 <small>ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA E GESTÃO</small>	Tipo de Prova Teste 1	Ano letivo 2018/2019	Data 10 -04-2019
	Curso Licenciatura em Engenharia Informática Licenciatura em Segurança Informática de Redes de Computadores	Hora 00:00	
	Unidade Curricular Matemática Discreta	Duração 1,5 horas	

Observações

Responda às questões que se seguem na folha do enunciado da prova.

Submeta no moodle um ficheiro com os cálculos que efetue no .

Na realização desta prova é permitido usar formulário em formato A4, manuscrito pelo estudante que está a realizar o teste/exame. O Formulário tem que conter o nome e número de aluno e deve ser entregue junto com a folha de respostas.

Questão	1.1	1.2	2.1	2.2	2.3	2.4	3.1	3.2	4	5.1	5.2	5.3	5.4	5.5	5.6	5.7	6.1	6.2	Total
Cotação	24	12	15	5	10	15	6	6	20	9	9	9	6	4	10	10	10	20	200

1. Considere os conjuntos

$$X = \{x^2 - x : x \in \{0, 1, 2, 3\}\}, Y = \{\{1\}, 1, 2, \{2\}, 3, \{3, 4\}\} \text{ e } Z = \{x \in \mathbb{N} : x < 3 \text{ e } x \text{ é ímpar}\} = \{1\}$$

1.1. Indique, se cada uma das seguintes afirmações é verdadeira ou falsa. No caso de ser falsa, corrija a afirmação de forma a torná-la verdadeira.

1.1.1. $\{\emptyset, 1, \{1\}\} \subseteq Y$

1.1.2. $\{\emptyset, \{2\}, \{2, 6\}\} \in \mathcal{P}(X)$

1.1.3. $\#\mathcal{P}(\mathcal{P}(X)) = 2^8$

1.1.4. $\#Y = 7$

1.1.5. A função $f: X \rightarrow \mathcal{P}(X)$ tal que $f(x) = \{x\}$ é injetiva e sobrejetiva.

1.1.6. Seja $g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ tal que $g(x) = 3x$, então $g^{-1}(Z) = 3$

1.2. Defina por extensão os conjuntos:


1.2.1. $X \cup Y$

1.2.2. $X \oplus (Y - Z)$

1.2.3. $\mathcal{P}(Z) \times Z$

2. Considere as relações $R = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{Z} \text{ e } x - y \text{ é inteiro}\}$ e $S = \{(1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 2)\}$ definida sobre o conjunto $\{1, 2, 3, 4\}$.

2.1. Mostre que R é uma relação de equivalência em \mathbb{Z} .

 <small>ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA E GESTÃO</small>	Tipo de Prova Teste 1	Ano letivo 2018/2019	Data 10 -04-2019
	Curso Licenciatura em Engenharia Informática Licenciatura em Segurança Informática de Redes de Computadores		Hora 00:00
	Unidade Curricular Matemática Discreta		Duração 1,5 horas

2.2. Calcule a classe de equivalência de 2, relativamente à relação R.

2.3. Indique o domínio e o contradomínio de S.

2.4. Calcule $S \circ S$; S^{-1} e $S^{-1} \cap R$ e simétrico(S).

3. Determine, apresentando todos os cálculos:


3.1.

$$\sum_{i=0}^{100} 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^i + \sum_{i=5}^{50} [(-1)^i]$$

3.2.

$$\prod_{j=2}^{12} \left(\sum_{k=1}^{30} (k-1) \right)$$

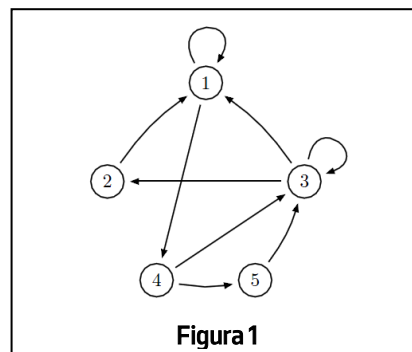
4. Considere a fórmula de recorrência dada por: $\begin{cases} G(1) = 2 \\ G(n) = 7 G(n-1) + 1, \quad n > 1 \end{cases}$
Recorrendo ao algoritmo EGV (*Expand, Guess, Verify*), encontre a fórmula fechada.

