

Определение C_p/C_v по скорости звука в газе (2.1.3)

Иван Едигарьев,¹ 526т

¹Факультет Общей и Прикладной Физики,
Московский Физико-Технический Институт

Цель работы: 1) измерение частоты колебаний и длины волны при резонансе звуковых колебаний в газе, заполняющем трубу; 2) определение показателя адиабаты с помощью уравнения состояния идеального газа.

В работе используются: звуковой генератор ГЗ; электронный осциллограф ЭО; микрофон: телефон; раздвижная труба; теплоизолированная труба, обогреваемая водой из термостата; баллон со сжатым углекислым газом; газгольдер.

Теория

Скорость распространения звуковой волны в газах зависит от показателя адиабаты γ . На измерении скорости звука основан один из наиболее точных методов определения показателя адиабаты.

Скорость звука в газах определяется формулой:

$$c = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}},$$

где R — газовая постоянная, T — температура газа, а μ — его молярная масса.

Преобразуя эту формулу, найдем

$$\gamma = \frac{\mu}{RT} c^2 \quad (1)$$

Таким образом, для определения показателя адиабаты достаточно измерить температуру газа и скорость распространения звука (молярная масса газа предполагается известной).

Звуковая волна, распространяющаяся вдоль трубы, испытывает многократные отражения от торцов. Звуковые колебания в трубе являются наложением всех отраженных волн и, вообще говоря, очень сложны. Картина упрощается, если длина трубы L равна целому числу полуволн, то есть когда

$$L = n\lambda/2 \quad (2)$$

где λ — длина волны звука в трубе, а n — любое целое число. Если условие (2) выполнено, то волна, отраженная от торца трубы, вернувшись к её началу и вновь отраженная, совпадает по фазе с падающей. Совпадающие по фазе волны усиливают друг друга. Амплитуда звуковых колебаний при этом резко возрастает — наступает резонанс.

При звуковых колебаниях слои газа, прилегающие к торцам трубы, не испытывают смещения (узел смещения). Узлы смещения повторяются по всей длине трубы через $\lambda/2$. Между узлами находятся максимумы смещения (пучности).

Скорость звука c связана с его частотой f и длиной волны λ соотношением

$$c = \lambda f \quad (3)$$

Подбор условий, при которых возникает резонанс, можно производить двояко:

1. При неизменной частоте f звукового генератора (а следовательно, и неизменной длине звуковой волны λ) можно изменять длину трубы L . Для этого применяется раздвижная труба. Длина раздвижной трубы постепенно увеличивается, и наблюдается ряд последовательных резонансов. Возникновение резонанса легко наблюдать на осциллографе по резкому увеличению амплитуды колебаний. Для последовательных резонансов имеем

$$L_n = n \frac{\lambda}{2}, \quad L_{n+1} = (n+1) \frac{\lambda}{2}, \quad \dots, \quad L_{n+k} = n \frac{\lambda}{2} + k \frac{\lambda}{2}$$

т. е. $\lambda/2$ равно угловому коэффициенту графика, изображающего зависимость длины трубы L от номера резонанса k . Скорость звука находится по формуле (3).

2. При постоянной длине трубы можно изменять частоту звуковых колебаний. В этом случае следует плавно изменять частоту f звукового генератора, а следовательно, и длину звуковой волны λ . Для последовательных резонансов получим

$$L = \frac{\lambda_1}{2}n = \frac{\lambda_2}{2}(n+1) = \dots = \frac{\lambda_{k+1}}{2}(n+k) \quad (4)$$

Из (3) и (4) имеем

$$f_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{c}{2L}n, \quad f_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{c}{2L}(n+1) = f_1 + \frac{c}{2L}, \quad \dots,$$

$$f_{k+1} = \frac{c}{\lambda_{k+1}} = \frac{c}{2L}(n+k) = f_1 + \frac{c}{2L}k \quad (5)$$

Скорость звука, деленная на $2L$, определяется, таким образом, по угловому коэффициенту графика зависимости частоты от номера резонанса.

