

## ТЕРМОДИНАМИКА

### ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. Работа внешних сил по сжатию газа в 10 раз меньше увеличения внутренней энергии газа. Определить работу по сжатию, если к газу подведено 810 Дж теплоты. Ответ дать в единицах СИ.

Дано:

$$\eta = \Delta U / A' = 10$$

$$Q = 810 \text{ Дж}$$

Найти:

$$A' = ?$$

Решение:

Поскольку работа, совершаемая при сжатии газа, отрицательна, удобно записать первое начало термодинамики в виде (2.2.4) через работу  $A'$  внешних сил:  $\Delta U = Q + A'$ . Поделив это выражение на  $A'$ , получим:

$$\eta - 1 = Q / A'.$$

$$\text{Выразим } A': \quad A' = Q / (\eta - 1) = 810 / 9 = 90 \text{ Дж.}$$

$$\text{Ответ: } A' = 90 \text{ Дж.}$$

2. Идеальному одноатомному газу массой 0,4 кг при изохорическом процессе сообщили количество теплоты 2493 Дж. На сколько градусов увеличится при этом температура газа? Молярная масса газа равна 0,04 кг/моль.

Дано:

$$m = 0,4 \text{ кг}$$

$$V = \text{const}$$

$$Q = 2493 \text{ Дж}$$

$$\mu = 0,04 \text{ кг/моль}$$

Найти:

$$\Delta T = ?$$

Решение:

Запишем первое начало термодинамики в общем виде:  $Q = \Delta U + A$ . Для изохорического процесса ( $\Delta V = 0$ ) работа газа равна нулю  $A = 0$ . Тогда,  $Q = \Delta U$ . Изменение внутренней энергии идеального одноатомного газа ( $i = 3$ ):

$$\Delta U = (3/2)(m/\mu)R\Delta T.$$

Приравнявая это выражение  $Q$ , и выражая изменение температуры, получим:

$$\Delta T = 2\mu Q / 3mR = 2 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cdot 2493 / (3 \cdot 0,4 \cdot 8,31) = 20 \text{ К.}$$

$$\text{Ответ: } \Delta T = 20 \text{ К.}$$

3. Кислород массой 320 г нагревают при постоянном давлении на 20 К. Какую работу совершает газ в этом процессе? Ответ дать в единицах СИ.

Дано:

$$m = 0,32 \text{ кг}$$

$$p = \text{const}$$

$$\Delta T = 20 \text{ К}$$

$$\mu = 0,032 \text{ кг/моль}$$

Найти:

$$A = ?$$

Решение:

Работа при изобарическом процессе равна  $A = p\Delta V = p(V_2 - V_1)$ . Запишем уравнения состояния идеального газа (уравнение Менделеева–Клапейрона) до и после нагревания:

$$pV_1 = (m/\mu)RT_1, \quad pV_2 = (m/\mu)RT_2.$$

Вычитая из второго уравнения первое,

получим:

$$A = p(V_2 - V_1) = (m/\mu)R(T_2 - T_1) = (m/\mu)R\Delta T.$$

Взяв из приложения 1 значение молярной массы кислорода, произведём вычисления:

$$A = (0,32/0,032) \cdot 8,31 \cdot 20 = 1662 \text{ Дж.}$$

$$\text{Ответ: } A = 1662 \text{ Дж.}$$

4. Определить молярную теплоёмкость одноатомного идеального газа при изобарическом процессе. Ответ дать в единицах СИ.

Дано:

$$p = \text{const}$$

Найти:

$$c_{\mu p} = ?$$

Решение:

Согласно определению молярной теплоёмкости:  $c_{\mu} = Q/\nu\Delta T$ . Для нахождения  $Q$ , запишем первое начало термодинамики в общем виде:  $Q = \Delta U + A$ .

Изменение внутренней энергии идеального одноатомного газа ( $i = 3$ ):

$$\Delta U = (3/2)\nu R\Delta T.$$

В предыдущей задаче было найдено выражение для работы через изменение температуры:  $A = p(V_2 - V_1) = \nu R(T_2 - T_1) = \nu R\Delta T$ .

Подставляя выражения для  $\Delta U$  и  $A$  в первое начало термодинамики, получим:  $Q = (3/2)\nu R\Delta T + \nu R\Delta T = (5/2)\nu R\Delta T$ . Для молярной теплоёмкости выражение примет вид:

$$c_{\mu} = (5/2)R = 2,5 \cdot 8,31 = 20,775 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}.$$

$$\text{Ответ: } c_{\mu} = 20,775 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}.$$

5. Идеальная тепловая машина за один цикл совершает работу 200 Дж и отдаёт холодильнику 400 Дж. Во сколько раз температура нагревателя этой машины больше температуры холодильника.