 <small>ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA E GESTÃO</small>	Tipo de Prova Teste 1	Ano letivo 2018/2019	Data 10 -04-2019
	Curso Licenciatura em Engenharia Informática Licenciatura em Segurança Informática de Redes de Computadores	Hora 00:00	
	Unidade Curricular Matemática Discreta	Duração 1,5 horas	

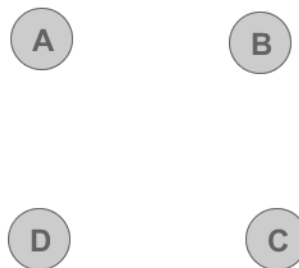
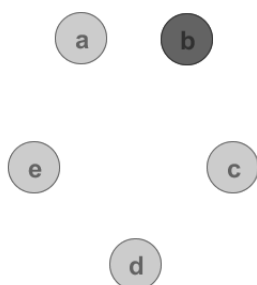
5. Considere o grafo G_1 definido por $V(G_1) = \{a, b, c, d, e\}$ e $E(G_1) = \{(a, a), (a, b), (a, e), (b, c), (c, d), (c, e), (d, e)\}$, o grafo \vec{G}_2 representado na **Figura 1** e o grafo \vec{G}_3 cujos vértices são A, B, C, D e a matriz de adjacências é introduzida no Scilab usando o código:

-->M=[1 1 0 0; 1 0 0 2; 1 1 0 0; 1 0 0 1]

- 5.1. Indique a matriz de adjacências de \vec{G}_2



- 5.2. Represente G_1 e \vec{G}_3 graficamente




- 5.3. Determine os graus de cada vértice de G_1 e \vec{G}_3

- 5.4. Indique, justificando quantos caminhos de comprimento 5 do vértice C para o vértice B, existem no grafo \vec{G}_3 ;

- 5.5. Indique, justificando quais dos grafos são grafos simples;

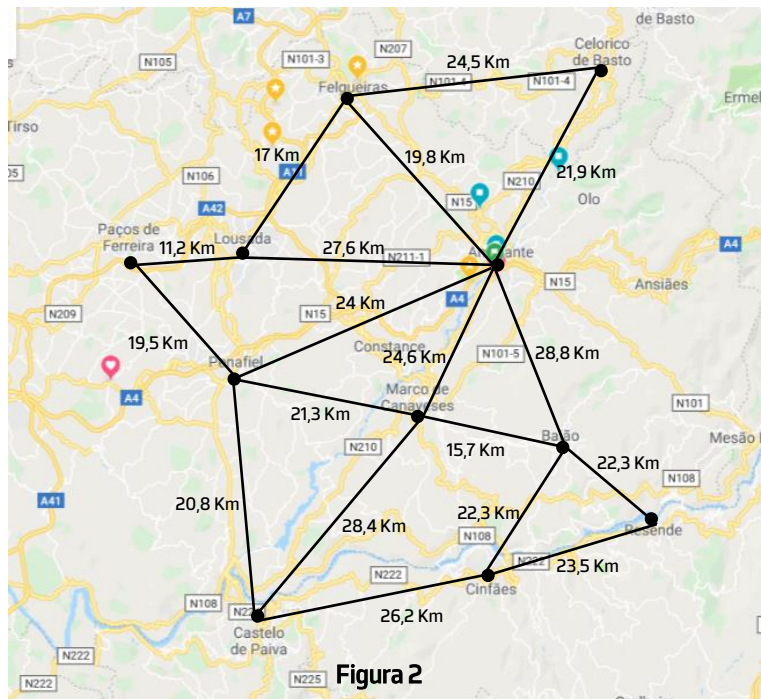
- 5.6. Diga, justificando se \vec{G}_3 é fortemente conexo.

- 5.7. Averigue se o grafo \vec{G}_3 é Euleriano ou semi-Euleriano.

 <small>ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA E GESTÃO</small>	Tipo de Prova Teste 1	Ano letivo 2018/2019	Data 10 -04-2019
	Curso Licenciatura em Engenharia Informática Licenciatura em Segurança Informática de Redes de Computadores	Hora 00:00	
	Unidade Curricular Matemática Discreta	Duração 1,5 horas	

6. Considere o grafo apresentado na **Figura 2** onde estão representados os Concelhos da Região do Tâmega e Sousa e algumas das distâncias em km entre cada um deles.

Concelhos	Vértice
Amarante	A
Baião	B
Castelo de Paiva	CP
Celorico de Basto	CB
Cinfães	C
Felgueiras	F
Lousada	L
Marco de Canaveses	MC
Paços de Ferreira	PF
Penafiel	P
Resende	R



- 6.1. Identifique um caminho de comprimento 6 que inicie em Penafiel e termine em Celorico de Basto. Indique o número de km percorridos.

- 6.2. Use o algoritmo de Dijkstra para encontrar o caminho mais curto entre Paços de Ferreira e Resende.