Экспериментальная установка

Соответственно двум методам измерения скорости звука в работе имеются две установки (рис. 1 и 2). В обеих установках звуковые колебания в трубе возбуждаются телефоном T и улавливаются микрофоном M . Мембрана телефона приводится в движение переменным током звуковой частоты; в качестве источника переменной ЭДС используется звуковой генератор ГЗ. Возникающий в микрофоне сигнал наблюдается на осциллографе ЭО.

Микрофон и телефон присоединены к установке через тонкие резиновые трубки. Такая связь достаточна для возбуждения и обнаружения звуковых колебаний в трубе и в то же время мало возмущает эти колебания: при расчетах оба торца трубы можно считать неподвижными, а влиянием соединительных отверстий пренебречь.

Первая установка (рис. 1) содержит раздвижную трубу с миллиметровой шкалой. Через патрубок (на рисунке не показан) труба может наполняться воздухом или углекислым газом из газгольдера. На этой установке производятся измерения γ для воздуха и для CO_2 . Вторая установка (рис. 2) содержит теплоизолированную трубу постоянной длины. Воздух в трубе нагревается водой из термостата. Температура газа принимается равной температуре омывающей трубу воды. На этой установке измеряется зависимость скорости звука от температуры.

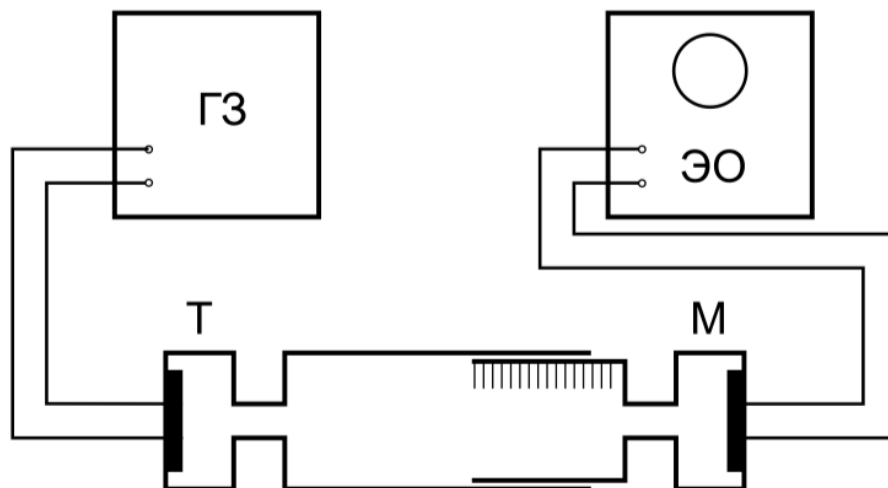


Рис. 1. Установка для измерения скорости звука при помощи раздвижной трубы

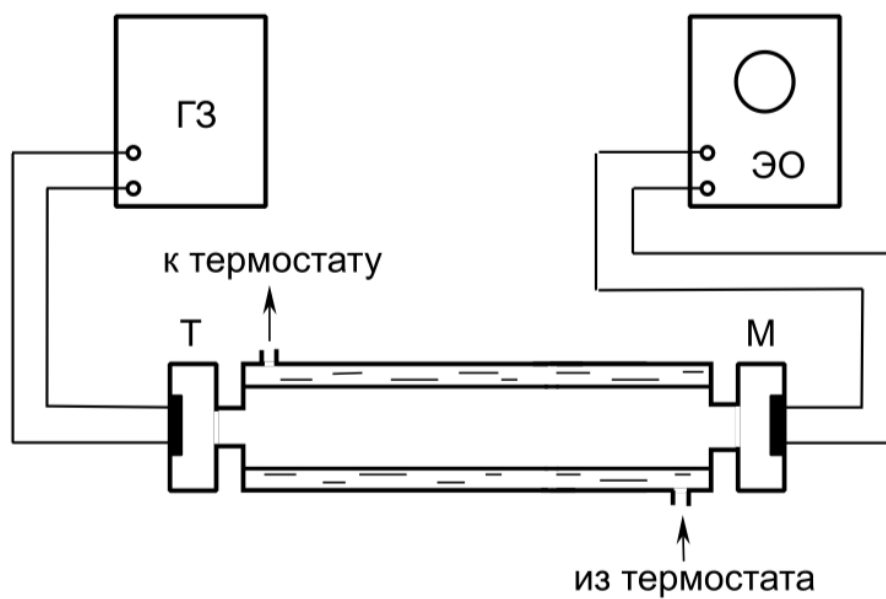


Рис. 2. Установка для изучения зависимости скорости звука от температуры

Ход работы и задание

1. Включите в сеть электронный осциллограф ЭО и звуковой генератор ГЗ и дайте им прогреться 5-7 минут. После этого включите тумблер «Луч» и ручками управления осциллографа добейтесь того, чтобы на экране была видна линия, прочерченная электронным лучом. Установите нулевое значение шкалы частот звукового генератора (только для генератора ГЗ-18). Для этого лимбы «Частота» и «Расстройка» установите на нуль и вращением ручки «Установка нуля» добейтесь того, чтобы стрелка вольтметра остановилась на нуле. Время от времени проверяйте, не сбилась ли установка нуля.

2. Подберите напряжение на выходе генератора так, чтобы при резонансе на осциллографе наблюдались колебания достаточной амплитуды. Остановите картину на осциллографе. Убедитесь в том, что колебания имеют неискаженную синусоидальную форму. Если форма колебаний искажена, уменьшайте амплитуду сигнала, поступающего с генератора, пока искажения не прекратятся.

