P.PORTO ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA E GESTÃO	Tipo de Prova: Teste Modelo Curso: LEI/LSIRC Unidade Curricular: Álgebra Linear e Geometria Analítica	Ano Letivo 2021/2022	Data: 28/11/2021 Hora: 10:00 Duração: 1h e 15m

Observações:
Para a realização da prova de avaliação o aluno pode usar:

- máquina de calcular não gráfica;
- formulário A4 manuscrito pelo aluno que está a realizar a prova (só frente).

Na resposta às questões deve apresentar todos os cálculos que efetuar e todas as justificações necessárias.

1. Dada a matriz $F = \begin{bmatrix} x & 5 \\ y & 1 \end{bmatrix}$ com $x, y \in \mathbb{R}$, determine os valores de x, y tal que $F^2 = I_2$.

2. Sendo $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, resolva a equação matricial:
$$\left(B^T A^T X\right)^T = \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

3. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & a & 1 \\ 1 & b & 1 & 1 \end{bmatrix}$, com $a, b \in \mathbb{R}$.
   (a) Discuta a caraterística da matriz A em função dos parâmetros a e $b \in \mathbb{R}$.
   (b) Considerando $a = b = 0$, calcule:
      i. $Adj(A)$.
      ii. A^{-1}.

4. Utilizando as propriedades dos determinantes mostre que:
$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & \alpha & \alpha^2+\beta & \alpha\beta \\ 0 & 1 & \alpha & \beta \\ 1 & \alpha & \alpha^2+\beta & \alpha+\alpha\beta \end{vmatrix} = \alpha(-1-\beta).$$

5. Considere o sistema de equações lineares $\begin{cases} x+y+2z=\alpha \\ x+2z=\beta \\ 2x+y+\beta^2 z=\beta+1 \end{cases}$, em que α e β são parâmetros reais.
   (a) Discuta o sistema de equações lineares em função dos parâmetros reais α e β.
   (b) Considerando $\beta = 2$, resolva o sistema homogéneo associado.
   (c) Considerando $\alpha = \beta = 1$, resolva o sistema.