Regresja liniowa prosta

Contents

Opis danych									1
Dopasowanie oraz analiza modeli Regresja liniowa dla price									20
Podsumowanie									22
<pre>carseats <- tibble::as.tibble(ISLR::Carseats) head(carseats) ## # A tibble: 6 x 11</pre>									
010010		Income Ad	lvertising Po	pulation	Price	ShelveLoc	Age E	ducation	
## <dbl></dbl>	<dbl></dbl>		<dbl></dbl>	-		<fct></fct>	<dbl></dbl>	<dbl></dbl>	
## 1 9.5	138	73	11	276	120	Bad	42	17	
## 2 11.2	111	48	16	260	83	Good	65	10	
## 3 10.1	113	35	10	269	80	Medium	59	12	
## 4 7.4	117	100	4	466	97	Medium	55	14	
## 5 4.15	141	64	3	340	128	Bad	38	13	
## 6 10.8	124	113	13	501	72	Bad	78	16	
## # i 2 more variables: Urban <fct>, US <fct></fct></fct>									
<pre>dim(carseats)</pre>									

[1] 400 11

Opis danych

Zaczniemy od opisania naszego zbioru danych. Zbiór ten posiada 400 wierszy oraz 11 kolumn które dotyczą sprzedaży fotelików samochodowych. Opiszemy co oznaczają poszczególne kolumny.

Sales: Sprzedaż fotelików w tysiącach jednostek.

CompPrice: Cena konkurencyjnego produktu w danym regionie.

Income: Średni dochód w regionie (w tysiącach dolarów).

Advertising: Budżet reklamowy w danym regionie (w tysiącach dolarów).

Population: Populacja w regionie (w tysiącach).

Price: Cena fotelika.

ShelveLoc: Lokalizacja półki z fotelikami (kategorie: Bad, Good, Medium).

Age: Średni wiek mieszkańców w regionie. Education: Średni poziom edukacji w regionie.

Urban: Zmienna wskazująca, czy region jest miejski (Yes) lub wiejski (No).

US: Zmienna wskazująca, czy region znajduje się w USA (Yes) lub poza USA (No).

Nastepnie policzymy podstawowe statystyki dla naszych danych.

summary(carseats)

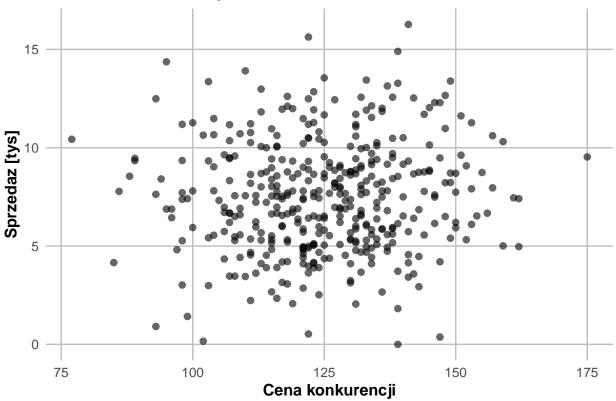
```
##
        Sales
                       CompPrice
                                       Income
                                                      Advertising
          : 0.000
                            : 77
                                          : 21.00
                                                            : 0.000
##
   Min.
                     Min.
                                   Min.
                                                     Min.
   1st Qu.: 5.390
                     1st Qu.:115
                                   1st Qu.: 42.75
                                                     1st Qu.: 0.000
   Median : 7.490
                                   Median : 69.00
                                                     Median : 5.000
                     Median:125
##
##
   Mean
          : 7.496
                     Mean
                            :125
                                   Mean
                                          : 68.66
                                                     Mean
                                                            : 6.635
   3rd Qu.: 9.320
                     3rd Qu.:135
                                   3rd Qu.: 91.00
                                                     3rd Qu.:12.000
##
                                                            :29.000
##
   Max.
           :16.270
                     Max.
                            :175
                                   Max.
                                          :120.00
                                                     Max.
                                                       Age
##
      Population
                        Price
                                     ShelveLoc
                                                                    Education
           : 10.0
                                          : 96
##
   Min.
                    Min.
                           : 24.0
                                    Bad
                                                 Min.
                                                         :25.00
                                                                  Min.
                                                                         :10.0
##
   1st Qu.:139.0
                    1st Qu.:100.0
                                    Good : 85
                                                  1st Qu.:39.75
                                                                  1st Qu.:12.0
  Median :272.0
                    Median :117.0
                                    Medium:219
                                                  Median :54.50
                                                                  Median:14.0
## Mean
           :264.8
                           :115.8
                                                         :53.32
                                                                  Mean
                                                                         :13.9
                    Mean
                                                  Mean
##
   3rd Qu.:398.5
                    3rd Qu.:131.0
                                                  3rd Qu.:66.00
                                                                  3rd Qu.:16.0
## Max.
           :509.0
                    Max.
                           :191.0
                                                         :80.00
                                                                  Max.
                                                  Max.
                                                                         :18.0
## Urban
                US
## No :118
              No :142
##
   Yes:282
              Yes:258
##
##
##
##
```