3. Измерения на первой установке (рис. 1).

а) Исходя из примерного значения скорости звука (300 м/с), рассчитайте, в каком диапазоне частот следует вести измерения, чтобы при удлинении трубы можно было наблюдать 2–5 резонансов.

б) Используя многоходовый или кнопочный кран, продуйте трубу воздухом (в ней мог остаться углекислый газ). Плавно изменяя длину трубы, последовательно пройдите через все доступные для наблюдения точки резонанса. Повторите измерения при других частотах (всего 4–6 различных значений частоты). Для каждого резонанса измерьте соответствующее удлинение трубы. Проведите измерения, сначала увеличивая длину трубы, а затем уменьшая ее.

в) Изобразите полученные результаты на графике, откладывая по оси абсцисс номер k последовательного резонанса, а по оси ординат — соответствующее удлинение трубы $L_{n+k} - L_n$. Через точки, полученные при одном и том же значении частоты, проведите наилучшую прямую. Угловой коэффициент прямой определяет длинуполуволны.

По графику оцените ошибку измерения $\lambda/2$. Вычислите значение скорости звука и оцените точность полученного результата. (Ошибка в градуировке шкалы частот генератора не превосходит половины минимального деления шкалы.) Сопоставьте значения скорости звука, измеренные на разных частотах. Находятся ли эти значения в согласии друг с другом? Найдите наилучшее значение скорости звука, используя все результаты измерений.

г) Измерьте скорость звука в углекислом газе. Перед началом измерений продуйте трубу углекислым газом. Для этого при открытом кране подвижную часть трубы следует несколько раз медленно выдвинуть и затем резко вдвинуть в трубу. Температура газа равна комнатной. Измерять резонансные максимумы нужно при открытом кране CO_2 и при медленных перемещениях подвижной части трубы как внутрь, так и наружу.

По окончании этих измерений подвижную часть трубы оставьте во вставленном состоянии и проведите измерения резонансных максимумов при увеличении и затем при уменьшении частоты. Обработайте полученные данные и сравните результаты с полученными при изменении длины трубы.

4. Измерения на второй установке (рис. 2).

а) Измерьте скорость звука в трубе постоянной длины. Плавноразвивая частоту генератора, получите ряд последовательных резонансных значений частоты, отмечая момент резонанса по увеличению амплитуды колебаний на экране осциллографа.

