

<div data-bbox="165 129 276 174">P.PORTO</div> <div data-bbox="311 129 368 197">ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA E GESTÃO</div>	<div data-bbox="400 107 847 259"> Tipo de Prova: Exame - Parte Prática Curso: Engenharia Informática Unidade Curricular: Matemática Computacional I </div>	<div data-bbox="1027 107 1190 203"> Ano Letivo 2020/2021 </div> <div data-bbox="1214 107 1396 259"> Data: 22-06-2021 Hora: 10h Duração: 45m </div>
--	---	--

Observações: As respostas às questões devem ser submetidas na página do Moodle no link fornecido para o efeito e devem ser identificadas com o número de aluno.

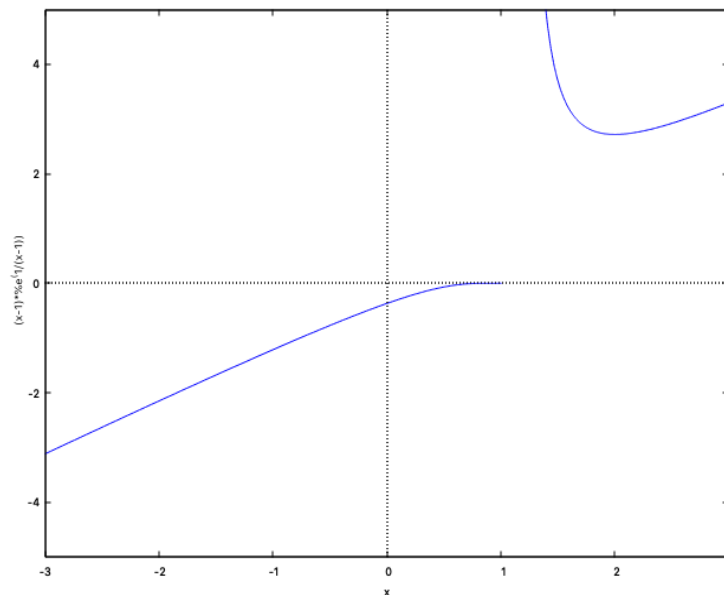
1. [5V] Utilize o Maxima para fazer o estudo da função $f(x) = (x-1)e^{\frac{1}{x-1}}$ e esboçar o respetivo gráfico.

```
(%i1) f(x):=(x-1)*exp(1/(x-1));
```

```
(%o1) f(x) := (x - 1) exp(-----)
                        1
                       x - 1
```

```
(%i3) plot2d(f(x),[x,-3,3],[y,-5,5])$
```

plot2d: expression evaluates to non-numeric value somewhere in plotting range.
plot2d: some values were clipped.



$$D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

```
(%i4) diff(f(x),x,1);
```

```
(%o4) 1
      1
      -----
      x - 1
      %e
      -----
      x - 1
```

```
(%i5) factor(%);
```

```
1
-----
x - 1
(x - 2) %e
```

 <div> ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA E GESTÃO </div>	Tipo de Prova: Exame – Parte Prática Curso: Engenharia Informática Unidade Curricular: Matemática Computacional I	<div> Ano Letivo 2020/2021 </div> <div> Data: 22-06-2021 Hora: 10h Duração: 45m </div>
---	--	---

```
(%o5) -----
      x - 1

(%i6) a:num(%);

      1
     ----
      x - 1

(%o6) (x - 2) %e
(%i7) solve(a,x);
(%o7) [x = 2]
(%i9) diff(f(x),x,1);

      1
      1      ----
     ----      x - 1
      x - 1      %e

(%o9) %e      - ----
              x - 1

(%i10) %,x=1.5;
(%o10) - 7.38905609893065
(%i11) %o9,x=2.4;
(%o11) 0.5836363057903262
(%i12) f(2);
(%o12) %e
(%i20) %o5,x=0;

      - 1
      2 %e

(%o20)
```

A função tem um mínimo no ponto $(x, f(x)) = (2, e)$. A função é crescente nos intervalos $]-\infty, 1[$ e $]2, +\infty[$ e decrescente no intervalo $]1, 2[$.

```
(%i13) diff(f(x),x,2);

      1
     ----
      x - 1
      %e

(%o13) -----
              3
          (x - 1)

(%i14) b:num(%);

      1
     ----
      x - 1

(%o14) %e
(%i15) solve(b,x);
```

 <small>ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA E GESTÃO</small>	Tipo de Prova: Exame – Parte Prática Curso: Engenharia Informática Unidade Curricular: Matemática Computacional I	Ano Letivo 2020/2021 Data: 22-06-2021 Hora: 10h Duração: 45m
--	--	---

(%o15)

[]

A função não tem pontos de inflexão.

