> 原子物理学

第一章 原子的位形

$\S 3$ 卢瑟福散射公式

- 库仑散射公式：

$$b=\frac{a}{2}\cot\frac{\theta}{2}\quad a\equiv\frac{Z_1Z_2e^2}{4\pi\varepsilon_0E}$$

- 卢瑟福公式：
  设一薄箔的面积为 A，厚度为 t,环的面积为 $2\pi b\cdot|\mathrm{d}b|$，粒子打在这个环上的概率为

$$\frac{2\pi b\cdot|\mathrm{d}b|}{A}=\frac{a^2 2\pi\sin\theta\mathrm{d}\theta}{16A\sin^4\frac{\theta}{2}}$$

第二章 原子的量子态：玻尔模型

$\S 6$ 背景知识

- 爱因斯坦光电方程：

$$\frac{1}{2}mv_m^2 = h\nu - \phi$$

- 光电效应实验遏止电压与最大动能的关系：

$$eV_0 = \frac{1}{2}mv_m^2$$

- 里德伯方程：

$$\sigma \equiv \frac{1}{\lambda} \equiv R_H[\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2}] \equiv T(n) - T(n')$$

$\S 7$ 玻尔模型

> 以氢原子为例

- 频率条件：

$$h\nu = E_{n'} - E_n$$

- ↑ 与 $\S 6_{.3}$比较得出：

$$E_n = -\frac{Rhc}{n^2}$$

- 电子从定态 n' 跃迁到 n 时释放的能量，相应的波长为 λ ，频率为 ν ，相应波数可表示为：

$$\sigma \equiv \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{hc}(E_{n'} - E_n)$$

- 氢原子定态 n 电子轨道半径：

$$r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{m_e e^2} \cdot n^2$$

- 角动量量子化条件：

$$L = n\hbar, n = 1, 2, 3, ...$$

- 精细结构常数：

$$\alpha \equiv \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

- 氢原子能量：

$$E_n = -\frac{1}{2} m_e (\alpha c)^2 \frac{1}{n^2}$$

- 电子在氢原子轨道中的速度：

$$v_n = \frac{\alpha c}{n}$$

§8 实验验证之一：光谱

- 一质量为 m_A 的氢核相应的里德伯常量应写成：

$$R_A = R \frac{1}{1 + \frac{m_e}{m_A}}$$

- 类氢离子光谱的波数：

$$\left(\frac{1}{\lambda}\right)_A = R_A \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2}\right) Z^2$$

§10 玻尔模型的推广

- **相对论修正**
  - 物体在运动时，其质量为

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad \beta \equiv \frac{\nu}{c}$$

  - 运动的物体动能为：

$$E_k = (m - m_0) c^2$$

  - 三角关系：

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$$

- 类氢原子定态 n 电子轨道半径：(Z 为原子核带有的正电荷)

$$r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2} \cdot \frac{n^2}{Z}$$

- 类氢原子能量：

$$E_n = -\frac{1}{2} m_e (\alpha c Z)^2 \frac{1}{n^2}$$

- 类电子在氢原子轨道中的速度：

$$v_n = \frac{\alpha c Z}{n}$$

第三章 量子力学导论

§12 波粒二象性

- 光子的能量：

$$E = h\nu$$

- 光子的动量：

$$p = \frac{h}{\lambda}\text{，或者 } p = \hbar k \ (k = 2\pi/\lambda)$$

- 德布罗意关系式：

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

- 相对论中的质能关系式：

$$E = mc^2$$

- 当动能$E_k \gg mc^2$ 时，要用相对论公式：

$$E = E_k + mc^2$$

- 非相对论动能公式：

$$E_k = \frac{p^2}{2m}$$

- 考虑一个微观粒子被关在一个宽度为 d 的匣子里作一维运动，永远存在，其德布罗意波长满足：

$$n\frac{\lambda}{2} = d \text{ , n=1,2,...}$$

§13 不确定性关系

- 不确定性关系：

$$\Delta x \Delta p_x \geqslant \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta t \Delta E \geqslant \frac{\hbar}{2}$$

- 束缚粒子（束缚在线速为 r 的范围内）的最小平均动能：

$$E_k = \frac{p_{平均}^2}{2m} = \frac{3\hbar^2}{8mr^2}$$

- 谱线的自然宽度：

$$\Delta E \geqslant \frac{\hbar}{2\Delta t}$$

§14 波函数及其统计解释

- 对于在 x 方向以恒定线动量运动的粒子，其波函数为：

$$\Psi = \Phi_0 \sin 2\pi(\frac{x}{\lambda} - \nu t) = \Psi_0 \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)}$$

- 波函数满足的归一化条件：

$$\int_V |\Psi|^2 dV = 1$$

§15 薛定谔方程

第四章 原子的精细结构：电子的自旋

§18 原子中电子轨道运动的磁矩

- 磁矩μ 的数值表达式：

$$\mu_l = -\gamma L = -\sqrt{l(l+1)}\hbar\gamma = -\sqrt{l(l+1)}\frac{e\hbar}{2m_e}$$

- 磁矩在 z 方向的投影 $\mu_{l,z}$ 的表达式：

$$\mu_{l,z} = -\gamma L_z = -\gamma m_l \hbar = -\frac{e\hbar}{2m_e} m_l$$

- 玻尔磁子 $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$

$$\begin{aligned} \mu_l &= \sqrt{l(l+1)}\mu_B, \qquad l = 0, 1, 2, ..., n \\ \mu_{l,z} &= -m_l \mu_B, \qquad m_l = 0, \pm 1, \pm 2, ..., \pm l \end{aligned}$$

$\S 19$ 施特恩-格拉赫实验

- 粒子束经过磁场区，落到屏幕时偏离 x 轴的距离：

$$z = \frac{\mu_z Dd}{mv_0^2} \cdot \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

  d :磁场区长度 D :磁场区中点到屏幕的长度
- 分子热运动：

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{3}{2}kT$$

$\S 20$ 电子自旋的假设

- 电子自旋角动量：

$$|\boldsymbol{S}| = \sqrt{s(s+1)}\hbar, \quad s = \frac{1}{2}$$

  - 在 z 方向的分量：

$$S_z = m_s \hbar, \quad m_s = \pm\frac{1}{2}$$

- 电子轨道角动量：

$$|\boldsymbol{L}| = \sqrt{l(l+1)}\hbar, \quad l = 0, 1, 2, ..., n$$

  - 在 z 方向的分量：

$$L_z = m_l \hbar, \quad m_l = 0, \pm 1, ..., \pm l$$

- 电子总角动量（$l - s$ 耦合）：

$$|J| = \sqrt{j(j+1)}\hbar, \quad j = |l-s|, ..., |l+s|$$

  - 在 z 方向的分量：

$$J_z = m_j \hbar, \quad m_j = -j, -j+1, ..., j$$

- 朗德 g 因子:

$$g_j = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\left(\frac{\hat{S}^2 - \hat{L}^2}{\hat{J}^2}\right)$$

- 总角动量对应磁矩大小关系:

$$\frac{\mu_j}{J} = \mu_B \cdot g_j$$

第五章 多电子原子：泡利原理