Дано:

$$A = 200 \text{ Дж}$$

$$Q_X = 400 \text{ Дж}$$

Найти:

$$T_H/T_X = ?$$

Решение:

Запишем общее выражение для КПД тепловой машины:  $\eta = A/Q_H$ . Теплоту  $Q_H$ , получаемую рабочим телом от нагревателя, можно найти из закона сохранения энергии  $A = Q_H - Q_X$ . Тогда выражение для КПД тепловой машины приобретает вид:  $\eta = A/(A + Q_X)$ . С другой стороны, КПД идеальной тепловой машины может быть найдено через температуры нагревателя и холодильника:

$$\eta = 1 - T_X/T_H.$$

Приравняв оба выражения, выразим величину:

$$T_X/T_H = 1 - A/(A + Q_X) = Q_X/(A + Q_X).$$

В итоге,  $T_H/T_X = (A + Q_X)/Q_X = (200 + 400)/400 = 1,5$  раза.

Ответ:  $T_H/T_X = 1,5$ .

6. КПД плавильной печи равен 20 %. Сколько угля надо сжечь, чтобы нагреть 3 тонны чугуна от 50 °С до температуры плавления 1150 °С? Удельная теплоёмкость чугуна 600 Дж/(кг·К), удельная теплота сгорания угля 30 МДж/кг. Ответ дать в единицах СИ.

Дано:

$$\eta = 0,2$$

$$m = 3 \cdot 10^3 \text{ кг}$$

$$T_1 = 323 \text{ К}$$

$$T_2 = 1423 \text{ К}$$

$$c_{\text{уд}} = 600 \text{ Дж/(кг·К)}$$

$$q = 3 \cdot 10^7 \text{ Дж/кг}$$

Найти:

$$m_{\text{уг}} = ?$$

Решение:

КПД плавильной печи  $\eta$  определяется как отношение полезной теплоты  $Q_{\text{П}}$  к затраченной  $Q_3$ :  $\eta = Q_{\text{П}}/Q_3$ .

Полезная теплота это энергия, пошедшая на нагревание чугуна:  $Q_{\text{П}} = c_{\text{уд}} m (T_2 - T_1)$ . Затраченная теплота это энергия, выделившаяся при сгорании угля:  $Q_3 = q m_{\text{уг}}$ .

Подставляя эти выражения в формулу КПД, и выражая массу угля, получим:  $m_{\text{уг}} = c_{\text{уд}} m (T_2 - T_1) / \eta q$ . После подстановки численных значений, имеем:

$$m_{\text{уг}} = 600 \cdot 3 \cdot 10^3 \cdot 1100 / (0,2 \cdot 3 \cdot 10^7) = 330 \text{ кг}.$$

Ответ:  $m_{\text{уг}} = 330 \text{ кг}$ .

7. Для охлаждения 1 кг воды, взятой при температуре 34 °С, положили в воду 0,5 кг льда при 0 °С. Сколько льда растаяло к тому моменту, когда температура воды понизилась до 0 °С? Удельная теплоёмкость воды 4,2 кДж/(кг·К), удельная теплота плавления льда составляет 340 кДж/кг. Ответ дать в СИ.

Дано:

$$m = 1 \text{ кг}$$

$$T_1 = 307 \text{ К}$$

$$T_2 = 273 \text{ К}$$

$$c_{\text{уд}} = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$$

$$\lambda = 3,4 \cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{кг}$$

Найти:

$$\Delta m_{\text{Л}} = ?$$

Решение:

Теплота, выделившаяся при охлаждении воды:  $Q_B = c_{\text{уд}}m(T_1 - T_2)$ .

Теплота, необходимая для плавления массы  $\Delta m_{\text{Л}}$  льда, находится по формуле:  $Q_{\text{Л}} = \lambda \Delta m_{\text{Л}}$ . Из закона сохранения энергии для изолированных систем, следует уравнение теплового баланса:  $Q_B = Q_{\text{Л}}$ . Отсюда, выражая массу растаявшего льда,

получим:

$$\Delta m_{\text{Л}} = c_{\text{уд}}m(T_1 - T_2)/\lambda = 4200 \cdot 1 \cdot 34 / 3,4 \cdot 10^5 = 0,42 \text{ кг}.$$

$$\text{Ответ: } \Delta m_{\text{Л}} = 0,42 \text{ кг}.$$

8. Некоторое количество идеального одноатомного газа участвует в процессе, в ходе которого сначала давление газа изохорически увеличили в  $n = 2$  раза, а затем его объем изобарически увеличили в  $k = 3$  раза. Какое количество теплоты сообщают газу в указанном процессе? Начальное давление и объем газа равны  $p_0 = 10^5 \text{ Па}$  и  $V_0 = 100 \text{ л}$  соответственно. Ответ дать в килоджоулях.

