^2} \approx 7{,}69 \text{ эВ}.$$

Определим потенциальную энергию взаимодействия электрона с ядром. Это энергия притяжения. Поэтому, она отрицательная.

$$U_n = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n}.$$

Воспользуемся формулой для радиуса $n$-той орбиты электрона, полученной во второй задаче (или формулой (2.4) из теории):

$$r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0 \hbar^2}{m_e Z e^2} n^2.$$

Получим

$$U_n = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{m_e Z e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} = -\frac{m_e Z^2 e^4}{16\pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}. \text{ (в Дж)} (2)$$

$$U_n = -\frac{m_e Z^2 e^3}{16\pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}. \text{ (в эВ)}$$

Полученное выражение (2) совпадает с формулой (2.7) из теории. Проведём вычисления:

$$U_4 = -\frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 3^2 \cdot \left(1{,}6 \cdot 10^{-19}\right)^3}{16 \cdot 3{,}14^2 \cdot \left(8{,}85 \cdot 10^{-12}\right)^2 \cdot \left(1{,}05 \cdot 10^{-34}\right)^2} \cdot \frac{1}{4^2} \approx -15{,}38 \text{ эВ}.$$

Определим полную энергию электрона, как сумму потенциальной и кинетической энергий. Обратим внимание на то, что потенциальная энергия (2) отрицательна и в 2 раза больше, чем положительная кинетическая энергия (1). В итоге, получим:

$$E_n = E_{кn} + U_n = -\frac{m_e Z^2 e^4}{32\pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}. \text{ (в Дж)} \qquad (3)$$

$$E_n = -\frac{m_e Z^2 e^3}{32\pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}. \text{ (в эВ)}$$

Полученное выражение (3) совпадает с формулой (2.5) из теории. Проведём вычисления,

$$E_4 = -\frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 3^2 \cdot \left(1{,}6 \cdot 10^{-19}\right)^3}{32 \cdot 3{,}14^2 \cdot \left(8{,}85 \cdot 10^{-12}\right)^2 \cdot \left(1{,}05 \cdot 10^{-34}\right)^2} \cdot \frac{1}{4^2} \approx -7{,}69 \text{ эВ}.$$

Ответ: $E_{к4} \approx -7{,}69$ эВ; $U_4 \approx -15{,}38$ эВ; $E_4 \approx -7{,}69$ эВ.

5. Найдите (в эВ) энергию связи электрона находящегося в основном состоянии в водородоподобном атоме лития ($Li^{++}$).

Дано:
$n = 1$
$Z = 3$
Найти:
$E_i = ?$ (эВ)

Решение:

Воспользуемся формулой (2.6) для энергии ионизации атома, но учтём, что зарядовое число у лития равно 3. В предыдущей задаче мы вывели формулу для полной энергии электрона на $n$-той орбите водородоподобного атома. Энергия ионизации это энергия, которую нужно сообщить атому, чтобы удалить из атома электрон. Эта энергия равна энергии электрона в основном ($n = 1$) состоянии.

$$E_i = \frac{m_e Z^2 e^4}{32\pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^2}, \text{ (в Дж)}$$

$$E_i = \frac{m_e Z^2 e^3}{32\pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^2}. \text{ (в эВ)}$$

Проведём вычисления,

$$E_i = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 3^2 \cdot \left(1{,}6 \cdot 10^{-19}\right)^4}{32 \cdot 3{,}14^2 \cdot \left(8{,}85 \cdot 10^{-12}\right)^2 \cdot \left(1{,}05 \cdot 10^{-34}\right)^2} \cdot \frac{1}{1^2} \approx 1{,}97 \cdot 10^{-17} \text{ Дж}$$

,

или в эВ: $E_i \approx 123$ эВ

Ответ: $E_i \approx 123$ эВ.

