



ИНТЕРФЕРОМЕТР ФАБРИ–ПЕРО

Лабораторная работа № 5.9

Цель работы: Изучение интерферометра Фабри–Перо и определение его характеристик, как спектрального прибора.

В работе используются: интерферометры Фабри–Перо, линзы, светофильтр, ртутная лампа ПРК-2, высокочастотная натриевая лампа, катетометры КМ-6.

Интерферометр Фабри–Перо как спектральный прибор высокой разрешающей силы находит широкое применение в лабораторной практике. Он предназначен главным образом для исследования тонкой структуры спектральных линий, а также является неотъемлемым элементом любого лазера, где выполняет роль оптического резонатора.

Интерферометр Фабри–Перо состоит из двух стеклянных (или кварцевых) пластин P_1 и P_2 (рис. 1), внутренние плоские поверхности которых хорошо отполированы (с точностью до $10^{-2}\lambda$) и установлены параллельно друг другу¹. На эти поверхности наносятся хорошо отражающие покрытия. Наряду с металлическими покрытиями (Ag, Al), для которых коэффициент отражения $r \simeq 0,9$, в настоящее время широко применяются диэлектрические многослойные интерференционные покрытия, для которых $r \simeq 0,99$ и даже выше. Наружные поверхности пластин обычно составляют небольшой угол с внутренними, чтобы световой блик, отраженный от наружных поверхностей, не мешал наблюдениям.

Интерферометр Фабри–Перо можно рассматривать как плоскопараллельную воздушную пластину, на которой происходят многократные отражения и интерференция световых лучей. Интерференционная картина, наблюдаемая в фокальной плоскости линзы L , состоит из концентрических колец равного наклона. Для двух соседних лучей, распространяющихся между зеркалами интерферометра под углом θ , разность хода определяется соотношением

$$\Delta = 2L \cos \theta, \quad (1)$$

где L — расстояние между зеркалами интерферометра. Равенство (1) — частный случай известной формулы для плоскопараллельной пластины

¹Для установки на параллельность часто используют распорные кольца из инвара или плавленого кварца, которые имеют ничтожные коэффициенты термического расширения. Такие интерферометры называют *эталоны* Фабри–Перо.

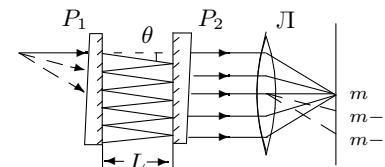


Рис. 1. Интерферометр Фабри–Перо

с показателем преломления n : $\Delta = 2Ln \cos \psi$; ψ — угол преломления луча в пластине (см., например, [1]).

Пусть r и t — коэффициенты отражения и пропускания зеркал интерферометра (по интенсивности). Если амплитуду падающей волны обозначить через A_0 , то амплитуда первого луча, прошедшего через интерферометр, равна $A_0 t$, второго $A_0 t r$, третьего $A_0 t r^2$ и т. д. В комплексном представлении амплитуды этих лучей составляют бесконечную геометрическую прогрессию

$$A_0 t, \quad A_0 t r e^{ik\Delta}, \quad A_0 t r^2 e^{i2k\Delta}, \quad A_0 t r^3 e^{i3k\Delta}, \quad \dots, \quad (2)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число для света. Знаменатель прогрессии равен $r e^{ik\Delta}$. В фокальной плоскости линзы происходит сложение всех лучей. Результирующая амплитуда равна

$$A = \frac{A_0 t}{1 - r e^{ik\Delta}}. \quad (3)$$

Найдем интенсивность I прошедшего света:

$$I = AA^* = \frac{I_0 t^2}{1 + r^2 - 2r \cos(k\Delta)}, \quad (4)$$

где $I_0 = A_0^2$ — интенсивность падающей волны. На рис. 2 представлена зависимость отношения I/I_0 от порядка интерференции Δ/λ для разных значений коэффициента отражения². Как видно из (4), максимумы этого распределения достигаются при целых значениях Δ/λ . При этом $I_{\max} = I_0$, т. е. интерферометр в этом случае является идеально прозрачной системой. Разумеется, этот результат справедлив только в отсутствие поглощения света в зеркалах.

При достаточно больших значениях коэффициента отражения ($r \gtrsim 0,9$) интерференционная картина состоит из узких светлых колец, разделенных широкими темными промежутками. Это является следствием интерференции большого числа лучей (многолучевая интерференция). При $r \lesssim 0,1$ наблюдается плавное чередование слабо выраженных максимумов и минимумов, характерное для интерференции двух лучей, сильно различающихся по амплитуде.