Дано:

$$V = \text{const}$$

$$n = p_1/p_0 = 2$$

$$p = \text{const}$$

$$k = V_1/V_0 = 3$$

$$p_0 = 10^5 \text{ Па}$$

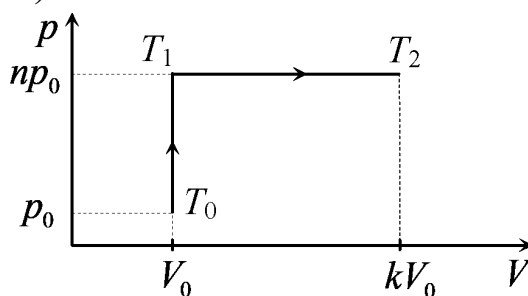
$$V_0 = 0,1 \text{ м}^3$$

Найти:

$$Q = ?$$

Решение:

Построим график процесса в координатах  $pV$  (см. рисунок).



Запишем первое начало термодинамики в общем виде:  $Q = \Delta U + A$ . Полное изменение внутренней энергии идеального одноатомного газа в ходе процесса:

$\Delta U = (3/2)\nu R\Delta T = (3/2)\nu R(T_2 - T_0)$ , где  $T_0$  – начальная температура газа,  $T_2$  – температура газа в конце изобарического процесса. Работа при изохорическом процессе равна  $A = 0$ . Работа газа при изобарическом процессе равна  $A = p_1(V_1 - V_0)$ .

Для нахождения температур  $T_0$  и  $T_2$  запишем уравнения состояния идеального газа:  $p_0V_0 = \nu RT_0$ ,  $p_1V_1 = \nu RT_2$ . Выражая отсюда температуры и подставляя их в формулу для изменения внутренней энергии, получим:  $\Delta U = (3/2)(p_1V_1 - p_0V_0)$ .

С учётом  $p_1 = np_0$ ,  $V_1 = kV_0$ , первое начало термодинамики примет вид:

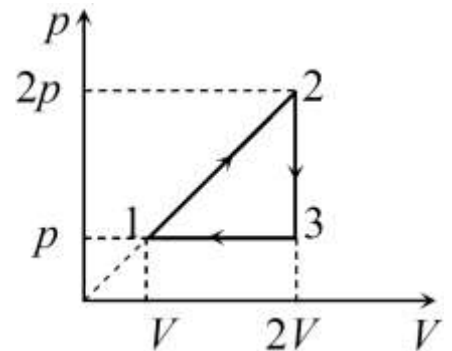
$$Q = (3/2)(p_1V_1 - p_0V_0) + p_1(V_1 - V_0) = \\ = (3/2)(nk \cdot p_0V_0 - p_0V_0) + np_0(kV_0 - V_0).$$

Окончательное выражение для искомого количества теплоты:

$$Q = p_0V_0[(5/2)nk - 3/2 - n] = \\ = 10^5 \cdot 0,1 \cdot [2,5 \cdot 6 - 1,5 - 2] = 1,15 \cdot 10^5 \text{ Дж} = 115 \text{ кДж}.$$

Ответ:  $Q = 115 \text{ кДж}$ .

9. С одноатомным идеальным газом происходит циклический процесс 1–2–3–1, график зависимости давления от объема для которого приведен на рисунке. Процесс 2–3 – изохорический, процесс 3–1 – изобарический, на участке 1–2 давление является линейной функцией объема, причем продолжение прямой 1–2 проходит через начало координат. Найти КПД этого процесса. Ответ дать в процентах.



Дано:

$$p_1 = p_3 = p$$

$$p_2 = 2p$$

$$V_1 = V$$

$$V_2 = V_3 = 2V$$

Найти:

$$\eta = ? (\%)$$

Решение:

Ответим сначала на вопрос о том, на каких участках процесса газ контактирует с нагревателем, на каких с холодильником. В процессе 1–2 газ расширяется, и, следовательно, совершает положительную работу:  $A_{1-2} > 0$ . В этом процессе растет его температура (это можно увидеть из применения закона Менделеева–Клапейрона к состояниям 1 и 2), и потому растет его внутренняя энергия  $\Delta U_{1-2} > 0$ . Поэтому из первого закона термодинамики заключаем, что  $Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} + A_{1-2} > 0$ , и, следовательно, газ контактировал с нагревателем.

В процессе 2–3 не меняется объем газа, и значит, газ не совершает работу:  $A_{2-3} = 0$ . Температура газа в этом процессе уменьшается пропорционально давлению, поэтому  $\Delta U_{2-3} < 0$ . Следовательно, в процессе 2–3 газ отдавал тепло  $Q_{2-3} = \Delta U_{2-3} < 0$ , т.е. контактировал с холодильником.