6. Найдите максимально возможные частоты излучения атома водорода (границы серий спектральных линий) для серий Лаймана, Бальмера и Пашена.

| Дано: |
| --- |
| $Z = 1$ |
| $n = \infty$ |
| $m_1 = 1$ |
| $m_2 = 2$ |
| $m_3 = 3$ |
| Найти: |
| $\nu_{\max 1} = ?$ |
| $\nu_{\max 2} = ?$ |
| $\nu_{\max 3} = ?$ |

Решение:

Используя правило частот Бора (2.1) и формулу (2.5) получим формулу (2.8) для частот в сериях спектров излучения.

$$\nu_{mn} = \frac{E_m - E_n}{h} = \frac{1}{2\pi\hbar}\left(E_m - E_n\right),$$

где $$E_n = \frac{Z^2 m_e e^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}.$$

$$\nu_{mn} = \frac{m_e Z^2 e^4}{64\pi^3\varepsilon_0^2\hbar^3} \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) = R \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right).$$

где $R = \frac{m_e e^4}{64\pi^3\varepsilon_0^2\hbar^3} = \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3} = 3{,}29 \cdot 10^{15}$ с$^{-1}$ – постоянная Ридберга; $m$ и $n$ – номера энергетических уровней (орбит).

Для максимальных частот $n = \infty$, поэтому

$$\nu_{\max} = R \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{\infty^2}\right) = R \cdot \left(\frac{1}{m^2} - 0\right) = \frac{R}{m^2}.$$

Подставим значения:

– для серии Лаймана $m_1 = 1$:

$$\nu_{\max 1} = \frac{3{,}29 \cdot 10^{15}}{1^2} = 3{,}29 \cdot 10^{15}\ \text{с}^{-1};$$

– для серии Бальмера $m_2 = 2$:

$$\nu_{\max 2} = \frac{3{,}29 \cdot 10^{15}}{2^2} = \frac{3{,}29 \cdot 10^{15}}{4} = 8{,}225 \cdot 10^{14}\ \text{с}^{-1};$$

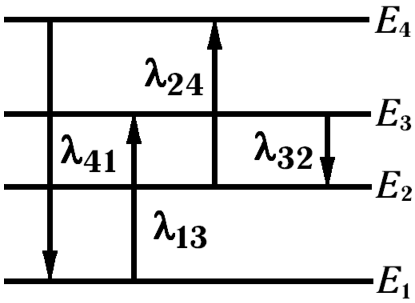
– для серии Пашена $m_3 = 3$:

$$\nu_{\max 3} = \frac{3{,}29 \cdot 10^{15}}{3^2} = \frac{3{,}29 \cdot 10^{15}}{9} = 3{,}65 \cdot 10^{14}\ \text{с}^{-1}.$$

Ответ: $\nu_{\max 1} = 3{,}29 \cdot 10^{15}$ с$^{-1}$; $\nu_{\max 2} = 8{,}225 \cdot 10^{14}$ с$^{-1}$;

$\nu_{\max 3} = 3{,}65 \cdot 10^{14}$ с$^{-1}$.

7. На рисунке изображены энергетические уровни атома и указаны длины волн фотонов, излучаемых (поглощаемых) при переходах с одного уровня на другой. Определите (в нм) длину волны $\lambda_{41}$ для фотонов, излучаемых при переходе между уровнями 4 и 1, если $\lambda_{32}$ = 545 нм, $\lambda_{24}$ = 400 нм, $\lambda_{13}$ = 300 нм.




Дано:
$\lambda_{32}$ = 545 нм
$\lambda_{24}$ = 400 нм
$\lambda_{13}$ = 300 нм
Найти:
$\lambda_{13}$ = ? (нм)

Решение:

Связь длины волны фотона и его энергии определяется формулой (1.17) и вторым постулатом Бора (правилом частот):

$$\varepsilon = E_m - E_n = \frac{hc}{\lambda_{mn}}.$$

Энергию фотона, при переходе с уровня 4 на уровень 1 можно найти как

$$\varepsilon_{41} = E_4 - E_1 = |\varepsilon_{13}| + |\varepsilon_{24}| - |\varepsilon_{32}| =$$

$$= (E_3 - E_1) + (E_4 - E_2) - (E_3 - E_2) =,$$

$$= \frac{hc}{\lambda_{13}} + \frac{hc}{\lambda_{24}} - \frac{hc}{\lambda_{32}} = \frac{hc}{\lambda_{41}}$$

$$\frac{\lambda_{24} \cdot \lambda_{32} + \lambda_{13} \cdot \lambda_{32} - \lambda_{13} \cdot \lambda_{24}}{\lambda_{13} \cdot \lambda_{32} \cdot \lambda_{24}} = \frac{1}{\lambda_{41}},$$

$$\lambda_{41} = \frac{\lambda_{13} \cdot \lambda_{32} \cdot \lambda_{24}}{\lambda_{24} \cdot \lambda_{32} + \lambda_{13} \cdot \lambda_{32} - \lambda_{13} \cdot \lambda_{24}}.$$

Произведём вычисления,

$$\lambda_{41} = \frac{300 \cdot 545 \cdot 400 \cdot 10^{-27}}{(400 \cdot 545 + 300 \cdot 545 - 300 \cdot 400) \cdot 10^{-18}} = 250 \cdot 10^{-9} \text{ м}.$$

Ответ: $\lambda_{41} = 250 \cdot 10^{-9}$ м.

8. Из первоначального числа радиоактивных ядер распались 15/16 имеющихся ядер. Определите число периодов полураспада, которое прошло с начала наблюдения?

Дано:
$\Delta N/N_0$ = 15/16
$t = nT$
Найти:
$n$ = ?

Решение:

По закону радиоактивного распада (2.9) и связи периода полураспада с постоянной λ (2.11):

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad T = \frac{\ln 2}{\lambda},$$

получим

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}.$$

Число нераспавшихся ядер: $\dfrac{N}{N_0} = \left(1 - \dfrac{\Delta N}{N_0}\right) = \dfrac{1}{16} = \dfrac{1}{2^{\frac{nT}{T}}} = \dfrac{1}{2^n}$.

Отсюда, $2^n = 16$, и $n = 4$.

Ответ: $n = 4$.

9. Радиоактивный изотоп радия $^{226}_{88}Ra$ испытывает α-распад, в результате чего получается радиоактивный радон $^{222}_{86}Rn$. При этом количество радона в пробирке таково, что число его атомов с течением времени остаётся неизменным. Найдите отношение числа частиц радия и радона в пробирке как функцию времени. Периоды полураспада радия и радона равны соответственно $T_{Ra}$ = 1600 лет и $T_{Rn}$ = 3,8 суток.

Дано:
$T_{Ra}$ = 1600 лет = $5{,}84 \cdot 10^5$ суток
$T_{Rn}$ = 3,8 суток
Найти:
$N_{Ra} / N_{Rn}$ = ?

Решение:

Пусть в пробирке находится $N_{Ra0}$ атомов радия и $N_{Rn0}$ атомов радона.

В соответствии с законом радиоактивного распада (2.9), число атомов радия и радона через некоторое время $t$ будет равно:

$$N_{Ra}(t) = N_{Ra0} e^{-\lambda t} = N_{Ra0} \cdot 2^{-\frac{t}{T_{Ra}}},$$

$$N_{Rn}(t) = N_{Rn0} e^{-\lambda t} = N_{Rn0} \cdot 2^{-\frac{t}{T_{Rn}}}.$$

Скорость изменения числа ядер каждого изотопа (активность) может быть найдена по формуле (2.12):

$$A_{Ra} = \frac{dN_{Ra}}{dt} = -\frac{N_{Ra0} \cdot \ln 2}{T_{Ra}} \cdot 2^{-\frac{t}{T_{Ra}}} = -\frac{\ln 2}{T_{Ra}} \cdot N_{Ra}(t),$$

$$A_{Rn} = \frac{dN_{Rn}}{dt} = -\frac{N_{Rn0} \cdot \ln 2}{T_{Rn}} \cdot 2^{-\frac{t}{T_{Rn}}} = -\frac{\ln 2}{T_{Rn}} \cdot N_{Rn}(t).$$

Знак «–» означает, что число атомов данного изотопа уменьшается с течением времени из-за радиоактивного распада.