Zbadamy zależności między zmiennymi objaśniającymi, a zmienną Sales poprzez wykresy punktowe oraz obliczenie korelacji Pearsona.

```
ggplot(carseats, aes(x = CompPrice, y = Sales)) + geom_point(size = 2, color = "black", alpha = 0.6) +
labs(title = 'Sprzedaż a cena konkurenta', x = 'Cena konkurencji', y = 'Sprzedaż [tys]') + theme_min
theme(
    plot.title = element_text(hjust = 0.5, face = "bold"),
    axis.title = element_text(face = "bold"),
    panel.grid.major = element_line(color = "gray", size = 0.5),
    panel.grid.minor = element_blank()
)

## Warning: The `size` argument of `element_line()` is deprecated as of ggplot2 3.4.0.
## i Please use the `linewidth` argument instead.
## This warning is displayed once every 8 hours.
## Call `lifecycle::last_lifecycle_warnings()` to see where this warning was
## generated.
```

Sprzedaz a cena konkurenta



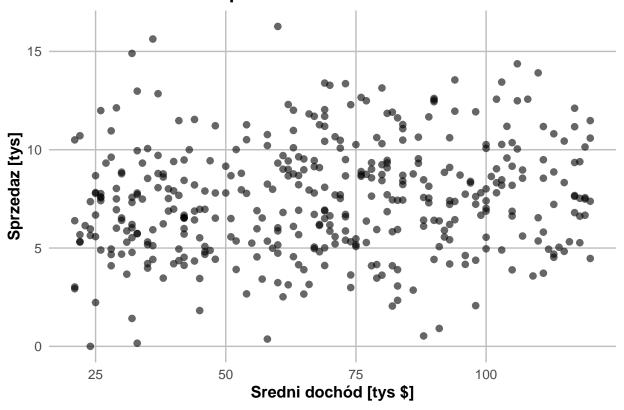
cor(carseats\$CompPrice, carseats\$Sales)

[1] 0.06407873

Możemy zauważyć, że istnieje bardzo znikoma korelacja między sprzedażą a ceną u konkurencji. Co może sugerować, że cena konkurencji nie ma istotnego wpływu na sprzedaż w naszym przypadku.

```
ggplot(carseats, aes(x = Income, y = Sales)) + geom_point(size = 2, color = "black", alpha = 0.6) +
labs(title = 'Sprzedaż a średni dochód', x = 'Średni dochód [tys $]', y = 'Sprzedaż [tys]') + theme_m
theme(
    plot.title = element_text(hjust = 0.5, face = "bold"),
    axis.title = element_text(face = "bold"),
    panel.grid.major = element_line(color = "gray", size = 0.5),
    panel.grid.minor = element_blank()
)
```

Sprzedaz a sredni dochód

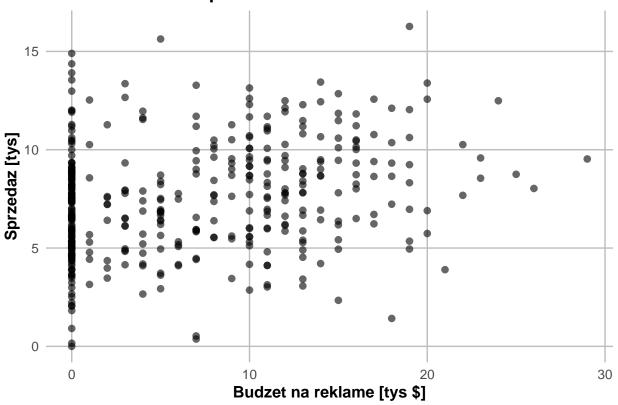


```
cor(carseats$Income, carseats$Sales)
```

[1] 0.151951

Sprzedaż oraz dochód w danym obszarze wykazują bardzo niską korelację dodatnią. Sugeruje to, że związek między zmiennymi jest znikomy.

Sprzedaz a budzet na reklame



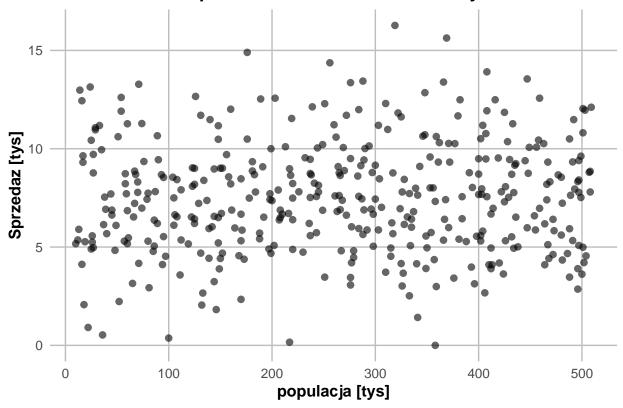
cor(carseats\$Advertising, carseats\$Sales)