Измерение длин волн λ и расстояний $d\lambda$ между спектральными линиями. Исследуем диаметры интерференционных колец, предполагая для простоты, что углы θ достаточно малы. Рассмотрим два

²Мы будем для простоты предполагать, что поглощение в зеркалах отсутствует, так что $r+t=1$. Это равенство хорошо выполняется для диэлектрических покрытий. У металлизированных зеркал поглощение составляет 5–10%.

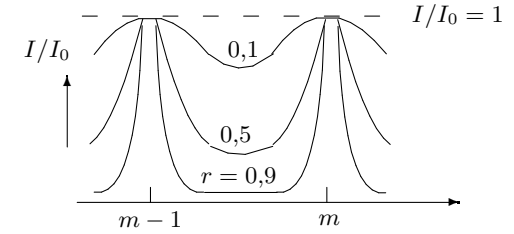


Рис. 2. Распределение интенсивности в проходящем свете в зависимости от порядка интерференции Δ/λ

интерференционных кольца, для которых порядки интерференции Δ/λ равны m_i и m_j . Из формул (1) и (4) следует, что светлое кольцо порядка m образуется при

$$\Delta = 2L \cos \theta = m\lambda \quad (m - \text{целое}). \quad (5)$$

Отметим, что порядок интерференции возрастает при переходе к кольцам меньшего диаметра, т. е. при уменьшении угла θ .

При малых θ имеем

$$2L \left(1 - \frac{\theta_i^2}{2}\right) = m_i \lambda; \quad 2L \left(1 - \frac{\theta_j^2}{2}\right) = m_j \lambda. \quad (6)$$

Вычитая второе уравнение из первого и принимая во внимание, что при переходе к соседнему кольцу порядок интерференции меняется на единицу, получим

$$L(\theta_j^2 - \theta_i^2) = (m_i - m_j)\lambda = (j - i)\lambda.$$

В приведенной формуле номера колец i и j отсчитываются от центра.

Диаметр D кольца в фокальной плоскости линзы L связан с её фокусным расстоянием f соотношением

$$D = 2f\theta. \quad (7)$$

Следовательно,

$$\lambda = \frac{L}{4f^2} \frac{D_j^2 - D_i^2}{j - i}. \quad (8)$$

Эта формула используется при измерении длины волны света с помощью интерферометра Фабри–Перо или для определения постоянной интерферометра L по известному значению λ .

Пусть теперь в интерферометре Фабри–Перо наблюдается система колец для двух близких спектральных линий λ и $\lambda + d\lambda$. Дифференцируя (5), при малых θ найдем

$$-2L\theta d\theta = m d\lambda,$$

откуда следует:

$$d\lambda = -\frac{2L\theta}{m}d\theta \simeq -\lambda\theta d\theta = -\frac{\lambda\bar{D}}{4f^2}dD, \quad (9)$$

где \bar{D} — средний диаметр колец, а dD — разность диаметров колец, образующихся для спектральных линий с длинами волн λ , и $\lambda + d\lambda$ при одинаковом порядке интерференции. С помощью формулы (9) можно определять $d\lambda$, не зная постоянной интерферометра L .

Выбирая прибор для исследования спектра, обычно сравнивают три характеристики: *дисперсию*, *дисперсионную область* и *разрешающую способность*.

Дисперсия интерферометра. Отношение расстояния dl между спектральными линиями в плоскости спектра к разности длин волн $d\lambda$ этих линий называют *линейной дисперсией* D^* спектрального прибора ($D^* = dl/d\lambda$) и выражают обычно в миллиметрах на ангстрем. Можно выразить линейную дисперсию D^* через угловую ($d\theta/d\lambda$). Как следует из формулы (9), для интерферометра Фабри–Перо

$$D^* = f \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{dD}{2d\lambda} = \frac{2f^2}{\lambda\bar{D}}.$$

Высокая дисперсия является основным преимуществом интерферометра Фабри–Перо.

