

ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA Tipo de Prova: Exame Curso: LEI/LSIRC

Unidade Curricular: Álgebra Linear e

Geometria Analítica

Ano Letivo 2021/2022

Data: 03/02/2022 Hora: 10:00 Duração: 1h15m

Observações: Na resposta às questões deve apresentar todos os cálculos que efetuar e todas as justificações necessárias.

1. Considere as matrizes
$$A=\left[\begin{array}{ccc} -2 & -2 & -1 \\ k & 2 & k \\ 1 & 2 & 2 \end{array}\right]$$
 e $B=\left[\begin{array}{ccc} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{array}\right]$.

- (a) [2V] Discuta a característica da matriz A em função do parâmetro $k \in \mathbb{R}$.
- (b) **[1.5V]** Resolva em ordem a X a equação matricial $\left[\left(B^T\right)^{-1}X\right]^T+(BA)^{-1}=I_3$, onde I_3 é a matriz identidade de ordem 3.
- (c) **[2.5V]** Considerando k=2, determine A^{-1} e X.
- 2. [1.5V] Utilizando as propriedades dos determinantes mostre que

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b).$$

3. Considere o sistema de equações lineares
$$\left\{\begin{array}{ll} x+2ay-3z=1\\ x+ay+z=b\\ y-2z=a \end{array}\right.$$
 , com $a,b\in\mathbb{R}$.

- (a) **[2.5V]** Discuta o sistema em função dos parâmetros a e b.
- (b) [1V] Usando a regra de Cramer e considerando a=1 e b=5, calcule o valor de y.

4. Considere a matriz
$$D=\left[egin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ k & 0 & 1 \\ k & 1 & 1 \end{array}
ight], k\in\mathbb{R}.$$

- (a) [1V] Calcule o valor de k de forma a que $\lambda=0$ seja valor próprio da matriz D.
- (b) **[1.5V]** Calcule os restantes valores próprios da matriz D (no caso de não ter resolvido a alinea (a), considere k=1).
- (c) **[1V]** Nas condições da alínea (a), calcule o vetor próprio associado ao valor próprio $\lambda=0$.
- 5. Considere o conjunto $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + 2y + 3z = 0\}$.
 - (a) **[1.5V]** Mostre que A é um subespaço vetorial de \mathbb{R}^3 .
 - (b) [1V] Determine a base de A e indique a sua dimensão.
- 6. **[1V]** Considere o seguinte output do Scilab.

ESTGF-PR05-Mod013V2 Página 1 de 2

Tipo de Prova: Exame Curso: LEI/LSIRC

Unidade Curricular: Álgebra Linear e

Geometria Analítica

Ano Letivo 2021/2022 Data: 03/02/2022 Hora: 10:00 Duração: 1h15m

```
--> A=[1 1 0 3;2 1 -1 1;3 -1 -1 2;-1 2 3 -1];
--> b=[8;7;14;-7];
--> [L,U]=gauss(A)
  1. 0. 0. 0.
  2. 1. 0. 0.
 3. 4. 1. 0.
-1. -3. 0. 1.
  1. 1. 0. 3.
  0. -1. -1. -5.
  0. 0. 3. 13.
  0. 0. 0. -13.
--> [x]=Fat_LU(L,U,b)
x =
  3.
 -1.
  0.
  2.
```

Recorrendo a este código, complete os seguintes espaços em branco. O sistema de equações lineares definido por:

$$\begin{cases} - \dots x + \dots y + \dots z + \dots t = \dots \\ - \dots x + \dots y + \dots z + \dots t = \dots \\ - \dots x + \dots y + \dots z + \dots t = \dots \\ - \dots x + \dots y + \dots z + \dots t = \dots \end{cases}$$

foi resolvido pelo método ______e tem como solução _____

7. [1V] Considere o seguinte código o Scilab.

```
--> A=[1 0 2;1 -1 0;3 -1 0]';

--> B=zeros(3,1);

--> rref([A B])

ans =

1. 0. 0. 0.

0. 1. 0. 0.

0. 0. 1. 0.
```

Recorrendo a este código, complete os seguintes espaços em branco.

Os vetores _____, e _____, são linearmente _____

8. **[1v]** Seja A uma matriz invertível de ordem n, mostre que $|3A^{-1}A^TA| \neq 0$.

ESTGF-PRO5-Mod013V2 Página 2 de 2