

Сдвиг фаз в цепи переменного тока*

Иван Едигарьев,
Московский Физико-Технический Институт
Факультет Общей и Прикладной Физики, 526т

Цель работы: изучить влияние активного сопротивления, индуктивности и ёмкости на сдвиг фаз между током и напряжением в цепи переменного тока.

В работе используются: генератор звуковой частоты (ЗГ), двухканальный осциллограф (ЭО), магазин ёмкостей, магазин сопротивлений, катушка индуктивности, резисторы, мост переменного тока.

I. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ СПРАВКА

Удобным, хотя и не очень точным прибором для измерения фазовых соотношений служит электронный осциллограф. Пусть нужно измерить сдвиг фаз между двумя напряжениями U_1 и U_2 . Подадим эти напряжения на горизонтальную и вертикальную развёртки осциллографа. Смещение луча по горизонтали и вертикали определяется выражениями:

$$x = x_0 \cos \Omega t \quad y = y_0 \cos (\Omega t + \alpha)$$

где α — сдвиг фаз между напряжениями U_1 и U_2 , а x_0 и y_0 — амплитуды напряжений, умноженные на коэффициенты усиления соответствующих каналов осциллографа. Исключив время, после несложных преобразований найдём:

$$\left(\frac{x}{x_0}\right)^2 + \left(\frac{y}{y_0}\right)^2 + \frac{2xy}{x_0 y_0} \cos \alpha = \sin^2 \alpha$$

Полученное выражение определяет эллипс, описываемый электронным лучом на экране осциллографа (рис. 1). Ориентация эллипса зависит как от искомого угла α , так и от усиления каналов осциллографа. Для расчёта сдвига фаз можно измерить отрезки $2y_{x=0}$ и $2y_0$ (или $2x_{y=0}$ и $2x_0$, на рисунке не указанные) и, подставляя эти значения в уравнение эллипса, найти

$$\alpha = \pm \arcsin \left(\frac{y_{x=0}}{y_0} \right)$$

Для правильного измерения отрезка $2y_{x=0}$ важно, чтобы центр эллипса лежал на оси y .

На практике часто используются устройства, позволяющие в широких пределах изменять фазу напряжения ($0 < \psi < \pi$). Такие устройства называются фазовращателями. Схема простого фазовращателя приведена на рис. 2. Она включает в себя два одинаковых резистора R_1 , ёмкость C и переменное сопротивление R .

Используя метод комплексных амплитуд, найдём зависимость сдвига фаз между входным напряжением $U_{\text{вх}} = U_0 \cos \Omega t$ и выходным $U_{\text{вых}}$ от соотношения между импедансами сопротивления R и ёмкости C . Для этого выразим выходное напряжение $U_{\text{вых}}$ через $U_{\text{вх}}$, параметры контура и частоту внешнего источника Ω : $U_{34} = f(U_{12}, R, C, \Omega)$.

Обозначим комплексную амплитуду входного напряжения через \hat{U}_0 . Тогда напряжение между точками 1 и 3 в силу равенства сопротивлений R_1

$$\hat{U}_{13} = \frac{\hat{U}_0}{2}.$$

Если фазу напряжения $\hat{U}_{\text{вх}}$ положить равной нулю, то \hat{U}_0 будет действительной величиной: $\hat{U}_0 = U_0$. Приняв напряжение в точке 1 равным нулю, получим амплитуду напряжения в точке 3:

$$\hat{U}_{03} = \frac{U_0}{2}.$$

Рассчитаем \hat{U}_{04} — амплитуду напряжения в точке 4. Импеданс Z последовательно соединённых сопротивления R и ёмкости C равен:

$$Z = R - \frac{i}{\Omega C}.$$

Для комплексной амплитуды тока \hat{I}_0 , проходящего через R и C , имеем

$$\hat{I}_0 = \frac{U_0}{Z} = \frac{U_0}{R - i/(\Omega C)},$$

а для комплексной амплитуды напряжения в точке 4

$$\hat{U}_{04} = \hat{I}_0 R = U_0 \frac{R}{R - i/(\Omega C)}.$$

Выходное напряжение $\hat{U}_{\text{вых}}$ равно разности напряжений в точках 3 и 4:

$$\hat{U}_{\text{вых}} = \hat{U}_{04} - \hat{U}_{03} = \hat{U}_{04} - U_0/2 = \frac{U_0}{2} \frac{R + i/(\Omega C)}{R - i/(\Omega C)}.$$

В числитель и знаменатель последнего выражения входят комплексносопряжённые величины, модули которых одинаковы, поэтому величина выходного напряжения не меняется при изменении R . Модуль $U_{\text{вых}}$ всегда равен $U_0/2$ — половине $U_{\text{вх}}$. Сдвиг

* 3.2.1

фаз между входным и выходным напряжениями равен $2 \arctg[1/(\Omega RC)]$ и меняется от π (при $R \rightarrow 0$) до 0 (при $R \rightarrow \infty$).

II. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Схема для исследования сдвига фаз между током и напряжением в цепи переменного тока представлена на рис. 3. Эталонная катушка L , магазин ёмкостей C и магазин сопротивлений R соединены последовательно и через дополнительное сопротивление r подключены к источнику синусоидального напряжения — звуковому генератору ГЗ-109.

Сигнал, пропорциональный току, снимается с сопротивления r , пропорциональный напряжению — с генератора. Оба сигнала подаются на универсальный осциллограф С1-83. Этот осциллограф имеет два канала вертикального отклонения, что позволяет одновременно наблюдать на экране два сигнала. В нашей работе это две синусоиды, смещённые друг относительно друга в зависимости от сдвига фаз между током и напряжением в цепи. На рис. 3 синусоиды на экране ЭО сдвинуты по фазе на $\pi/2$.

Схема фазовращателя, изображённая на рис. 4, содержит два одинаковых резистора R_1 , смонтированных на отдельной плате, магазин сопротивлений R и магазин ёмкостей C .

III. ЗАДАНИЕ

Данное описание даётся ссылкой на [1]. Пункты задания из [1] сохраняют свою нумерацию и в этой работе.

IV. ДАННЫЕ

Для RC -цепи построим по измеренным данным график зависимости $\psi = f(R_\Sigma)$ (График 1) и $\lg(\psi) = f(1/(\Omega CR_\Sigma))$ (График 2). Второй график выполним в логарифмической шкале ради упрощения анализа зависимости

График 1

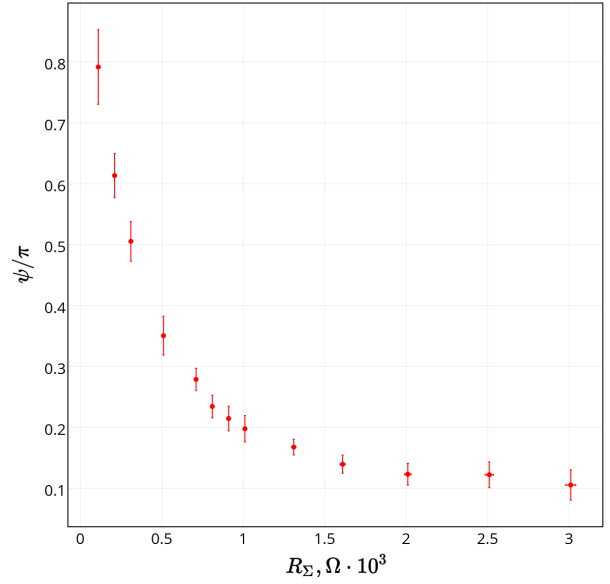
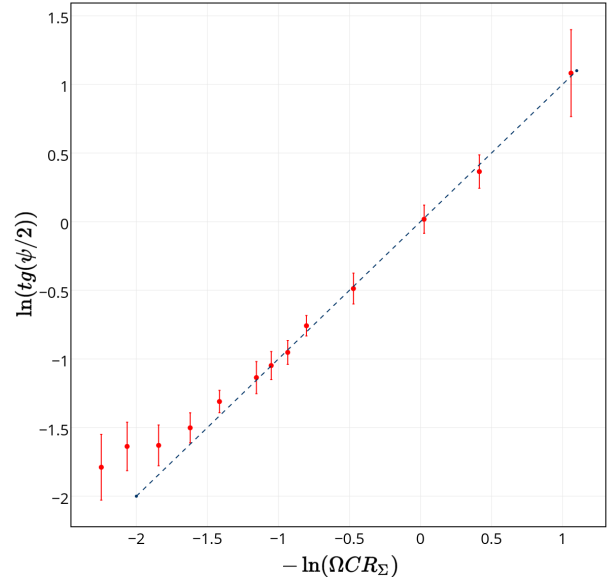


График 2



На втором графике дополнительно изображена теоретическая зависимость. По графику $\lg(\psi) = f(1/(\Omega CR_\Sigma))$ можно сказать, что теоретическая закономерность верна в рамках систематической ошибки. А также, что реактивное сопротивление цепи совпадает с сопротивлением, соответствующим сдвигу фаз $\psi = \pi/2$, равным $X_1(\Omega) = \Omega L = 314,1 \Omega$.