Дисперсионная область. Областью дисперсии спектрального прибора называют максимальный интервал длин волн $\Delta\lambda$, при котором еще не происходит перекрытия интерференционных полос соседних порядков. Ширина этой области определяется из условия наложения кольца $(m+1)$ -го порядка для длины волны λ и кольца m -го порядка для длины волны $\lambda + \Delta\lambda$:

$$m(\lambda + \Delta\lambda) = (m+1)\lambda,$$

откуда

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{m} \approx \frac{\lambda^2}{2L}. \quad (10)$$

Порядок интерференции m в интерферометрах Фабри–Перо чрезвычайно высок. Так, для $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ см и $L = 0,5$ см получаем: $m \approx 2L/\lambda = 2 \cdot 10^4$. Область дисперсии при этом равна $\Delta\lambda = 0,25$ Å. Таким образом, спектральный интервал, который можно анализировать с помощью интерферометра Фабри–Перо, весьма мал. Поэтому перед интерферометром Фабри–Перо обычно располагают светофильтр или другой спектральный прибор, вырезающий спектральную полосу, не превышающую $\Delta\lambda$. Отметим, что если спектральная полоса $\Delta\lambda$ исследуемого излучения известна, то с помощью формулы (10) можно определить допустимое значение постоянной интерферометра L .

Разрешающая способность интерферометра Фабри–Перо. Разрешающая способность спектрального прибора определяется отношением

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}, \quad (11)$$

где $\delta\lambda$ — минимальная разность длин волн, разрешимая прибором вблизи длины волны λ . При определении $\delta\lambda$ обычно используют условный критерий разрешения Релея, согласно которому две линии разрешаются, если их максимумы отстоят друг от друга на половину их ширины. Определяя ширину линии на уровне, на котором интенсивность падает в два раза по сравнению с максимальным значением в середине линии, можно получить из (4):

$$R \approx \frac{2\pi L\sqrt{r}}{\lambda(1-r)}. \quad (12)$$

Мы приведем здесь другой вывод формулы (12), в котором интерферометр Фабри–Перо рассматривается как оптический резонатор, аналогичный любой колебательной системе, например, колебательному контуру в радиотехнике. Эта аналогия опирается на сходство формы линии интерферометра (рис. 2) с резонансной кривой. Обратим внимание также на то, что определение добротности Q колебательной системы аналогично определению разрешающей способности R спектрального прибора в оптике:

$$Q = \frac{\omega}{\delta\omega}, \quad R = \frac{\lambda}{|\delta\lambda|} = \frac{\omega}{|\delta\omega|}.$$

Но, как известно,

$$Q = 2\pi \frac{W}{\Delta W_T}, \quad (13)$$

где W — запас энергии колебательной системы, ΔW_T — потеря энергии за период колебаний. Найдем величину Q для интерферометра Фабри–

Перо, рассматривая его как оптический резонатор. Для этого рассмотрим рассеяние оптической энергии в возбужденном резонаторе.

Пусть в некоторый момент времени между зеркалами интерферометра локализована оптическая энергия W . Излучение внутри интерферометра имеет характер двух бегущих в противоположных направлениях волн. Вследствие конечной прозрачности зеркал энергия каждой волны за время $\tau = L/c$ пробега между зеркалами ослабится в $(1 - r)$ раз. Следовательно,

$$\Delta W_\tau = (1 - r)W.$$

Нас интересуют потери за период $T = \lambda/c$:

$$\Delta W_T = \frac{T}{\tau} \Delta W_\tau = \frac{\lambda(1 - r)}{L} W.$$

Подставляя это значение в формулу (13), найдем

$$Q \approx \frac{2\pi L}{\lambda(1 - r)}, \quad (14)$$

что для хороших зеркал ($r \approx 1$) совпадает с (12) с точностью до несущественного множителя \sqrt{r} .

Из формул (12) и (14) следует, что при $r \rightarrow 1$ добротность $Q \approx R \rightarrow \infty$. Однако на самом деле этого не происходит. При r , достаточно близких к единице, существенное влияние на разрешающую способность начинает оказывать рассеяние света из-за неоднородностей поверхностей зеркал. Например, при $r \simeq 95\%$ глубина неровностей поверхности должна быть меньше $\lambda/50$.

Экспериментальная установка. Схема установки для изучения работы интерферометра Фабри–Перо представлена на рис. 3. Свет от ртутной лампы S , пройдя через линзу L_0 и зелёный светофильтр C , попадает в интерферометр Фабри–Перо (ИФП). Линза L_0 служит для формирования пучка лучей (слегка сходящегося или слегка расходящегося). Интерференционные кольца наблюдаются в фокальной плоскости линзы L . Картина рассматривается через зрительную трубу T , сфокусированную на эту плоскость. Диаметры колец измеряются с помощью отсчётного микроскопа (не показанного на рис. 3).

