	Tipo de Prova: Teste Modelo Curso: Engenharia Informática Unidade Curricular: Matemática Computacional I	Ano Letivo 2018/2019	Data: 02/06/2019 Hora: Duração:

P.PORTO ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA E GESTÃO

Resolução

1. Calcule os seguintes integrais imediatos.

(a) $\int \cos^3(x)\,\text{sen}(x)dx$

$$\int \cos^3(x)\,\text{sen}(x)dx = -\frac{\cos^4(x)}{4} + C, C \in \mathbb{R}$$

(b) $\int \frac{e^{\text{arctg}(x)}}{1+x^2}dx$

$$\int \frac{e^{\text{arctg}(x)}}{1+x^2}dx = e^{\text{arctg}(x)} + C, C \in \mathbb{R}$$

(c) $\int \frac{dx}{x^2+2x+7}$

$$\int \frac{dx}{x^2+2x+7} = \int \frac{1}{6+(x+1)^2}dx = \frac{1}{6}\int \frac{1}{1+\frac{(x+1)^2}{6}}dx = \frac{\sqrt{6}}{6}\int \frac{\frac{1}{\sqrt{6}}}{1+\left(\frac{x+1}{\sqrt{6}}\right)^2}dx =$$

$$\frac{\sqrt{6}}{6}\,\text{arctg}\left(\frac{x+1}{\sqrt{6}}\right) + C, C \in \mathbb{R}$$

2. Utilize o método de integração por partes para calcular $\int x^2 \ln(x)dx$.

$$\int x^2 \ln(x)dx = \frac{x^3}{3}\ln(x) - \int \frac{x^3}{3}\frac{1}{x}dx = \frac{x^3}{3}\ln(x) - \frac{x^3}{9} + C, C \in \mathbb{R}$$

3. Utilize a substituição $t = \ln(x)$ para calcular $\int \frac{\ln(x)-8}{x(\ln^3(x)-2\ln^2(x)+\ln(x))}dx$.

$$\int \frac{\ln(x)-8}{x(\ln^3(x)-2\ln^2(x)+\ln(x))}dx = \int \frac{t-8}{e^t(t^3-2t^2+t)}e^t\,dt = \int \frac{t-8}{t(t^2-2t+1)}dt = \int \frac{t-8}{t(t-1)^2}dt$$

$$\frac{t-8}{t(t^2-2t+1)} = \frac{A}{t} + \frac{B}{(t-1)^2} + \frac{C}{t-1} \Leftrightarrow t-8 = A(t^2-2t+1) + Bt + C(t^2-t) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t-8 = t^2(A+C) + t(-2A+B-C) + A \Rightarrow A=-8,\ B=-7 \text{ e } C=8.$$

$$\int \frac{t-8}{t(t-1)^2}dt = -8\int \frac{1}{t}dt - 7\int \frac{1}{(t-1)^2}dt + 8\int \frac{1}{t-1}dt = -8\ln|t| - 7\frac{(t-1)^{-1}}{-1} + 8\ln|t-1| + C = -8\ln|t| + \frac{7}{t-1} + 8\ln|t-1| + C = -8\ln|\ln(x)| + \frac{7}{\ln(x)-1} + 8\ln|\ln(x)-1| + C, C \in \mathbb{R}$$

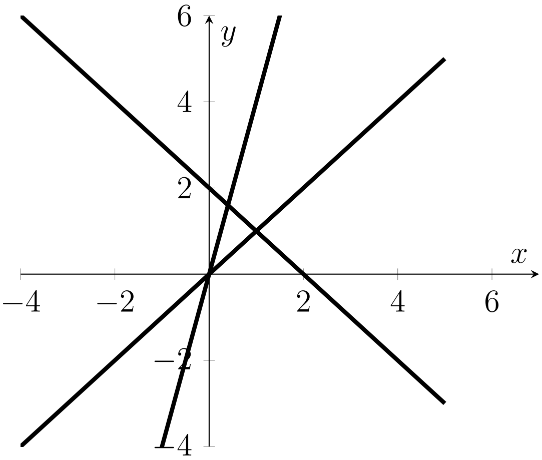
4. Utilize o método da decomposição para calcular $\int \frac{x^3+x+1}{x(x^2+1)}dx$.

$$\frac{x^3+x+1}{x(x^2+1)} = \frac{x^3+x+1}{x^3+x} = 1 + \frac{1}{x^3+x}$$

$$\frac{1}{x^3+x}=\frac{1}{x(x^2+1)}=\frac{A}{x}+\frac{Bx+C}{x^2+1}\Rightarrow A=1,\ B=-1 \text{ e } C=0$$

$$\int \frac{x^3+x+1}{x(x^2+1)}dx=\int 1\ dx+\int \frac{1}{x}dx-\int \frac{1}{x^2+1}dx=x+\ln|x|-\operatorname{arctg}(x)+C, C\in\mathbb{R}$$

5. Calcule a área da região delimitada por $y=x$, $y=4x$ e $y=-x+2$, cujo o esboço gráfico é apresentado na seguinte figura.



$$A=\int_0^{\frac{2}{5}} 4x-x\ dx+\int_{\frac{2}{5}}^{1} -x+2-x\ dx=\int_0^{\frac{2}{5}} 3x\ dx+\int_{\frac{2}{5}}^{1} -2x+2\ dx=\left[\frac{3x^2}{2}\right]_0^{\frac{2}{5}}+\left[-x^2+2x\right]_{\frac{2}{5}}^{1}=\frac{6}{25}+\frac{9}{25}=\frac{15}{25}=\frac{3}{5}\text{u.a.}$$

6. Considere o integral definido $I=\displaystyle\int_0^1 x^2e^{-x}dx$.

   (a) Aproxime o valor do integral I usando a regra de Simpson simples.

   $$I_{SS}=\frac{1}{3}\left(f(0)+4f(0.5)+f(1)\right)=\frac{1}{3}\left(0+4\times 0.1516+0.3679\right)\approx 0.3248$$

   (b) Aproxime o valor de I usando a regra dos trapézios composta, dividindo o intervalo $[0,1]$ em 4 subintervalos.

   $$I_{TC}=\frac{0.25}{2}\left(f(0)+2f(0.25)+2f(0.5)+2f(0.75)+f(1)\right)=$$
   $$=\frac{0.25}{2}\left(0+2\times 0.0487+2\times 0.1516+2\times 0.2657+0.3679\right)\approx 0.16255$$