[1] 0.2695068

Budżet reklamowy oraz sprzedaż wykazują wyraźniejszy związek niż dwie powyższe lecz nie jest on silny. Może wskazywać na to, że wieksze wydatki na reklamę mogą stymulować popyt.

```
ggplot(carseats, aes(x = Population, y = Sales)) + geom_point(size = 2, color = "black", alpha = 0.6) +
labs(title = 'Sprzedaż a liczba osób w okolicy', x = 'populacja [tys]', y = 'Sprzedaż [tys]') + theme
theme(
    plot.title = element_text(hjust = 0.5, face = "bold"),
    axis.title = element_text(face = "bold"),
    panel.grid.major = element_line(color = "gray", size = 0.5),
    panel.grid.minor = element_blank()
)
```

Sprzedaz a liczba osób w okolicy



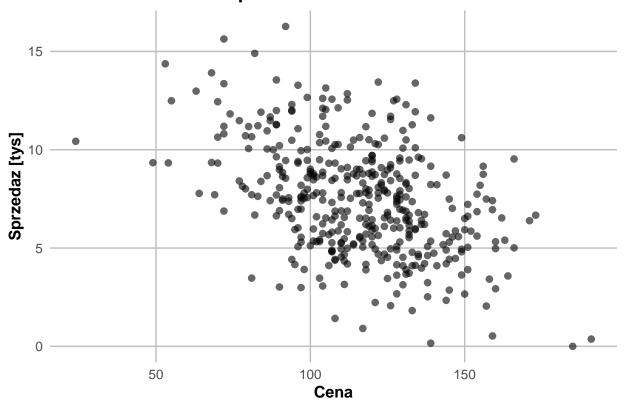
cor(carseats\$Population, carseats\$Sales)

[1] 0.05047098

Wielkosc populacji w danym regionie nie ma istotnego wpływu na sprzedaż.

```
ggplot(carseats, aes(x = Price, y = Sales)) + geom_point(size = 2, color = "black", alpha = 0.6) +
    labs(title = 'Sprzedaż a cena fotelika', x = 'Cena', y = 'Sprzedaż [tys]') + theme_minimal(base_size = theme(
        plot.title = element_text(hjust = 0.5, face = "bold"),
        axis.title = element_text(face = "bold"),
        panel.grid.major = element_line(color = "gray", size = 0.5),
        panel.grid.minor = element_blank()
    )
```

Sprzedaz a cena fotelika



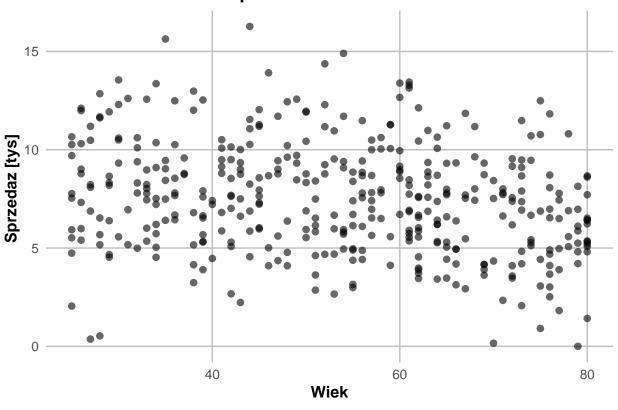
```
cor(carseats$Price, carseats$Sales)
```

[1] -0.4449507

Cena fotelika oraz sprzedaż wykazują ujemna korelacje. Co sugeruje, że wraz ze wzrostem ceny sprzedaż może mieć tendencje do spadków.

```
ggplot(carseats, aes(x = Age, y = Sales)) + geom_point(size = 2, color = "black", alpha = 0.6) +
    labs(title = 'Sprzedaż a średni wiek', x = 'Wiek', y = 'Sprzedaż [tys] ') + theme_minimal(base_size =
    theme(
        plot.title = element_text(hjust = 0.5, face = "bold"),
        axis.title = element_text(face = "bold"),
        panel.grid.major = element_line(color = "gray", size = 0.5),
        panel.grid.minor = element_blank()
)
```

Sprzedaz a sredni wiek



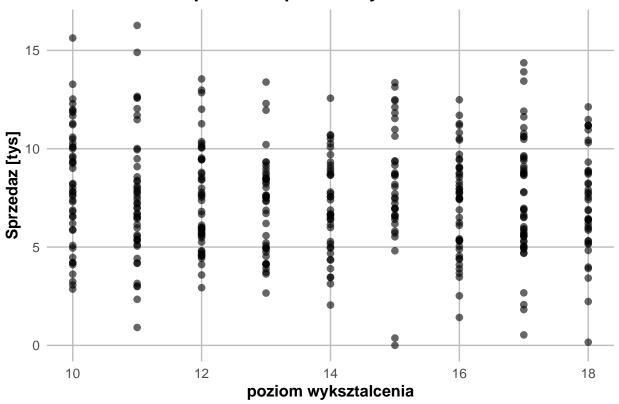
cor(carseats\$Age, carseats\$Sales)