Убедитесь в повторяемости результатов, производя измерения при уменьшении частоты.

б) Полученные результаты изобразите на графике, откладывая по оси абсцисс номер резонанса k , а по оси ординат — разность между частотой последующих резонансов и частотой первого резонанса: $f_{k+1} - f_1$. Через полученные точки проведите наилучшую прямую. Угловой коэффициент прямой определяет величину $c/2L$ (5). Вычислите значение скорости звука. Оцените ошибку измерения.

в) Включите термостат. Повторите измерения пп. а) и б) еще при трех значениях температуры в интервале от комнатной до 80°C . Найдите скорость звука при каждом выбранном значении температуры.

5. Вычислите значение $\gamma = C_p/C_v$ по формуле (1). Оцените ошибку измерений.

Измерения

1) Измерения на первой установке:

а) Длина трубы: $L_{min} = 700$ см

Максимальное удлинение длины трубы: $\Delta L = 23$ см

Комнатная температура: $T = 285$

Приблизительное вычисление диапазона частот в котором можно наблюдать

от 2 до 5 резонансов: $[2 * c/2\Delta L; 5 * c/2\Delta L] = [1304, 3260]$ Hz

б) Измерения:

CO_2 :

f, Hz	l_1, cm	l_2, cm	l_3, cm	l_4, cm	l_5, cm
1300	3.8	14.7	—	—	—
1835	1.0	9.4	17.9	—	—
2244	1.5	8.1	15.1	22.0	—
3404	0.3	4.9	9.7	14.6	19.4

'—' - резонанс не наблюдался

Воздух:

f, Hz	l_1, cm	l_2, cm	l_3, cm	l_4, cm	l_5, cm
1300	8.6	21.6	—	—	—
2405	2.9	10.5	17.5	—	—
2841	3.5	9.6	15.6	21.8	—
3418	1.3	6.2	11.5	16.4	21.4

'—' - резонанс не наблюдался

2) Измерения на второй установке:

а) Длина трубы: $L = 800$ см

б) Измерения:

T, K	$f_{\lambda/2}, Hz$	f_{λ}, Hz	$f_{3\lambda/2}, Hz$	$f_{2\lambda}, Hz$	$f_{5\lambda/2}, Hz$	$f_{3\lambda}, Hz$	$f_{7\lambda/2}, Hz$	$f_{4\lambda}, Hz$
25.3	217	430	652	870	1090	1300	1516	1742
35.2	213	455	666	882	1040	1300	1508	1725
45.1	208	452	680	902	1130	1345	1580	1797
55.0	205	462	695	923	1144	1373	1590	1826

Обработка и Результаты

1) а) Отнормируем все измерения относительно первого:

CO_2 :

f, Hz	$\Delta l_{k=0}, cm$	$\Delta l_{k=1}, cm$	$\Delta l_{k=2}, cm$	$\Delta l_{k=3}, cm$	$\Delta l_{k=4}, cm$
1300	0.0	10.9	—	—	—
1835	0.0	8.4	16.9	—	—
2244	0.0	6.6	13.6	20.0	—
3404	0.0	4.6	9.4	14.3	19.1