По условию задачи, число атомов радона в пробирке с течением времени остаётся неизменным. Это означает, что скорости распада (активности) радия и радона равны, т.е. за любой промежуток времени убыль атомов радона за счёт распада компенсируется атомами, образовавшимися в результате распада радия. Т.к. периоды полураспада очень сильно отличаются, то можно считать, что число атомов радия тоже остаётся неизменным за время наблюдения.

Следовательно,

$$A_{Ra} = A_{Rn}, \Rightarrow \frac{N_{Ra}(t)}{T_{Ra}} = \frac{N_{Rn}(t)}{T_{Rn}}, \Rightarrow \frac{N_{Ra}(t)}{N_{Rn}(t)} = \frac{T_{Ra}}{T_{Rn}}.$$

В итоге, отношение атомов радия и радона в любой момент времени будет равно:

$$\frac{N_{Ra}(t)}{N_{Rn}(t)} = \frac{T_{Ra}}{T_{Rn}} = \frac{5{,}84}{3{,}8} \cdot 10^5 = 153684{,}2 \approx 1{,}54 \cdot 10^5.$$

Ответ: $\frac{N_{Ra}(t)}{N_{Rn}(t)} \approx 1{,}54 \cdot 10^5$.

10. В результате взаимодействия ядра азота (атомный номер равен 7, массовое число равно 14) с ядром гелия (атомный номер равен 2, массовое число равно 4) образуется изотоп кислорода и протон. Чему равно массовое число образовавшегося изотопа кислорода?

| |
|---|
| <u>Дано:</u> |
| $Z_1 = 7$ |
| $A_1 = 14$ |
| $Z_2 = 2$ |
| $A_2 = 4$ |
| <u>Найти:</u> |
| $A = ?$ |

Решение:

Эта ядерная реакция записывается в следующем виде:

$${}^{A1}_{Z1}N + {}^{A2}_{Z2}He \rightarrow {}^{A}_{Z}O + {}^{1}_{1}p.$$

По закону сохранения нуклонов имеем для массовых чисел участвующих в реакции продуктов:

$$A_1 + A_2 = A + 1.$$

Отсюда находим массовое число изотопа кислорода:

$$A = A_1 + A_2 - 1 = 14 + 4 - 1 = 17.$$

Ответ: $A = 17$.

11. В результате захвата нейтрона ядром изотопа азота (атомный номер 7, массовое число 14) образуется новое ядро и протон. Чему равен атомный номер нового ядра?

| |
|---|
| Дано: |
| $Z_1 = 7$ |
| $A_1 = 14$ |
| Найти: |
| $Z_2$ = ? |

Решение:

Запись ядерной реакции в данном случае имеет вид:

$$^{A1}_{Z1}N + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{A2}_{Z2}X + ^{1}_{1}p.$$

По закону сохранения заряда для зарядовых чисел имеем:

$$Z_1 + 0 = Z_2 + 1.$$

Отсюда получаем атомный номер нового химического элемента $X$: $Z_2 = Z_1 - 1 = 7 - 1 = 6.$

Ответ: $Z_2 = 6$.