[1] -0.2318154

średni wiek mieszkańców w regionie oraz sprzedaż wykazują słabą ujemną korelację, co może oznaczać, że na obszarach z wyższym średnim wiekiem może wystąpic mniejsza sprzedaż.

```
ggplot(carseats, aes(x = Education, y = Sales)) + geom_point(size = 2, color = "black", alpha = 0.6) +
    labs(title = 'Sprzedaż a poziom wykształcenia', x = 'poziom wykształcenia', y = 'Sprzedaż [tys]') + t.
    theme(
        plot.title = element_text(hjust = 0.5, face = "bold"),
        axis.title = element_text(face = "bold"),
        panel.grid.major = element_line(color = "gray", size = 0.5),
        panel.grid.minor = element_blank()
)
```





cor(carseats\$Education, carseats\$Sales)

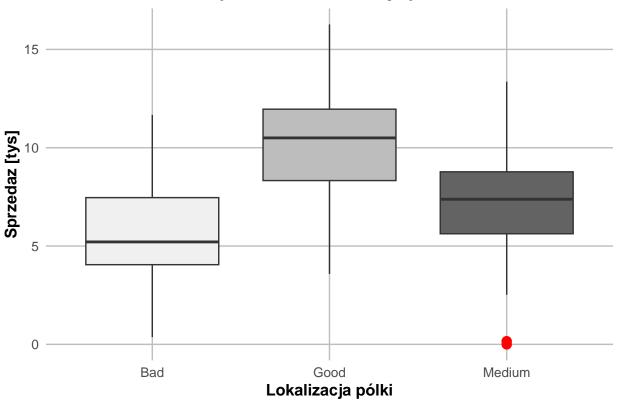
[1] -0.05195524

Możemy zauważyć ze zmienne wykazują bardzo znikomą korelację ujemną wskazując na to, że poziom wykształcenia nie wpływa na sprzedaż.

Zobaczymy jak prezentują się zmienne kategorialne.

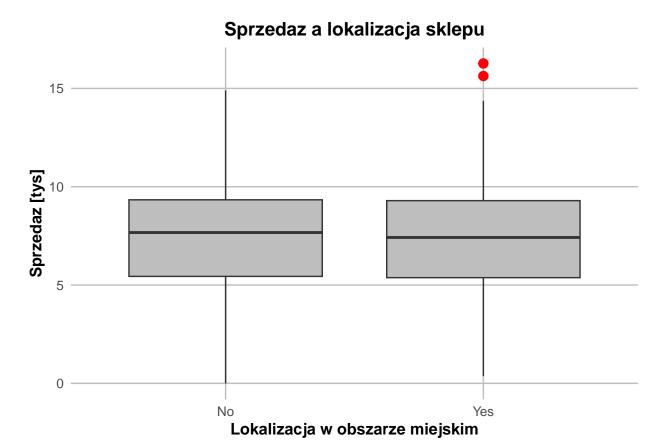
```
ggplot(Carseats, aes(x=ShelveLoc, y=Sales, fill=ShelveLoc)) + geom_boxplot(outlier.color='red', outlier
scale_fill_brewer(palette = "Greys") +
labs(title = "Sprzedaż a lokalizacja półki", x = "Lokalizacja półki", y = "Sprzedaż [tys]") +
theme_minimal(base_size = 12) +
theme(
    plot.title = element_text(hjust = 0.5, face = "bold"),
    axis.title = element_text(face = "bold"),
    panel.grid.major = element_line(color = "gray", size = 0.5),
    panel.grid.minor = element_blank(),
    legend.position = "none"
)
```





Możemy zauważyć, że coraz lepsza lokalizacja półki w sklepie wykazuje najlepszą sprzedaż.

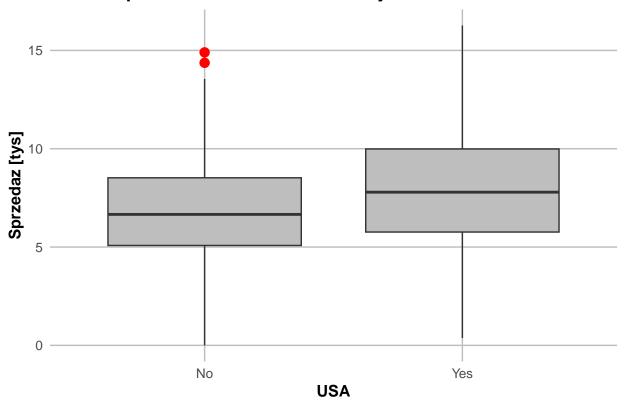
```
ggplot(Carseats, aes(x=Urban, y=Sales)) + geom_boxplot(fill='grey', outlier.color='red', outlier.size=3
labs(title = "Sprzedaż a lokalizacja sklepu", x = "Lokalizacja w obszarze miejskim", y = "Sprzedaż [t
theme_minimal(base_size = 12) +
theme(
    plot.title = element_text(hjust = 0.5, face = "bold"),
    axis.title = element_text(face = "bold"),
    panel.grid.major = element_line(color = "gray", size = 0.5),
    panel.grid.minor = element_blank()
)
```



Znikoma różnica między sklepami znajdującymi się w mieście a sklepami poza miastem.