(%i16) %o13,x=-0.5;

(%o16) - 0.1521235908244717

(%i17) %o13,x=1.5;

(%o17) %013

(%i18) %o13,x=1.5;

(%o18) 59.1124487914452

A função tem a concavidade voltada para baixo no intervalo $]-\infty, 1[$ e voltada para cima no intervalo $]1, +\infty[$.

(%i21) limit(f(x),x,1,plus);

(%o21) inf

(%i22) limit(f(x),x,1,minus);

(%o22) 0

(%i23)

A função tem uma assintota vertical em $x = 1^+$.

i23) limit(f(x)/x,x,inf);

(%o23) 1

(%i24) limit(f(x)/x,x,minf);

(%o24) 1

(%i25) limit(f(x)-x,x,inf);

(%o25) 0

(%i26) limit(f(x)-x,x,minf);

(%o26) 0

A função tem uma assintota oblíqua em $y = x$.

2. [5V] Considere a seguinte função f tabelada.

x	1.20	1.30	1.40	1.50	1.60
$f(x)$	11.59006	13.78176	14.04276	14.30741	16.86187

(a) Utilize o Scilab para aproximar $f'(1.20)$ pela fórmula de diferenciação dos cinco pontos.

 <small>ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA E GESTÃO</small>	Tipo de Prova: Exame – Parte Prática Curso: Engenharia Informática Unidade Curricular: Matemática Computacional I	Ano Letivo 2020/2021 Data: 22-06-2021 Hora: 10h Duração: 45m
--	--	---

```

clc;
clear;
xi=[1.20 1.30 1.40 1.50 1.60];
fi=[11.59006 13.78176 14.04276 14.30741 16.86187];
exec cp_p.sci;
[cpp]=cp_p(xi,fi);
disp(cpp);

37.138808

```

- (b) Sabendo que $f(x) = 3xe^x - \cos(x)$, utilize o Maxima para calcular o erro cometido na alínea anterior.

```

(%i29) f(x):=3*x*exp(x)-cos(x);
(%o29)          f(x) := 3 x exp(x) - cos(x)
(%i30) diff(f(x),x,5);

(%o30)          sin(x) + 3 x %ex + 15 %ex
(%i31) %,x=1.20;
(%o31)          62.68621384886701
(%i32) %o30,x=1.60;
(%o32)          99.06961560606479
(%i33) (0.1^4)/5*%o32;
(%o33)          0.001981392312121296

```

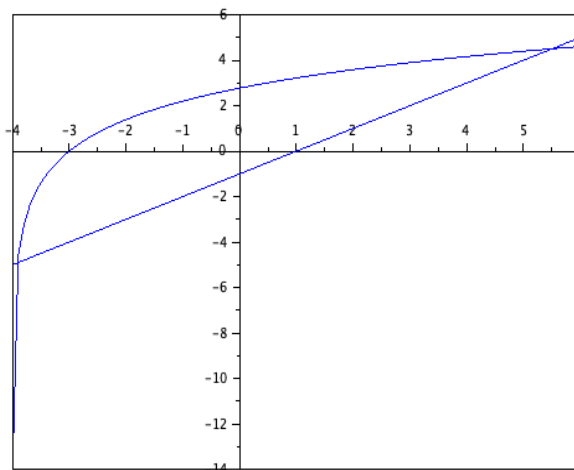
3. **[5V]** Considere a equação não linear $x - 1 = 2 \ln(x + 4)$. Utilize o Scilab para responder às seguintes questões.