Проведем аналогичную процедуру теперь для RL -цепи. Построим графики, соответствующие новым зависимостям.

График 3

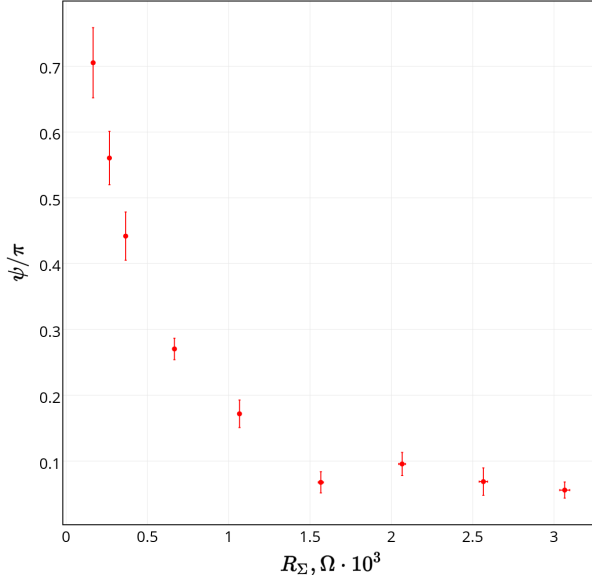
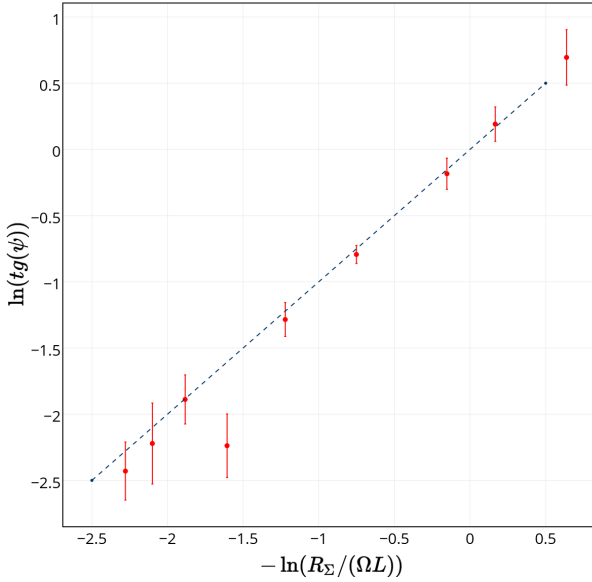


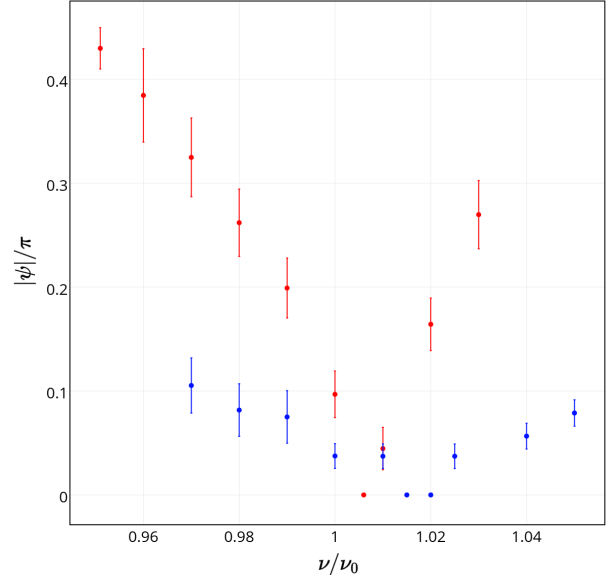
График 4



Легко видеть, что все измеренные точки согласуются с теоретической зависимостью с точностью до 95% доверительного интервала, и все, кроме одной, с точностью до 66% доверительного интервала. Аналогично реактивное сопротивление согласуется с теоретическим, что можно видеть из второго и первого графика. $X_2(\Omega) = 1/(\Omega C) = 318,3 \Omega$

Теперь построим резонансные кривые $|\psi| = f(\nu/\nu_0)$, соответствующие $R = 0$ и 100Ω .