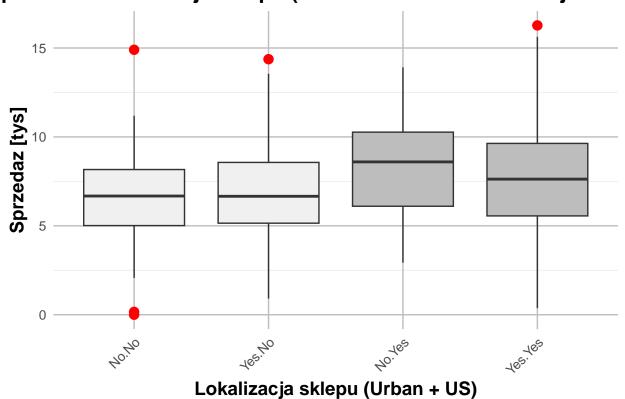
```
ggplot(Carseats, aes(x=US, y=Sales)) + geom_boxplot(fill='grey', outlier.color='red', outlier.size=3) +
labs(title="Sprzedaż w zależności od znajdowania się w USA", x='USA', y='Sprzedaż [tys]') +
theme_minimal(base_size = 12) +
theme(
   plot.title = element_text(hjust = 0.5, face = "bold"),
   axis.title = element_text(face = "bold"),
   panel.grid.major = element_line(color = "gray", size = 0.5),
   panel.grid.minor = element_blank()
)
```

Sprzedaz w zalezności od znajdowania sie w USA



Sklepy znajdujące się w USA mają minimalnie wyższą sprzedaż

przedaz a lokalizacja sklepu (obecnosc w obszarze miejskim i



Możemy zauważyć, że sprzedaż sklepów znajdujących się w USA jest znacznie wieksza niż sklepów nie znajdujących się w USA. Również róznica występuje gdy sklep znajduję sie w USA ale nie jest w obszasze miejskim, wiekszą mediane sprzedaży obserwujemy w przypadku gdy sklep nie znajduje się w obszarze miejskim.

Podsumowując wstepne zapoznanie się ze zbiorem danych:

Zwróćmy uwagę na to, że korelacja zmiennej Sales z zmiennymi CompPrice, Population i Education jest bliska 0, więc już teraz możemy stwierdzić, że modele regresji liniowej prostej z tymi zmiennymi objaśniającymi nie będą miały dobrej jakości.

Dopasowanie oraz analiza modeli

Dopasujemy teraz modele regresji liniowej przewidujące wartość zmiennej Sales oraz zbadamy poniższe założenia:

- 1. Zależność liniowa między zmiennymi
- 2. Rozkład reszt mający rozkład normalny
- 3. Zerowa średnia reszt
- 4. Niezależność reszt
- 5. Homoskedastyczność stała wariancja błędów

```
#podzielenie zbioru na zbiór treningowy i zbiór testowy
set.seed(44)
partition <- caret::createDataPartition(carseats$Sales, list=FALSE, p=0.75)</pre>
carseats_train <- carseats[partition,]</pre>
carseats_test <- carseats[-partition,]</pre>
print(dim(carseats train))
## [1] 301 11
print(dim(carseats test))
## [1] 99 11
MAPE <- function(y_actual, y_predicted) {</pre>
  y_actual[y_actual == 0] <- NA  # Obsługa potencjalnych zer w mianowniku
  return(mean(abs((y_actual - y_predicted) / y_actual), na.rm = TRUE) * 100)
RMSE <- function(y actual, y predicted){</pre>
  return(sqrt(mean((y_actual-y_predicted)^2)))
R_2 <- function(y_actual, y_predicted) {</pre>
  ss_total <- sum((y_actual - mean(y_actual))^2)</pre>
  ss_residual <- sum((y_actual - y_predicted)^2)</pre>
  r_squared <- 1 - (ss_residual / ss_total)
  return(r_squared)
}
```

Regresja liniowa dla price

```
price_model <- lm(Sales ~ Price, data=carseats_train)</pre>
```