Зрительная труба T и отсчётный микроскоп — это составные части катетометра — прибора, предназначенного для измерения расстояний в вертикальной плоскости. Подробное описание катетометра и инструкция к пользованию прилагаются к работе.

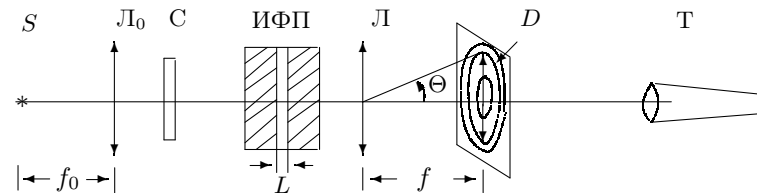


Рис. 3. Схема экспериментальной установки

При достаточной яркости ртутной лампы можно увидеть, что зелёная линия ртути состоит из нескольких компонентов. Расщепление этой спектральной линии связано с дополнительной энергией, возникающей как в результате взаимодействия магнитных моментов ядра и электрона — *сверхтонкая структура* (магнитное поле ядра действует на спин магнитный момент электрона), так и с *изотопическим сдвигом* (в парах ртути присутствуют в заметных количествах изотопы с атомными массами от 198 до 204 а.е.м.). Каждое зелёное кольцо содержит более десятка близко расположенных компонент, но разрешение нашего прибора не позволяет все их рассмотреть.

Спектр натриевой лампы исследуется по аналогичной схеме, но светофильтр в этом случае не нужен, а интерферометр, линзы и зрительная труба катетометра имеют другие параметры.

ЗАДАНИЕ

В работе предлагается по результатам измерения диаметров интерференционных колец определить расстояния между зеркалами и спектральные характеристики (разрешающую способность, дисперсионную область и линейную дисперсию) для двух интерферометров, один из которых освещается зелёным светом ртутной лампы, второй — жёлтым светом натриевой.

1. Юстировка системы

1. Включите лампу в сеть. Для ртутной лампы, кроме тумблера на блоке питания, следует нажать кнопку «поджиг».
2. Натриевую лампу следует включать *только на время измерений* из-за небольшого срока её службы. Яркость натриевой лампы достигает максимума через 3–5 минут после включения.
3. На интерферометр должен падать слегка расходящийся пучок света, поэтому источник S располагается вблизи фокуса линзы L_0 .
3. С помощью листа бумаги проследите за пучком света, падающим на интерферометр. Чем ближе интерферометр к первой линзе, тем боль-

шая часть пучка сквозь него проходит. *Не снимайте интерферометр со скамьи*, чтобы не сбить его настройку.

Отодвиньте линзу Л и, приблизив глаз к интерферометру, рассмотрите систему колец невооружённым глазом. Если интерферометр отъюстирован правильно (зеркала параллельны), то при смещении глаза вправо-влево или вверх-вниз видимые размеры колец не изменяются. В том случае, когда при смещении глаза кольца сбегаются к центру или выплывают из него, обратитесь за помощью к лаборанту или преподавателю.

- Снова поставьте за интерферометром линзу Л и в её фокальной плоскости получите изображение колец на листе бумаги (фокусное расстояние указано на оправе линзы). На фокальную плоскость линзы Л должна быть сфокусирована зрительная труба катетометра, на объективе которой указаны допустимые расстояния до плоскости наблюдения. Убедитесь, что система колец лежит внутри рабочего интервала зрительной трубы.

Система колец должна быть равномерно освещена по вертикали (число освещённых колец, расположенных выше и ниже центра, одинаково).

- Пользуясь описанием катетометра, познакомьтесь с устройством прибора, правилами настройки и методикой измерений.

II. Измерения

- При измерении диаметров не рекомендуется определять координату центра системы колец, т. к. погрешность этого определения велика. Измерения будут точнее, если, монотонно перемещая зрительную трубу снизу вверх, фиксировать координаты колец, начиная с самого дальнего от центра. Пройдя центр, последовательно фиксируйте вторые координаты тех же колец. Удобно, пронумеровав предварительно кольца ($i = 1$ для центрального), записывать соответствующие одному кольцу координаты друг под другом.