График 5

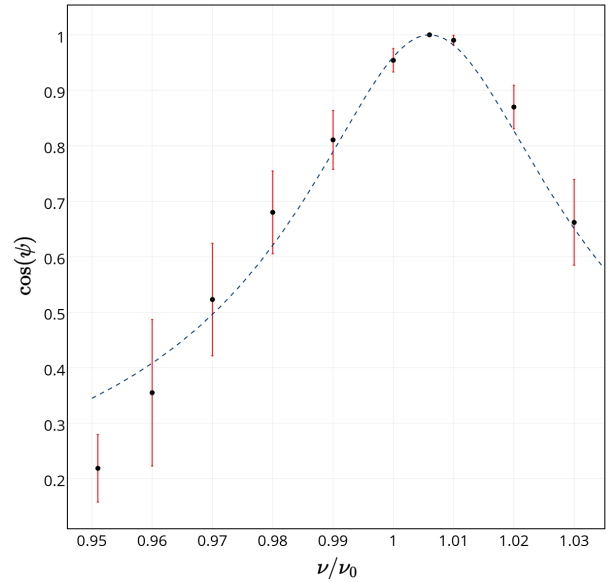


В данной работе предлагается воспользоваться методом измерения ширины резонансной кривой при сдвиге фаз $\psi = \pi/4$ для вычисления добротности контура. Данный способ является в некоторой степени эмпирическим и не претендует на абсолютную точность. Поэтому воспользуемся другим методом, а именно будем делать двухпараметрический фит, под зависимость:

$$\cos \psi = \left(1 + Q^2 \left(\frac{2\Delta\nu}{\nu_0} \right)^2 \right)^{-1/2},$$

где параметрами модели будут ν_0 и Q ($\Delta\nu = \nu - \nu_0$). В итоге. Для $R = 0$:

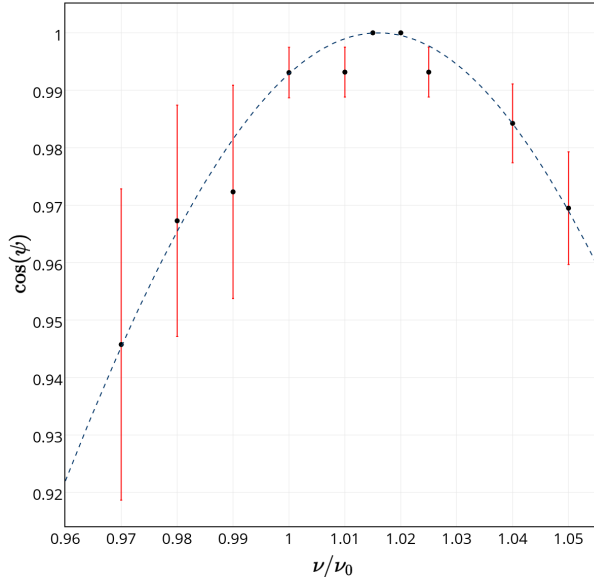
График 6



$$Q^{\text{fit}} = 25 \pm 2^{\text{stat}}, \quad \nu_0^{\text{fit}} = (1006 \pm 2^{\text{stat}}) \text{ Hz}$$

Для $R = 100 \Omega$:

График 7



$$Q^{\text{fit}} = 4 \pm 1^{\text{stat}}, \quad \nu_0^{\text{fit}} = (1016 \pm 1^{\text{stat}}) \text{ Hz}$$

Во втором случае при $R = 100\Omega$ во время эксперимента было проведено недостаточно измерений для определения добротности электрической цепи первым, предложенным в методической рекомендации, способом.

Рассчитаем добротность для двух конфигураций цепи через параметры контура:

$$\text{для } R = 0 \Omega : Q^{\text{theory}} = 30.7 \pm 0.3^{\text{syst}}$$

$$\text{для } R = 100 \Omega : Q^{\text{theory}} = 2.9 \pm 0.3^{\text{syst}}$$

Построим векторную диаграмму для фазовращателя и рассчитаем сопротивление магазина R_M , при котором сдвиг фаз между входным и выходным напряжениями равен $\pi/2$. Данные вычисления приведены в Приложении 1.

Сведём результаты в итоговую таблицу:

V. ССЫЛКИ

[1] - Лабораторный практикум по общей физике. Электричество и магнетизм. МФТИ, 2007. ISBN 5-7417-0204-х (Т. 2)