Sprawdzenie zależości liniowej:

```
cor.test(carseats_train$Price, carseats_train$Sales)

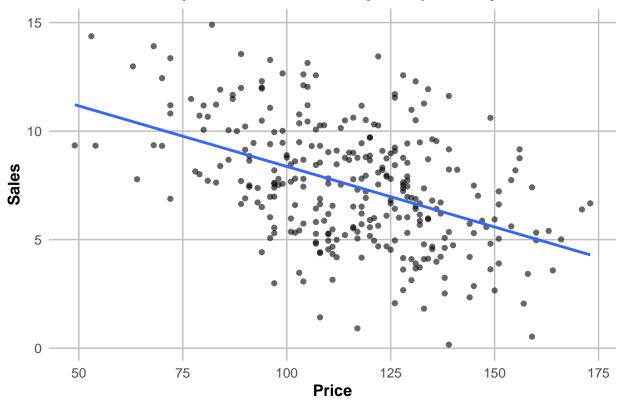
##
## Pearson's product-moment correlation
##
## data: carseats_train$Price and carseats_train$Sales
## t = -8.8095, df = 299, p-value < 2.2e-16
## alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
## -0.5393225 -0.3593370
## sample estimates:
## cor
## -0.4539481

ggplot(carseats_train, aes(x=Price, y=Sales)) + geom_point(size = 1.5, color = "black", alpha = 0.6) + geom_smooth(method='lm',formula=y-x, size=1, se=FALSE) +
labs(title='Wykres_zaleźności_ceny_od_sprzedaży') + theme_minimal(base_size = 12) + theme(</pre>
```

```
plot.title = element_text(hjust = 0.5, face = "bold"),
   axis.title = element_text(face = "bold"),
   panel.grid.major = element_line(color = "gray", size = 0.5),
   panel.grid.minor = element_blank()
)

## Warning: Using `size` aesthetic for lines was deprecated in ggplot2 3.4.0.
## i Please use `linewidth` instead.
## This warning is displayed once every 8 hours.
## Call `lifecycle::last_lifecycle_warnings()` to see where this warning was
## generated.
```

Wykres zaleznosci ceny od sprzedazy

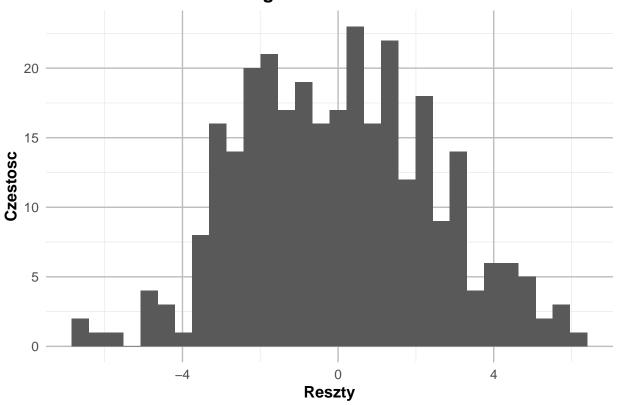


Korelacja oraz wykres wskazują na negatywną korelację.

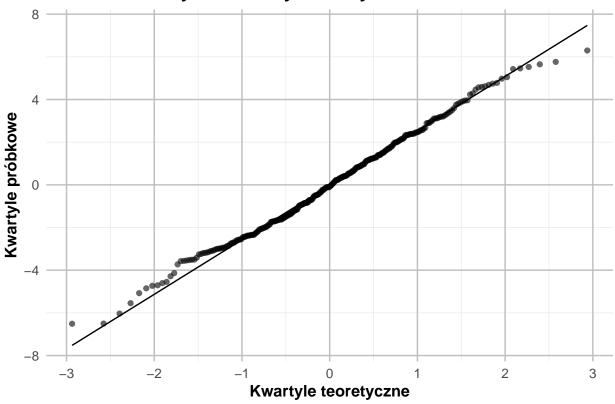
Sprawdzenie rozkładu reszt:

```
ggplot(price_model, aes(x=.resid)) + geom_histogram(bins=30) +
  labs(title='Histogram reszt z modelu', x='Reszty', y='Częstość') + theme_minimal(base_size = 12) +
  theme(
    plot.title = element_text(hjust = 0.5, face = "bold"),
    axis.title = element_text(face = "bold"),
    panel.grid.major = element_line(color = "gray", size = 0.5)
)
```

Histogram reszt z modelu







shapiro.test(price_model\$residuals)

```
##
## Shapiro-Wilk normality test
##
## data: price_model$residuals
## W = 0.99407, p-value = 0.289
```

Powyższcze wykresy oraz test wskazują, że większość reszt odpowiada rozkładowi normalnemu. ### Sprawdzenie zerowej średniej reszt:

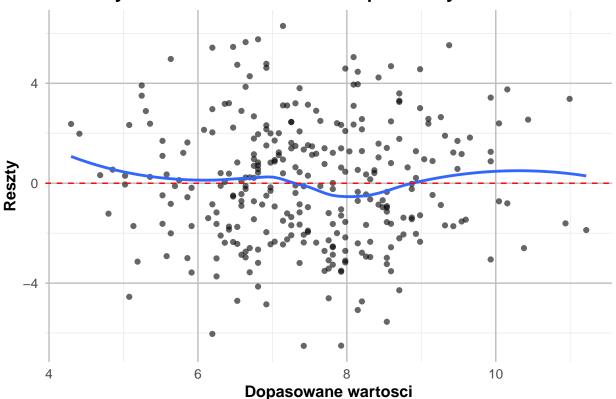
t.test(price_model\$residuals)

```
##
## One Sample t-test
##
## data: price_model$residuals
## t = -4.9495e-16, df = 300, p-value = 1
## alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
## -0.2799931 0.2799931
## sample estimates:
## mean of x
## -7.042199e-17
```

