 <small>ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA E GESTÃO</small>	Tipo de Prova Teste 1	Ano letivo 2017/2018	Data 11-04-2017
	Curso Licenciatura em Engenharia Informática	Hora 13:10	
	Unidade Curricular Matemática Discreta	Duração 1,5 horas	

N.º de aluno: _____ Nome: _____

Observações:

Responda às questões que se seguem na folha do enunciado da prova.

Submeta no moodle um ficheiro com os cálculos que efetue no Scilab.

Questão	1	2	3	4	5	6	TOTAL
Cotação	0,5x4+0,9x2	0,8x3	0,8x3+0,8+1,2	1,2	1,8	1,8+1,4+0,8x4	20

1. Considere o conjunto $A = \{a, c, \{\emptyset\}, \{b\}, \{a, c\}\}$, com $a, b, c \in \mathbb{N}$.

Indique, se cada uma das seguintes afirmações é verdadeira ou falsa. No caso de ser falsa, corrija a afirmação de forma a torná-la verdadeira.

a) $\{\emptyset, \{a, c\}\} \subseteq A$

b) $\{\{\emptyset\}\} \in \mathcal{P}(A)$

c) $\{a, \{b\}\} \subseteq \mathcal{P}(A)$

d) $\#\mathcal{P}(\mathcal{P}(A)) = 2^8$

e) A função $f: A \rightarrow \mathcal{P}(A)$ tal que $f(x) = \{x\}$ é injetiva e sobrejetiva.

f) A relação R em $\mathcal{P}(A)$ definida por XY se e só se $X \subseteq Y$ é uma relação de ordem parcial.

2. Considere o conjunto universo $U = \{x \in \mathbb{Z}_0^+ : x^2 < 51\}$, os seus subconjuntos:


$$A = \{x \in U : 1 \leq x < 5\}, B = \{x \in U : x \text{ é divisor de } 4\} \text{ e } C = \{x \in U : [x + 0, 2] \geq 7\},$$

Complete as seguintes afirmações de modo a obter proposições verdadeiras.

a) Seja $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ tal que $f(x) = \frac{x}{2}$ então $f^{-1}(B) =$ _____

b) $B \times \overline{A \cup C} =$ _____

c) $(A \cap B) \oplus \bar{C} =$ _____

 <small>ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA E GESTÃO</small>	Tipo de Prova Teste 1	Ano letivo 2017/2018	Data 11-04-2017
	Curso Licenciatura em Engenharia Informática	Hora 13:10	
	Unidade Curricular Matemática Discreta	Duração 1,5 horas	

N.º de aluno: _____ Nome: _____

3. Considere as seguintes relações binárias definidas sobre $A = \{1,2,3,4\}$:

$$R = \{(2,2), (1,4), (4,2)\} \text{ e } S = \{(1,1), (2,2), (3,3), (3,1), (1,3), (4,4)\}.$$

a) Determine, se possível:


i) O contradomínio de R

ii) $(R^{-1} \cap S) \circ S$

iii) $\text{simétrico}(R)$

b) Diga justificando se R é uma relação reflexiva e transitiva.

c) Diga justificando se S é uma relação de equivalência e determine, se possível, $[3]_S$.

 <small>ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA E GESTÃO</small>	Tipo de Prova Teste 1	Ano letivo 2017/2018	Data 11-04-2017
	Curso Licenciatura em Engenharia Informática	Hora 13:10	
	Unidade Curricular Matemática Discreta	Duração 1,5 horas	

N.º de aluno: _____ Nome: _____

4. Determine:

$$\sum_{k=11}^{201} \left(\prod_{j=1}^3 (j^2 + j) \right) - \sum_{i=20}^{21} (-1)^i \times i$$

5. Considere a fórmula de recorrência dada por:

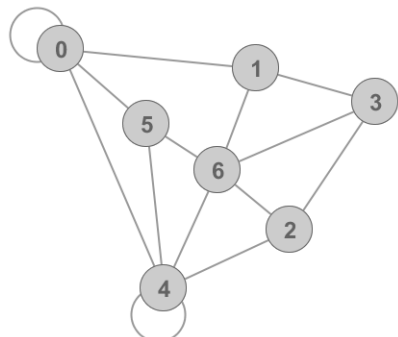
$$\begin{cases} G(1) = 3 \\ G(n) = 7 G(n-1) - 1, \quad n > 1 \end{cases}$$

Recorrendo ao algoritmo EGV (*Expand, Guess, Verify*), encontre a fórmula fechada.

<div>P.PORTO</div> <div>ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA E GESTÃO</div>	Tipo de Prova Teste 1	Ano letivo 2017/2018	Data 11-04-2017
	Curso Licenciatura em Engenharia Informática	Hora 13:10	
	Unidade Curricular Matemática Discreta	Duração 1,5 horas	

N.º de aluno: _____ Nome: _____

6. Considere o grafo \vec{G}_1 definido por $V(\vec{G}_1) = \{A, B, C, D\}$ e $E(\vec{G}_1) = \{(A, A), (A, D), (B, C), (C, A), (C, D), (C, D)\}$, o grafo G_2 representado graficamente abaixo e o grafo \vec{G}_3 cuja matriz de adjacências é dada no fragmento de Scilab:



(gerado usando GraphTea
<http://www.graphtheorysoftware.com/>)

```
-->M=[ 1 1 0 0 1; 0 1 0 1 0; 0 0 0 1 0;
0 0 1 0 0; 1 1 1 1 1]
```

M =

1.	1.	0.	0.	1.
0.	1.	0.	1.	0.
0.	0.	0.	1.	0.
0.	0.	1.	0.	0.
1.	1.	1.	1.	1.

- a) Represente \vec{G}_3 graficamente e indique as matrizes de adjacências de \vec{G}_1 e G_2 .



- b) Determine os graus de cada vértice dos grafos G_2 e \vec{G}_3 .

- c) Indique, justificando:

Nota: Apresente os cálculos efetuados no Scilab no ficheiro que submeter no moodle.

i) quantos caminhos de comprimento 3 do segundo para o primeiro vértice, existem no grafo \vec{G}_3 ; _____

ii) quantos circuitos de comprimento 4, existem no grafo \vec{G}_3 ; _____

iii) se possível, para o grafo G_2 , um caminho simples de comprimento 5 do vértice 6 para o vértice 1;

iv) se algum dos grafos é fortemente conexo. _____

Bom Trabalho

Eliaana Costa e Silva e Flora Ferreira