Так же измеряются диаметры колец от натриевой лампы. Средний диаметр близкой пары колец определяется последующим расчётом.

Измерьте диаметры нескольких колец (6–8 колец для ртутной лампы, 6–8 пар колец для натриевой лампы).

- Для оценки расщепления ртутной линии определите расстояние dD_c между линиями сверхтонкой структуры в одном порядке. В нашей установке хорошо видна тонкая зелёная линия вблизи одного из колец, близких к центру.
- Для оценки разрешающей способности измерьте ширину $\delta r(i)$ одного из колец, близких к центру.

- Запишите фокусное расстояние линзы Л и величину L , указанные на установке.
- Проведите измерения для другой лампы (если система нуждается в настройке, предварительно выполните пп. 1–5).

III. Обработка результатов

- Рассчитайте номер центрального кольца m (порядок интерференции) по формуле (5) и дисперсионную область $\Delta\lambda$ по формуле (10), полагая $L(\text{Na}) \simeq 0,1$ мм; $L(\text{Hg}) \simeq 3$ мм; $\lambda \simeq 6000$ Å.
- Постройте графики $D_i^2 = F(i)$ для Na и Hg. По углу наклона прямой рассчитайте расстояние L между зеркалами интерферометра, используя формулу (8).

$$\lambda(\text{Hg}) = 5461 \text{ Å}, \bar{\lambda}(\text{Na}) = 5893 \text{ Å}.$$

- Рассчитайте средние диаметры \bar{D} колец для дублета Na и разность диаметров dD для колец одного порядка. Постройте график $\bar{D} = F(1/dD)$. По углу наклона прямой рассчитайте разность длин волн $d\lambda$ для дублета Na, используя формулу (9). Сравните результат с табличным.
- Оцените линейную дисперсию интерферометра для Na

$$D_1^* = \frac{dD}{2 \cdot d\lambda} \text{ в мм/Å}$$

и сравните с теоретической

$$D_2^* = \frac{2f^2}{\lambda D}.$$

- Оцените расщепление спектральной линии $d\lambda_c$ по формуле (9).
- Оцените аппаратную разрешающую способность (характеристику установки в целом), рассчитав $\delta\lambda$ через ширину одного кольца δr . Из формул (9) и (11) следует:

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{4f^2}{D \cdot \delta r}.$$

- Рассчитайте теоретические значения добротности интерферометров по формуле (14), полагая $r \simeq 0,85$, и оцените число интерферирующих лучей N по аналогии с решёткой ($R = m \cdot N$).

Контрольные вопросы

- Получите приближенное выражение для разрешающей способности интерферометра Фабри–Перо по аналогии с дифракционной решёткой.
- Можно ли исследовать структуру зеленой линии ртути и желтого дублета натрия с помощью одного и того же интерферометра Фабри–Перо?

3. Как экспериментально измерить область дисперсии интерферометра?
4. Опишите способ экспериментальной оценки разрешающей способности интерферометра Фабри–Перо. Какие предположения лежат в основе предлагаемого способа?
- 5*. Что такое собственная и приборная ширина спектральной линии?
- 6*. Оцените число штрихов на мм в дифракционной решётке, имеющей такую же разрешающую способность, как у интерферометра. Размер решётки $a = 4$ см, рабочий порядок $m = 2$; коэффициент отражения интерферометра $r = 0,85$, $L = 1$ мм. Сравните дисперсионные области этих приборов.
- 7*. Оцените магнитное поле, которое вызовет расщепление $d\lambda = 0,2 \text{ \AA}$ линии с длиной волны $\lambda = 5000 \text{ \AA}$, полагая спиновый магнитный момент электрона равным магнетону Бора $\mu_B = 10^{-20}$ ед. СГС.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландсберг Г.С. Оптика. — М.: Наука, 1976. Гл. VII, §§ 25, 27, 30.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. — Т. IV. Оптика. — М.: Наука, 1980. Гл. III, § 36.
3. Кингсеп А.С., Локшин Г.Р., Ольхов О.А. Основы Физики. — Т. I. Механика, электричество и магнетизм, колебания и волны, волновая оптика. — М.: Физматлит, 2001. Ч. 3. Гл. 8, § 8.9.
- 4*. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. — М.: Наука, 1970. Гл. 7, § 7.6.
- 5*. Дитчберн Р. Физическая оптика. — М.: Наука, 1965. Гл. 5.