Test wykazał, że należy odrzucić hipotezę alternatywną oraz możemy stwierdzić, że średnia reszt jest równa zero.

```
ggplot(price_model, aes(.fitted, .resid)) + geom_point(size = 1.5, color = "black", alpha = 0.6) + stat
geom_hline(yintercept=0, linetype='dashed', color='red') +
labs(title='Wykres zależności reszt od dopasowanych wartości', x='Dopasowane wartości',y='Reszty') +
theme(
    plot.title = element_text(hjust = 0.5, face = "bold"),
    axis.title = element_text(face = "bold"),
    panel.grid.major = element_line(color = "gray", size = 0.5)
)
```

Wykres zalezności reszt od dopasowanych wartości



Sprawdzenie niezależności reszt:

```
lmtest::dwtest(price_model)

##

## Durbin-Watson test

##

## data: price_model

## DW = 1.9414, p-value = 0.3046

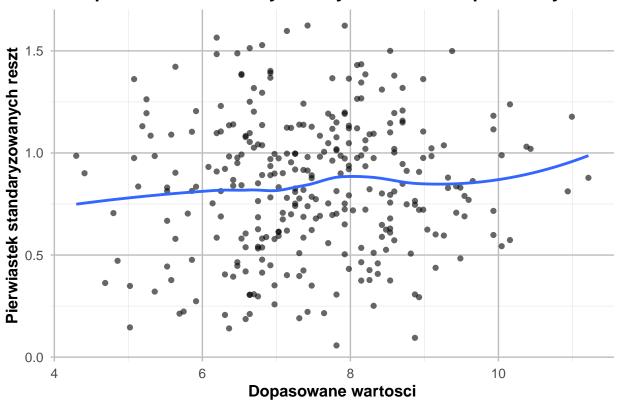
## alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than 0
```

Przeprowadzony test wykazał, że p-value jest większe od $\alpha=0.05$ więc nie mamy dowodów, aby odrzucić hipotezę o niezależności reszt. Wartośc DW jest bliska 2 co wskazuje na brak autokorelacji. Możemy wnioskować, że założenie o niezależności reszt jest spełnione dla naszego modelu.

Sprawdzenie homoskedatyczność:

```
ggplot(price_model, aes(.fitted, sqrt(abs(.stdresid)))) + geom_point(size = 1.5, color = "black", alpha
labs(title='Zależność pierwiastka standaryzowanych reszt od dopasowanych wartości', x='Dopasowane war
theme(
    plot.title = element_text(hjust = 0.5, face = "bold"),
    axis.title = element_text(face = "bold"),
    panel.grid.major = element_line(color = "gray", size = 0.5)
)
```

Zaleznosc pierwiastka standaryzowanych reszt od dopasowanych war



```
lmtest::bptest(price_model)
```

```
##
## studentized Breusch-Pagan test
##
## data: price_model
## BP = 0.019352, df = 1, p-value = 0.8894
```

Wartość p-value wyniosłą znacznie więcej niż $\alpha=0.05$, oznacza to, że nie mamy istotnych dowodów heteroskedastyczności. Dlatego też możemy wnioskować, że założenie o homoskedastyczności jest prawdziwe dla naszego modelu.

Podsumowanie modelu price:

Nasz model spełnia klasyczne założenia modelu regresji.

```
price_model_s <- summary(price_model)
price_model_s</pre>
```

```
##
## Call:
## lm(formula = Sales ~ Price, data = carseats_train)
## Residuals:
##
      Min
              1Q Median
                             3Q
                                    Max
## -6.5113 -1.7485 -0.0897 1.6958 6.2977
##
## Coefficients:
##
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 13.949676
                         0.747060 18.673
                                           <2e-16 ***
             -0.055798
                         0.006334 -8.809
## Price
                                           <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## Residual standard error: 2.473 on 299 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.2061, Adjusted R-squared: 0.2034
## F-statistic: 77.61 on 1 and 299 DF, p-value: < 2.2e-16
test_predictions <- predict(price_model, carseats_test)</pre>
cat('Zbiór treningowy:', '\n-MAPE(carseats_train$Sales, predict(price_model, carseats_train)), '
## Zbiór treningowy:
## -MAPE: 50.51755
## -RMSE: 2.464361
## -R^2: 0.2060689
## Zbiór testowy:
## -MAPE: 41.02037
## -RMSE: 2.70789
## -R^2: 0.1748445
Regresja liniowa dla advertising
zakladamy ze model spelnia zalozenia
adv_model <- lm(Sales ~ Advertising, data=carseats_train)</pre>
adv_model_s <- summary(adv_model)</pre>
adv_model_s
##
## Call:
## lm(formula = Sales ~ Advertising, data = carseats_train)
##
## Residuals:
              1Q Median
## -7.2080 -1.8992 -0.0792 1.7814 8.0108
##
## Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 6.88919
                         0.21814 31.582 < 2e-16 ***
## Advertising 0.09660
                         0.02455
                                  3.935 0.000104 ***
## ---
```

```
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 2.706 on 299 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.04924,
                              Adjusted R-squared: 0.04606
## F-statistic: 15.48 on 1 and 299 DF, p-value: 0.0001035
test_predictions <- predict(adv_model, carseats_test)</pre>
cat('Zbiór treningowy:', '\n-MAPE:',MAPE(carseats_train$Sales, predict(adv_model, carseats_train)), '\n
## Zbiór treningowy:
## -MAPE: 56.36055
## -RMSE: 2.696803
## -R^2: 0.04923643
## Zbiór testowy:
## -MAPE: 52.55149
## -RMSE: 2.785452
## -R^2: 0.1268976
```