12. Дефект массы ядра изотопа гелия (число протонов 2, число нейтронов 1) равен 0,005 а.е.м. Определить удельную энергию связи этого ядра. Ответ дать в пикоджоулях на нуклон.

| |
|---|
| Дано: |
| $Z = 2$ |
| $N = 1$ |
| $\Delta m$ = 0,005 а.е.м. |
| Найти: |
| $\Delta E_{уд}$ = ? (пДж) |

Решение:

Удельная энергия связи ядра определяется выражением:

$$\Delta E_{уд} = \frac{\Delta E_{св}}{A} = \frac{\Delta E_{св}}{Z + N}.$$

Энергия связи ядра $\Delta E_{св}$ связана с дефектом масс: $\Delta E_{св} = \Delta mc^2$. Отсюда получаем формулу для удельной энергии связи:

$$\Delta E_{уд} = \frac{\Delta mc^2}{Z + N}.$$

При численном расчете переводим дефект масс $\Delta m$ из атомных единиц массы в килограммы:

$$\Delta E_{уд} = 0{,}005 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 1016/3 = 2{,}49 \cdot 10^{-13}\text{Дж} = 0{,}249 \text{ пДж}.$$

Ответ: $\Delta E_{уд}$ = 0,249 пДж.

13. Вычислить энергию связи ядра атома дейтерия, состоящего из одного протона и одного нейтрона. Масса ядра равна 2,0136 а.е.м. Ответ дать в мегаэлектронвольтах.

| |
|---|
| Дано: |
| $Z = 1$ |
| $N = 1$ |
| $m_{яд} = 2{,}0136$ а.е.м. |
| Найти: |
| $\Delta E_{св}$ = ? (МэВ) |

Решение:

Запишем выражение для энергии связи ядра:

$$\Delta E_{св} = \Delta mc^2.$$

Входящий сюда дефект масс рассчитывается по формуле

$$\Delta m = \left(Z \cdot m_p + N \cdot m_n\right) - m_{яд}.$$

Рассчитываем

$$\Delta m = 1 \cdot 1{,}007 + 1 \cdot 1{,}009 - 2{,}0136 = 0{,}0024 \text{ а.е.м.}$$

Массы протона $m_p$ и нейтрона $m_n$ в атомных единицах взяты из Приложения. Теперь вычисляем (с учетом единиц измерения) энергию связи:

$$\Delta E_{св} = 0{,}0024 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16} / 1{,}6 \cdot 10^{-19} = 2{,}241 \cdot 10^{6} \text{ эВ} = 2{,}241 \text{ МэВ}.$$

Ответ: $\Delta E_{св}$ = 2,241 МэВ.

14. В результате взаимодействия ядра дейтерия, масса которого $m_D = 2{,}014$ а.е.м., с ядром трития ($m_T = 3{,}016$ а.е.м.) образуется ядро атома гелия ($m_{He} = 4{,}001$ а.е.м.) и нейтрон. Какая энергия выделяется при этой термоядерной реакции? Ответ дать в мегаэлектронвольтах. Учесть, что 1 а.е.м. соответствует энергия 931 МэВ.

| |
|---|
| Дано: |
| $m_D = 2{,}014$ а.е.м. |
| $m_T = 3{,}016$ а.е.м. |
| $m_{He} = 4{,}001$ а.е.м. |
| 1 а.е.м = 931 МэВ |
| Найти: |
| $W$ = ? (МэВ) |

Решение:

Данная термоядерная реакция записывается в виде:

$$^{2}_{1}D + ^{3}_{1}T \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{1}_{0}n.$$

Энергию ядерной реакции можно найти по правилу

$$W = c^2 \cdot \left[\left(m_D + m_T\right) - \left(m_{He} + m_n\right)\right].$$

Однако, в отличие от предыдущих задач, расчет здесь значительно облегчен заданием переводного множителя между атомными единицами массы и мегаэлектронвольтами. Поэтому сначала вычисляем в а.е.м. комбинацию масс продуктов реакции

$$[(m_D + m_T) - (m_{He} + m_n)] =$$
$$= [(2{,}014 + 3{,}016) - (4{,}001 + 1{,}009)] = 0{,}02 \text{ а.е.м.},$$

а затем просто умножаем полученное число на переводной множитель:

$$W = 931 \cdot 0{,}02 = 18{,}62 \text{ МэВ}.$$

Ответ: $W$ = 18,62 МэВ