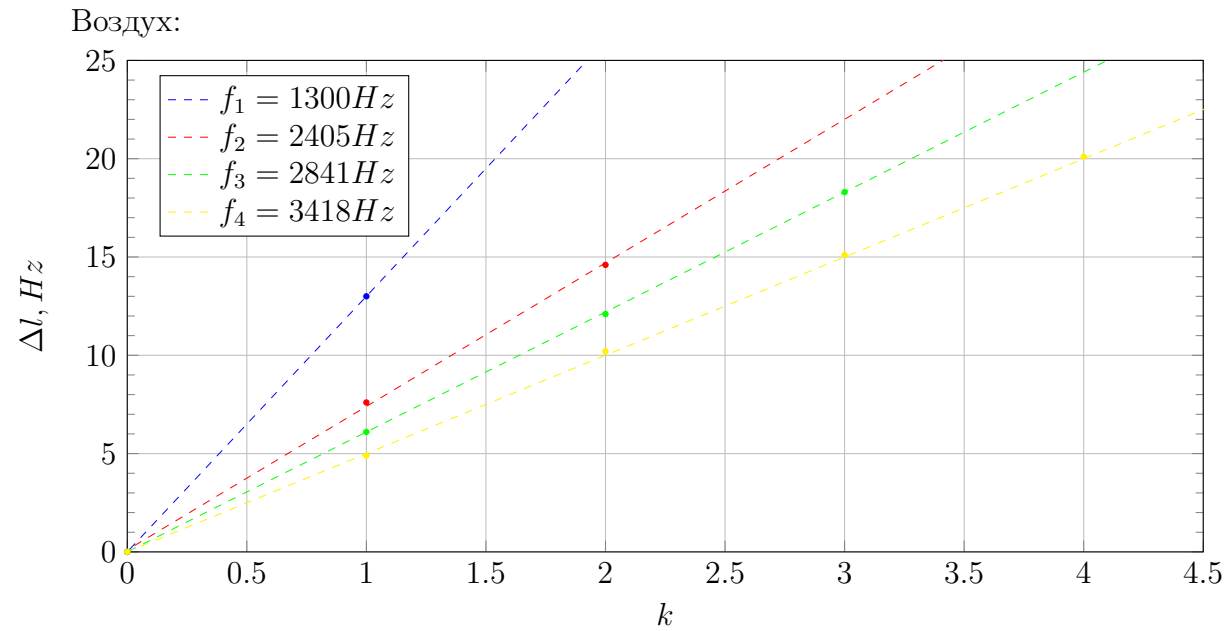
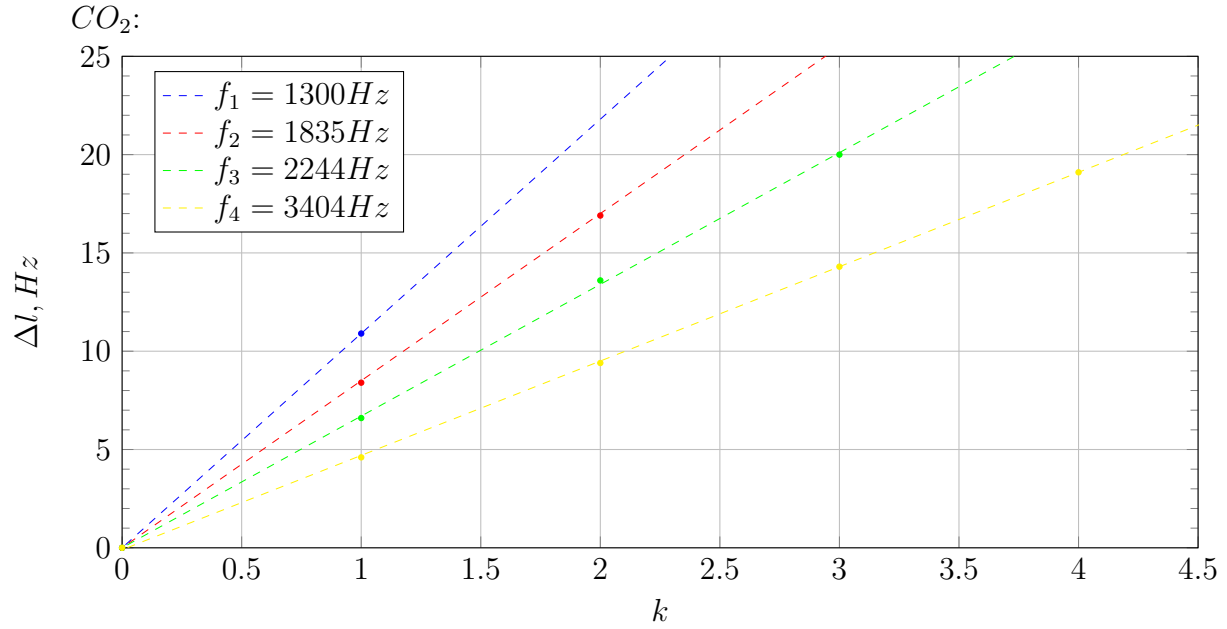
'—' - резонанс не наблюдался