В процессе 3–1 уменьшается объем газа, и значит, над газом совершается работа сторонних сил:  $A_{3-1} < 0$ . Температура газа в этом процессе уменьшается пропорционально объёму, поэтому  $\Delta U_{3-1} < 0$ . В итоге,  $Q_{3-1} < 0$ , и следовательно газ контактировал с холодильником.

Найдем теперь количество теплоты, полученное газом от нагревателя в течение цикла:  $Q_{\text{н}} = Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} + A_{1-2}$ . (1)

Приращение внутренней энергии газа в процессе 1–2 найдем по закону Менделеева–Клапейрона, также как в предыдущей задаче:

$$\begin{aligned}\Delta U_{1-2} &= (3/2)\nu R(T_2 - T_1) = (3/2)(p_2 V_2 - p_1 V_1) = \\ &= (3/2)(2p_1 2V_1 - p_1 V_1) = (9/2)p_1 V_1,\end{aligned}$$

где  $T_2$  и  $T_1$  – температуры газа в состояниях 2 и 1.

Работу газа в процессе 1–2 найдем как площадь фигуры под графиком процесса в координатах  $p$ – $V$ . Из рисунка в условии задачи следует, что это – трапеция, поэтому  $A_{1-2} = (3/2)p_1 V_1$ .

$$\text{В итоге, из (1)} \quad Q_{\text{н}} = 6pV. \quad (2)$$

Работу газа в течение цикла найдем как площадь цикла. Поскольку цикл на графике зависимости давления от объема представляет собой прямоугольный треугольник с основанием  $V$  и высотой  $p$ , то

$$A = (1/2)pV. \quad (3)$$

Из формул (2) и (3) находим КПД цикла:

$$\eta = A/Q_{\text{н}} = 1/12 \approx 0,083 = 8,3 \, \%.$$

Ответ: $\eta = 8,3 \, \%$ .
-----------------------------

10. Смесь, состоящую из  $m_1 = 5$  кг льда и  $m_2 = 15$  кг воды при общей температуре  $t_1 = 0$  °С, нужно нагреть до температуры  $t_2 = 60$  °С пропусканием водяного пара при  $t_3 = 100$  °С. Определить необходимое количество пара  $m_{\Pi}$ . Удельная теплота плавления льда  $\lambda = 0,33$  МДж/кг. Удельная теплота парообразования воды при 100 °С  $r = 2,3$  МДж/кг. Удельная теплоёмкость воды  $c_{\text{уд}} = 4200$  Дж/(кг·К). Ответ дать в единицах СИ и округлить до сотых долей.

Дано:

$$m_1 = 5 \text{ кг}$$

$$m_2 = 15 \text{ кг}$$

$$T_1 = 273 \text{ К}$$

$$T_2 = 333 \text{ К}$$

$$T_3 = 373 \text{ К}$$

$$\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$$

$$r = 2,3 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$$

$$c_{\text{уд}} = 4200 \text{ Дж/(кг·К)}$$

Найти:

$$m_{\Pi} = ?$$

Решение:

Теплота, выделившаяся при конденсации пара, а затем при охлаждении получившейся из пара воды до температуры  $T_2$ , будет равна:  
 $Q_{\Pi} = r m_{\Pi} + c_{\text{уд}} m_{\Pi} (T_3 - T_2).$

Теплота, необходимая для плавления льда массой  $m_1$ , а затем для нагревания получившейся из льда воды до температуры  $T_2$ , будет равна:

$$Q_{\text{Л}} = \lambda m_1 + c_{\text{уд}} m_1 (T_2 - T_1).$$

Теплота, необходимая для нагревания воды массой  $m_2$  до температуры  $T_2$ , будет равна:

$$Q_{\text{В}} = c_{\text{уд}} m_2 (T_2 - T_1).$$

Из закона сохранения энергии для изолированных систем, следует уравнение теплового баланса:

$$Q_{\Pi} = Q_{\text{В}} + Q_{\text{Л}},$$

$$m_{\Pi} [r + c_{\text{уд}} (T_3 - T_2)] = m_1 \lambda + (m_1 + m_2) c_{\text{уд}} (T_2 - T_1).$$

Отсюда, выражая массу пара, получим:

$$\begin{aligned} m_{\Pi} &= [m_1 \lambda + (m_1 + m_2) c_{\text{уд}} (T_2 - T_1)] / [r + c_{\text{уд}} (T_3 - T_2)] = \\ &= [5 \cdot 3,3 \cdot 10^5 + 20 \cdot 4200 \cdot 60] / [2,3 \cdot 10^6 + 4200 \cdot 40] = \\ &= [1,65 \cdot 10^6 + 5,04 \cdot 10^6] / 2,468 \cdot 10^6 = 6,69 / 2,468 = 2,71 \text{ кг}. \end{aligned}$$

Ответ:  $m_{\Pi} = 2,71$  кг.