Model wykazuje lepsze wyniki niż poprzedni model, choć nadal jego dokładność jest ograniczona. W zbiorze treningowym, MAPE wynosi 56,36%, co wskazuje na średni błąd prognozy wynoszący 56%, a RMSE to 2,70, co oznacza, że model wciąż nie jest precyzyjny. Wartość R^2 w zbiorze treningowym wynosi 0,049, co wskazuje, że model wyjaśnia tylko około 5% zmienności sprzedaży, co nadal jest stosunkowo niskim wynikiem.

Zbiór testowy wykazuje nieco lepsze wyniki w porównaniu do zbioru treningowego: MAPE wynosi 52,55%, RMSE to 2,79, a R^2 wynosi 0,127. Chociaż R^2 na zbiorze testowym jest nieco wyższe, nadal oznacza to, że model nie wyjaśnia większej cześci zmienności sprzedaży.

Mimo że zmienna Advertising ma statystycznie istotny wpływ na sprzedaż, jakość modelu pozostaje niewystarczająca, aby uznać go za precyzyjny.

Regresja liniowa dla age

zakladamy ze model spelnia zalozenia

```
age_model <- lm(Sales ~ Age, data=carseats_train)</pre>
age_model_s <- summary(age_model)</pre>
age_model_s
##
## Call:
## lm(formula = Sales ~ Age, data = carseats_train)
##
## Residuals:
##
       Min
                1Q Median
                                3Q
                                        Max
## -7.9898 -1.8832 -0.0326 1.7696 7.4346
##
## Coefficients:
##
                Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 9.655286
                           0.531491 18.166 < 2e-16 ***
               -0.040554
                           0.009517 -4.261 2.73e-05 ***
## Age
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
```

```
## Residual standard error: 2.694 on 299 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.05725, Adjusted R-squared: 0.0541
## F-statistic: 18.16 on 1 and 299 DF, p-value: 2.728e-05

test_predictions <- predict(age_model, carseats_test)

cat('Zbiór treningowy:', '\n-MAPE:',MAPE(carseats_train$Sales, predict(age_model, carseats_train)), '\n

## Zbiór treningowy:
## -MAPE: 56.57889
## -RMSE: 2.685411
## -R^2: 0.05725182

cat('Zbiór testowy:', '\n-MAPE:',MAPE(carseats_test$Sales, test_predictions), '\n-RMSE:', RMSE(carseats_test)

## Zbiór testowy:
## -MAPE: 55.77424
## -RMSE: 2.913969
## -R^2: 0.04447128</pre>
```

W zbiorze treningowym MAPE wynosi 56,58%, co oznacza średni błąd prognozy na poziomie około 57%. RMSE wynosi 2,69, a R^2 osiąga wartość 0,057, co oznacza, że model wyjaśnia tylko około 5,7% zmienności w danych. Zmienna Age jest statystycznie istotna, co sugeruje, że wpływa na prognozowaną sprzedaż, ale jej wpływ jest ograniczony.

Zbiór testowy pokazuje marginalne pogorszenie wyników: MAPE wynosi 55,77%, RMSE osiąga wartość 2,91, a R^2 spada do 0,044, co oznacza, że model nie poprawia swojej wydajności na nowych danych.

Ogólnie, chociaż model wskazuje na pewną istotność zmiennej Age, jakość prognoz jest słaba, z niskim R^2 i wysokimi błędami prognozy. Model nie spełnia oczekiwań w kontekście precyzyjności przewidywań.

Podsumowanie

Model oparty na zmiennej **price** (cena) wydaje się być najlepszym modelem w tym przypadku. Uzyskał najniższy \mathbf{MAPE} w zbiorze testowym (41,02%) oraz stosunkowo wysokie wartości R^2 (0,1748) w porównaniu do innych zmiennych.