Воздух:

f, Hz	$\Delta l_{k=0}, cm$	$\Delta l_{k=1}, cm$	$\Delta l_{k=2}, cm$	$\Delta l_{k=3}, cm$	$\Delta l_{k=4}, cm$
1300	0.0	13.0	—	—	—
2405	0.0	7.6	14.6	—	—
2841	0.0	6.1	12.1	18.3	—
3418	0.0	4.9	10.2	15.1	20.1

'—' - резонанс не наблюдался

б) Построим графики для CO_2 и воздуха. Далее применим регрессионный анализ и получим соответствующие значения весов для аппроксимирующей функции. На основе этих данных вычислим значения показателя адиабаты для каждой из частот.



CO_2 :

f, Hz	w_0	w_1, Hz	σ_{w_0}	$\sigma_{w_1, Hz}$	χ	$\sigma_{\Delta l, cm}$	σ_k	$c, m/s$	$\sigma_c, m/s$	γ	σ_γ
1300	0.0	10.9	0.0	0.1	0.00	0.1	0	283	3	1.43	0.03
1835	0.0	8.5	0.1	0.1	0.01	0.1	0	312	4	1.74	0.05
2244	0.0	6.7	0.2	0.2	0.03	0.1	0	300	9	1.61	0.10
3404	-0.1	4.8	0.2	0.2	0.02	0.1	0	326	14	1.90	0.16

Воздух:

f, Hz	w_0	w_1, Hz	σ_{w_0}	$\sigma_{w_1, Hz}$	χ	$\sigma_{\Delta l, cm}$	σ_k	$c, m/s$	$\sigma_c, m/s$	γ	σ_γ
1300	0.0	13.0	0.0	0.1	0.00	0.1	0	338	3	1.35	0.03
2405	0.1	7.3	0.0	0.1	0.01	0.1	0	268	5	0.85	0.04
2841	0.0	6.1	0.0	0.1	0.01	0.1	0	303	6	1.09	0.05
3418	0.0	5.0	0.0	0.1	0.01	0.1	0	342	7	1.38	0.06

Итоговый результат:

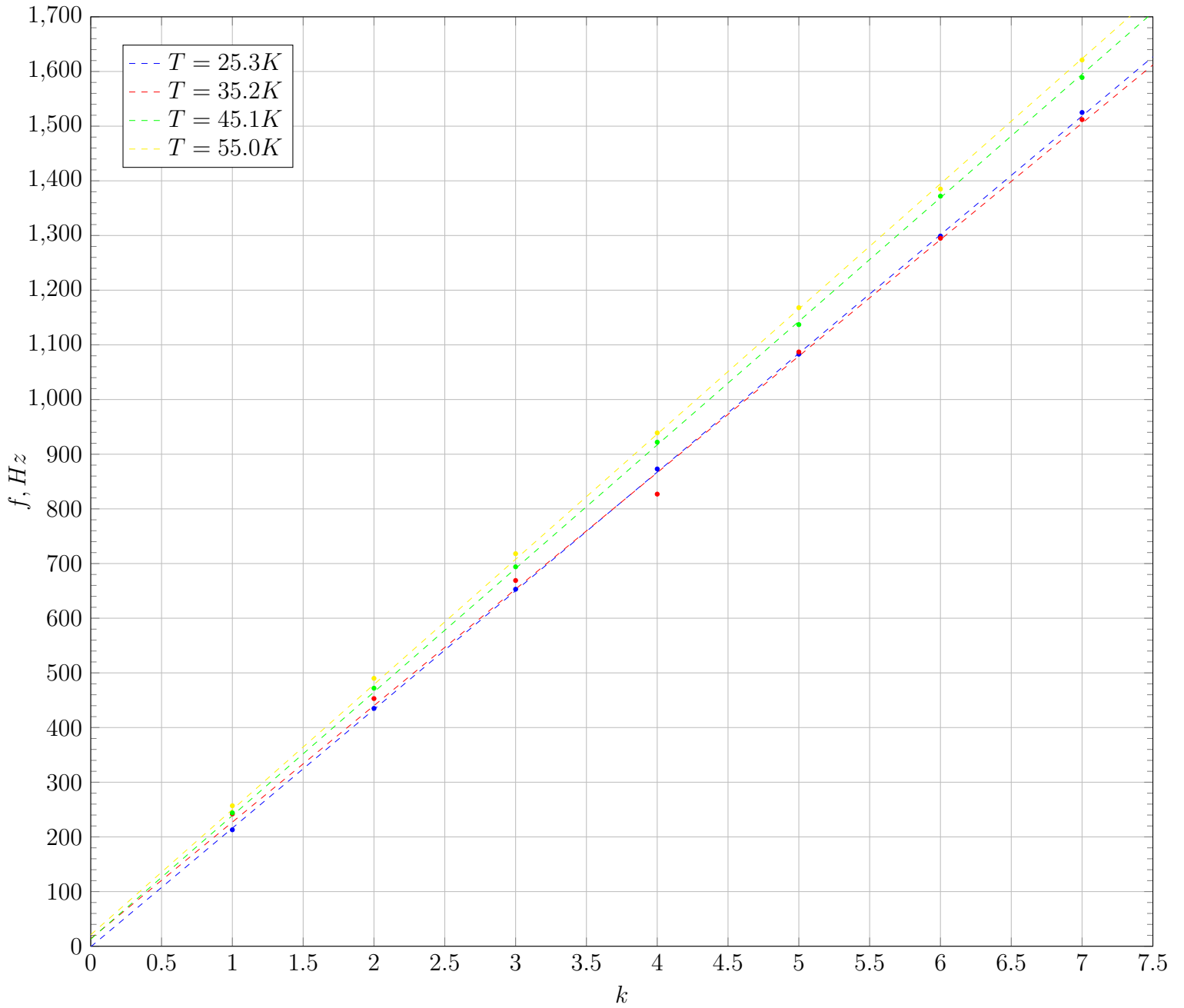
$$\gamma_{co_2} = (1.7 \pm 0.2)$$

$$\gamma_{air} = (1.2 \pm 0.1)$$

2) а) Аналогично отнормируем все измерения относительно первого:

T, K	$f_{k=0}$	$f_{k=1}, Hz$	$f_{k=2}, Hz$	$f_{k=3}, Hz$	$f_{k=4}, Hz$	$f_{k=5}, Hz$	$f_{k=6}, Hz$	$f_{k=7}, Hz$
25.3	0	213	435	653	873	1083	1299	1525
35.2	0	242	453	669	827	1087	1295	1512
45.1	0	244	472	694	922	1137	1372	1589
55.0	0	257	490	718	939	1168	1385	1621

б) Построим график. Далее аналогично применим регрессионный анализ и получим соответствующие значения весов для аппроксимирующей функции. На основе этих данных вычислим значения показателя адиабаты для каждой из температур.



$T,$	w_0	w_1, Hz	σ_{w_0}	σ_{w_1}, Hz	χ	σ_f, Hz	σ_k	$c, m/s$	$\sigma_c, m/s$	γ	σ_γ
25.3	-1	217	1	1	0.13	1	0	347	2	1.40	0.02
35.2	14	213	6	3	4.0	1	0	341	5	1.31	0.04
45.1	13	226	2	1	0.35	1	0	361	2	1.42	0.02
55.0	21	229	4	2	0.73	1	0	366	3	1.41	0.02

Итоговый результат:

$$\gamma = (1.4 \pm 0.2)$$