

Вопросы к коллоквиуму 1

Тема: Основные элементарные функции

Охарактеризуйте свойства функции по плану.

- Запишите формулу, аналитически задающую $f(x)$.
- Название функции.
- Название графика (если есть название).
- Область определения D_f .
- Область значений E_f .
- Дополнительная информация: чётность/нечётность/функция общего вида, периодичность, нули функции.
- График функции.

- | | | |
|-------------------------|---------------------------------|------------------------------------|
| 1. $f(x) = x$ | 2. $f(x) = x^2$ | 3. $f(x) = x^3$ |
| 4. $f(x) = \frac{1}{x}$ | 5. $f(x) = \sqrt{x}$ | 6. $f(x) = \sin x$ |
| 7. $f(x) = \cos x$ | 8. $f(x) = \operatorname{tg} x$ | 9. $f(x) = \operatorname{arctg} x$ |
| 10. $f(x) = e^x$ | 11. $f(x) = \lg x$ | 12. $f(x) = \ln x$ |

Тема: Основные объекты математики

13. Понятие множества. Поясните смысл утверждения: «Множество A задано». Какие способы задания множеств знаете? Приведите примеры.
14. Что означают следующие записи $a \in A$, $a \notin A$, $A \subset B$, $A \subseteq B$, \emptyset ? Приведите примеры использования указанных символов. Какие два множества называются равными?
15. Охарактеризуйте множества \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{I} , \mathbb{R} . Запишите формулы, представляющие связи между этими множествами?
16. Какие числа называются мнимыми? Что такое мнимая единица? Как записывают мнимые числа? Охарактеризуйте множество \mathbb{C} . Поясните отличие мнимых чисел от комплексных.
17. Дайте определение декартова произведения двух множеств. Приведите примеры.

18. Дайте определения объединения, пересечения, разности двух множеств. Изобразите диаграммы Эйлера-Венна для указанных операций.
19. Дайте определение матрицы размера $m \times n$. Прямоугольная матрица. Понятие главной диагонали. Виды прямоугольных матриц с примерами. Арифметический вектор.
20. Дайте определение матрицы размера $m \times n$. Квадратная матрица. Понятия главной и побочной диагоналей. Виды квадратных матриц с примерами.
21. Покажите, как вводится понятие определителя на примере решения СЛАУ из двух уравнений с двумя неизвестными.
22. Для каких матриц вводится понятие определителя? Запишите в общем виде разложение определителя третьего порядка по первой строке. Приведите примеры.
23. Понятие системы линейных алгебраических уравнений. Запишите систему в матричной форме. Запишите формулы Крамера для СЛАУ из двух уравнений с двумя неизвестными.
24. Понятия уравнения и его корней. Классификация уравнений.

Тема: Алгебра геометрических векторов

25. Как устроена правая декартова система координат на плоскости и в пространстве? Понятие базиса. Назовите оси.
26. Определение геометрического вектора, его модуля и нулевого вектора. Определение равных векторов. Понятие свободного вектора.
27. Определение и свойства операции сложения геометрических векторов. Определение и свойства операции умножения геометрического вектора на число. Обсудить случаи умножения на 1, -1 , 0. Как найти координаты векторов $\mathbf{c} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$, $\mathbf{d} = \lambda \cdot \mathbf{a}$ ($\lambda \in \mathbb{R}$), если известны координаты векторов \mathbf{a} и \mathbf{b} ?
28. Понятие координат вектора. Формы записи координат вектора. Геометрическое истолкование координат вектора. Как найти координаты вектора, зная координаты его начала и конца?
29. Понятие радиуса-вектора точки. Понятие координат точки. Как найти координаты середины отрезка, если известны координаты его концов?
30. Как построить проекцию точки на ось и проекцию вектора на ось на плоскости и в пространстве? Как вычислить проекцию вектора \mathbf{a} на ось, определяемую вектором \mathbf{b} ?

31. Определение скалярного произведения геометрических векторов и его свойства. Как вычислить скалярное произведение, если известны координаты двух векторов?
32. Применение скалярного произведения: модуль вектора, угол между двумя векторами, проекция одного вектора на ось, определяемую другим вектором.
33. Понятие орта вектора. Как найти координаты орта вектора? Геометрическое истолкование координат орта вектора. Дайте определение направляющих косинусов вектора. Как их найти? Как найти углы, которые образует вектор с осями координат?
34. Какие два вектора называются коллинеарными? Как определить коллинеарны векторы или нет? Какие два вектора называются ортогональными? Как определить ортогональны векторы или нет?
35. Понятие левой и правой тройки векторов. Приведите примеры. Связь с декартовой системой координат. Определение векторного произведения геометрических векторов.
36. Свойства векторного произведения. Геометрический смысл модуля векторного произведения. Формула вычисления векторного произведения $[\mathbf{a}, \mathbf{b}]$, если известны декартовы координаты векторов. Уметь раскладывать определитель по первой строке.