 <small>ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA E GESTÃO</small>	Tipo de Prova Teste 1 (Avaliação Contínua)	Ano letivo 2018/2019	Data 07/12/2018
	Curso Licenciatura Engenharia Informática / Licenciatura em Segurança Informática e Redes de Computadores	Hora 14h00	
	Unidade Curricular Álgebra Linear e Geometria Analítica	Duração 1h(+30m)	

Observações

Para a realização da prova de avaliação o aluno pode usar;

1. Máquina de calcular;
2. Formulário em folha A4, manuscrito pelo aluno que está a realizar a prova. Não é permitido fotocópias de formulários;
3. No final do teste de ser entregue, **obrigatoriamente**, o formulário;
4. **Na resposta às questões deve apresentar todos os cálculos que efetuar e todas as justificações necessárias.**

1. Considere a seguinte equação matricial:

$$C^{-1}(X + I) = (BA^T)^T + C^{-1}.$$

a) [1,50] Mostre que $X = CAB^T$.

b) [2,50] Determine X sabendo que $C^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ e $(BA^T)^T = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$.

2. [2,00] Seja A uma matriz quadrada de ordem 4, tal que:

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 2 & 10 & 20 & 30 \\ 0 & -1 & 5 & 15 \\ 0 & 0 & k & 25 \\ 0 & 0 & 10 & 18 \end{vmatrix} = 48.$$

Utilizando o Teorema de Laplace, determine o valor real k .

3. [2,50] Dado o seguinte sistema de equações lineares


$$\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 2x - y - 2z = -3, \\ -x + y = 2 \end{cases}$$

mostre que se trata de um sistema de Cramer. Determine a solução do sistema, aplicando a Regra de Cramer, sabendo que $\Delta_x = -7$ e $\Delta_z = 0$.

4. Considere a seguinte matriz completa de um sistema com 3 equações e 4 incógnitas (x, y, z, t) :

$$[A|B] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1+2a & 1+2a & 1 \\ 0 & 0 & 1+2a & 1+a & b \end{bmatrix}$$

- a) [3,50] Discuta o sistema em função dos parâmetros a e $b \in \mathbb{R}$, por condensação e pelo estudo da característica da matriz A e da característica da matriz completa.
- b) [2,00] Determine, se possível, a solução do sistema para $a = b = 1$.

 <small>ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA E GESTÃO</small>	Tipo de Prova Teste 1 (Avaliação Contínua)	Ano letivo 2018/2019	Data 07/12/2018
	Curso Licenciatura Engenharia Informática / Licenciatura em Segurança Informática e Redes de Computadores	Hora 14h00	
	Unidade Curricular Álgebra Linear e Geometria Analítica	Duração 1h(+30m)	

5. [3,00] Considere o seguinte código do *Scilab* para um sistema na forma $Ax = b$.
Utilizando o método da factorização LU obtenha a solução do sistema.

```
--> b=[6;-1;2; 1]

--> [L,U]=gauss(A)
U =

    1.    0.    2.    1.
    0.   -1.    1.   -1.
    0.    0.   -5.   -1.
    0.    0.    0.   1.8

--> rref([L b])
ans =

    1.    0.    0.    0.    6.
    0.    1.    0.    0.   -7.
    0.    0.    1.    0.   -3.
    0.    0.    0.    1.   0.4
```

Considere, $1.8 = \frac{9}{5}$ e $0.4 = \frac{2}{5}$.

6. [3,00] Para o seguinte sistema de equações lineares, definido na seguinte forma matricial:

$$AX = B \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ e utilizando como determinante principal, } \Delta_p = \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}.$$

Classifique o sistema, utilizando exclusivamente o método dos determinantes e, se possível, apresente uma solução numérica.

Boa Sorte e Bom Trabalho.