- (a) Faça a localização gráfica das raízes reais da equação.

```

clear;
clc;
x=[-3.999:0.1:6];
plot(x,x-1);
plot(x,2*log(x+4));
a=gca();
a.x_location = "origin";
a.y_location = "origin";
disp("A funcao tem um zero no intervalo [-3.99,-3.89] e no intervalo [5,6]")

```



```
(%i51) f(x):=x-1-2*log(x+4);
(%o51)          f(x) := x - 1 + (- 2) log(x + 4)
(%i52) f(-3.99);
(%o52)          4.220340371976226
(%i53) f(-3.89);
(%o53)          - 0.4754501736205565
(%i54) f(5);
(%o54)          4 - 2 log(9)
(%i55) %, numer;
(%o55)          - 0.3944491546724391
(%i56) f(6);
(%o56)          5 - 2 log(10)
(%i57) %,numer;
(%o57)          0.3948298140119082
```

- (b) Utilize o método de Newton para aproximar o valor da maior raiz real com um erro relativo inferior a 10^{-4} .

Definir a função no Scilab.

```
function [f,df]=exame_22junho(x)
    f=x-1-2*log(x+4);
    df=1-2/(x+4);
endfunction
```

Determinar a aproximação inicial.

 <small>ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA E GESTÃO</small>	Tipo de Prova: Exame - Parte Prática Curso: Engenharia Informática Unidade Curricular: Matemática Computacional I	Ano Letivo 2020/2021 Data: 22-06-2021 Hora: 10h Duração: 45m
--	--	---

```
(%i61) f(x):=x-1-2*log(x+4);
(%o61)          f(x) := x - 1 + (- 2) log(x + 4)
(%i62) diff(f(x),x,2);

(%o62)          2
          -----
                2
          (x + 4)

(%i63) f(5);
(%o63)          4 - 2 log(9)
(%i64) %,numer;
(%o64)          - 0.3944491546724391
(%i65) f(6);
(%o65)          5 - 2 log(10)
(%i66) %,numer;
(%o66)          0.3948298140119082
(%i67) %o62,x=5;

(%o67)          2
          --
          81

(%i68) %o62,x=6;

(%o68)          1
          --
          50
```

A aproximação inicial é $x_0 = 6$.

```
clc;
clear;
x0=6;
tol=1e-4;
maxit=100;
exec exame_22junho.sci;
exec newton.sci;
[raiz,cp]=newton(exame_22junho,x0,tol,maxit);
disp(raiz);
```

it	xn	f(xn)	df(xn)
1	5.50646273	0.3948	0.8000
2	5.50327255	0.0025	0.7896
3	5.50327241	0.0000	0.7895

5.5032724

 <small>ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA E GESTÃO</small>	Tipo de Prova: Exame - Parte Prática Curso: Engenharia Informática Unidade Curricular: Matemática Computacional I	Ano Letivo 2020/2021 Data: 22-06-2021 Hora: 10h Duração: 45m
--	--	---

4. [5V] Utilize o Máxima para aproximar $\int_0^2 x^2 e^{-x^2} dx$ pela regra dos trapézios composta usando $h = 0.25$ e para calcular o erro cometido.

$$h = \frac{b-a}{n} \Leftrightarrow 0.25 = \frac{2}{n} \Leftrightarrow n = 8$$

$$I_{TC} = \frac{h}{2} \left(f(a) + 2 \sum_{j=1}^{n-1} f(x_j) + f(b) \right) = \frac{0.25}{2} \left(f(0) + 2 \sum_{j=1}^7 f(x_j) + f(2) \right)$$

```
(%i72) 0.25/2*(f(0)+2*(f(0.25)+f(0.5)+f(0.75)+f(1)+f(1.25)+f(1.5)+f(1.75))+f(2));
```

```
                                - 1                                - 4
(%o72)          0.125 (2 (%e      + 1.281817429843497) + 4 %e      )
```

```
(%i73) %,numer;
```

```
(%o73)          0.4215820371981019
```

```
(%i74)
```

$$E_{TC} = \frac{(b-a)}{12} h^2 f''(\xi), a \leq \xi \leq b$$

```
(%i74) diff(f(x),x,2);
```

```
                                2                                2                                2
                                4    - x      2    - x      - x
(%o74)          4 x %e      - 10 x %e      + 2 %e
```

```
(%i75) %,x=0;
```

```
(%o75)          2
```

```
(%i76) %o74,x=2;
```

```
                                - 4
(%o76)          26 %e
```

```
(%i79) %o74,numer;
```

```
(%o79)          0.4762066111070886
```

```
(%i80) (2/12)*0.25^2*%o75;
```

```
(%o80)          0.020833333333333333
```

```
(%i81)
```